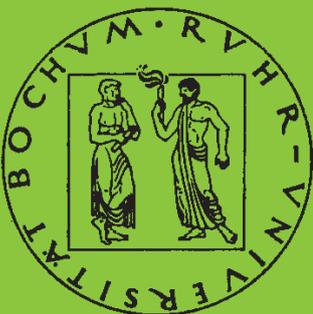


Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

Michael Märtens

**Regelung mechanischer Strukturen mit
Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren**

Heft Nr. 118



RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

INSTITUT FÜR MECHANIK

Michael Märtens

**Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe
piezokeramischer Stapelaktoren**

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 118

1999

Herausgeber:
Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum
Schriftenreihe
Universitätsstr. 150
44870 Bochum

©1999 Dr.-Ing. Michael Märten
Diemelstr. 10
44807 Bochum

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie) des Werkes oder von Teilen daraus bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1997 bis 1999 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der „Arbeitsgruppe für numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik“ am Institut für Mechanik an der Ruhr-Universität Bochum.

Sie berichtet über die Forschungsergebnisse des Projektes „Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren“, welches im Rahmen des Graduiertenkollegs „*Computational Structural Dynamics*“ durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert wurde. Der DFG gilt daher mein ausdrücklicher Dank für die finanzielle Unterstützung.

Für die Anregung und Betreuung dieser Arbeit danke ich sehr Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Waller. Das Projekt wurde durch seine fachliche Diskussion und Unterstützung sehr gefördert. Sein Verständnis für meine Arbeit begleitete mich stetig. Herrn Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns danke ich für sein Interesse und die freundliche Bereitschaft zur Übernahme des Korreferats.

Allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe gilt mein Dank für ihre jederzeit freundliche Zusammenarbeit und kollegiale Unterstützung.

Bochum, im Oktober 1999

Michael Märtens

Dissertation eingereicht am: 12. Oktober 1999
Tag der mündlichen Prüfung: 17. Dezember 1999

Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Waller
Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 STAND DER FORSCHUNG	3
1.2 ÜBERLEGUNGEN ZUR REGELUNG MECHANISCHER STRUKTUREN	5
1.3 GLIEDERUNG DER ARBEIT	6
2 Strukturdynamik	9
2.1 BEWEGUNGSDIFFERENTIALGLEICHUNG	9
2.1.1 Modale Analyse	10
2.1.2 Modale Systemreduktion	12
2.1.3 Modale Zustandsraumdarstellung	13
2.2 ZEITDISKRETISIERUNG	15
2.3 AKTOR- UND SENSORPOSITIONIERUNG	17
2.3.1 Steuerbarkeit	17
2.3.2 Beobachtbarkeit	20
3 Komponenten der Strukturregelung	21
3.1 AKTOREN	22
3.1.1 Piezokeramische Aktoren	23
3.1.2 Bauformen	25
3.1.3 Elektrodynamische Aktoren	33
3.2 SENSOREN	34
3.2.1 Dehnungsmeßstreifen	34
3.2.2 Beschleunigungssensoren	36
3.3 RECHENEINHEIT	36

4 Identifikation	39
4.1 VORABSCHÄTZUNGEN ANHAND VON AMPLITUDENGÄNGEN	39
4.2 GLEITSINUSERREGUNG.....	41
4.3 BLOCKSUMMENTRANSFORMATION.....	43
4.4 SUBSPACE-IDENTIFIKATION	44
5 Regelung mit fest eingestellten Parametern	47
5.1 ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG.....	47
5.1.1 Optimaler Reglerentwurf.....	48
5.2 MODALER ZUSTANDSBEOBACHTER	51
5.2.1 Kalman Filter	52
5.3 ÜBERSPRECHEFFEKTE.....	54
5.3.1 Control Spillover	56
5.3.2 Observer Spillover	56
5.4 OFF-LINE EINSTELLUNG DES BEOBACHTERS.....	57
5.5 OFF-LINE EINSTELLUNG DES ZUSTANDSREGLERS	60
6 Adaptive Regelung	63
6.1 DIGITALE FILTER	63
6.1.1 Diskrete Systemdarstellung durch Differenzgleichung	64
6.1.2 Umrechnung des Zustandsraummodells in Übertragungsfunktion.....	67
6.2 FEEDFORWARD - REGELUNG.....	67
6.3 FILTERED-X LEAST MEAN SQUARE ALGORITHMUS.....	72
6.3.1 Filtered-x LMS mit nachlassendem Gedächtnis	75
6.3.2 Stabilitätskriterien für die Schrittweite μ	75
6.4 VERWENDUNG VON IIR-FILTERN.....	78
6.4.1 Filtered-u recursive LMS Algorithmus.....	80
6.5 ADAPTIVE FEEDBACK-REGELUNG	83
6.5.1 SISO Adaptive Feedback-Regelung.....	83

6.5.2 MIMO Adaptive Feedback-Regelung.....	84
6.6 REGELUNGSKONZEPT MIT ADAPTIVEM BEOBACHTER.....	86
6.6.1 Übertragungsverhalten des Zustandsbeobachters.....	87
7 Reduktion der Körperschallabstrahlung	91
7.1 KOPPLUNG ZWISCHEN STRUKTURSCHWINGUNG UND SCHALLEISTUNG	91
7.1.1 Punktstrahlersynthese	92
7.2 ABSTRAHLMODEN.....	99
8 Versuchsergebnisse	101
8.1 VERSUCHSSTAND.....	101
8.2 SENSORPOSITIONIERUNG.....	102
8.3 AKTORPOSITIONIERUNG.....	103
8.4 IDENTIFIKATION	105
8.5 REGELUNGSKONZEPTE	107
8.5.1 Feedback-Regelung mit fest eingestellten Koeffizienten.....	107
8.5.2 Adaptive Feedback-Regelung mit fest eingestelltem Beobachter	111
8.5.3 Adaptive Feedback-Regelung mit adaptivem Beobachter.....	114
8.6 BEWERTUNG DER MESSERGEBNISSE	116
9 Schlußbetrachtung	119
Literaturverzeichnis	123
Anhang A	131
A.1 EINSEITIG EINGESPANNTER BALKEN.....	131
A.1.1 Aktorpositionierung.....	132
A.1.2 Sensorpositionierung.....	133
A.1.3 Mathematisches Modell.....	133

A.1.4	Einstellung des Zustandsbeobachters und -reglers.....	134
A.1.5	Meßergebnisse.....	135
A.2	BEIDSEITIG GELAGERTER BALKEN.....	137
A.2.1	Sensorpositionierung.....	137
A.2.2	Vergleich zwischen Stapel- und Streifenaktor	138
A.3	BEWERTUNG DER MEßERGEBNISSE	140
Anhang B		141
B.1	VERSUCHSSTAND.....	142
B.2	SENSORPOSITIONIERUNG.....	142
B.2.1	Schwierigkeiten bei zwei-dimensionalen Strukturen.....	143
B.3	EINSTELLUNG DES ZUSTANDSBEOBSACHTERS UND -REGLERS.....	146
B.4	MEßERGEBNISSE.....	148
B.5	BEWERTUNG DER MEßERGEBNISSE	150

Verwendete Formelzeichen

A	Systemmatrix
B	Steuermatrix
C	Meßmatrix
C_M	Dämpfungsmatrix
D_M	Aktorpositionsmatrix
E_M	Erregungspositionsmatrix
H	Erregungsmatrix
I	Einheitsmatrix
K	Rückführmatrix
K_M	Steifigkeitsmatrix
L	Beobachterrückführmatrix
M	Abstrahlmatrix
M_M	Massenmatrix
P	Riccati-Matrix, Transformationsmatrix in Abstrahlmoden
Q	Zustandsgewichtungsmatrix
R	Reglergewichtungsmatrix
V	Varianzmatrix des Systemrauschens
W	Varianzmatrix des Meßrauschens
W_C	Steuerbarkeitsgrammian
W_O	Beobachtbarkeitsgrammian
Z	Wellenimpedanzmatrix
a	Filterkoeffizientenvektor des Filterausgangs
b	Filterkoeffizientenvektor des Filtereingangs
d	Systemantwort auf Störung
Δe	Beobachterfehler
f	Erregungsvektor
q	Vektor der modalen Weggrößen
u	Stellvektor
w	Filterkoeffizientenvektor
x	Referenzsignal
x_M	Vektor der Weggrößen
y	Meßvektor
ŷ	rekonstruierter Meßvektor
z	Zustandsvektor
ẑ	rekonstruierter Zustandsvektor
z̃	Schätzfehler

A	Fläche
E	Elastizitätsmodul
E_{el}	elektrisches Feld
F	Kraft
I	Schallintensität
J	Gütefunktional
L	Filterordnung
M	Moment
N	Anzahl der Meßpunkte
N_c	Anzahl der geregelten Moden
N_r	Anzahl der unregelten Moden
P	Schalleistung
R	elektrischer Widerstand
S	Übertragungsfunktion der Regelstrecke
U	elektrische Spannung
c	Schallgeschwindigkeit
d	Piezomodul
f	Frequenz
h	Höhe
k	diskrete Abtastpunkte
k	Wandelfaktor
k_0	akustische Wellenzahl
k_a	Aktorsteifigkeit
l	Länge
m	Masse
n	Anzahl der Freiheitsgrade
p	Schalldruck
q_0	Schallfluß
r	Gewichtung des Filterausgangs, Abstand
t	Zeit, Materialstärke
Δt	Abtastintervall
v	Schnelle
Δ	Diagonalmatrix der Dämpfungswerte
Φ	Modalmatrix
Ω	Diagonalmatrix der quadratischen Kreisfrequenzen ω^2
Ψ	Beobachtbarkeits- und Steuerbarkeitsindex
ε	mechanische Dehnung
μ	Schrittweite

ν	Querkontraktionszahl
ρ	Dichte
σ	Normalspannung
ω	Kreisfrequenz
ξ	Fehlerquadrat
ζ	Dämpfung

Indizes

a	Aktor
b	Balken
r	ungeregelte Restmoden
c	geregelt
beob	Beobachter
dis	diskret
kont	kontinuierlich
max	Maximum

Kapitel 1

Einleitung

In vielen technischen Bereichen treten unerwünschte Schwingungen auf, welche die Funktionsfähigkeit der Konstruktion mindern und bedingt durch die Anregung der umgebenden Luft als störender Lärm empfunden werden. Um die Schwingungen und Geräusche zu reduzieren, können sowohl *passive* als auch *aktive* Verfahren eingesetzt werden. Passive Verfahren sind im Wesentlichen konstruktive Änderungen, bei denen gezielt einzelne Bauteile versteift, zusätzliches Dämmmaterial aufgebracht oder Tilgergewichte verwendet werden.

Bei den aktiven Verfahren werden Gegenschwingungen erzeugt, die sich dann mit den unerwünschten Schwingungen überlagern. Hochdynamische Stellglieder, sogenannte *Aktoren*, bringen die notwendigen Steuerkräfte auf. Kombiniert mit *Sensoren*, welche die Schwingungen messen, und mit einer echtzeitfähigen *Recheneinheit* lassen sich für die jeweilige Anwendung optimal ausgelegte mechanische Bauelemente entwickeln, die besonders im tieferen Frequenzbereich den passiv gedämpften Strukturen hinsichtlich des Schwingungsverhaltens und des Gesamtgewichtes überlegen sind.

Die Herausforderung bei der Realisierung einer Strukturregelung liegt in der interdisziplinären Verknüpfung vieler Gebiete des Ingenieurwesens. Mit Hilfe der Mechanik werden mathematische Modelle der zu regelnden Struktur erstellt, die für die Signalverarbeitung und die Regelungstechnik notwendig sind. Die Entwicklungen auf dem Gebiet der Werkstoffwissenschaften führen zu neuartigen Sensoren und Aktoren, deren Funktion z.B. auf der Grundlage des piezoelektrischen Effekts beruht. Die Ansteuerung der Aktoren und die Meßsignalverstärkung wird durch die Elektrotechnik übernommen.

Marktschätzungen zufolge beträgt das weltweite Potential für Bauteile aus neuen sensorischen und aktorischen Werkstoffen innerhalb der nächsten zehn Jahre etwa 120 Mrd. DM. Die Entwicklung dieser zukunftsweisenden Materialtechnologie ist Bestandteil des Leitprojektes Adaptronik, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung zur Stärkung der Innovationsfähigkeit Deutschlands gefördert wird [77].

Die aktiven Verfahren lassen sich in drei Kategorien einteilen: die *Schallreduktion*, die *Schwingungsreduktion* und die *Körperschallreduktion*.

Bereits 1933 stellte Paul Lueg ein Patent zur aktiven Schallreduktion (**Active Noise Control**) vor, bei der die Interferenz von Schallwellen ausgenutzt wird. Trifft eine Schallwelle auf eine andere mit gleicher Frequenz und Amplitude, die aber in Gegenphase schwingt, so löschen sich beide Wellen gegenseitig aus. Für die techni-

sche Realisierung wird eine Anzahl sekundärer Antischallquellen um die primäre Lärmquelle angeordnet. Dieses Antischallverfahren wird in einer Vielzahl von Anwendungen erprobt bzw. eingesetzt. Aktive Ohrenschützer, z.B. für Hubschrauberpiloten, arbeiten nach dem oben beschriebenen Prinzip. Mit Hilfe eines Miniatur-Mikrophons am Eingang des Gehörkanals und einem Lautsprecher in dem Ohrenschützer werden zwischen -10 bis -15 dB Schallreduktion in dem Frequenzbereich von 30 bis 500 Hz erzielt [46]. Das Auspuffgeräusch von Verbrennungsmotoren soll durch einen Lautsprecher am Ende des Schalldämpfers besonders im niedrigen Drehzahlbereich reduziert werden. Die aktive Schallreduktion des abgestrahlten Lärms stationär betriebener Maschinen, z.B. bei Transformatoren, erscheint vielversprechend, da es sich um eine monofrequente, bekannte Anregung handelt.

Schwieriger verhält es sich bei der breitbandigen aktiven Schallreduktion von größeren Innenräumen, z.B. in Flugzeugkabinen oder im Fahrzeuginnenraum. Hierbei wird der Ort der Schallauslöschung auf Ohrhöhe des Fahrzeugführers plaziert. Außerhalb des Meßbereichs der Sensoren kann der Schalldruck deutlich ansteigen, so daß bei größeren Räumen die Anzahl der Mikrophone stark zunimmt und eine Regelung in Echtzeit nicht mehr praktikabel ist.

Um diesen gravierenden Nachteil zu umgehen, verwendet man eine Technik, die direkt auf die schwingende Struktur eingreift (**Active Vibration Control**). Das große Interesse an einer aktiven Schwingungsreduktion im Bereich der Raumfahrt ist sicherlich richtungsweisend für die Entwicklung dieses Forschungsbereiches. Bedingt durch die Notwendigkeit, möglichst leichte Strukturen, z.B. Satellitenkonstruktionen, zu realisieren, sind diese nur schwach gedämpft und weisen deshalb ausgeprägte Resonanzschwingungen auf.

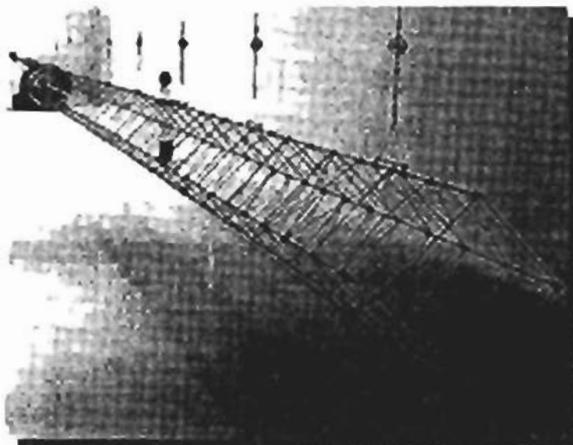


Abb. 1.1 Stabwerkskonstruktion eines Satelliten-arms

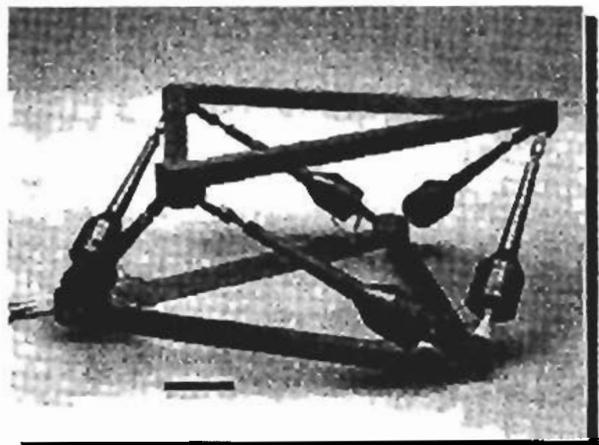


Abb. 1.2: Aktive Schwingungsisolierung durch Hexapoden

Abbildung 1.1 zeigt eine 30 Meter lange Trägerkonstruktion eines Weltraumsatelliten, der mit Laser-Interferometern mit bisher nicht erreichter Genauigkeit die Entfernung und Position der Sterne im Weltall vermessen soll. Das Meßverfahren gestattet Schwingungsamplituden der Trägerstruktur bis maximal einem Nanometer [15]. Aktive Elemente werden in die Trägerstruktur eingefügt und die Meßgeräte auf aktive Schwingungsisolatoren aufgesetzt. Der Start der **Space Interferometry Mission (SIM)** ist für das Jahr 2005 geplant.

Weitere Beispiele der aktiven Schwingungsreduktion sind aktive Motorlager, die eine Schwingungsisolation zwischen dem vibrierenden Motor und der Fahrgastzelle erreichen sollen [54]. Auch bei Bauwerken werden aktive Verfahren zur Reduktion der sehr tieffrequenten Schwingungen verwendet. Hydraulikzylinder in Kombination mit bewegten Massen auf dem Dach von hohen, schlanken Gebäuden, die durch Wind oder Erdbeben erregt werden, erzeugen aktiv Gegenkräfte, die zu einer Reduktion der Beschleunigungsamplitude führen [69]. Im Bereich der Automobilindustrie wird an aktiven Fahrwerken gearbeitet, um die Fahrzeugdynamik zu verbessern. Nachteilig ist, daß die zur Erzeugung der Gegenschwingungen notwendige Energie bereitgestellt werden muß.

Bei der aktiven Körperschallreduktion (**Active Structural Acoustic Control**) wird die Kopplung zwischen der Schallabstrahlung und der Strukturschwingung berücksichtigt, so daß neben der oben beschriebenen Schwingungsminimierung die Reduktion der abgestrahlten Schalleistung im Vordergrund der Regelung steht. Beispiele hierfür sind Untersuchungen, den Geräuschpegel im Innenraum einer Flugzeugkabine durch auf den Flugzeugrumpf aufgeklebte aktive Elemente zu reduzieren [49], oder die Reduktion der abgestrahlten Schalleistung an schwach gedämpften Maschinenverkleidungen.

In letzter Zeit sind für diesen Forschungsbereich Begriffe, wie z.B. Mechatronik, Struktronik und Adaptronik, geprägt worden, um das Zusammenspiel der verschiedenen Fachrichtungen zu beschreiben [14]. Die entstandenen geregelten Strukturen werden unter anderem „Intelligente Strukturen“, „Smart Structures“ oder „Adaptive Strukturen“ genannt [29].

1.1 Stand der Forschung

Die Strukturregelung in höheren Frequenzbereichen ist erst durch die Entwicklung der notwendigen Rechnerhardware für die Signalverarbeitung und durch die Verwendung neuartiger Aktoren, z.B. Piezokeramiken, die hochdynamisch große Stellkräfte erzeugen können, möglich geworden. Dadurch hat sich in den letzten Jahren ein großes Interesse auf dem Gebiet der aktiven Schwingungs- und Körperschallreduktion entwickelt. Damit verbunden stieg die Anzahl von Veröffentlichungen zu die-

sem Thema an. Übersichtsartikel mit einem umfassenden Literaturbestand sind von verschiedenen Autoren erstellt worden. [32, 53, 60, 61, 72].

Der Begriff „Intelligente Strukturen“ geht auf die Arbeit von CRAWLEY und DE LUIS aus dem Jahr 1987 zurück, die in ihrer Veröffentlichung „Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures“ statische und dynamische Modelle für Balkenstrukturen, auf denen piezokeramische Aktoren aufgeklebt oder in die Aktoren einlaminiert wurden, beschrieben haben [12]. Jedoch waren SWIGERT und FORWARD die Ersten, die theoretisch und experimentell einen „elektronischen Dämpfer“ basierend auf piezoelektrischen Elementen, die auf einem zylindrischen Mast appliziert waren, untersuchten [73].

FULLER zeigte 1990 analytisch [25] und 1991 erstmals experimentell [27], daß ein elektrodynamischer Shaker, der in der Mitte einer Rechteckplatte angebracht ist, zu höheren Schallreduktionen führt als drei um die Platte herum angeordnete Gegenschallquellen. Er fand heraus, daß bei Schwingungen in der Resonanzfrequenz eine Reduktion der Schwingungsamplituden (Modal Suppression) zur Reduktion des abgestrahlten Schalls führt. Schwingt die Platte jedoch nicht in einer Resonanzfrequenz, so liegen mehrere Schwingungsmoden vor. Durch Veränderung der Phasenlagen der einzelnen Moden (Modal Restructuring) untereinander lassen sich große Schallreduktionen erzielen, obwohl die Schwingungsamplituden gleich bleiben oder sogar erhöht werden [55, 66].

Diese Kopplung der Schallabstrahlung der einzelnen Eigenformen untereinander wurde von BAUMANN mit in die Zustandsraumdarstellung der Systemdynamik aufgenommen [3,4]. Die Größe des Modells steigt jedoch beträchtlich an und die Wirksamkeit dieser aktiven Körperschallregelung wird nur in der Simulation gezeigt. Das Problem der Reduktion der abgestrahlten Schalleistung wird von ELLIOT durch die Einführung von entkoppelten Abstrahlmoden beschrieben [18]. Diese Abstrahlmoden stellen verschiedene Geschwindigkeitsprofile der Struktur dar, welche sich wiederum aus den Strukturmoden zusammensetzen. LEE und MOON entwickelten modale Sensoren aus Polyvinyliden-Fluorid-Folie (PVDF). Dieses Material zeigt auch piezoelektrisches Verhalten. Bei der Verformung der auf die Oberfläche der Struktur aufgeklebten Folie in Polarisationsrichtung wird eine elektrische Spannung erzeugt. Die Geometrie der Folie wird durch die zu messenden orthogonalen Eigenformen der Struktur bestimmt [47,71]. Die Eigenformen der Struktur müssen daher vorher sehr genau bekannt sein, da die Form der ausgeschnittenen PVDF-Sensoren nicht mehr verändert werden kann. Durch Modellierungsfehler oder sich verändernde Systembedingungen können somit Meßfehler auftreten [10]. Diese geschapten Foli-

en werden auch zur Aufbringung der Steuerkräfte herangezogen. Da die Umwandlung von elektrischer in mechanische Energie bei PVDF nur sehr gering ist, kann bedingt durch die geringen Stellkräfte somit nur die Schallabstrahlung sehr dünner Strukturen reduziert werden.

Um die Nachteile, der aktiven Körperschallreduktion, z.B. Control Spillover und geringe Schallreduktion bei hohen Frequenzen zu vermeiden, implementierten GUIGOU und FULLER PVDF-Folien als aktive Elemente in poröses, schallabsorbierendes Dämmmaterial, das als passives Element fungiert [33, 28]. Das Cockpit einer Cessna Citation III wurde mit vier dieser „smart foam“-Elemente ausgekleidet und über einen mehrkanaligen Filtered-x LMS Algorithmus so angesteuert, daß der Schalldruck an vier Meßmikrofonen reduziert wird. Als Referenzsignal dient entweder ein Mikrophon auf der Außenseite des Flugzeugrumpfes oder ein Beschleunigungsaufnehmer auf der Außenhaut. Verglichen mit dem Flugzeugcockpit ohne „smart foam“-Elemente erzielte der Versuchsaufbau ungefähr -7dB Schallreduktion in einem Frequenzbereich bis 800Hz.

Über einen elektrischen Schwingkreis, der neben den piezokeramischen Elementen als Kapazität noch einen Widerstand und eine Induktivität enthält, wird die durch mechanische Schwingungen erzeugte elektrische Energie in Wärme umgesetzt [34]. Die Sportfirma K2 setzt diese Technik schon kommerziell in einer Auswahl ihrer Skier und Snowboards ein, um eine höhere Laufruhe und Dämpfung zu erzielen. Nachteilig ist, daß die Eigenfrequenz dieses entsprechend abgestimmten Schwingkreises durch die Wahl der Bauteile festgelegt ist. Bei einer Veränderung des Schwingungsverhaltens der mechanischen Struktur, nehmen die erzielten Dämpfungen ab [62].

1.2 Überlegungen zur Regelung mechanischer Strukturen

Das Ergebnis der aktiven Regelung ist nur so gut wie seine Teilkomponenten: *Sensoren, Aktoren und der auf der Recheneinheit implementierte Regelalgorithmus.*

Viele technische Konstruktionen beinhalten zwei-dimensionale Plattenstrukturen, deshalb soll die aktive Strukturregelung an einem Plattenversuchsstand verifiziert werden. Bei Anregung in den Eigenfrequenzen antwortet das System mit großen Schwingungsamplituden und einem hohen abgestrahlten Schallpegel. Aus diesem Grund ist beabsichtigt, eine modale Regelung zu wählen, die nur Einfluß bei diesen Frequenzen hat. Es läßt sich somit eine hohe Freiheitsgradreduktion erzielen.

Piezokeramische Streifenaktoren haben den Nachteil, daß ihre Position auf der Platte großen Einfluß auf die Steuerbarkeit der einzelnen Moden hat [11, 50]. Im Rahmen dieser Arbeit sollen deshalb piezokeramische Aktoren in Stapelbauweise eingesetzt werden, da die gezielt eingeleiteten Punktkräfte bei kontinuierlichen

Strukturen mehr Moden anregen können [81]. Die Stapelaktoren werden vornehmlich im Bereich der Schwingungsreduktion von Satellitenstrukturen eingesetzt (Abb. 1.1), bei denen einzelne Stäbe des Stabwerks durch Stapelaktoren ersetzt werden. Mit Hilfe von Hexapoden, die aus sechs piezokeramischen Stapelaktoren bestehen, können räumliche Feinstpositionierungen und neuerdings auch Schwingungsisolierung durchgeführt werden (Abb. 1.2).

Sich verändernde Systembedingungen haben Auswirkungen auf das Schwingungsverhalten der zu regelnden Struktur. Das mathematische Modell muß deshalb von Fall zu Fall angepaßt werden. Die in dieser Arbeit realisierte aktive Strukturregelung basiert auf einer Identifikation des Übertragungsverhaltens der Aktoren auf die Systemschwingungen. Es liegt somit ein mathematisches Modell der Regelstrecke als Grundlage für die Reglersynthese vor.

Für unterschiedliche Erregungen der Plattenstruktur, z.B. harmonische, transiente oder stochastische Anregung, werden verschiedene Regelungskonzepte erprobt.

Das Zusammenwirken der Komponenten soll anhand von Messungen im ungeregelten und im geregelten Fall gezeigt werden.

1.3 Gliederung der Arbeit

Nachdem im Kapitel 1 eine allgemeine Einführung in die Thematik gegeben wird, beschäftigt sich Kapitel 2 mit den Werkzeugen, die einen Einblick in das Schwingungsverhalten der mechanischen Strukturen geben. Mit Hilfe der Finite-Elemente Methode und der Modalanalyse lassen sich die Eigenformen und Eigenfrequenzen der Struktur abschätzen. In diesem Kapitel wird außerdem die modale Systemreduktion, die Überführung in die Zustandsraumdarstellung und die für eine digitale Regelung notwendige Zeitdiskretisierung vorgestellt.

Die zur aktiven Regelung notwendigen Komponenten werden im Kapitel 3 beschrieben. Der piezoelektrische Effekt bildet die Grundlage für diese neuartigen Aktoren, die sich in zwei wesentliche Bauformen, die Streifen- und die Stapelbauweise, unterteilen lassen.

Die Identifikation des mathematischen Modells des dynamischen Übertragungsverhaltens der Regelstrecke ist Inhalt des Kapitels 4. Die durch eine Sinus-Sweep Anregung des betrachteten Frequenzbereichs anfallende hohe Datenmenge wird erst durch Verwendung der Blocksummentransformation für die Identifikationsalgorithmen, Subspace-Methode und LMS-Schätzung, handhabbar.

Regelalgorithmen mit fest eingestellten Parametern sind der Inhalt des Kapitels 5. Insbesondere der Entwurf und die Einstellung der modalen Zustandsrückführung in Kombination mit einem dazu notwendigen modalen Zustandsbeobachter werden behandelt. Übersprecheffekte in ungeredete und unbeobachtete Moden sind die Nachteile einer modalen Regelung.

Die Größe der Rückführung und somit der erzielten Systemdämpfung läßt sich nicht unbegrenzt erhöhen. In Kapitel 6 wird deshalb auf die Verwendung von digitalen Filtern als Regler eingegangen, deren Koeffizienten adaptiv eingestellt werden. Somit kann der Regler die höchstmögliche Reduktion der Systemantwort erzielen und auf Veränderungen der Systemdynamik reagieren.

Kapitel 7 beschäftigt sich mit der Kopplung zwischen der Strukturschwingung und der abgestrahlten Schalleistung. Um diese im Reglerentwurf zu berücksichtigen, erfolgt die Transformation in entkoppelte Abstrahlmoden, die diesen Zusammenhang beschreiben. Grundlage hierfür ist die möglichst genaue Kenntnis des modalen Systemzustandes, so daß in diesem Kapitel auch die Synthese eines adaptiven Zustandsbeobachters basierend auf digitalen Filtern beschrieben wird.

Die erzielten Versuchsergebnisse an einer eingespannten Plattenstruktur werden in Kapitel 8 vorgestellt. Die durchgeführten Messungen zeigen den Einfluß der aktiven Strukturregelung sowohl hinsichtlich der aktiven Schwingungsreduktion als auch der aktiven Körperschallreduktion.

Im Kapitel 9 wird eine Schlußbetrachtung vorgenommen.

Der Anhang A stellt die vorangegangenen Untersuchungen an Balkenstrukturen dar. Die Regelung einer Plattenstruktur mit Hilfe von vier piezokeramischen Stapelaktoren ist in Anhang B untersucht worden.

Kapitel 2

Strukturdynamik

Damit ein Regler das Schwingungsverhalten der mechanischen Struktur gezielt beeinflussen kann, ist eine genaue Kenntnis der Dynamik der Regelstrecke unerlässlich. Um erste Einblicke in das Schwingungsverhalten der mechanischen Struktur zu gewinnen, wird mit Hilfe der Finite-Elemente-Modellierung die *Bewegungsdifferentialgleichung* des Systems aufgestellt. Bedingt durch die hohe Anzahl von Freiheitsgraden des mathematischen Modells, kann dieses nicht in Echtzeit von dem Regler verarbeitet werden. Anhand der *modalen Analyse* werden die physikalischen Koordinaten in modale Koordinaten transformiert. Da sich die aktiven Verfahren auf tiefe Eigenfrequenzen beschränken, wird nur eine gewisse Anzahl von Moden in die Zustandsdarstellung der Systemdynamik aufgenommen und so eine erhebliche *Aufwandsreduktion* erzielt.

Damit die Regelung auf einem Digitalrechner, der keine kontinuierlichen Größen verarbeitet, realisiert werden kann, muß der Übergang vom kontinuierlichen zum *zeitdiskreten* System durchgeführt werden.

Mit Hilfe der berechneten Eigenformen lassen sich günstige *Aktor- und Sensorpositionen* finden. Eine quantitative Aussage über die Steuer- und Beobachtbarkeit wird durch Grammians erreicht.

2.1 Bewegungsdifferentialgleichung

Bei kontinuierlichen Schwingern sind Massenbelegung, Steifigkeit und Dämpfung kontinuierlich verteilt. Beispiele kontinuierlicher Schwinger sind Zugstäbe, Biegestäbe, Platten, Scheiben oder dreidimensionale Kontinua. Um diese räumlich kontinuierlichen Systeme, deren Eigenschaften mathematisch durch partielle Differentialgleichungen beschrieben werden, einer analytischen Betrachtung zugänglich zu machen, müssen diese durch vereinfachte Modelle abgebildet werden [30].

Eine sehr weit verbreitete Methode zur Modellierung mechanischer Strukturen ist die Finite-Element-Methode (FEM). In vielen Fällen führt die FEM einer Struktur mit n Freiheitsgraden auf folgende Bewegungsdifferentialgleichung

$$\mathbf{M}_M \ddot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{C}_M \dot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{K}_M \mathbf{x}_M(t) = \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t). \quad (2.1)$$

Dabei ist \mathbf{M}_M die Massenmatrix, \mathbf{C}_M die Dämpfungsmatrix, \mathbf{K}_M die Steifigkeitsmatrix und $\mathbf{x}_M(t)$ der n -dimensionale Vektor der Auslenkungen und Neigungen der einzelnen ortsdiskretisierten Massenpunkte. Die Matrix \mathbf{E}_M beschreibt die Angriffspunkte des Erregerkraftvektors $\mathbf{f}(t)$.

Bezeichnet man die Steuerkräfte mit dem Steuervektor $\mathbf{u}(t)$, erweitert sich die Bewegungsdifferentialgleichung um ein weiteres Glied

$$\mathbf{M}_M \ddot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{C}_M \dot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{K}_M \mathbf{x}_M(t) = \mathbf{D}_M \mathbf{u}(t) + \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t), \quad (2.2)$$

wobei die Matrix \mathbf{D}_M die Position der Aktoren angibt. Sollen Meßwerte $\mathbf{y}(t)$ von physikalischen Größen an Knotenpunkten mit Hilfe von Sensoren, z.B. Weg- oder Geschwindigkeitssensoren, gemessen werden, so wird dies ebenfalls durch einen Eintrag entweder in der Meßmatrix \mathbf{C}_1 für die Auslenkungen oder in der Meßmatrix \mathbf{C}_2 für die Geschwindigkeiten ausgedrückt.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_M(t) + \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{x}}_M(t). \quad (2.3)$$

2.1.1 Modale Analyse

Um das Schwingungsverhalten der mechanischen Struktur zu untersuchen, ist das Verfahren der modalen Analyse ein sehr hilfreiches Werkzeug. Da es sich bei \mathbf{M}_M , \mathbf{C}_M und \mathbf{K}_M um vollbesetzte Matrizen handelt, sind die einzelnen n Gleichungen des Bewegungsdifferentialgleichungssystems (Gl. 2.2) untereinander gekoppelt. Diese lassen sich durch modale Entkopplung in n entkoppelte Ein-Freiheitsgradsysteme überführen, die einer Analyse besser zugänglich sind.

Bei der konventionellen Modalanalyse wird zunächst die Lösung der homogenen Bewegungsdifferentialgleichung des ungedämpften Systems gesucht

$$\mathbf{M}_M \ddot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{K}_M \mathbf{x}_M(t) = \mathbf{0}. \quad (2.4)$$

Mit dem Ansatz $\mathbf{x}_M(t) = \hat{\mathbf{x}}_M e^{j\omega t}$ folgt

$$(\mathbf{K}_M - \omega^2 \mathbf{M}_M) \mathbf{x}_M(t) = \mathbf{0} \quad (2.5)$$

und das Eigenwertproblem

$$\det(\mathbf{K}_M - \omega^2 \mathbf{M}_M) = 0. \quad (2.6)$$

Daraus lassen sich die Eigenkreisfrequenzen ω_i und die Eigenvektoren Φ_i bestimmen. Die orthogonalen Eigenvektoren werden in der Art normiert, daß sie die folgenden Bedingungen erfüllen

$$\Phi_i \mathbf{M}_M \Phi_i = 1 \quad (2.7)$$

und

$$\Phi_i \mathbf{K}_M \Phi_i = \omega_i^2 \quad (2.8)$$

mit $i = 1, 2, \dots, n$

Nun werden alle Eigenvektoren Φ_i in einer Matrix angeordnet, die sogenannte Modalmatrix

$$\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n] \quad (2.9)$$

Damit lassen sich die Gleichungen 2.7 und 2.8 kompakter schreiben

$$\Phi^T \mathbf{M}_M \Phi = \mathbf{I}, \quad \Phi^T \mathbf{K}_M \Phi = \Omega = \text{diag}[\omega_i^2] \quad (2.10)$$

Da es sich um Diagonalmatrizen handelt, sind die einzelnen Zeilen des Gleichungssystems voneinander entkoppelt. Mit der Modalmatrix Φ wird die Modaltransformation

$$\mathbf{x}_M(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (2.11)$$

durchgeführt, wobei $\mathbf{q}(t)$ der Bewegungsvektor in Modalkoordinaten ist. Wird diese Transformation auf die Bewegungsdifferentialgleichung des gedämpften Systems

$$\mathbf{M}_M \ddot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{C}_M \dot{\mathbf{x}}_M(t) + \mathbf{K}_M \mathbf{x}_M(t) = \mathbf{D}_M \mathbf{u}(t) + \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t), \quad (2.12)$$

angewendet und von links mit Φ^T multipliziert, folgt

$$\Phi^T \mathbf{M}_M \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{C}_M \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K}_M \Phi \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{D}_M \mathbf{u}(t) + \Phi^T \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t). \quad (2.13)$$

Die gewünschte Entkopplung des Gleichungssystems ist nur dann möglich, wenn auch $\Phi^T \mathbf{C}_M \Phi$ eine Diagonalmatrix ist. Genügt die Dämpfungsmatrix \mathbf{C}_M der sogenannten Bequemlichkeitshypothese

$$\mathbf{C}_M = \alpha \mathbf{M}_M + \beta \mathbf{K}_M, \quad (2.14)$$

führt dies auf eine Diagonalmatrix Δ , die wie folgt aufgebaut ist.

$$\Delta = \text{diag}[2\zeta_i \omega_i] \quad (2.15)$$

Mit Gl. 2.10 und Gl. 2.15 ist die Entkopplung der Bewegungsdifferentialgleichung

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \Delta \dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{D}_M \mathbf{u}(t) + \Phi^T \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t), \quad (2.16)$$

erreicht, die sich aus n entkoppelten Ein-Freiheitsgradsystemen zusammensetzt.

$$\ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \Phi_i^T \mathbf{D}_M \mathbf{u}(t) + \Phi_i^T \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t) \quad (2.17)$$

2.1.2 Modale Systemreduktion

Die Abtastfrequenz der digitalen Regelung muß ausreichend hoch gewählt werden, damit pro Schwingungsperiode der höchsten zu regelnden Frequenz das Stellsignal genügend oft erzeugt wird. Die Anzahl der benötigten Rechenoperationen pro Abtastschritt, um das Stellsignal zu berechnen, steigt mit der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems an. Dieser Problematik steht die große Anzahl an Freiheitsgraden gegenüber, die sich aus der Finite-Element-Modellierung des Schwingungssystems ergibt. Der Genauigkeit der Modellierung liegt unter anderem eine feinere Diskretisierung (h-Version) zu Grunde. Durch die modale Analyse werden die physikalischen Koordinaten in modale Koordinaten transformiert. Die Systemdynamik wird folglich durch Eigenfrequenzen und Eigenformen beschrieben. Verglichen mit den passiven Maßnahmen haben aktive Verfahren zur Schwingungs- und Schallreduktion ihre Vorteile insbesondere bei tiefen Frequenzen, so daß eine Systembeschreibung durch niedrige Eigenformen und -frequenzen ausreichend ist. Durch die modale Sy-

stemreduktion läßt sich die Anzahl der Freiheitsgrade des mathematischen Modells erheblich reduzieren.

Als Ausgangspunkt zur Reduktion des Modells wird die modale Bewegungsgleichung herangezogen. Der modale Bewegungsvektor $\mathbf{q}(t)$ wird in die für die Strukturschwingung maßgeblichen und damit zu regelnden Moden $\mathbf{q}_c(t)$ (controlled modes) sowie in die nicht zu regelnden Moden $\mathbf{q}_r(t)$ (residual modes) aufgeteilt [1].

$$\mathbf{q}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_c(t) \\ \mathbf{q}_r(t) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Ebenso wird die Modalmatrix in geregelte Φ_c und nicht geregelte Eigenformen Φ_r getrennt

$$\Phi = \left[\underbrace{\Phi \dots \Phi_{N_c}}_{\Phi_c} \quad \underbrace{\Phi_{N_c+1} \dots \Phi_n}_{\Phi_r} \right] \quad (2.19)$$

Führt man die Modaltransformation jetzt nur mit der Modalmatrix Φ_c und den zu regelnden Moden $\mathbf{q}_c(t)$ durch, dann ergibt sich

$$\ddot{\mathbf{q}}_c(t) + \Delta_c \dot{\mathbf{q}}_c(t) + \Omega_c \mathbf{q}_c(t) = \Phi_c^T \mathbf{D}_M \mathbf{u}(t) + \Phi_c^T \mathbf{E}_M \mathbf{f}(t). \quad (2.20)$$

Da im Folgenden nur noch mit der Systembeschreibung für die geregelten Moden gearbeitet wird, entfällt nun die Indizierung.

2.1.3 Modale Zustandsraumdarstellung

In der Regelungstechnik wird zur Herleitung von Regelalgorithmen sehr häufig die Zustandsraumdarstellung gewählt. Dazu wird die vorliegende Differentialgleichung zweiter Ordnung (Gl. 2.20) auf zwei gekoppelte Differentialgleichungen erster Ordnung zurückgeführt. Um die modale Bewegungsdifferentialgleichung in den Zustandsraum zu überführen, wird ein Zustandsvektor gebildet, der sich aus den modalen Weg- und Geschwindigkeitsgrößen $\mathbf{q}(t)$ bzw. $\dot{\mathbf{q}}(t)$ zusammensetzt

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Damit läßt sich die etwas umgestellte Bewegungsdifferentialgleichung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{q}}(t) &= \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) &= -\Omega\mathbf{q}(t) - \Delta\dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T\mathbf{D}_M\mathbf{u}(t) + \Phi^T\mathbf{E}_M\mathbf{f}(t)\end{aligned}\quad (2.22)$$

in die modale Zustandsraumdarstellung umformen.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\Omega & -\Delta \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T\mathbf{D}_M \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T\mathbf{E}_M \end{bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ &= \mathbf{A} \mathbf{z}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{H} \mathbf{f}(t)\end{aligned}\quad (2.23)$$

Hierbei ist

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\Omega & -\Delta \end{bmatrix}\quad (2.24)$$

die modale Systemmatrix,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T\mathbf{D}_M \end{bmatrix}\quad (2.25)$$

die modale Steuermatrix und

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T\mathbf{E}_M \end{bmatrix}\quad (2.26)$$

die modale Erregungsmatrix. Die Ausgangsgrößen $\mathbf{y}(t)$ werden anhand der modalen Meßmatrix \mathbf{C} aus den Zustandsgrößen bestimmt.

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{C}_1\Phi \quad \mathbf{C}_2\Phi] \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t)\quad (2.27)$$

Somit ergibt sich folgendes Blockschaltbild (Abb. 2.1).

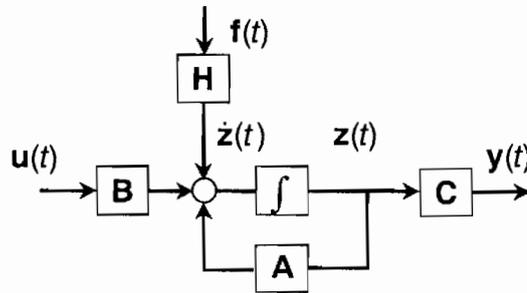


Abb. 2.1: Zustandsraumdarstellung

2.2 Zeitdiskretisierung

Die praktische Anwendung vieler Regelalgorithmen macht den Einsatz eines Digitalrechners unumgänglich, da zur Ermittlung der erforderlichen Regelgrößen zum Teil aufwendige mathematische Berechnungen, wie z.B. Matrizenoperationen, notwendig sind.

Die Meßsignale werden mit einem Analog-Digital-Wandler (A/D-Wandler) in einem festgelegten Takt Δt abgetastet und zur Weiterverarbeitung an die Recheneinheit weitergegeben. Um die Systembeschreibung der Charakteristik einer digitalen Regelung anzugleichen, wird die zeitkontinuierliche Zustandsgleichung in eine zeitdis-

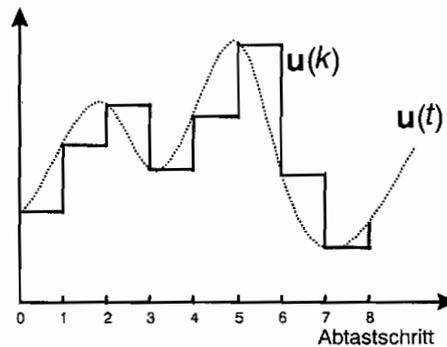


Abb. 2.2: Annäherung durch Treppenfunktion

krete Form überführt. Mit Hilfe von Übertragungsmatrizen für einen Zeitschritt Δt wird aus dem Zustandsvektor $\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}(k\Delta t)$ der Zustandsvektor $\mathbf{z}(t+\Delta t) = \mathbf{z}([k+1]\Delta t)$ ermittelt. Die allgemeine Zeitlösung der Differentialgleichung des Systems lautet

$$\mathbf{z}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \mathbf{z}(t_0) + \int_{\tau=t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau + \int_{\tau=t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{H} \mathbf{f}(\tau) d\tau \tag{2.28}$$

Es wird angenommen, daß die Eingangsfunktionen $\mathbf{u}(t)$ und $\mathbf{f}(t)$ während eines Abtastintervalls konstant bleiben. Sie werden also durch eine Treppenfunktion, ein Halglied nullter Ordnung, angenähert (Abb. 2.2). Betrachtet man nun das Intervall

$$k\Delta t \leq t \leq (k+1)\Delta t \quad (2.29)$$

so lautet die Lösung für $\mathbf{z}([k+1]\Delta t)$

$$\mathbf{z}(k+1) = e^{\mathbf{A}([k+1]\Delta t - k\Delta t)} \mathbf{z}(k\Delta t) + \mathbf{u}(k\Delta t) \int_{\tau=k\Delta t}^{[k+1]\Delta t} e^{\mathbf{A}([k+1]\Delta t - \tau)} \mathbf{B} d\tau + \mathbf{f}(k\Delta t) \int_{\tau=k\Delta t}^{[k+1]\Delta t} e^{\mathbf{A}([k+1]\Delta t - \tau)} \mathbf{H} d\tau \quad (2.30)$$

Mit der Substitution $v = \tau - \Delta t$ ist $d\tau = dv$. Man erhält

$$\mathbf{z}(k+1) = e^{\mathbf{A}\Delta t} \mathbf{z}(k\Delta t) + \int_{v=0}^{\Delta t} e^{\mathbf{A}\Delta t - v} \mathbf{B} dv \mathbf{u}(k) + \int_{v=0}^{\Delta t} e^{\mathbf{A}\Delta t - v} \mathbf{H} dv \mathbf{f}(k) \quad (2.31)$$

Somit berechnen sich die zeitdiskreten Zustandsmatrizen folgendermaßen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{dis} &= e^{\mathbf{A}\Delta t} \\ \mathbf{B}_{dis} &= \int_{v=0}^{\Delta t} e^{\mathbf{A}\Delta t - v} \mathbf{B} dv = \mathbf{A}_{kont}^{-1} (\mathbf{A}_{dis} - \mathbf{I}) \mathbf{B}_{kont} \\ \mathbf{H}_{dis} &= \int_{v=0}^{\Delta t} e^{\mathbf{A}\Delta t - v} \mathbf{H} dv = \mathbf{A}_{kont}^{-1} (\mathbf{A}_{dis} - \mathbf{I}) \mathbf{H}_{kont} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Für die Berechnung des Terms $e^{\mathbf{A}\Delta t}$ stehen eine Vielzahl von Verfahren zur Verfügung, z.B. die Taylor-Reihenentwicklung, Pade-Approximation oder Berechnungen mit Hilfe von Eigenwerten und Eigenvektoren [80]. Die Meßmatrix \mathbf{C} bleibt im zeitdiskreten Fall unverändert.

$$\mathbf{C}_{dis} = \mathbf{C}_{kont} \quad (2.33)$$

2.3 Aktor- und Sensorpositionierung

Bei einer Strukturregelung kann aus praktischen und wirtschaftlichen Gründen immer nur eine begrenzte Anzahl von Meß- und Stellgliedern verwendet werden. Der Einfluß der Aktoren auf die Zustände des Systems, hier die Modalformen, ist stark von der Stelle abhängig, an der sie an der Struktur angebracht sind. Da die notwendige Stellenergie möglichst gering gehalten werden soll, kommt der Aktorpositionierung große Bedeutung zu. Analog dazu verhält es sich mit der Positionierung der Sensoren. Alle Zustände des Systems sollen durch ein möglichst großes Meßsignal beobachtbar sein.

Am Beispiel der Strukturregelung eines beidseitig gelagerten Balkens (Abb. 2.3) wird die Vorgehensweise zur Aktor- und Sensorpositionierung erklärt.

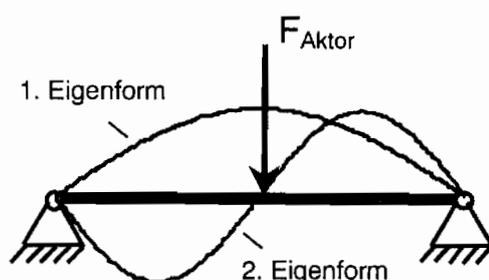


Abb. 2.3: Die beiden ersten Eigenformen eines gelenkig gelagerten Balkens

Die Begriffe Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit sind für die Regelung im Zustandsraum von entscheidender Bedeutung, da sie für viele Entwurfsverfahren die notwendige und hinreichende Bedingung ihrer Durchführbarkeit darstellen. Dieses fundamentale Begriffspaar wurde 1960 von R.E. Kalman eingeführt.

2.3.1 Steuerbarkeit

Das Ziel einer Regelung besteht darin, das zu beeinflussende System in endlicher Zeit durch geeignete Wahl des Steuervektors $\mathbf{u}(t)$ aus dem Anfangszustand \mathbf{z}_0 in einen gewünschten Endzustand zu überführen. Ist dies möglich, nennt man das System steuerbar. Sind einzelne Kompo-

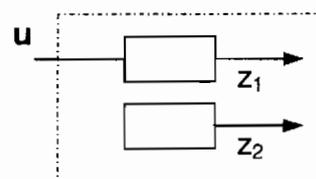


Abb. 2.4: Nicht steuerbares System

nenten des Zustandsvektor $\mathbf{z}(t)$ vom Steuervektor $\mathbf{u}(t)$ nicht beeinflussbar, so ist das System nicht zustandssteuerbar (Abb. 2.4).

Das dynamische System $\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$ ist genau dann zustandssteuerbar, wenn die Spaltenvektoren $\mathbf{B}, \mathbf{A}\mathbf{B}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}$ voneinander linear unabhängig sind. Dies ist der Fall, wenn

$$\det[\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \neq 0. \quad (2.34)$$

Greift die Regelkraft F_{Aktor} genau in der Mitte des gelenkig gelagerten Balkens an, so hat der Aktor keinen Einfluß auf die geraden Eigenformen, hier die 2. Eigenform. Die Determinante der Steuerbarkeitsmatrix ist Null und somit das System nicht steuerbar. Sobald der Aktor etwas außerhalb der Mitte angreift, wird das System im mathematischen Sinne steuerbar, obwohl der Einfluß des Aktors auf den zweiten Mode immer noch gering ist. Man benötigt ein Kriterium, welches eine quantitative Aussage über die Steuerbarkeit liefert.

Wird das System durch weißes Rauschen als Stellgröße angeregt, so erhält man für die Kovarianzmatrix des Systems

$$\mathbf{W}_c = E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] = \int_0^\infty e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B}\mathbf{B}^T e^{\mathbf{A}^T\tau} d\tau. \quad (2.35)$$

\mathbf{W}_c wird Steuerbarkeitsgrammian genannt [39]. Betrachtet man die Systemantwort nur über einen begrenzten Zeitraum, z.B. über N Abtastschritte, so läßt sich schreiben [31]

$$\mathbf{W}_c = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{dis}^i \mathbf{B}\mathbf{B}^T (\mathbf{A}_{dis}^i)^T = \begin{bmatrix} \sim 0 & & \sim 0 \\ & \mathbf{W}_{c1} & \\ \sim 0 & & \mathbf{W}_{c2} \\ & & & \mathbf{W}_{cn} \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Im Falle einer modalen Systembeschreibung, geben die Koeffizienten \mathbf{W}_{ci} die Steuerbarkeit der einzelnen Moden an, so daß sich anhand dieser eine Aussage über die Aktorposition treffen läßt.

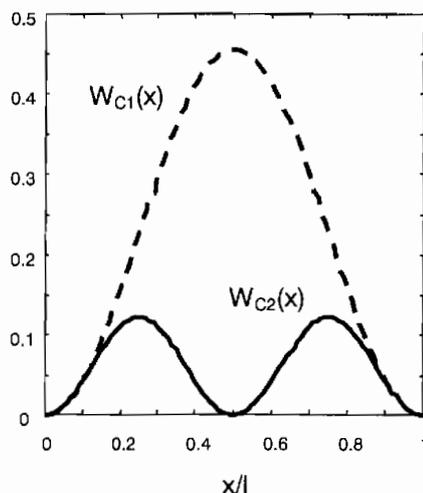


Abb. 2.5: Verlauf der Steuerbarkeitskoeffizienten

Für den Fall des beidseitig gelagerten Balkens wird die Position einer Einzelkraft über die Balkenlänge variiert. Das dynamische Verhalten des Balkens wird exemplarisch nur mit zwei Eigenformen beschrieben. Der Verlauf der Koeffizienten $W_{C1}(x)$ und $W_{C2}(x)$ ist in der Abbildung 2.5 dargestellt. Die Steuerbarkeit des ersten Modes ist in der Mitte des Balkens am größten. Hingegen hat die Einzelkraft an dieser Stelle keinen Einfluß auf den zweiten Mode. Soll mit einer Einzelkraft beide Moden geregelt werden, muß ein Kompromiß für die Position dieser Kraft gefunden werden. Werden die Verläufe beider Koeffizienten miteinander multipliziert (Gl. 2.37), so läßt sich mit Hilfe dieses Gesamtsteuerbarkeitsindex ein erster Eindruck über die günstigste Ak-torposition gewinnen (Abb. 2.6).

$$\Psi(x) = \prod_{i=1}^{N_c} W_{ci}(x) \tag{2.37}$$

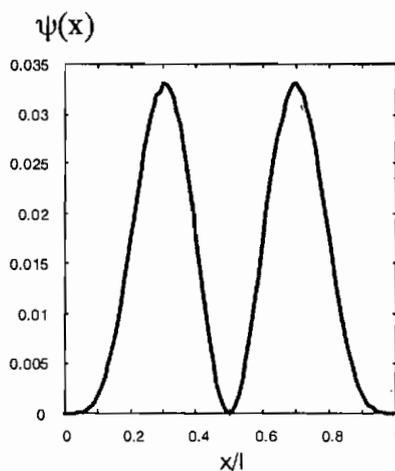


Abb. 2.6: Verlauf des Gesamtsteuerbarkeitsindex

2.3.2 Beobachtbarkeit

Bei den meisten praktischen Anwendungen können nicht alle Zustandsgrößen unmittelbar gemessen werden. Es muß daher in solchen Fällen der Zustandsvektor $\mathbf{z}(t)$ aus $\mathbf{u}(t)$ und $\mathbf{y}(t)$ näherungsweise geschätzt werden. Somit ergibt sich für die Beobachtbarkeit folgende Definition:

Das System $\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t)$ heißt beobachtbar, wenn man bei bekanntem Steuervektor $\mathbf{u}(t)$ aus der Messung von $\mathbf{y}(t)$ über eine endliche Zeitspanne den Anfangszustand eindeutig ermitteln kann.

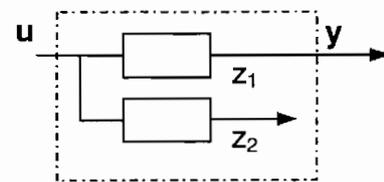


Abb. 2.7: Nicht beobachtbares System

Abbildung 2.7 verdeutlicht ein System, welches nicht vollständig beobachtbar ist, da die Zustandsgröße z_2 keinen Einfluß auf \mathbf{y} hat. Dies wäre der Fall, wenn ein Sensor, der z.B. Wege oder Auslenkungen mißt, in der Mitte des Balkens angebracht wird.

Das Kriterium für Beobachtbarkeit lautet analog zur Steuerbarkeit

$$\det \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C}^T \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}^T \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.38)$$

Es läßt sich ebenfalls ein Beobachtbarkeitsgrammian definieren

$$\mathbf{W}_O = \mathbf{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^T] = \int_0^{\infty} e^{\mathbf{A}^T \tau} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A} \tau} d\tau, \quad (2.39)$$

der eine quantitative Aussage über die Position der Sensoren zuläßt.

Kapitel 3

Komponenten der Strukturregelung

Zur Schwingungs- und Körperschallreduktion sind *Aktoren*, *Sensoren* und eine echtzeitfähige *Recheneinheit* notwendig, welche die drei Komponenten der Strukturregelung bilden. Die Informationen der Sensoren über den Schwingungszustand der mechanischen Struktur werden von der Recheneinheit verarbeitet, deren Aufgabe die Berechnung der Stellsignale für die Aktoren ist, die dann die erforderlichen Gegenkräfte erzeugen. In diesem Kapitel werden die zwei häufigsten Bauformen *piezokeramischer Aktoren*, die *Streifen-* und die *Stapelbauweise*, beschrieben und miteinander verglichen. Die Verwendung elektrodynamischer Aktoren stellt eine preisgünstige Alternative zu den piezokeramischen Aktoren dar. Als Sensoren werden *Dehnungsmeßstreifen* und *Beschleunigungsaufnehmer* verwendet, da diese leicht auf der Struktur appliziert werden können und einen großen Dynamikbereich besitzen. Eine *PC-Einsteckkarte* dient als echtzeitfähige Recheneinheit.

Das Prinzip der digitalen Regelung läßt sich durch die Prinzipskizze in Abbildung 3.1 verdeutlichen. Die analogen Meßwerte $y(t)$ der Sensoren, welche die Schwingungen

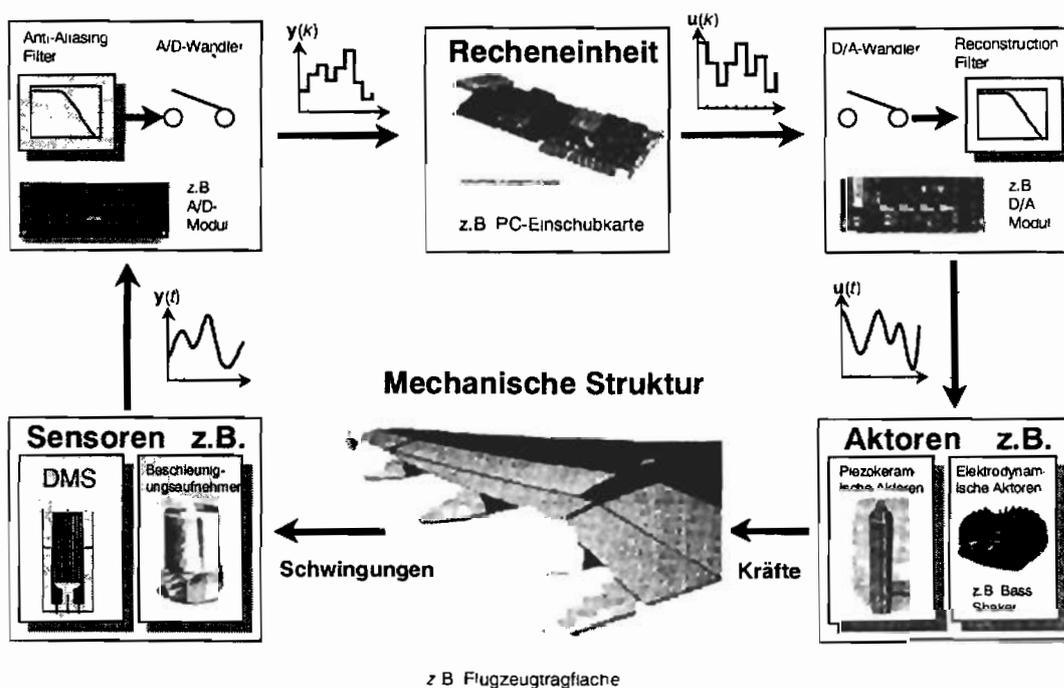


Abb. 3 1: Prinzip der digitalen Regelung

des Bauteils messen, z.B. Beschleunigungsaufnehmer oder Dehnungsmeßstreifen, werden mit einem Analog-Digital-Wandler (A/D-Wandler) mit einer gewissen Abtastfrequenz in digitale Werte $y(k)$ umgewandelt. Um Aliasing durch nicht genügend oft abgetastete hohe Frequenzen zu vermeiden, kann dem A/D-Wandler ein analoger Tiefpaßfilter (Anti-Aliasing Filter) vorgeschaltet werden. Die digitalen Meßwerte sind Grundlage für die Berechnung der Stellsignale $u(k)$ durch die Recheneinheit, auf welcher der Regelalgorithmus implementiert ist. Das Ergebnis der Steuervektorberechnung wird anschließend in einem Digital-Analog-Wandler (D/A-Wandler) in eine Treppenkurve analoger Spannungssignale $u(t)$ umgesetzt, die durch einen weiteren Tiefpaßfilter (Reconstruction Filter) geglättet werden kann, um die Anregung hoher Frequenzen zu verhindern. Diese Spannungssignale dienen als Eingang zu den Leistungsverstärkern der Aktoren, welche die entsprechenden Gegenkräfte erzeugen. Der zeitliche Ablauf von Abtasten, Berechnen und Ergebnisausgabe wird durch eine Taktsteuerung vorgegeben [41].

3.1 Aktoren

Um die zur Schwingungsreduktion notwendigen Gegenschwingungen zu erzeugen, sind Stellglieder, sogenannte Aktoren oder auch Aktuatoren, notwendig. Der Frequenzbereich der aktiven Verfahren wird immer weiter erhöht, so daß auch die Aktoren in der Lage sein müssen, hochdynamisch ausreichend große Stellkräfte erzeugen zu können. Hinsichtlich einer Integration der Stellglieder in die mechanische Struktur ist ein geringes Bauvolumen der Aktoren notwendig.

Die Verwendung von piezokeramischen Aktoren erfüllt die oben aufgeführten Anforderungen zum großen Teil und deshalb werden diese verstärkt im Bereich der Strukturregelung eingesetzt. Sie fallen in den Bereich der „Neuen Aktoren“, zu den neben magneto- und elektrostriktiven Festkörper-Energiewandlern und Formgedächtnismetall-Legierungen auch elektro- und magnetorheologische Flüssigkeiten gehören [43].

3.1.1 Piezokeramische Aktoren

Ein Piezotranslator ist ein elektrisch steuerbares Stellelement, dessen Funktion auf der Grundlage des piezoelektrischen Effektes beruht, der bereits im Jahre 1880 von den Gebrüdern Jaques und Pierre Curie entdeckt wurde (griech.: piezo = ich drücke). Der direkte Piezoeffekt beschreibt die Fähigkeit bestimmter kristalliner Materialien, eine elektrische Ladung zu erzeugen, die proportional zu einer äußeren mechanischen Kraft ist.

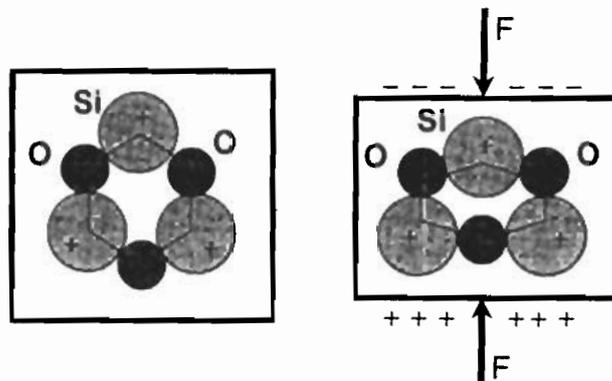


Abb. 3.2: Direkter piezoelektrischer Effekt

Voraussetzung für den Effekt ist eine unsymmetrische Kristallstruktur, d.h. das Fehlen eines Symmetriezentrums. Durch die äußere Kraft werden die Ladungsschwerpunkte der elementaren Kristallite verschoben, dies ist in der Abbildung 3.2 am Beispiel eines Quarz (SiO_2) gezeigt. An der Kristalloberfläche entstehen somit elektrische Ladungen.

Die dabei auftretende Spannung kann so groß werden, daß zwischen zwei Elektroden ein Funken überspringt, wie es von elektrischen Feuerzeugen her bekannt ist. Der direkte Piezoeffekt wird für den Bau von Sensoren, wie z.B. Drucksensoren, Beschleunigungssensoren oder auch Ultraschallprüfköpfen, eingesetzt.

In piezoelektrischen Aktoren wird der inverse Piezoeffekt ausgenutzt. Dieser führt beim Anlegen eines elektrischen Feldes zur Deformation des Kristalls. Diese Festkörperaktoren setzen die elektrische Energie in mechanische Energie ohne bewegte Teile um und erreichen somit eine sehr schnelle Reaktionszeit sowie eine lange Lebensdauer. Zum Bau von Aktoren bieten sich vorzugsweise synthetisch hergestellte ferroelektrische Sinterkeramiken, beispielsweise wie Blei-Zirkonat-Titanat-Verbindungen (PZT), an. Die Keramiken, welche durch den Sinterprozeß nahezu beliebig formbar sind, erhalten ihre piezoelektrische Eigenschaft während des Herstellungsvorganges durch Polarisierung mit Hilfe eines starken elektrischen Feldes.

Die Eigenschaften der Piezokristalle sind richtungsabhängig. Zur Kennzeichnung wird ein kartesisches Koordinatensystem verwendet, bei dem definitionsgemäß die Richtung der positiven Polarisierung in der Achse 3 (z-Achse) liegt. Die Indizes 1 und 2 bezeichnen die Achsen senkrecht dazu.

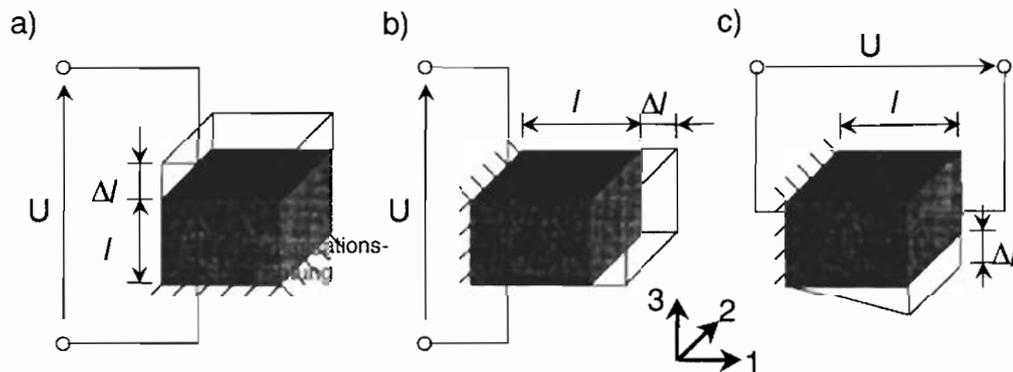


Abb. 3.3: Richtungsabhängigkeit des piezoelektrischen Effektes a) Längseffekt
b) Quereffekt c) Schereffekt

Die Verknüpfung der elektrischen und mechanischen Größen wird durch die richtungsabhängige Materialkonstante d_{ij} , der sogenannte Piezomodul oder auch Wandelfaktor, gekennzeichnet. Praktisch genutzt werden drei Effekte: der Längs- oder Dickeneffekt, der Transversal- oder Quereffekt sowie der Schereffekt. In der Aktorik werden hauptsächlich der Längs- und der Quereffekt in sogenannten d_{33} - und d_{31} -Wandlern verwendet (Abb. 3.3).

Die Ausdehnung

$$\Delta l = Edl + F/k_a \quad (3.1)$$

des PZT ist abhängig von der verwendeten Keramiks substanz, der Baulänge l , der angelegten elektrischen Feldstärke E_{el} sowie der auf ihn einwirkenden Kraft F .

Begrenzt wird die Ausdehnung durch die endliche maximale Feldstärke, mit der das Stallelement betrieben werden kann, ohne durch Spannungsüberschläge beschädigt zu werden. Sie liegt im Bereich von 1 bis 2kV/mm. Die relative Längenänderung liegt bei dieser Feldstärke zwischen 0.08 bis 0.13%.

Die maximale Kraft, die ein Translator erzeugen kann, hängt von seiner Steifigkeit k_a und seinem freien Ausdehnungsvermögen Δl_0 ab. Wird er zwischen zwei starren Wänden befestigt, so daß er keine Ausdehnung ausführen kann, erzeugt er seine maximale Kraft, auch Blockierkraft genannt.

$$F_{\max} = k_a \cdot \Delta l_0 \quad (3.2)$$

Der dimensionslose Kopplungsfaktor k enthält materialspezifische Koeffizienten, wodurch unterschiedliche piezoelektrische Materialien direkt miteinander verglichen werden können. Da k^2 dem Verhältnis der geleisteten mechanischen zur aufgenommenen elektrischen Energie entspricht, empfehlen sich für den Bau von Aktoren mit hoher Ausdehnungseffizienz Materialien mit großem k -Wert.

Neben Piezokeramiken sind auch teilkristalline Polymere, wie z.B. Polyvinyliden-Fluorid (PVDF), gebräuchlich. Dieser Kunststoff gewinnt durch Recken und anschließendes Polarisieren auch piezoelektrisches Verhalten. Er zeichnet sich gegenüber den anderen Werkstoffen durch eine hohe Elastizität und durch eine geringe Dicke (6 bis $9\mu\text{m}$) aus.

In Tabelle 3.1 sind einige ausgewählte Kenngrößen von PZT und PVDF zusammengestellt. Ein Vergleich zeigt, daß allein PZT-Keramiken wegen ihres hohen Kopplungsfaktors und großen piezoelektrischen Moduls für eine effiziente, elektromechanische Energiewandlung als Aktoren in Frage kommen.

Tabelle 3.1: Wichtige piezoelektrische Werkstoffe und Kennwerte [43]

WERKSTOFF	KOPPLUNGS-FAKTOR k	PIEZOMODUL d_{31} [m/V]	PIEZOMODUL d_{33} [m/V]	E-MODUL [N/m ²]
PZT-Keramik	0.15 ... 0.72	$-1.6 \cdot 10^{-10}$... $-2.7 \cdot 10^{-10}$	$3.6 \cdot 10^{-10}$... $5.8 \cdot 10^{-10}$	$60 \cdot 10^6$
PVDF	0.12	$-0.23 \cdot 10^{-10}$	$0.33 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^6$

3.1.2 Bauformen

Die piezokeramischen Aktoren lassen sich im Wesentlichen in zwei Bauformen unterteilen: die *Streifenbauweise* und die *Stapelbauweise*. Die auf eine mechanische Struktur applizierten Streifen erzeugen ein paarweises Biegemoment an den Enden des Streifens. Die Stapelbauform hingegen leitet eine punktförmige Kraft ein.

Streifenbauweise

Im Hinblick auf niedrige Steuerspannungen kommt dem Quereffekt wegen der realisierbaren geringen Keramik-Schichtdicken senkrecht zur Feldrichtung eine besondere Bedeutung zu. Streifentranslatoren bestehen aus dünnen Keramikstreifen, die in Multilayertechnik verbunden und an den Enden durch Montageendstücke zusammengefaßt sind (Abb. 3.4). Da der Piezomodul d_{31} ein negatives Vorzeichen besitzt, führt eine Erhöhung der Betriebsspannung zu einer Verkürzung des Stellelements. Durch die geeignete Wahl des Verhältnisses von Länge zu Dicke lassen sich große

Stellwege mit verhältnismäßig kleinen Steuerspannungen erzielen, obwohl der Piezomodul d_{33} beim Längseffekt etwa doppelt so groß ist.

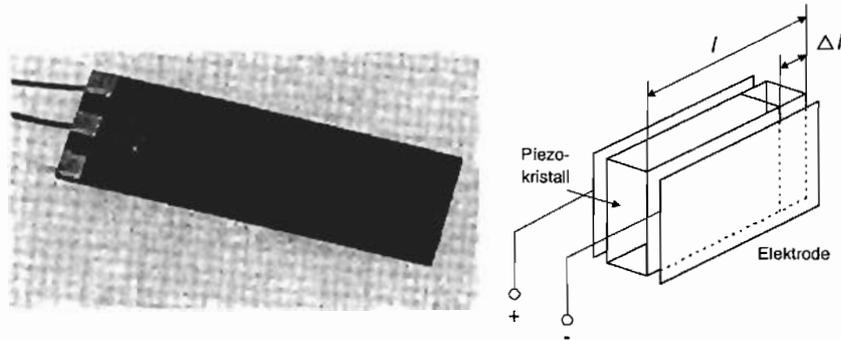


Abb. 3.4: Streifenbauweise

Die durch eine angelegte Spannung U verursachte freie Dehnung des Streifenaktors ergibt sich zu

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l} = d_{31} \frac{U}{t} \quad (3.3)$$

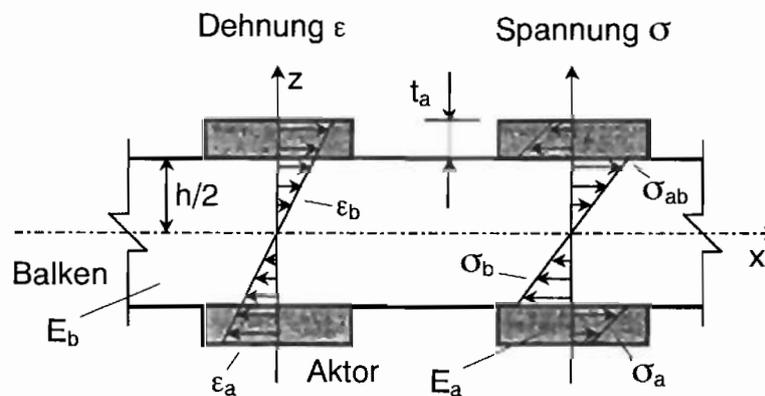


Abb. 3.5: Dehnungs- und Spannungsverteilung

Das durch zwei Streifenaktoren, welche jeweils auf der Ober- und Unterseite einer mechanischen Struktur mit Hilfe von Epoxidharz aufgeklebt sind und 180° phasenverschoben angesteuert werden, erzeugte Biegemoment soll nun exemplarisch für den ein-dimensionalen Fall berechnet werden. Geht man von einer sehr dünnen, optimalen Klebeschicht aus, so läßt sich deren Einfluß vernachlässigen. Abbildung 3.5 zeigt die Dehnungs- sowie die Spannungsverteilung im Balken und in den Aktoren. Das erzeugte Biegemoment

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_b z dz \quad (3.4)$$

ist abhängig von der Spannungsverteilung innerhalb des Balkens, welche linear zwischen den durch die Aktoren erzeugten Spannungen σ_{ab} an der Oberfläche verläuft.

$$\sigma_b = \frac{2\sigma_{ab}z}{h} \quad (3.5)$$

Die Momentengleichgewichtsbedingung für die obere Hälfte des gekoppelten Systems liefert

$$\int_0^{h/2} \sigma_b z dz + \int_{h/2}^{h/2+t_a} \sigma_a z dz = 0 \quad (3.6)$$

Der Verlauf der Spannungsverteilung σ_a innerhalb des Aktors kann durch die Annahme eines linearen Dehnungsverlaufes in Balken und Aktor hergeleitet werden (Abb. 3.5), d.h., die Ableitung der Dehnung sowohl im Balken als auch im Aktor sind gleich.

$$\varepsilon' = \varepsilon'_a = \varepsilon'_b = \frac{2\sigma_{ab}}{E_b h} \quad (3.7)$$

Somit ergibt sich die Spannung innerhalb des Aktors aus der freien Dehnung bedingt durch das elektrische Feld (Gl. 3.3) und der Biegung des Gesamtsystems.

$$\sigma_a = E_a (\varepsilon_a - \varepsilon_{frei}) = E_a \left(\frac{2\sigma_{ab}}{E_b h} z - d_{31} \frac{U}{t} \right) \quad (3.8)$$

Setzt man das durch Integration erhaltene Ergebnis aus Gleichung 3.6 in Gleichung 3.4 ein, so liefert die Integration

$$M(U) = \frac{\rho_a(2 + \rho_a)}{4 \left(1 + \frac{E_a}{E_b} \rho_a (3 + \rho_a^2 + 3\rho_a) \right)} h^2 E_a d_{31} \frac{U}{t} \quad (3.9)$$

mit $\rho_a = \frac{2t_a}{h} \quad (3.10)$

Man erkennt, daß das an den Enden der Streifenaktoren erzeugte Biegemoment abhängig von der angelegten Spannung V ist. Eine ähnliche Herleitung läßt sich für den 2-dimensionalen Fall durchführen [35].

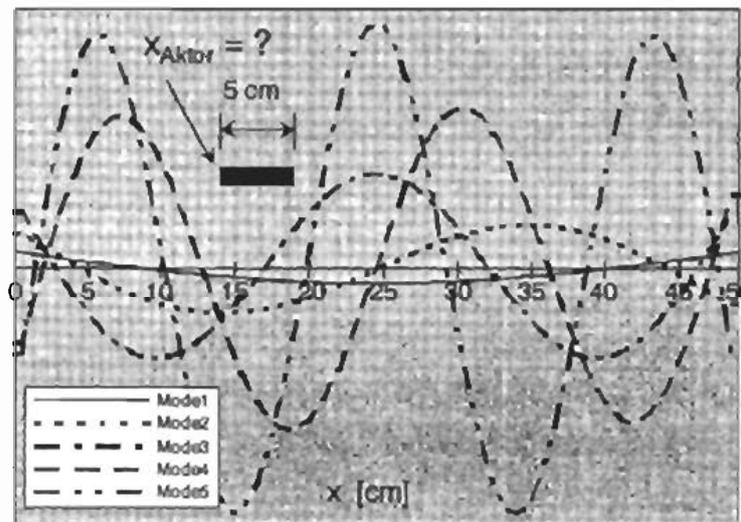


Abb. 3.6: Modale Dehnungen in der Randfaser eines beidseitig gelagerten Balkens mit Drehfeder an beiden Enden

Die Wirkungsweise der Piezo-Streifenaktoren besteht darin, eine Kontraktion bzw. Dehnung in die Randfaser der Struktur einzuleiten. Um einen bestimmten Mode optimal beeinflussen zu können, muß das Piezo-Element an der Stelle der Struktur appliziert werden, an der die Dehnung der Randfaser des betrachteten Modes ein Maximum erreicht. Für die erste Schwingungsform eines beidseitig gelagerten Balkens, wobei an beiden Enden eine Drehfeder angebracht ist, bedeutet dies, daß das Aktorpaar möglichst in der Mitte des Balkens aufgeklebt wird. An dieser Stelle sind jedoch sämtliche geraden Eigenformen nicht steuerbar (Abb. 3.6). Mit Hilfe von Steuerbarkeitsindizes kann man einen Kompromiß für die Aktorposition treffen (Abb. 3.7). Dieser setzt sich im Gegensatz zu dem Steuerbarkeitsindex aus Kapitel 2 aus dem Produkt der normierten modalen Dehnungen zusammen.

$$\Psi(x) = \prod_{i=1}^{N_c} \frac{\varepsilon_i(x)}{\varepsilon_{i,\max}} \quad (3.11)$$

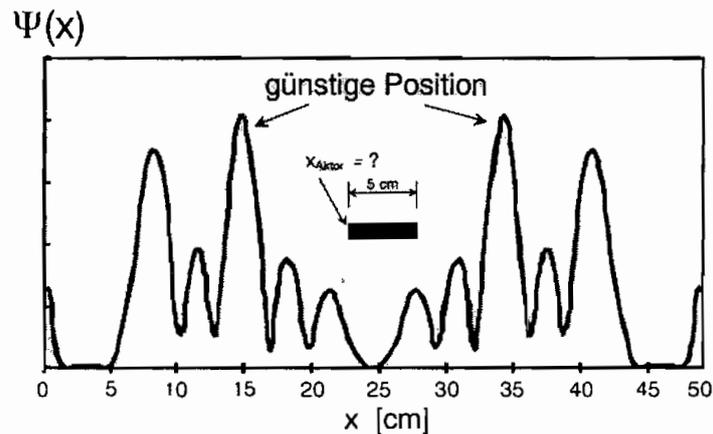


Abb. 3.7: Steuerbarkeitsindex berechnet aus dem Produkt der modalen Dehnungen

Da der Einfluß der Streifenaktoren auf die Durchbiegung einer mechanischen Struktur jedoch auch abhängig von dessen Länge ist, muß man neben den Überlegungen zur Aktorpositionierung auch eine Wahl der Aktorlänge treffen. Aus dem Verlauf der modalen Dehnungen und des Steuerbarkeitsindex erkennt man, daß bedingt durch die endliche Länge des Streifenaktors, hier 5cm, einige Eigenformen immer schlecht oder gar nicht angeregt werden können. Die anregbare Frequenz ist durch die Wellenlängen der zu steuernden Eigenformen limitiert. Auch bei tieferen Frequenzen ist es schwierig, eine optimale Position für den Streifenaktor zu finden, so daß man oftmals auf die Verwendung mehrerer Aktoren ausweichen muß.

Stapelbauweise

Dieses Problem läßt sich durch die Verwendung von piezokeramischen Stapelaktoren vermeiden, da diese eine Punktkraft in die Struktur einleiten.

Bei dieser Bauweise besteht der aktive Teil des Stellelements aus einem Stapel dünner Keramikscheiben, zwischen denen sich flache metallische Elektroden zur Zuführung der Betriebsspannung befinden (Abb. 3.8). Jede Keramikscheibe liegt zwischen zwei Elektrodenflächen, wobei eine mit der Steuerspannung, die andere mit der Masse verbunden ist. Je dünner die Scheibe, zwischen 0.3 bis 1mm, desto höher ist bei einer gegebenen Betriebsspannung die Feldstärke. Die Stapelelemente zeichnen sich durch hohe Druckbelastbarkeit und Steifigkeit aus.

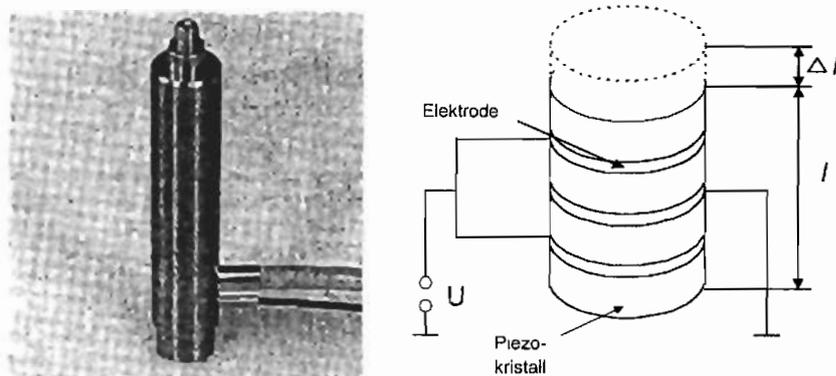


Abb. 3.8: Piezokeramische Stapelaktoren

Der hohen Druckbelastbarkeit steht allerdings eine geringe Zugbelastbarkeit gegenüber. Aus diesem Grund werden viele Baureihen mit einer mechanischen Federvorspannung versehen, die den Translator auch für Zugkräfte einsetzbar macht.

Die Dehnung ohne Belastung ergibt sich aus der angelegten Spannung und dem Piezomodul des Längseffektes.

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l} = d_{33} \frac{U}{l} \quad (3.12)$$

Stapelaktoren dürfen nur axial belastet werden, so daß sich die in Abbildung 3.9 gezeigte Einbausituation ergibt. Um mögliche auftretende Biegemomente zu vermeiden, sollte zwischen dem Stapelaktor und der Struktur ein Federgelenk montiert werden.

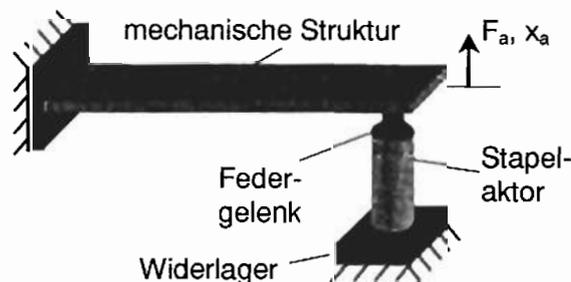


Abb. 3.9: Einbau zwischen Widerlager und mech. Struktur

Betrachtet man den statischen Fall, so besitzt die Struktur die Federsteifigkeit k_s . Die auf den Aktor wirkende Kraft ist somit wegabhängig. Ein Teil der durch den Piezoeffekt erzeugten Längenänderung wird durch die Elastizität k_a des Stapels wieder zusammengedrückt. Die effektive Ausdehnung beträgt

$$\Delta l = \Delta l_0 \frac{k_a}{k_a + k_s}, \quad (3.13)$$

die effektive Kraft, die der Stapelaktor erzeugen kann, ergibt sich zu

$$F_{\text{eff}} = k_a \Delta l_0 \left(1 - \frac{k_a}{k_a + k_s} \right). \quad (3.14)$$

Um das Schwingungsverhalten des Gesamtsystems im dynamischen Betrieb zu analysieren, muß man die in Kapitel 2 aufgestellte ortsdiskretisierte Bewegungsdifferentialgleichung in nachfolgender Weise sortieren [79]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & \mathbf{M}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_a \\ \ddot{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{D}_3 & \mathbf{D}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_a \\ \dot{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_3 & \mathbf{K}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Dabei ist x_a die durch den Aktor vorgegebene Auslenkung und \mathbf{x}_s sind die unbekanntenen Weggrößen der Strukturschwingung. Es greifen keine weiteren Kräfte an. Nach Gleichung 3.15 gilt

$$\mathbf{M}_4 \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{D}_4 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4 \mathbf{x}_s = -(\mathbf{M}_3 \ddot{\mathbf{x}}_a + \mathbf{D}_3 \dot{\mathbf{x}}_a + \mathbf{K}_3 \mathbf{x}_a), \quad (3.16)$$

so daß sich die Wegerregung in eine Krafterregung umrechnen läßt.

$$\mathbf{M}_4 \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{D}_4 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4 \mathbf{x}_s = \mathbf{f} \quad (3.17)$$

mit

$$\mathbf{f} = -(\mathbf{M}_3 \ddot{\mathbf{x}}_a + \mathbf{D}_3 \dot{\mathbf{x}}_a + \mathbf{K}_3 \mathbf{x}_a)$$

Mit Hilfe der Gleichung 3.17 läßt sich das Schwingungsverhalten, d.h. Eigenfrequenzen und Eigenformen, der mechanischen Struktur berechnen. An der Stelle in der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_4 , an welcher der Aktor angreift, ist die Steifigkeit des Stapelaktors hinzuaddiert. Dieser sehr hohe Wert wirkt sich für das Schwingungsverhalten nahezu wie eine zusätzlich Lagerung aus (Tab. 3.2).

Der Vorteil der Verwendung des piezokeramischen Stapelaktors liegt in der Erzeugung einer Punktkraft, die sich an günstigen Stellen der Struktur anbringen läßt. So erzielt die in Abbildung 3.9 gezeigte Anordnung im Experiment sehr gute Ergebnisse. Alle Eigenformen lassen sich an dieser Stelle anregen (siehe Anhang A).

Tabelle 3.2: Wichtige Kennwerte des piezokeramischen Stapelaktors P-842.20 [57]

Nennausdehnung bei +100V [μm]	30
Druckbelastbarkeit [N]	800
Zugbelastbarkeit [N]	300
Steifigkeit [N/m]	$27 \cdot 10^6$

Durch die möglichen hohen Kräfte des Piezo-Stapelaktors ist man jedoch auch in der Lage, diesen nahe der Einspannung zu plazieren, wodurch ebenfalls alle Eigenfrequenzen steuerbar sind. Diese Anordnung wird bei der Strukturregelung der allseitig eingespannten Platte ausgenutzt.

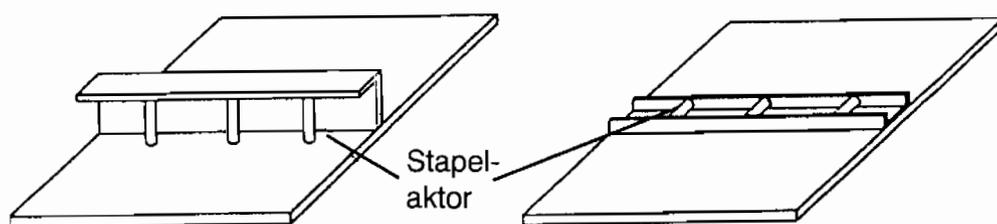


Abb. 3.10: Einbauvorschläge für den Stapelaktor auf der Struktur

Die Stapelaktoren lassen sich auch ohne Verwendung eines Gegenlagers auf der Struktur direkt anbringen. Ihre Wirkungsweise entspricht dann der Verwendung von Streifenaktoren, so daß an den Enden des Stapels über einen Hebel ein Moment in die Struktur eingeleitet wird (Abb. 3.10). Es stellt sich wiederum die Frage nach der Aktorposition und der Aktorlänge mit den vorher beschriebenen Nachteilen.

Eine weitere Möglichkeit, mit dem piezokeramischen Stapelaktor Punktkräfte zu erzeugen, ist, mit diesem eine Trägheitsmasse m zu beschleunigen. Es ist somit kein

Gegenlager notwendig, um die entstehenden Reaktionskräfte aufzunehmen. Nach Newtons Gesetz ergibt sich die erzielte Kraft aus der Masse multipliziert mit der Beschleunigung. Nimmt man eine harmonische Auslenkung mit der Amplitude \hat{x} und der Winkelfrequenz ω an, so gilt für die Amplitude der Punktkraft

$$\hat{F} = m\omega^2\hat{x}. \quad (3.18)$$

Im niederfrequenten Bereich ist der Stapelaktor nur bei Verwendung einer hohen Masse in der Lage, größere Kräfte zu erzeugen. Die maximal mögliche Frequenz wird durch die Resonanzfrequenz des entstehenden Feder-Masse-Systems vorgegeben, unterhalb derer der Piezoaktoren betrieben werden sollte, um die maximale Belastbarkeit nicht zu überschreiten.

Im Bereich der Luftfahrt sind der Größe der Trägheitsmasse Grenzen gesetzt, da man möglichst leichte Aktoren realisieren möchte. Hierbei hat sich die in Abbildung 3.11 dargestellte Anordnung bei der Verwendung piezokeramischer Streifenaktoren als günstig herausgestellt [16].



Abb. 3.11: Verwendung von piezokeramischen Streifenaktoren zur Erzeugung einer Punktkraft

3.1.3 Elektrodynamische Aktoren

Der verwendete Stapelaktor wird im Niedervoltbereich, -20 bis +120V, betrieben. Verglichen mit den Hochvoltausführungen haben die Niedervolt-Elemente höhere Kapazitäten und erfordern bei Ausdehnungsänderungen einen entsprechend großen Strom. Der Leistungsverstärker E-865.10 des piezokeramischen Stapelaktors ist in der Lage, bis ungefähr 1000Hz diese Ströme mit einem linearen Übertragungsverhalten zu treiben. Jedoch ist diese Ansteuerelektronik recht kostenintensiv, so daß man für aktive Strukturregelungen, die eine preisgünstige Realisierung erfordern, andere Aktorkonzepte heranziehen muß.

Um tieffrequente Basstöne durch elektrodynamische Lautsprecher hör- und spürbar zu machen, muß die Membrane des Lautsprechers einen sehr großen Durchmesser besitzen. Elektrodynamische Bass-Shaker aus dem Bereich der Unterhaltungselektronik sind in der Lage, mit großen Schwingungsamplituden eine Masse zu beschleunigen und so im Frequenzbereich von ungefähr 20 bis 150Hz große Kräfte zu erzeugen. Die Ansteuerung kann durch gewöhnliche Leistungsverstärker übernommen werden, so daß sich ein sehr preisgünstiges Stellelement realisieren läßt, welches tieffrequente Punktkräfte in die mechanische Struktur einleitet.

3.2 Sensoren

Die Aufgabe der Sensoren besteht darin, die Biegeschwingungen der Struktur zu messen. Man unterscheidet zwischen Schwingungsaufnehmern mit und ohne Fixpunkt. Sensoren mit Fixpunkt sind z.B. Wegaufnehmer. Um eine möglichst kompakte Bauweise der geregelten Struktur zu erzielen, werden in dieser Arbeit Sensoren ohne Fixpunkt verwendet. Zu dieser Gruppe zählen Dehnungsmeßstreifen (DMS), deren Signal proportional zur Auslenkung bzw. Krümmung der Struktur ist, und Beschleunigungsaufnehmer, welche die Beschleunigung eines Ortspunktes auf der Struktur messen. Beide Sensortypen sind einfach zu handhaben, besitzen einen großen dynamischen Bereich und können kostengünstig realisiert werden.

3.2.1 Dehnungsmeßstreifen

Dehnungsmeßstreifen werden heute in vielen technischen Bereichen eingesetzt. Der Vorteil des Dehnungsmeßstreifens liegt in der mit seiner Hilfe erfolgenden Umformung der Dehnung in ein elektrisches Signal. Die zu messende mechanische Größe erzeugt im Dehnungsmeßstreifen eine Widerstandsänderung, welche die Ausgangsspannung der Wheatstoneschen Brückenschaltung ändert, deren Bestandteil der Dehnungsmeßstreifen ist. Dehnungsmeßstreifen bestehen vornehmlich aus einem mäanderförmigen Meßgitter aus Draht auf einer dünnen Trägerfolie. Der elektrische Widerstand R des Drahtes und seine Änderung bei einer infinitesimalen Variation von Durchmesser D , Länge l und spezifischen Widerstand ρ sind gegeben durch

$$R = \frac{4\rho l}{\pi D^2}, \quad (3.19)$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - 2 \frac{dD}{D} \quad (3.20)$$

Mit $\varepsilon = dl/l$ und der Querkontraktionszahl $\nu = \frac{dD/D}{dl/l}$ folgt

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(1 + 2\nu + \frac{\Delta\rho/\rho}{\varepsilon} \right) \varepsilon = k\varepsilon . \quad (3.21)$$

Für Metall-DMS beträgt der k-Faktor ungefähr zwei. Als Meßschaltung für DMS werden Wheatstone-Brücken in Form von Viertel-, Halb- oder Vollbrücken (1, 2 oder 4 aktive DMS) eingesetzt. Für das Meßsignal U_M in der Brückendiagonale als Funktion von ΔR_1 bis ΔR_4 bei gleichem Nennwiderstand R_0 aller vier Brückenwiderstände gilt näherungsweise

$$U_M \approx \frac{U_0}{4R_0} (\Delta R_1 - \Delta R_2 + \Delta R_3 - \Delta R_4) . \quad (3.22)$$

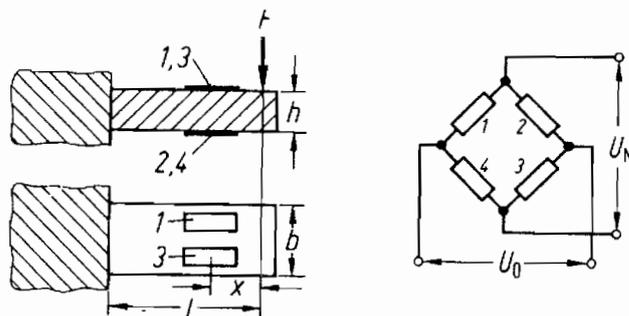


Abb. 3.12: Verschaltung der DMS zur Biegeschwingungsmessung

Widerstandsänderungen können jedoch im Dehnungsmeßstreifen auch durch andere Einflüsse als die mechanische Dehnung verursacht werden. Die in Abbildung 3.12 dargestellte Anordnung der DMS in der Wheatstonesche Brückenschaltung bietet die Möglichkeit, die Biegeschwingungen des Balkens zu messen und gleichzeitig Temperatur-, Zug- und Torsionseinflüsse zu kompensieren [5]. Durch seine sehr kleine Masse, die in den meisten Anwendungsfällen auch beim Auftreten von großen Beschleunigungen keine Rückwirkung auf die Eigenschaften des Meßobjektes hat, und durch die nahezu verzögerungsfreie Umsetzung der aufgenommenen Dehnung in eine Widerstandsänderung ist der metallische Dehnungsmeßstreifen sehr gut zum Messen dynamischer Dehnungen geeignet. Die obere Grenzfrequenz für die Meßfähigkeit von Dehnungsmeßstreifen wird mit wenigstens 50kHz angegeben [45].

3.2.2 Beschleunigungssensoren

Piezelektrische Beschleunigungsaufnehmer sind Sensoren, die mechanische Schwingungen in entsprechende elektrische Schwingungen umwandeln. Die aus der Beschleunigung einer seismischen Masse resultierende Kraft erzeugt eine Deformation des piezelektrischen Wandlermaterials. Mit Hilfe von Metallelektroden wird die dadurch entstehende elektrische Ladungsverschiebung abgenommen und als elektrisches Signal weiterverarbeitet.

Diese Grundfunktion, Wandlung mechanischer Beschleunigung in ein elektrisches Signal, ist bei allen piezelektrischen Aufnehmern gleich. Einige Aufnehmertypen enthalten einen inneren Verstärker, der das schwache elektrische Signal des Wandlers verstärkt. Dieser Verstärker wird mit einem Konstantstrom versorgt, der der Meßleitung aufgeprägt ist. Das Signal kann zusammen mit dem Konstantstrom über Meßleitungen von einigen hundert Metern geführt werden. Die Konstantstromquelle befindet sich am Eingang des nachfolgenden Meßgerätes.

Bei Beschleunigungsaufnehmern ohne Konstantstrom werden die Ladungen über ein sehr empfindliches, kurzes Kabel, dessen Kapazität bekannt sein muß, dem nachfolgenden Verstärker zugeführt. Dieses Prinzip ist jedoch recht anfällig gegenüber äußeren Störungen.

3.3 Recheneinheit

Die Aufgabe des Rechnersystems besteht neben der eigentlichen Regelung der Strukturschwingungen auch darin, Meßdaten zur späteren Auswertung zu erfassen und zu archivieren sowie der Erzeugung von Erregungs- und Testsignalen.

Die Verwendung einer digitalen Regelung erfordert den Einsatz eines echtzeitfähigen Rechners. Die MODULAR-4/486 Karte der Firma SORCUS für den IBM PC/ AT-Bus (ISA-Bus) enthält einen kompletten Computer auf einer PC-Einschubkarte. Die Karte kann unabhängig vom PC arbeiten, so daß echte Parallelverarbeitung bis zu 8 Karten in einem PC möglich ist. Jede Karte hat ein eigenes Echtzeit-Multi-Tasking-Betriebssystem, genannt OsX. Dadurch können die Echtzeitprozesse gleichzeitig und unabhängig vom PC auf einer Karte laufen. Die 586-CPU auf der Karte enthält einen 16 KByte großen Cache und einen Arithmetik-Coprozessor. Die Taktfrequenz der lokalen CPU beträgt 133 MHz (intern). Durch aufsteckbare Module kann die Karte an beliebige Meß-, Steuer-, Regelungs- und Kommunikationsaufgaben angepaßt werden.

Alle Schnittstellen der Karten und Module können direkt über entsprechende PC-Bibliotheken und eigene Echtzeitprogramme, welche z.B. in der Programmiersprache Borland C geschrieben werden, angesprochen werden. Die Programme werden in das vier Mbyte große RAM der Karte geladen. Diese Echtzeitprogramme laufen völlig unabhängig vom PC, der aber jederzeit auf die Parameter und Meßdaten zugreifen kann.

Das D/A-Wandlermodul M-DA4-2 bietet 4 Analogausgänge mit einer Auflösung von 12 Bit. Die Wahl des Ausgangsbereiches, z.B. -2.5 bis 2.5V oder 0 bis 10V, ist je Kanal durch Steckbrücken (Jumper) auf dem Modul möglich.

Das A/D-Wandlermodul M-SH12-8 besitzt 8 analoge Eingänge mit 12-Bit Auflösung. Der Eingangsspannungsbereich beträgt ± 5 Volt. Alle 8 Analogeingänge können gleichzeitig abgetastet werden, da sich auf dem Modul 8 Sample/ Hold-Verstärker befinden. Alle Funktionen des Moduls M-SH12-8 werden durch Bibliotheksfunktionen unterstützt, z.B. Kanal anwählen, Wandeln und Lesen des Ergebnisses, Anwahl eines Interruptkanals, u.a.

Kapitel 4

Identifikation

Unbekannte Parameter, wie z.B. das toleranzbehaftete Spannungs-Ausdehnungs Verhältnis der Piezoaktoren, lassen eine exakte a priori Modellierung der Regelstrecke mit Hilfe der Finite-Elemente Methode nicht zu. Unabhängig von der Art des Regelkonzeptes ist die Güte des Modells sowohl für die Effektivität als auch die Stabilität der Regelung entscheidend, so daß ein möglichst genaues mathematisches Modell der Regelstrecke durch einen Identifikationsprozeß gewonnen werden muß. Zeitdiskrete Identifikationsverfahren im Zustandsraum, sogenannte *Subspace-Verfahren*, stellen sich als besonders effektives Werkzeug für diese Zwecke heraus. Da dieser Algorithmus keine modal entkoppelte Zustandsraumdarstellung liefert, die geschätzten Eigenfrequenzen und Dämpfungen jedoch sehr genau sind, erfolgt in einem zweiten Identifikationsprozeß bei bekannter modaler Systemmatrix \mathbf{A} die Schätzung der modalen Steuer- und Meßmatrix.

Um ausreichende Meßsignale und die Ausbildung der einzelnen Eigenformen zu gewährleisten, wird ein *Gleitsinus* als Erregerfunktion gewählt. Die bei der Erregung des betrachteten Frequenzbereichs in einem Durchgang anfallende hohe Datenmenge wird mit Hilfe der *Blocksummentransformation* um ein Vielfaches reduziert.

4.1 Vorabschätzungen anhand von Amplitudengängen

Die digitale PC-Meß-/Regelkarte mißt das Übertragungsverhalten zwischen der Steuerspannung $u_i(k)$ für jeden Aktor i und dem Spannungssignal $y_j(k)$ des Sensors j an verschiedenen diskreten Frequenzpunkten f_k . Nachdem der Einschwingvorgang abgeklungen ist, werden durch die Meßkarte zehn Schwingungsperioden der Steuer- und der Meßsignale aufgezeichnet.

Da sich das System bei der Messung im eingeschwungenen Zustand befindet, können die Meßgrößen y , für jeden Frequenzpunkt f_k durch rein harmonische Schwingungen um einen Mittelwert \bar{y} mit der Kreisfrequenz ω_k beschrieben werden. Mit der komplexen Amplitude \hat{y}_k gilt allgemein

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \bar{y} + \hat{y}_k e^{j\omega_k t} & (4.1) \\
 &= \bar{y} + (\hat{y}_{re,k} + j\hat{y}_{im,k}) e^{j\omega_k t} \\
 &= \bar{y} + \hat{y}_{re,k} \sin(\omega_k t) + \hat{y}_{im,k} \cos(\omega_k t)
 \end{aligned}$$

Realteil, Imaginärteil und Mittelwert der komplexen Amplituden jeder Meßgröße werden durch eine Least-Square-Schätzung bestimmt. Das hierzu benötigte überbestimmte, lineare Gleichungssystem ergibt sich nach Gl. 4.1 aus den n_k in der Meßzeit

$T_k = 10 \frac{1}{f_k}$ abgetasteten Meßwerten

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \sin(\omega_k t_1) & \cos(\omega_k t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin(\omega_k t_{n_k}) & \cos(\omega_k t_{n_k}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{y} \\ \hat{y}_{re,k} \\ \hat{y}_{im,k} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} y(t_1) \\ \vdots \\ y(t_{n_k}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (4.2)$$

Mit Hilfe der Pseudoinversen von \mathbf{A} erhält man den Vektor \mathbf{y} , der die gesuchten Größen enthält

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}. \quad (4.3)$$

Somit läßt sich die reelle Amplitude der Meßsignale folgendermaßen berechnen

$$\hat{y}_k = \sqrt{\hat{y}_{re,k}^2 + \hat{y}_{im,k}^2}, \quad (4.4)$$

so daß sich der Amplitudengang

$$A(f_k) = \frac{\hat{y}_k}{\hat{u}_k} \quad (4.5)$$

graphisch darstellen läßt. Mit Hilfe dieser Amplitudengänge läßt sich ein erster Eindruck gewinnen, welche Eigenformen durch die Aktoren besonders gut steuerbar sind oder welche Eigenformen durch die Sensoren schlecht erfaßt werden.

Ein beispielhaft aufgezeichneter Amplitudengang bei Anregung einer Plattenstruktur durch den Stapelaktoren zeigt, daß bei 2-dimensionalen Strukturen mehrere Eigenfrequenzen, z.B. Mode (1,2) und (3,1), dicht nebeneinander liegen (Abb. 4.1). Dies ist für die Regelung, insbesondere für den Beobachter, sehr erschwerend und setzt ein sehr genaues Modell der Strecke und eine gewisse Anzahl von Sensoren voraus. Die hohe modale Dichte schließt eine Identifikation im Frequenzbereich (z.B. Circle Fit, Halbwertsbreite) aus. Die Verwendung zeitdiskreter Identifikationsverfahren erscheint somit sinnvoll [40]. Diese bieten auch die Möglichkeit, die Anzahl der im Meßsignal enthaltenen Eigenfrequenzen zu bestimmen. Identifikationsverfahren im Frequenzbereich bieten diese Möglichkeit nicht. Zwei sehr dicht nebeneinander liegende Eigenfrequenzen können unter Umständen nicht identifiziert werden [44].

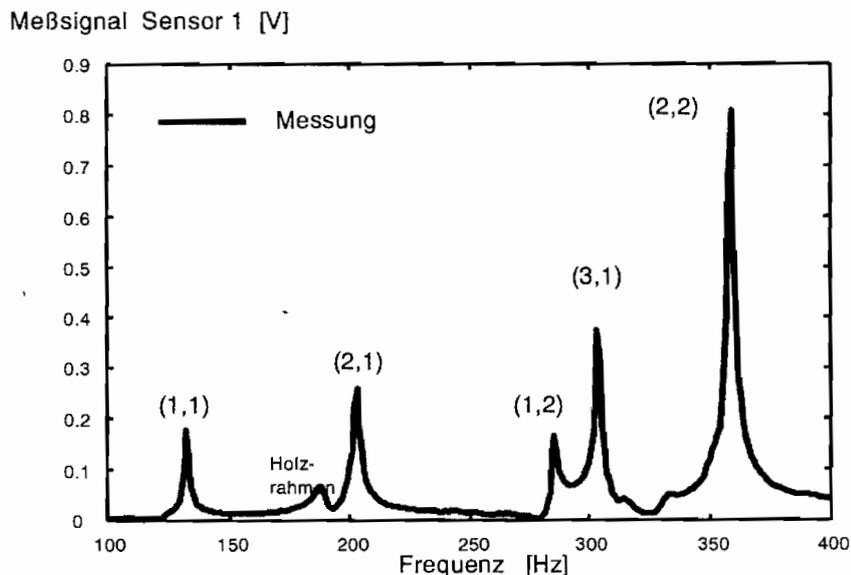


Abb. 4.1: gemessener Amplitudengang

4.2 Gleitsinuserregung

Die Aufgabe der Identifikation ist die Erstellung eines Modells, welches das dynamische Verhalten zwischen Eingangsspannung an den Leistungsverstärker der Piezo-Stapelaktoren und dem Meßsignal der Sensoren wiedergibt. Die Wahl des Eingangssignals ist entscheidend für die ausreichende Anregung der Eigenfrequenzen und Eigenformen. Eine Möglichkeit der Identifikation ist, das Ausschwingverhalten der mechanischen Struktur auf eine Sprung- bzw. Impulserregung zu messen. Ein

Spannungssprung an den Eingang des Leistungsverstärkers für den Stapelaktor von 0 auf 10V führt am Versuchsstand jedoch nicht zu genügenden Meßsignalen. Stochastische Erregung, z.B. ein breitbandiges Rauschsignal, erzeugt ebenfalls ein nicht ausreichendes Signal/ Rausch-Verhältnis und nicht alle Eigenformen werden genügend angeregt.

Die Verwendung von harmonischen Signalen mit linear ansteigender Frequenz, ein sogenannter Gleitsinus oder auch Sinus-Sweep erzielt das beste Signal/ Rauschverhältnis und garantiert die Ausbildung der jeweiligen Eigenform. Die frei wählbaren Parameter sind die Startfrequenz f_{Start} und die Frequenz am Ende des Sinus-Sweeps f_{Ende} , die nach der Dauer t_{Sweep} erreicht werden soll

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin \left[2\pi f_{\text{Start}} t + \pi \left(\frac{f_{\text{Ende}} - f_{\text{Start}}}{t_{\text{Sweep}}} \right) t^2 \right]. \quad (4.6)$$

Die Wahl der Sweep-Zeit, um das Abklingen des Einschwingvorganges zu gewährleisten, kann dadurch überprüft werden, indem der Sinus-Sweep mit an- und absteigender Frequenz gefahren wird. Sind die identifizierten Eigenfrequenzen ähnlich, so wurde die Sweep-Zeit richtig gewählt [22].

Um den Identifikationsprozeß für den Benutzer komfortabler zu gestalten, wurde eine grafische Benutzeroberfläche erstellt, mit der die Parameter der Gleitsinuserregung leicht eingegeben werden können. Da sowohl eine gewisse Sweepldauer als auch eine ausreichend hohe Abtastfrequenz, mindestens gemäß dem Shannon'schen Abtasttheorem, eingehalten werden muß, sind die anfallenden Datenmengen bei der Identifikation eines größeren Frequenzbereichs recht hoch. Wählt man die Frequenzbereiche klein, so daß in den Meßsignalen nur ein oder zwei Moden vorkommen, so können die Eigenfrequenzen, Amplituden und Dämpfungen zwar sehr genau geschätzt werden, jedoch stimmen die Phasenlagen zwischen den einzelnen Abschnitten nicht unbedingt überein. Die Phasenlagen der Meßsignale sind besonders für den Zustandsbeobachter von großer Bedeutung, da sonst große Beobachterfehler oder Instabilitäten entstehen können. Somit wäre es wünschenswert, anhand der Gleitsinuserregung den gesamten interessierenden Frequenzbereich in einem Durchgang anzuregen und somit identifizieren zu können. Die anfallende Datenmenge sollte jedoch handhabbar bleiben, um sowohl innerhalb der Systemressourcen zu bleiben, als auch die notwendige Rechenzeit gering zu halten.

4.3 Blocksummentransformation

Abbildung 4.2 zeigt exemplarisch die Systemantwort der Regelstrecke, deren Amplitudengang in Abbildung 4.1 dargestellt ist, auf eine Gleitsinuserregung. In einem Durchgang sollen die fünf Eigenfrequenzen, die sich im Frequenzbereich zwischen der Startfrequenz von 100Hz und der Endfrequenz von 400Hz befinden, angeregt werden. Die Wahl der Endfrequenz gibt die notwendige Abtastfrequenz vor, hier das Fünffache der Endfrequenz. Um eine genügende Ausprägung der Eigenformen sicherzustellen, wird die Sweepzeit auf 100 Sekunden festgelegt, so daß für jeden Meßkanal 200000 Meßwerte anfallen.

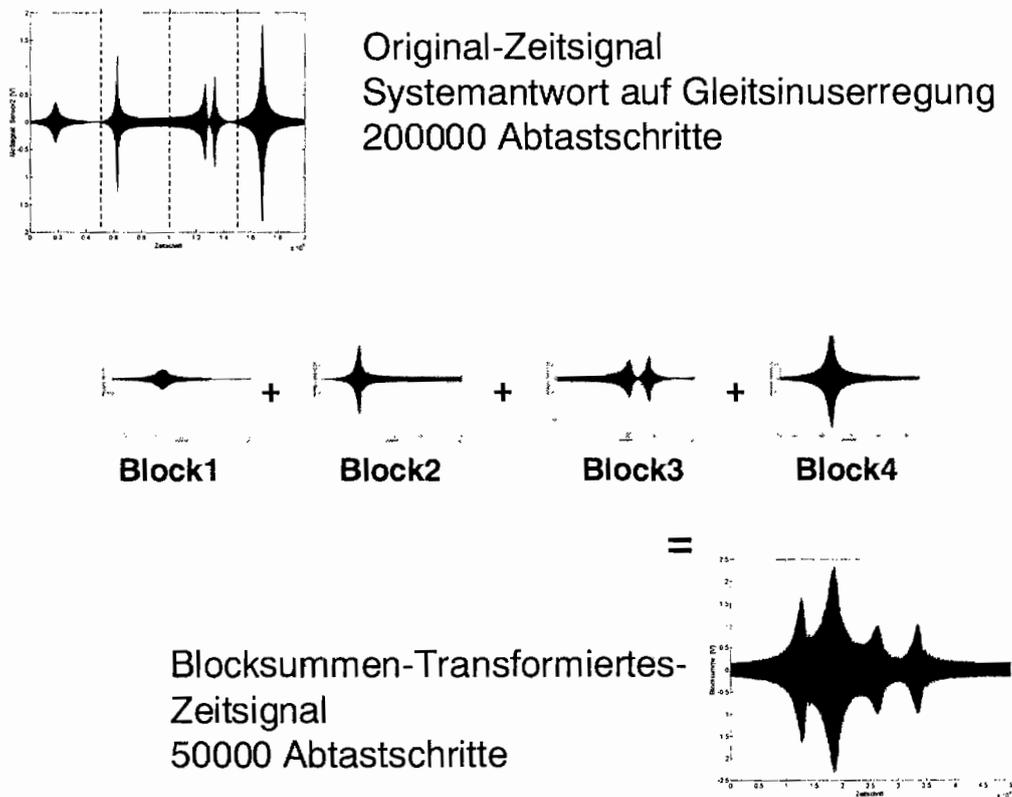


Abb. 4.2: Antwort auf Gleitsinuserregung und Blocksummentransformation

Da es sich bei der Regelstrecke um ein lineares System handelt, ist es möglich, die Eingangsdaten $u(k)$ und die Ausgangsdaten $y(k)$ in gleich große Blöcke aufzuteilen und diese aufeinander zu addieren [6]. Werden z.B. vier Blöcke verwendet, so wird die Datenmenge um den Faktor 4 reduziert. Die Anwendung dieser sogenannten Blocksummentransformation wurde sowohl in der Simulation als auch am Versuchstand getestet. Es besteht nahezu kein Unterschied in der Güte der identifizierten Modelle mit und ohne Blocksummentransformation. Dieses Vorgehen macht die

Identifikation eines größeren Frequenzbereiches in einem einzigen Durchgang erst möglich und gewährleistet, daß nicht nur die Amplituden sondern auch die Phasenlagen richtig identifiziert werden.

4.4 Subspace-Identifikation

Die zeitdiskreten, blocksummen-transformierten Meßwerte werden im ersten Schritt mit Hilfe einer Subspace-Identifikation weiterverarbeitet. Dieser numerisch sehr stabile Algorithmus schätzt eine mögliche Realisierung im Zustandsraum [36]. Da die Ergebnisse noch eine unbekannt Transformation enthalten, ist diese Darstellung nicht physikalisch deutbar und kann nicht zur modalen Regelung benutzt werden. Für die noch folgende modale Zustandsregelung ist eine modale, entkoppelte Zustandsraumdarstellung unerläßlich, da sonst die Kopplung der Zustände untereinander den Entwurf und die Einstellung der Regelung erschwert. Bei der Realisierung eines adaptiven Zustandsbeobachters wird die Systemdynamik durch Übertragungsfunktionen ausgedrückt, die auf den modalen, entkoppelten Zustandsmatrizen basieren. Anhand von Transformationen ist es nicht möglich, die durch den Subspace-Algorithmus identifizierte Systemmatrix **A** in die entkoppelte modale Form zu transformieren.

Mit Hilfe einer Eigenwertzerlegung der identifizierten vollbesetzten Systemmatrix **A** können die geschätzten Eigenfrequenzen und Dämpfungen bestimmt werden. Die Subspace-Identifikation schätzt diese modalen Parameter sehr genau, da sie im Vergleich zu Fourier-Transformation nicht an ein starres Frequenzraster $\Delta\omega$ gebunden ist. Ein anschließender zweiter Identifikationsalgorithmus, basierend auf einer Least-Square-Schätzung, schätzt bei nun bekannter Systemmatrix **A** die fehlenden Parameter von **B** und **C** [48].

Im folgenden Beispiel wird die Identifikation des Zustandsraummodells eines Mehrgrößensystems mit zwei Aktoren, zwei Sensoren und zwei enthaltenen Eigenfrequenzen beschrieben.

Zuerst wird das System durch den ersten Aktor, auf den ein Gleitsinus als Erregungsfunktion gegeben wird, erregt. Die blocksummen-transformierten Ein- und Ausgangsdaten werden mit der Subspace-Identifikation verarbeitet. Eine Eigenwertzerlegung der berechneten, komplett besetzten Systemmatrix **A** liefert die Eigenfrequenzen und Dämpfungen des Systems, so daß die modale, zeitkontinuierliche Systemmatrix nun bekannt ist.

$$\mathbf{A}_{1,2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & -\delta_1 \\ & -\omega_2^2 & -\delta_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Mit Hilfe der Least-Square-Schätzung ist man in der Lage, sowohl in zeitkontinuierlichen als auch in zeitdiskreten Zustandsraummodellen unbekannte Parameter zu schätzen [48]. Der Vorteil der zeitkontinuierlichen Darstellung besteht darin, daß man ein tieferes physikalisches Verständnis aufbauen und die Ergebnisse besser bewerten kann. Aus diesem Grund werden die entsprechenden Einträge in der modalen Steuermatrix **B**

$$\mathbf{B}_{Aktor1} = \Phi^T \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Phi_1(\mathbf{x}_{Aktor1}) \\ \Phi_2(\mathbf{x}_{Aktor1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

für den ersten Aktor auf Eins normiert. Dieser Schritt ist zulässig, da die einzelnen Moden voneinander entkoppelt sind. Die gesamten unbekannt Parameter der modalen Meßmatrix **C** werden nun durch den Algorithmus geschätzt.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Abschließend wird das System mit dem zweiten Aktor erregt. Mit bekannter Systemmatrix **A** und Meßmatrix **C** werden die fehlenden Einträge in der Steuermatrix **B** wiederum mit dem Algorithmus geschätzt [52].

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & ? \\ 1 & ? \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Stimmt der Amplitudengang des geschätzten Systems mit dem gemessenen Amplitudengang gut überein, so liegt nun ein ausreichend genaues Modell der Regelstrecke für die anschließende Reglersynthese vor. Ohne vorangegangene Subspace-Identifikation ist der Least-Square-Algorithmus nicht in der Lage, ein Modell der Strecke zu schätzen.

Kapitel 5

Regelung mit fest eingestellten Parametern

Um ein gewünschtes dynamisches Verhalten der Regelstrecke zu erreichen, wird mit Hilfe der Aktoren in das System eingegriffen. Die notwendigen Stell-signale werden durch einen Regelalgorithmus, der Kenntnis über die Dynamik der Regelstrecke hat, berechnet. Diese wird durch eine modale Zustandsraumbeschreibung ausgedrückt, so daß hier eine modale *Zustandsregelung*, deren Entwurf auf der Minimierung eines linear quadratischen Gütekriteriums basiert, vorgestellt wird. Da die Zustände des Systems dem Zustandsregler bekannt sein müssen, benötigt dieses Regelungskonzept einen modalen *Zustandsbeobachter*. Durch die begrenzte Anzahl der in die Regelung und in den Beobachter aufgenommenen Moden kommt es zu *Übersprecheffekten*, die durch ein spezielles off-line arbeitendes Einstellverfahren des Zustandsbeobachters und Zustandsreglers minimiert werden. Während der Regelung besitzen sowohl der Zustandsregler als auch der Zustandsbeobachter fest eingestellte Parameter. Der Vorteil dieses Konzeptes ist, daß der numerische Aufwand in Echtzeit geringer ist und so mehr Moden geregelt werden können als bei adaptiven Verfahren.

5.1 Zustandsrückführung

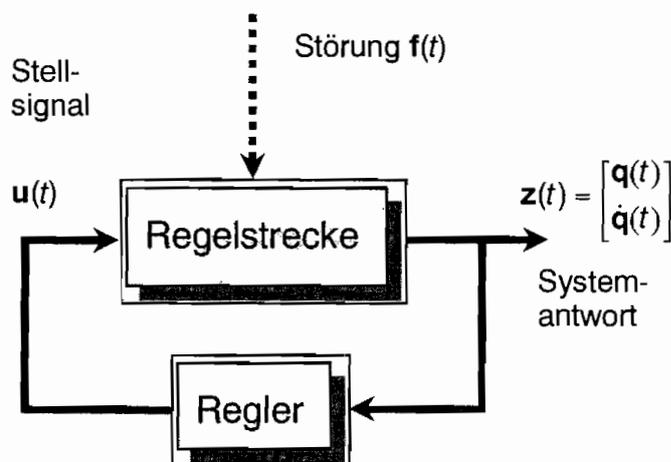


Abb. 5.1: Rückführung

In Abbildung 5.1 ist das Blockschaltbild einer Rückführung, auch Feedback oder geschlossener Regelkreis (closed loop) genannt, dargestellt. Im Bereich der Schwingungs- und Schallreduktion erzeugt eine äußere Störung, z.B. Kräfte oder einfallende

der Schall, eine Systemantwort. Diese wird mit der gewünschten Systemantwort, meistens Null verglichen. Die Differenz dient als Eingangssignal für den Regler, der ein geeignetes Stellsignal $\mathbf{u}(t)$ für die Aktoren berechnet. Durch diese Stellsignale sollen die Zustände so beeinflusst werden, daß die Antwort des Systems den gewünschten Anforderungen entspricht.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (5.1)$$

Ein Möglichkeit, diese Stellsignale zu berechnen, ist die Rückführung des gesamten Zustandsvektors

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{z}(t), \quad (5.2)$$

d.h. die Zustände werden mit noch zu bestimmenden Verstärkungsfaktoren auf das System zurückgeführt. Da $\mathbf{u}(t)$ linear vom Zustand $\mathbf{z}(t)$ abhängt, bezeichnet man dies als lineare Zustandsrückführung [2, 64]. Die Rückführmatrix \mathbf{K} läßt sich durch verschiedene Entwurfsverfahren, z.B. Polvorgabe oder optimaler Reglerentwurf, bestimmen. Klassische Reglerentwurfsverfahren, wie z.B. Nyquist-, Bode- oder Wurzelortskurvenverfahren, sind auf lineare, zeitinvariante Systeme mit nur einem Eingang und einem Ausgang (SISO-System) beschränkt. Bei der Regelung mechanischer Strukturen werden meist mehrere Sensoren und Aktoren (MIMO-System) eingesetzt. Außerdem sind klassische Entwurfsverfahren nicht in der Lage, ein gewünschtes Gütekriterium zu minimieren.

Da die Regelung in Echtzeit auf einem Digitalrechner realisiert werden soll, erfolgt der Reglerentwurf basierend auf dem zeitdiskreten System

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}\mathbf{z}(k). \quad (5.3)$$

5.1.1 Optimaler Reglerentwurf

Die Zustände des Systems, also die modalen Auslenkungen und Geschwindigkeiten, sollen nach Einschalten der Regelung von einem Anfangszustand in den gewünschten Endzustand, möglichst gleich Null, überführt werden (Abb. 5.2).

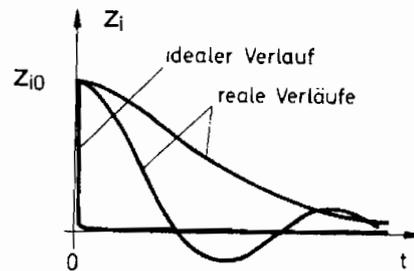


Abb. 5.2: Mögliche Verläufe der Regelung

Die Reglermatrix \mathbf{K} ist so zu wählen, daß der Übergangsvorgang den folgenden Anforderungen genügt:

- Der Übergang soll nicht zu langsam sein und nicht zu stark oszillieren.
- Die für den Übergang erforderliche Steuerenergie soll möglichst klein sein.

Diese beiden Forderungen werden durch ein linear quadratisches Gütekriterium erfaßt. In zeitdiskreter Darstellung lautet dies folgendermaßen

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{z}(k)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(k) + \mathbf{u}(k)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(k) \quad (5.4)$$

Von den Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} wird gefordert, daß sie symmetrisch und positiv definit sind. Da diese die freien Parameter des Reglerentwurfs sind und man keine genauen Anhaltspunkte für deren Wahl hat, beschränkt man sich bei diesen meist auf Diagonalmatrizen [24].

Die Diagonalmatrix $\mathbf{Q} = \text{diag}(q_{11}, \dots, q_{nn})$ enthält konstante Gewichtungsfaktoren, mit denen sich der Wert des Gütefunktions und damit auch der Verlauf der Zustände mittelbar beeinflussen läßt. Wählt man z.B. q_{11} sehr groß gegenüber den anderen Faktoren, so kann man erwarten, daß $|z_1(k)|$ relativ klein wird. Analoges gilt für die Gewichtung der aufgebrauchten Steuerenergie durch die Gewichtungsmatrix \mathbf{R} . Durch die entsprechende Wahl der Elemente von \mathbf{Q} und \mathbf{R} kann eine Abstimmung zwischen der Wirksamkeit und dem Energieverbrauch des Reglers getroffen werden. Es läßt sich zeigen, daß der optimale Regler lediglich vom Verhältnis \mathbf{Q} zu \mathbf{R} abhängt, so daß die Gewichtungsmatrix \mathbf{R} als Einheitsmatrix gewählt wird und die Größe der Koeffizienten der Diagonalmatrix \mathbf{Q} variiert werden kann. Das Ziel des Reglerentwurfs ist es, durch geeignete Wahl der Rückführmatrix \mathbf{K} das Gütekriterium zu minimieren.

Um das Optimierungsproblem zu lösen, definiert man die Hamilton-Funktion

$$H = \mathbf{z}(k)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(k) + \mathbf{u}(k)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(k) + \lambda^T(k+1) [\mathbf{A} \mathbf{z}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k)] \quad (5.5)$$

und damit die zu erfüllende Bedingung

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{R} \mathbf{u}(k) + \mathbf{B}^T \lambda(k+1) = 0 \quad (5.6)$$

Um ein optimales Regelgesetz zu erhalten, macht man den Ansatz

$$\lambda(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{z}(k), \quad (5.7)$$

mit dem man über eine weitere Bedingung

$$\lambda(k) = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}(k) + \mathbf{A}^T \lambda(k+1) \quad (5.8)$$

die Bestimmungsgleichung der diskreten Riccati-Matrix $\mathbf{P}(k)$ erhält

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}(k) \left[\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{P}(k) \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(k) \right] \mathbf{A} \quad (5.9)$$

Die diskrete Riccati-Gleichung läßt sich iterativ lösen. Ein möglicher Anfangswert der Riccati-Matrix $\mathbf{P}(0)$ ist $\mathbf{0}$. Man erhält dann einen stationären Wert \mathbf{P} für die Riccati-Matrix. Die Rückführmatrix \mathbf{K} läßt sich schließlich aus folgender Gleichung berechnen

$$\mathbf{u}(k) = -\left[(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \right] \mathbf{z}(k) = -\mathbf{K} \mathbf{z}(k) \quad (5.10)$$

Die Invertierbarkeit der Matrix $(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})$ ist durch die zuvor getroffenen Voraussetzungen über die Gewichtungsmatrizen gewährleistet [76].

5.2 Modaler Zustandsbeobachter

Bei der Zustandsvektorrückführung $\mathbf{u}(k) = -\mathbf{Kz}(k)$ wird vorausgesetzt, daß alle modalen Zustände $\mathbf{z}(k)$ dem Regler bekannt sind, damit die Stellsignale $\mathbf{u}(k)$ berechnet werden können. Da man mit einer begrenzten Anzahl von Sensoren den vollständigen physikalischen oder modalen Zustand nicht kennt, muß dieser aus den Meßwerten rekonstruiert werden [75]. Von dem amerikanischen Regelungstechniker D.G. Luenberger wurde erstmals ein dynamisches System angegeben, welches einen Schätzwert $\hat{\mathbf{z}}(k)$ des Zustandsvektors liefert.

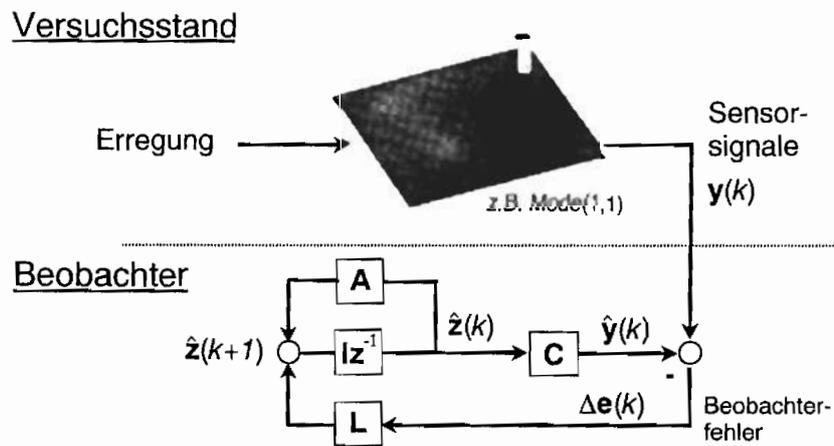


Abb. 5.3: Modaler Zustandsbeobachter

In Abbildung 5.3 erkennt man, daß parallel zur Wirklichkeit, bzw. Versuchsstand, ein mathematisches Modell der Regelstrecke, der Beobachter, auf dem Rechner mitläuft. Da der Beobachter auf der digitalen Regelkarte realisiert wird, erfolgt hier die Herleitung nur im zeitdiskreten Fall.

Die Differenz $\Delta \mathbf{e}(k)$ zwischen den tatsächlichen Meßsignalen $\mathbf{y}(k)$ und den von dem Beobachter rekonstruierten Meßsignalen $\hat{\mathbf{y}}(k)$, der sogenannte Beobachterfehler, wird über die Rückführmatrix \mathbf{L} auf das Beobachtersystem zurückgeführt. Die so entstehende Struktur bildet in sich somit eine Rückführung, wobei \mathbf{L} die Dynamik des Beobachters festlegt.

Die Gleichung des Beobachters läßt sich aus der Abbildung 5.3 bestimmen.

$$\hat{\mathbf{z}}(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{L}[\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)] \quad (5.11)$$

und

$$\hat{y}(k) = \mathbf{C}\hat{z}(k) \quad (5.12)$$

Gleichung 5.12 eingesetzt in Gl. 5.11 ergibt

$$\hat{z}(k+1) = (\mathbf{A}\hat{z}(k) - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{z}(k) + \mathbf{L}y(k) \quad (5.13)$$

Die Matrix \mathbf{L} wird so gewählt, daß der Schätzfehler $\tilde{z}(k) = \mathbf{z}(k) - \hat{z}(k)$ gegen Null strebt. Die Differenzgleichung des Schätzfehlers

$$\tilde{z}(k+1) = \mathbf{z}(k+1) - \hat{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) - (\mathbf{A}\hat{z}(k) - \mathbf{L}\mathbf{C}\hat{z}(k) + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{z}(k)) \quad (5.14)$$

ergibt

$$\tilde{z}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{z}(k) \quad (5.15)$$

Der Schätzfehler strebt gegen Null, wenn die Dynamikmatrix $\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$ des Beobachters Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises besitzt. Dieses dynamische System wird nach seinem Erfinder „Luenberger-Beobachter“ genannt. Die Rückführmatrix \mathbf{L} läßt sich z.B. durch Polvorgabe berechnen. Man ist geneigt, den Beobachter so einzustellen, daß er sehr schnell Abweichungen zwischen den tatsächlichen Meßwerten und den rekonstruierten Meßwerten korrigiert. Jedoch ist diese hohe Dynamik sehr anfällig gegenüber Meßrauschen, so daß es zum Übersteuern und sogar zu Instabilitäten kommen kann. Kennt man die stochastischen Eigenschaften der verschiedenen Rauschquellen des mechanischen Systems, läßt sich die Rückführmatrix \mathbf{L} basierend auf der Minimierung eines quadratischen Gütekriteriums entwerfen.

5.2.1 Kalman Filter

Beim Luenberger-Beobachter geht man von der Vorstellung aus, daß der Systemzustand nach einer Anfangsstörung rekonstruiert werden soll. Wenn sich solche Störungen von Zeit zu Zeit wiederholen, wird der Beobachter den Zustand immer wieder erfassen, sofern diese Störungen nicht allzu dicht liegen. Greifen laufend stochastische Störungen in das System ein, so ist der Beobachter nicht mehr in der Lage, die Zustände zu rekonstruieren. In diesem Fall wird ein Kalman-Filter als Beobachter

eingesetzt. Man geht von einer Systembeschreibung aus, in der sowohl den Zuständen als auch den Meßsignalen ein Rauschen überlagert ist (Abb. 5.4).

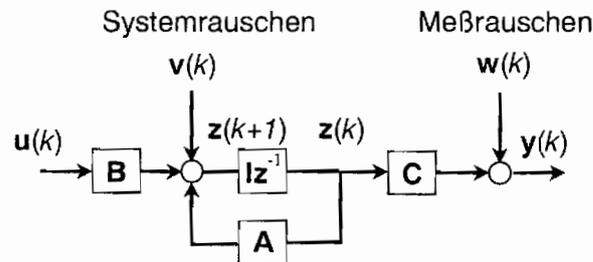


Abb. 5.4: Meß- und Systemrauschen

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}u(k) + \mathbf{v}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Darin ist \mathbf{w} das Meßrauschen und \mathbf{v} das Systemrauschen. Es wird vorausgesetzt, daß es sich bei \mathbf{w} und \mathbf{v} um weißes Rauschen mit dem Mittelwert Null handelt.

Die Varianzmatrizen dieser Rauschprozesse ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= E[\mathbf{w}\mathbf{w}^T] \\ \mathbf{V} &= E[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] \end{aligned} \quad (5.17)$$

Der Unterschied zwischen dem Luenberger-Beobachter und dem Kalman-Filter besteht lediglich in der Bestimmung der Matrix \mathbf{L} . Während diese beim Luenberger-Beobachter mittels Polvorgabe berechnet wird, resultiert sie beim Kalman-Filter aus der Optimierung eines quadratischen Gütekriteriums

$$J = \sum_{k=1}^n E\{\tilde{\mathbf{z}}_k^2\}, \quad (5.18)$$

in dem die Varianz des Schätzfehlers minimiert werden soll. Das Optimierungsproblem führt auf die folgenden Iterationsgleichungen, mit denen sich die Beobachtermatrix \mathbf{L} bestimmen läßt [63].

$$\begin{aligned} \mathbf{L}(k) &= (\mathbf{A}\mathbf{N}(k)\mathbf{C}^T)(\mathbf{W} + \mathbf{C}\mathbf{N}(k)\mathbf{C}^T)^{-1} \\ \mathbf{N}(k+1) &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}(k)\mathbf{C})\mathbf{N}(k)\mathbf{A}^T + \mathbf{V} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Diese gelten für den Fall, daß das Meß- und Systemrauschen miteinander nicht korreliert ist. Dieser Algorithmus weist die Form einer Matrix-Riccati-Gleichung auf, wie sie auch bei der Berechnung der Zustandsrückführmatrix \mathbf{K} mit Hilfe der linearquadratischen Optimierung vorkommt. Die Varianzmatrizen \mathbf{V} und \mathbf{W} sind ganz analog zu den Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} beim Reglerentwurf zu sehen. Je größer \mathbf{W} gewählt wird, desto langsamer wird der Beobachter, da wegen größerer Störung des Meßsignals es nicht so stark zur Korrektur des Zustandsvektors herangezogen werden kann. Je größer \mathbf{V} gewählt wird, desto schneller wird die Beobachtdynamik. Wegen der großen Systemstörungen ist es für den Beobachter wichtig, daß er schnell den dadurch verursachten Fehler korrigiert.

5.3 Übersprecheffekte

Da die Regelung in Echtzeit mit einer ausreichend hohen Abtastrate erfolgen muß, sind der Anzahl der regelbaren Eigenfrequenzen Grenzen gesetzt. Es können in einem Abtastschritt nur eine bestimmte Anzahl von Rechenoperationen durchgeführt werden, so daß man eine Unterteilung in geregelte (engl.: controlled) und ungeregelte Eigenfrequenzen (engl.: residual) vornehmen muß. Meist beschränkt man sich auf die Regelung der dominanten, tiefen Eigenfrequenzen. Dieses Vorgehen wird bei der modalen Systemreduktion angewendet. Hier handelt es sich wiederum um eine modale Systembeschreibung mit dem geregelten modalen Zustandsvektor

$$\mathbf{z}_c(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_c(k) \\ \dot{\mathbf{q}}_c(k) \end{pmatrix} \text{ und dem ungeregelten modalen Zustandsvektor } \mathbf{z}_r(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_r(k) \\ \dot{\mathbf{q}}_r(k) \end{pmatrix}.$$

Die Steuersignale \mathbf{u} regen jedoch die nicht geregelten Moden zum Teil mit an. Der Einfluß ist in der Steuermatrix \mathbf{B}_r enthalten. Des Weiteren enthalten die Meßsignale Anteile der nicht mit in das Beobachtersystem aufgenommenen Moden. Diese Einwirkung wird durch die Meßmatrix \mathbf{C}_r beschrieben (Abb. 5.5). Beide Übersprecheffekte, das sogenannte Control Spillover und Observer Spillover, haben großen Einfluß auf die Leistungsfähigkeit und Stabilität der modalen Regelung.

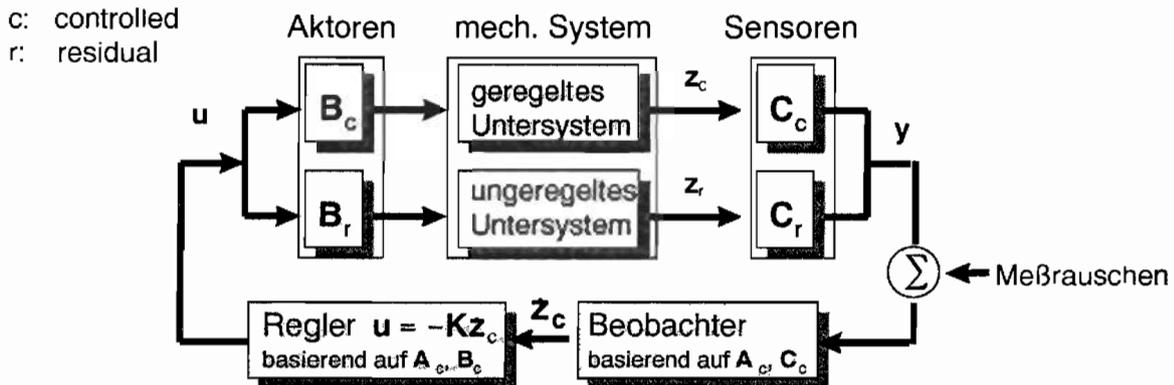


Abb. 5.5: Control und Observer Spillover

Im Folgenden soll nun die Stabilität des Gesamtsystems untersucht werden. Dies läßt sich am einfachsten beim zeitkontinuierlichen Gesamtsystem durchführen.

$$\begin{aligned} \dot{z}_c &= A_c z_c + B_c u + w & (5.20) \\ \dot{z}_r &= A_r z_r + B_r u \\ y &= C_c z_c + C_r z_r + v \end{aligned}$$

Die Dynamik des Beobachters wird durch folgende Gleichung beschrieben.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_c &= A_c \hat{z}_c + B_c u + L(y - C_c \hat{z}_c) & (5.21) \\ u &= -K_c \hat{z}_c \end{aligned}$$

Um nun das Zusammenspiel von unregulierten und regulierten Zuständen zu untersuchen, bildet man das Gesamtsystem mit dem neuen Zustandsvektor $[z_c^T, e_c^T, z_r^T]^T$

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_c \\ \dot{e}_c \\ \dot{z}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_c - B_c K_c & B_c K_c & 0 \\ 0 & A_c - L_c K_c & -L_c C_r \\ -B_r K_c & B_r K_c & A_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_c \\ e_c \\ z_r \end{pmatrix}, \quad (5.22)$$

wobei e_c der Schätzfehler $z_c - \hat{z}_c$ ist. Dieses Gesamtsystem ist der Ausgangspunkt für die Untersuchungen der Übersprecheffekte.

5.3.1 Control Spillover

Angenommen die Sensoren messen nur diejenigen Moden, die in die Regelung mit aufgenommen wurden, d.h. $\mathbf{C}_r = \mathbf{0}$, dann gilt für die Dynamik der nicht geregelten Moden

$$\dot{\mathbf{z}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{z}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{K}_c [\mathbf{e}_c - \mathbf{z}_c]. \quad (5.23)$$

Man erkennt, daß durch den Einfluß der Regelung die Pole der nicht geregelten Moden nicht verschoben werden. Tritt kein Observer Spillover auf, wird die Stabilität der nicht geregelten Moden durch Control Spillover nicht gefährdet.

5.3.2 Observer Spillover

Anders verhält es sich, wenn Anteile der nicht geregelten Moden in den Meßsignalen enthalten sind. Die Gesamtsystemmatrix wird in zwei Teile aufgespaltet

$$\mathbf{A}_{ges} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A}_c - \mathbf{B}_c \mathbf{K}_c & \mathbf{B}_c \mathbf{K}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_c - \mathbf{L}_c \mathbf{K}_c & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_r \mathbf{K}_c & \mathbf{B}_r \mathbf{K}_c & \mathbf{A}_r \end{pmatrix}}_{\text{stabil}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{L}_c \mathbf{C}_r \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\text{kann instabil werden}}. \quad (5.24)$$

Der erste Teil ist das zuerst behandelte System ohne Observer Spillover, welches durch Control Spillover nicht instabil wird. Die Eigenwerte des Gesamtsystems werden somit nur durch den zweiten Teil beeinflusst. Die Pole des Systems sind also abhängig von der Größe der Matrix \mathbf{C}_r , so daß nur Observer Spillover zur Instabilität des Gesamtsystems führen kann.

Man erkennt, daß dem Ort und der Anzahl der Sensoren besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden muß, um observer spillover zu vermeiden. Jedoch lassen sich die Anteile in der Matrix \mathbf{C}_r nicht gänzlich eliminieren. Das Filtern der Meßsignale durch einen vorhandenen analogen Tiefpaßfilter oder durch einen Bandpaßfilter führt an dem Versuchsstand nicht zum Ziel, da die zusätzliche Phasenverschiebung die Phasenreserve des Zustandsreglers übertrifft.

Eine Möglichkeit, Control und Observer Spillover bei MIMO - Systemen zu reduzieren, ist, eine zusätzliche Forderung mit in das Gütekriterium für den Regler- und Kalman-Filter Entwurf aufzunehmen.

Die Energie, die durch Control Spillover den residual modes zugeführt wird, soll minimiert werden, so daß sich folgendes linear quadratische Gütekriterium ergibt

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{z}(k)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(k) + \mathbf{u}(k)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(k) + \underbrace{\sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{u}(k)^T \mathbf{B}_r^T \mathbf{R}_{Spillover} \mathbf{B}_r \mathbf{u}(k)}_{\text{Spillover Reduktion}}. \quad (5.25)$$

Die Gewichtungsmatrix $\mathbf{R}_{Spillover}$ steuert den Grad des Übersprecheffektes, so daß sich insgesamt eine Gewichtungsmatrix für den Regleraufwand ergibt

$$\mathbf{R} + \mathbf{B}_r^T \mathbf{R}_{Spillover} \mathbf{B}_r. \quad (5.26)$$

Ähnlich dazu kann Observer Spillover durch eine zusätzliche Gewichtungsmatrix bei dem Entwurf des Kalman-Filters reduziert werden [59].

$$\mathbf{W} + \mathbf{C}_r \mathbf{W}_{Spillover} \mathbf{C}_r^T \quad (5.27)$$

5.4 Off-line Einstellung des Beobachters

Die Kalman Matrix \mathbf{L} hängt von den Varianzen des Systemrauschens $E[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^T(t)] = \mathbf{V}$ und den Varianzen des Meßrauschens $E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(t)] = \mathbf{W}$ ab. Um Observer Spillover zu reduzieren, wird die Gewichtungsmatrix mit einem weiteren Gewichtungsterm $\mathbf{C}_r \mathbf{W}_{Spillover} \mathbf{C}_r^T$ versehen (Gl. 5.27). Die Wahl dieser Gewichtungsmatrizen bestimmt die Dynamik des Beobachters. Die Dynamik sollte möglichst schnell gewählt sein, damit auch stochastische Erregungen beobachtet bzw. geregelt werden können. Bedingt durch das Meßrauschen und durch den Einfluß der nicht beobachteten Moden muß aber ein Kompromiß zwischen Schnelligkeit und Stabilität getroffen werden.

Analog zu der Wahl der Gewichtungsmatrizen beim linear quadratischen Reglerentwurf ist bei den Gewichtungsmatrizen des Kalman-Filters Entwurfs auch nur das Verhältnis der Matrizen \mathbf{V} zu \mathbf{W} entscheidend. Die in der Literatur beschriebenen Vorschläge für die Gewichtungsmatrizen

$$\text{a) } \mathbf{V} = \alpha \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

$$\text{b) } \mathbf{V} = \alpha \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}$$

$$c) \quad \mathbf{V} = \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{C}$$

und \mathbf{W} als Einheitsmatrix führten nicht zu einem stabilen Beobachter, so daß eine individuelle Einstellung der Diagonalwerte v_i der Gewichtungsmatrix

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_1 & & \\ & v_2 & \mathbf{0} \\ & & \ddots \\ & \mathbf{0} & & v_n & \\ & & & & & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

am Versuchsstand notwendig ist. Diese sehr zeitaufwendige Vorgehensweise wird durch den folgenden Ablauf automatisiert, um den Beobachter für mehrere Eigenfrequenzen gleichzeitig einzustellen.

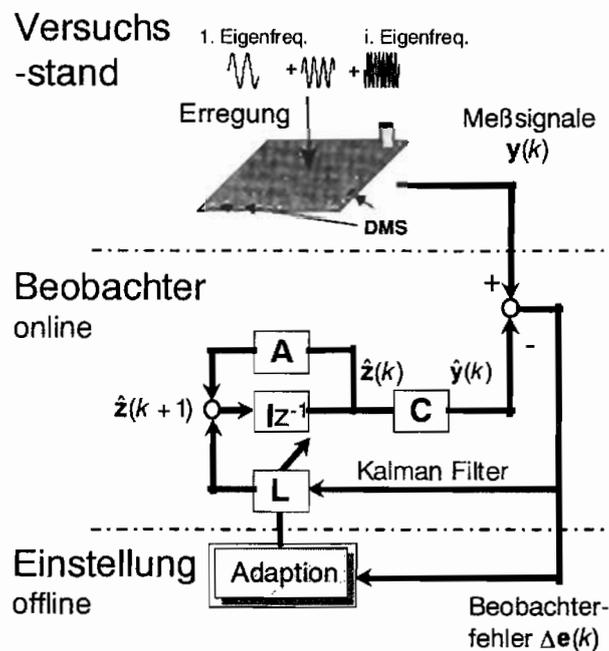


Abb. 5.6: Off-line Einstellung des modalen Zustandsbeobachters

Eine ausreichende Anregung jeder Eigenfrequenz, die beobachtet werden soll, ist dafür notwendig. Wie bei der Identifikation des Zustandsraummodells sind stochastische oder impulsartige Anregungen über Spannungssprünge an den Aktoren nicht ausreichend, um eine deutliche Ausbildung der Eigenformen sicherzustellen. Eine Summe von harmonischen Erregungen mit den jeweiligen Eigenfrequenzen, die durch den Identifikationsprozeß nun bekannt sind, erzielt das beste Signal/ Rausch-Verhältnis. Werden mehrere Aktoren zur Regelung eingesetzt, können alle gleichzeitig zur Anregung verwendet werden. Das Erregungssignal wird mit der Steuermatrix **B** multipliziert, so daß alle Aktoren optimal angesteuert werden (Abb. 5.5).

Die Echtzeitkarte zeichnet die gemessenen und die vom Beobachter rekonstruierten Meßsignale auf. Diese Daten werden off-line vom Auswerteprogramm ausgelesen. Um die jeweiligen Gewichtungsterme v_i zu verändern und dadurch einen besseren Beobachter zu erreichen, wird die Summe der Beobachterfehler durch die Fourier-Transformation vom Zeitbereich in den Frequenzbereich übertragen. Das Programm bestimmt automatisch die Peaks im Frequenzspektrum, so daß abhängig von der Änderung der Peaks an den beobachteten Eigenfrequenzen die Einträge in der Gewichtungsmatrix **V** verändert werden. Danach wird wiederum die Kalman Matrix **L** mit den Iterationsgleichungen (Gl. 5.19) berechnet und der Echtzeitkarte übergeben. Nach einigen Iterationsschritten konvergieren die Beobachter-Fehler gegen einen bestimmten Wert. Außerdem werden die Peaks an den nicht mit in den Beobachter aufgenommenen Eigenfrequenzen bestimmt, wodurch das Auftreten von Observer Spillover überwacht wird. In der Abbildung 5.7 ist exemplarisch die Einstellung des Beobachters für den ersten Mode aufgezeigt

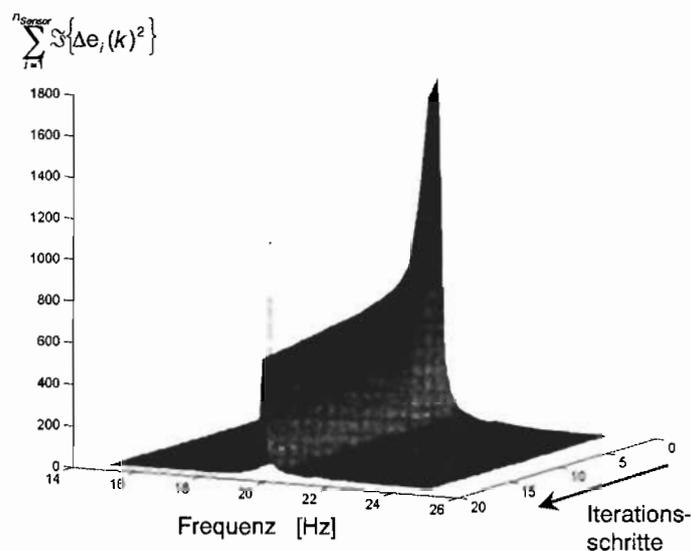


Abb. 5.7: Off-line Einstellung des Beobachters für den ersten Mode

5.5 Off-line Einstellung des Zustandsreglers

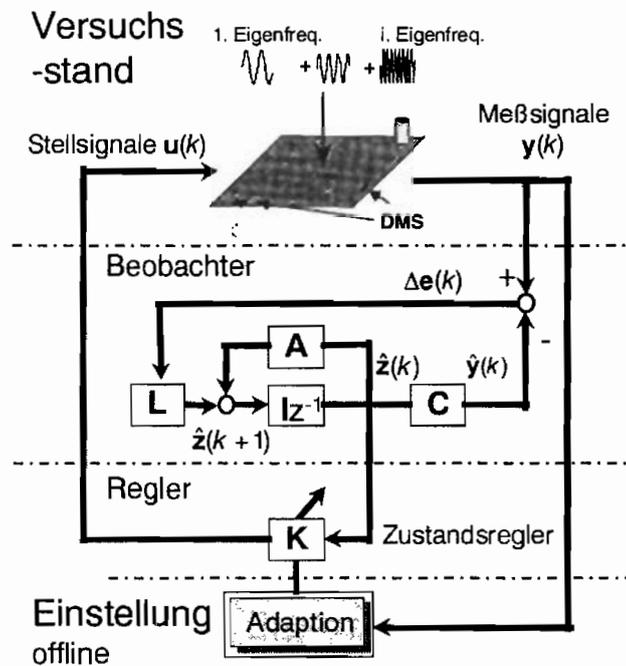


Abb. 5.8: Off-line Einstellung des modalen Zustandsreglers

Nachdem eine zufriedenstellende Einstellung des Zustandsbeobachters gefunden wurde, erfolgt nun die Off-line Einstellung des Zustandsreglers. Gemäß dem Separationsprinzip können Zustandsbeobachter und Zustandsregler getrennt voneinander entworfen werden, da sich die Pole von beiden Systemen nicht gegenseitig beeinflussen. Dies gilt jedoch nur, wenn kein Observer- oder Control-Spillover vorhanden ist. Deshalb ist es von großem Nutzen, daß man anhand des fourier-transformierten Beobachterfehlers das Verhalten der nicht in den Beobachter aufgenommenen Moden sehen kann.

Die von dem Zustandsbeobachter rekonstruierten modalen Zustände werden nun zur Zustandsregelung herangezogen (Abb. 5.8). Die Anregung des Systems wird jetzt nicht durch die Aktoren sondern durch eine beliebige andere Störungsquelle, z.B. ein Lautsprecher oder die piezokeramischen Streifenaktoren, übernommen.

Die Rückführmatrix berechnet sich wiederum anhand der Minimierung eines linear-quadratischen Gütekriteriums, so daß sich ein analoges Vorgehen wie bei der off-line Einstellung des Zustandsbeobachters ergibt. Bei fester Gewichtungsmatrix R werden die Diagonalelemente von Q

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_1 & & & \\ & q_2 & & \mathbf{0} \\ & & & q_n \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

in dem Gütekriterium des Zustandsreglers nach dem Gradientenverfahren in der Form eingestellt, daß die Werte der fourier-transformierten Meßsignale an den Resonanzstellen kleiner werden (Abb. 5.9). Werden die Einträge zu groß gewählt, kommt es zu Control-Spillover, welches sich dann durch Anwachsen der Peaks bei den nicht geregelten Moden äußert.

Mit diesem Einstellverfahren können in kurzer Zeit sowohl der Zustandsbeobachter als auch der darauf aufbauende Zustandsregler für die Regelung mehrerer Moden möglichst optimal ausgelegt werden. Verläufe dieses Einstellprozesses bei mehreren Moden sind in Kapitel 8 dargestellt.

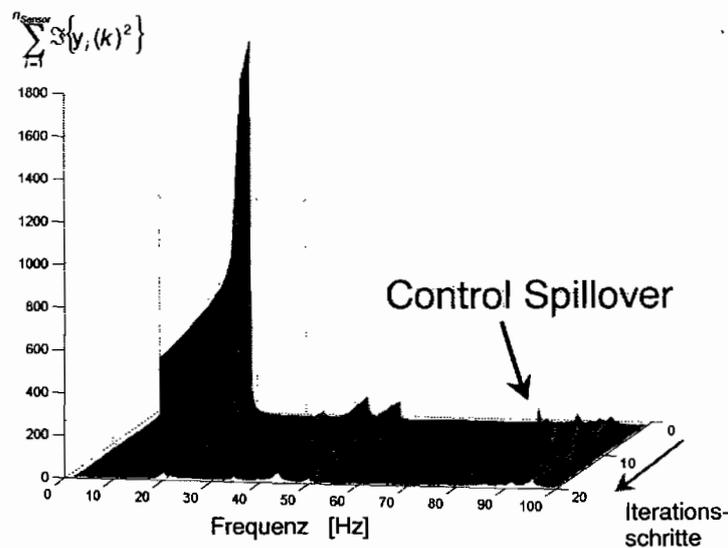


Abb. 5.9: Off-line Einstellung des Reglers für den ersten Mode

Kapitel 6

Adaptive Regelung

Durch sich verändernde Systembedingungen, z.B. Umgebungstemperatur oder Randbedingungen, kommt es auch zu einer Veränderung des dynamischen Verhaltens der mechanischen Struktur. Sowohl der Zustandsregler als auch der notwendige Zustandsbeobachter besitzen fest eingestellte Parameter, die zuvor berechnet worden sind. Somit ist dieses Regelungskonzept nicht in der Lage, auf Veränderungen der Regelstrecke zu reagieren. Durch die Unterschiede zwischen dem mathematischen Modell der Regelstrecke und dem tatsächlichen Systemverhalten nimmt die Wirksamkeit der Regelung ab. Die Regelung kann sogar instabil werden. Es ist prinzipiell möglich, die Berechnung des optimalen Reglers online auszuführen und dadurch ein adaptives Verhalten der Regelung zu erzielen [42]. Jedoch ist dies sehr aufwendig und es können somit nur tiefe Frequenzen geregelt werden.

Im Bereich der adaptiven Signalverarbeitung, z.B. Telekommunikation, ist deshalb die Verwendung von *digitalen Filtern*, deren Koeffizienten durch einen Adaptionsalgorithmus angepaßt werden, sehr weit verbreitet und soll nun für den Bereich der Strukturregelung verwendet werden. Die gewünschten dynamischen Eigenschaften des digitalen Filters, z.B. Amplitude und Phase, können immer wieder korrigiert werden, bis die maximale Wirksamkeit der aktiven Regelung erreicht ist. Folglich besteht der Regelalgorithmus im wesentlichen aus zwei Teilen: einem digitalen Filter, um aus den Meßsignalen die notwendigen Stellsignale zu berechnen, und einem *adaptiven Algorithmus*, der die Koeffizienten dieses digitalen Filters einstellt. Dieser wird zuerst anhand einer ein-kanaligen *Feedforward-Regelung* hergeleitet und anschließend zu einer mehr-kanaligen *Feedback-Regelung* modifiziert. Da es sich bei einem Zustandsbeobachter ebenfalls um eine Rückführung handelt, wird abschließend die Synthese eines adaptiven Zustandsbeobachters durchgeführt.

6.1 Digitale Filter

Werden bei einem kontinuierlichen System Eingangssignal und Ausgangssignal mit der Abtastzeit Δt synchron abgetastet, so ergibt sich die Frage, welcher Zusammenhang zwischen den beiden Folgen $u(k\Delta t)$ und $y(k\Delta t)$ besteht. Geht man von der das kontinuierliche System beschreibenden Differentialgleichung aus, so muß diese in eine diskrete Form überführt werden.

6.1.1 Diskrete Systemdarstellung durch Differenzgleichung

Beim einfachsten hierfür in Frage kommenden Verfahren, dem Euler-Verfahren, werden die Differentialquotienten durch Rückwärts-Differenzenquotienten mit genügend kleiner Schrittweite Δt approximiert [76].

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{df}{dt} \right|_{t=k\Delta t} &\approx \frac{f(k\Delta t) - f([k-1]\Delta t)}{\Delta t} \\
 \left. \frac{d^2f}{dt^2} \right|_{t=k\Delta t} &\approx \frac{f(k\Delta t) - 2f([k-1]\Delta t) + f([k-2]\Delta t)}{\Delta t^2} \\
 \left. \frac{d^3f}{dt^3} \right|_{t=k\Delta t} &\approx \frac{f(k\Delta t) - 3f([k-1]\Delta t) + 3f([k-2]\Delta t) - f([k-3]\Delta t)}{\Delta t^3} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Die Multiplikation mit der Schrittweite Δt wird im Folgenden nicht mehr explizit ausgeschrieben. Für das Beispiel einer Differentialgleichung erster Ordnung

$$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = u(t) \tag{6.2}$$

ergibt sich die gesuchte Lösung der Differenzgleichung

$$y(k) = \frac{1}{1 + T_1/\Delta t} \left(\frac{T_1}{\Delta t} y(k-1) + u(k) \right) \tag{6.3}$$

Mit Hilfe dieser Differenzgleichung kann die Ausgangsfolge $y(k)$ rekursiv aus der Eingangsfolge $u(k)$ für $k = 0, 1, 2, \dots$ berechnet werden. Diese Näherungslösung ist jedoch nur mit genügend kleiner Schrittweite Δt ausreichend genau. Die allgemeine Form der Differenzgleichung zur Beschreibung eines linearen zeitinvarianten Eingrößensystems n -ter Ordnung mit der Eingangsfolge $u(k)$ und der Ausgangsfolge $y(k)$ lautet

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \tag{6.4}$$

Durch Umformen ergibt sich eine rekursive Gleichung für $y(k)$

$$y(k) = \sum_{v=0}^n b_v u(k-v) - \sum_{v=1}^n a_v y(k-v) , \quad (6.5)$$

das heißt, zurückliegende Werte $y(k-v)$ des Filterausgangs werden wieder auf den Filtereingang zurückgeführt (Abb. 6.1). Dieser Filtertyp antwortet mit einer asymptotisch abklingenden Funktion und wird deshalb auch *infinite impulse response filter* genannt (IIR-Filter).

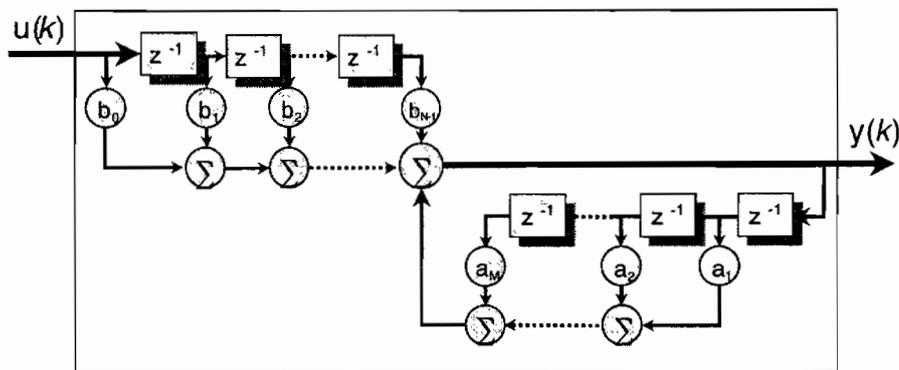


Abb. 6.1: Blockschaltbild eines IIR-Filters

Mit Hilfe der z-Transformation [41]

$$x(k-n) = x(k)z^{-n} \quad (6.6)$$

läßt sich die Gleichung 6.5 in eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion umformen, die abhängig von der Variable z ist.

$$G(z) = \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{b_0 z^0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n-1} z^{-nb+1}}{a_0 z^0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n-1} z^{-na+1}} \quad (6.7)$$

Der Filterkoeffizient a_0 wird auf Eins normiert, so daß sich für das Zähler- und Nennerpolynom folgendes ergibt

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

und

$$B(z) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} \quad (6.8)$$

Durch das Nennerpolynom $A(z)$ erhält die Übertragungsfunktion Polstellen (Abb. 6.2), die für die Dynamik des Filters wesentlich sind. Diese Pole können jedoch auch zu Instabilität führen, wenn die Eigenwerte außerhalb des Einheitskreises liegen.

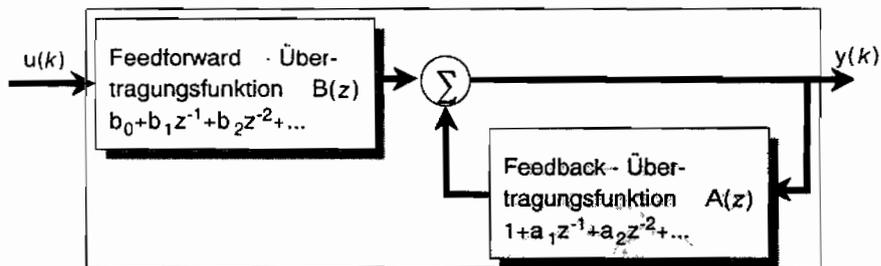


Abb. 6.2: Nenner- und Zählerpolynom eines IIR-Filters

In der Literatur wird der Term $A(z)y(k)$ auch AR-Teil (autoregressive part) und $B(z)u(k)$ auch X-Teil (exogeneous part) genannt, so daß die Gesamtheit ARX-Darstellung genannt wird.

Bei der zweiten Gruppe der digitalen Filter handelt es sich um nicht rekursive Filter. Sie werden durch die Gleichung

$$y(k) = \sum_{m=0}^M b_m u(k-m), \quad (6.9)$$

beschrieben. Die Antwort auf einen Impuls besitzt eine endliche Dauer. Demzufolge heißen sie auch *finite impulse response filter* (FIR-Filter). Diese Filter besitzen keine Pole in ihrem Übertragungsverhalten, da die Anzahl der Koeffizienten im Nenner der Übertragungsfunktion Gl. 6.7 gleich Null ist, wodurch sie unbedingt stabil sind.

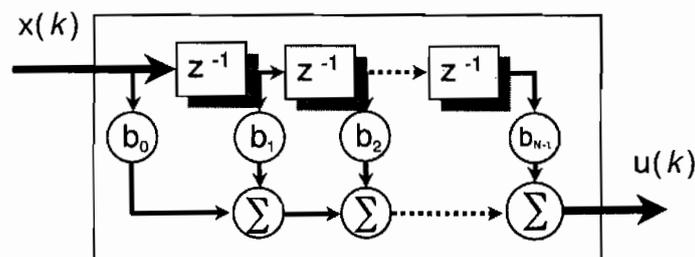


Abb. 6.3: Blockschaltbild eines FIR-Filters

Digitale Filter lassen sich sehr gut auf digitalen Signalprozessoren realisieren, da deren Befehlssatz speziell für diese Anforderungen ausgelegt ist. Eine Multiplikation und Addition kann in einer Rechenoperation durchgeführt werden. Die Umschichtung der abgetasteten Ein- und Ausgangswerte wird mit Hilfe sogenannter Ringspeicher vereinfacht.

6.1.2 Umrechnung des Zustandsraummodells in Übertragungsfunktion

Ausgehend von der zeitdiskreten Zustandsraumbeschreibung

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{z}(k) \end{aligned} \quad (6.10)$$

und der Beziehung der z-Transformation aus Gleichung 6.6 läßt sich Gleichung 6.10 in eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion umformen

$$G_{ij}(z) = \frac{y_i(k)}{u_j(k)} = \mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{b_0z^0 + b_1z^1 + \dots + b_{n-1}z^{n-1}}{a_0z^0 + a_1z^1 + \dots + a_{n-1}z^{n-1}}, \quad (6.11)$$

die abhängig von der Variable z ist. N ist die Ordnung der Übertragungsfunktion. Man erkennt also, daß sich nach Gleichung 6.11 die Zustandsraumdarstellung in eine Übertragungsfunktion bzw. in die Gleichung eines rekursiven Filters (IIR) umrechnen läßt. Die Filterlänge richtet sich nach der Ordnung der Systemmatrix \mathbf{A} . Sind in \mathbf{A} n Eigenfrequenzen enthalten, so ergibt sich die Filterlänge L zu

$$L = 2n + 1. \quad (6.12)$$

Mathematische Modelle, die als rekursive oder nicht rekursive Filter vorliegen, können in eine Zustandsraumdarstellung umgeformt werden. Hingegen kann aus einem Zustandsraummodell nur eine ARX-Darstellungen abgeleitet werden.

6.2 Feedforward - Regelung

Die durch eine äußere Störung erzeugte Systemantwort wird mit Hilfe des Regelalgorithmus zu dem Steuersignal für den Aktor verarbeitet. Wird zur Bestimmung des Steuervektors $\mathbf{u}(t)$ nur der Systemzustand $\mathbf{z}(t)$ herangezogen, bezeichnet man dies als Rückführung (Feedback) oder geschlossenen Regelkreis (Abb. 6.4 a).

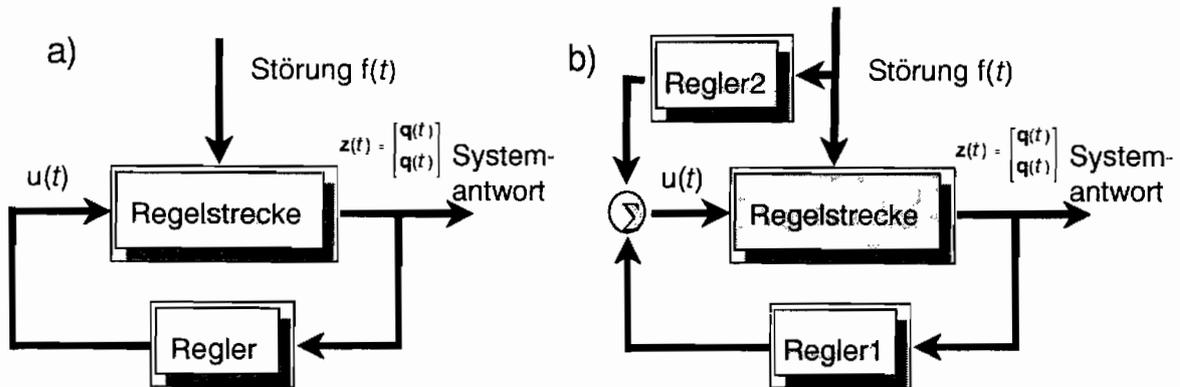


Abb. 6.4: a) Rückführung, b) Rückführung mit Störgrößenaufschaltung

Als Störgrößenaufschaltung (offenes Regelsystem) bezeichnet man eine Regelung, die zur Berechnung von $u(t)$ nur die Erregung $f(t)$ berücksichtigt (Feedforward). Ein geschlossener Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung ist in Abb. 6.4b dargestellt. Das Stellsignal wird sowohl aus dem Systemzustand als auch aus der Erregung berechnet.

$$u(t) = -Kz(t) - Gf(t) \quad (6.13)$$

In die Zustandsgleichung eingesetzt, folgt

$$\dot{z}(t) = (A - BK)z(t) - BGf(t) + Hf(t) \quad (6.14)$$

Daraus ergibt sich, daß im geschlossenen Regelkreis, bedingt durch die Veränderung der Systemmatrix, die Systemparameter *Dämpfung* und *Steifigkeit* so verändert werden, daß die Systemantwort auf eine Erregung von außen geringer ist. Andererseits vermindert die Störgrößenaufschaltung den störenden Einfluß der Erregung $f(t)$. Die Einträge in den Reglermatrizen K und G hängen von der Wahl des Regelalgorithmus ab. Aus Gleichung 6.14 wird deutlich, daß ein reine Zustandsrückführung lediglich ein Reduktion der Systemantwort erzielen kann. Die Dämpfung läßt sich nicht beliebig erhöhen, weil dazu immer höhere Verstärkungen in der Rückführung nötig sind und dadurch das geschlossene System instabil werden kann. Um das erregte System vollständig zur Ruhe zu bringen, ist eine Störgrößenaufschaltung notwendig.

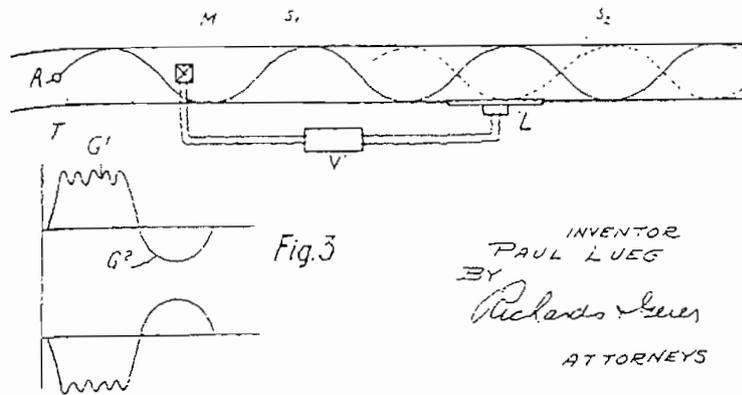


Abb. 6.5: Patent von Paul Lueg

Die Grundidee einer Feedforward-Regelung zur aktiven Lärmbekämpfung wurde erstmals von Paul Lueg in seinem Patent aus dem Jahr 1933 vorgeschlagen (Abb. 6.5) [56]. Ein Mikrophon mißt die ankommende Schallwelle. Der Regler erzeugt ein zur Störung gegenphasiges Stellsignal, so daß sich dann die vom Lautsprecher erzeugte Schallwelle mit der störenden Schallwelle auslöscht.

In manchen Fällen ist es möglich, eine a priori Messung der Störung zu bekommen, welche man als *Referenzsignal* bezeichnet. Als Beispiel dient die gemessene Drehzahl einer rotierenden Maschine, die durch eine Unwucht eine periodische Kraft erzeugt. Basierend auf dieser Information ist es möglich, eine Feedforward - Regelung zu realisieren.

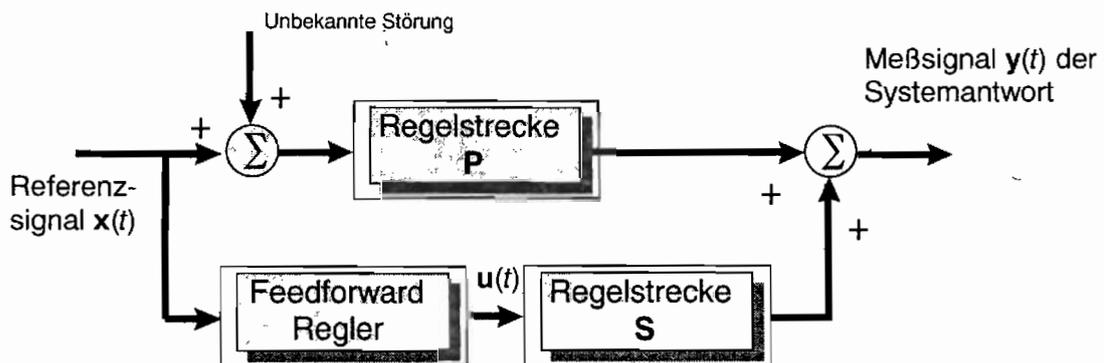


Abb. 6.6: Feedforward Regler

Das Referenzsignal, welches mit der Störung korreliert, wird dem Regler zugeführt, welcher das Stellsignal u für den Aktor in der Art berechnet, daß sich die Systemantwort der Regelstrecke S (Secondary Path) mit der Systemantwort der Regelstrecke P (Primary Path) auslöscht [26]. Die Strecken P und S sind ein und dieselbe mechanische Struktur. Die Übertragungsfunktion $P(z)$ beschreibt den dynamischen

Zusammenhang zwischen Störung und Meßsignal. Die Übertragungsfunktion $S(z)$ hingegen beschreibt den Zusammenhang zwischen Stellsignal und Meßsignal, Dieser wurde schon durch die vorangegangene Identifikation im Zustandsraum bestimmt und wird nun gemäß Gleichung 6.11 in die zeitdiskrete Übertragungsfunktion umgerechnet.

Arbeitet man im Zeitbereich, wird der Regler oftmals durch digitale Filter realisiert, deren dynamisches Verhalten, z.B. Amplitude und Phase, genau die oben genannte Anforderung erfüllt. Frühere aktive Maßnahmen zur Lärmbekämpfung, z.B. bei Transformatoren, wurden ausschließlich mit analogen Bauteilen realisiert. Amplitude und Phase des Reglers wurden so eingestellt, daß eine örtliche Schallauslöschung am Meßmikrofon stattfand [8].

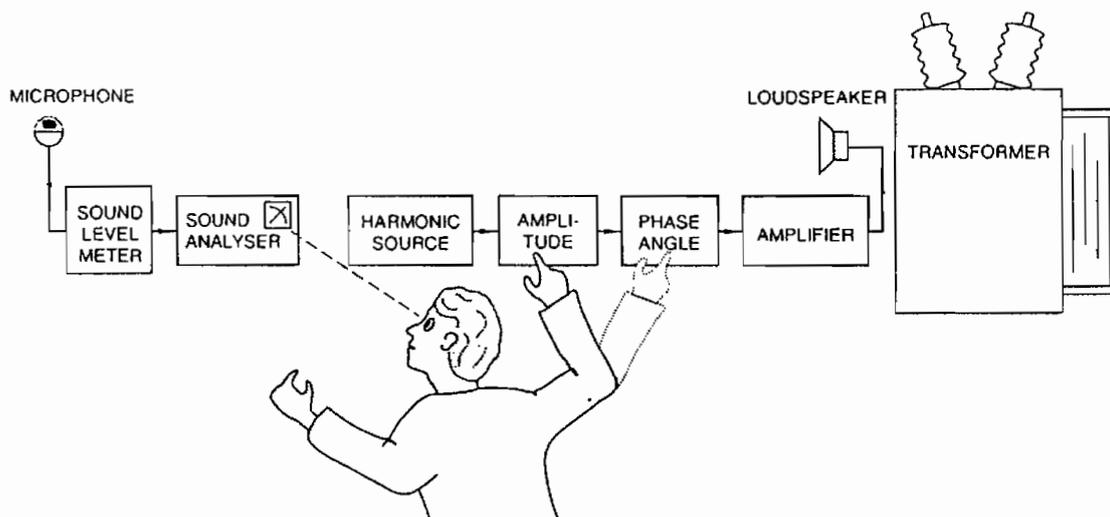


Abb. 6.7: Ein-kanalige Antischall-Regelung mit manueller Einstellung des analogen Reglers

Der Vorteil der Feedforward-Regelung ohne adaptive Einstellung der Koeffizienten ist, daß diese immer stabil bleibt. Dieses offene Regelungskonzept ist jedoch nicht in der Lage, sich an Veränderungen der Regelstrecke anzupassen.

Um eine effektive Regelung zu realisieren, müssen Amplitude und Phase des Stellsignals sehr genau mit den Sollwerten übereinstimmen, damit eine Pegelminderung durch Interferenz erzielt wird. Dies kann leicht an der Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz mit dem relativen Amplitudenfehler α und dem absoluten Phasenfehler δ nachgewiesen werden. Für die Pegelminderung gegenüber einer alleinigen Schwingung gilt

$$\Delta L = -10 \lg \left[\alpha^2 + 4(1 + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] \text{dB}. \quad (6.15)$$

Schon bei einem Amplitudenfehler von 10% ($\alpha=0,1$) und einem Phasenfehler von $\delta=10^\circ$ beträgt die Pegelminderung ΔL nur noch -13,6dB [37].

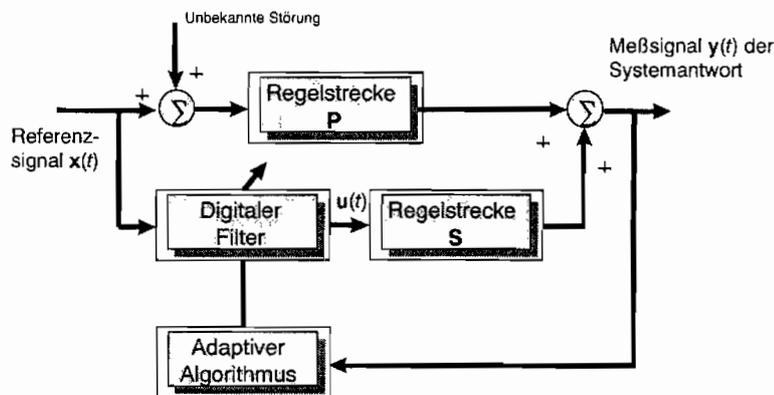


Abb. 6.8: Adaptive Feedforward Regelung

Das Blockschaltbild in Abbildung 6.8 zeigt eine adaptive Feedforward-Regelung, bei der eine Rückführung der Systemantwort über einen adaptiven Algorithmus die Koeffizienten dieses digitalen Filters immerwährend nachstellt [17]. Bei der Herleitung der adaptiven Feedforward - Regelung handelt es sich zunächst nur um ein Eingrößensystem (SISO), bei dem FIR-Filter verwendet werden, da diese einfach zu handhaben sind und die Konvergenz der Filterkoeffizienten gewährleistet ist. Die Gleichung 6.9 eines nicht rekursiven Filters läßt sich auch in Vektorschreibweise ausdrücken.

$$u(k) = \sum_{n=0}^{L-1} b_n(k)x(k-n) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)$$

mit

$$\mathbf{x}(k) = [x(k) \ x(k-1) \ \dots \ x(k-(L-1))]]$$

und

$$\mathbf{w}(k) = [b_0(k) \ b_1(k) \ \dots \ b_{L-1}(k)] \tag{6.16}$$

N ist die Anzahl der Filterkoeffizienten. Das Referenzsignal $x(k)$ ist der Eingang des digitalen Filters. Um die Güte der Regelung zu überprüfen, werden als Fehlersignale die Meßwerte $y(k)$ benutzt, da die Sensoren die Überlagerung der Systemantwort auf die Störung mit der Systemantwort auf die Regelung messen. Die Aufgabe des adaptiven Algorithmus ist, die Filterkoeffizienten so einzustellen, daß ein gewünschtes Gütekriterium, z.B. $y^2(k)$, minimiert wird. Die Filterkoeffizienten werden in jedem Abtastschritt korrigiert, so daß dieses Ziel erreicht wird.

6.3 Filtered – x Least Mean Square Algorithmus

Bei der Synthese des Feedforward-Reglers ist es notwendig, das Übertragungsverhalten zwischen Stellsignal u und dem Meßsignal y zu berücksichtigen. Wie in Abbildung 6.6 schon gezeigt, wird diese Regelstrecke Secondary Path genannt. Im Gegensatz dazu, wird das unbekannte Übertragungsverhalten zwischen der auftretenden Störung und den Meßsignalen Primary Path genannt. Die z-transformierten Übertragungsfunktionen $P(z)$ und $S(z)$ sind in das Blockschaltbild der Regelung aufgenommen

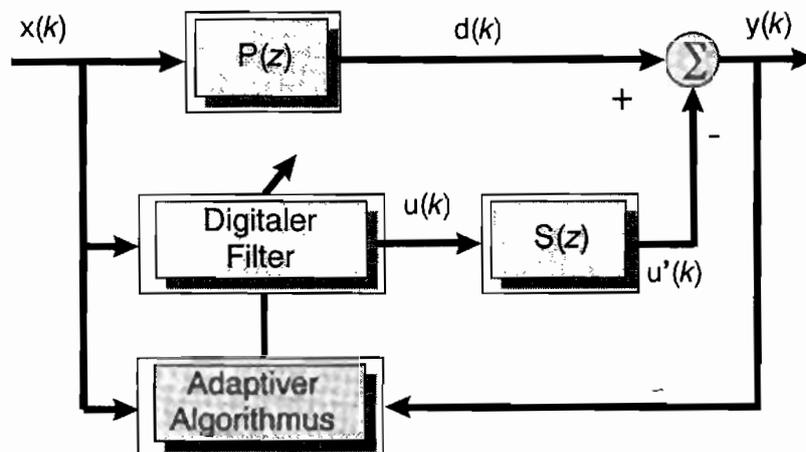


Abb. 6.9: Blockschaltbild eines adaptiven digitalen Filters

Somit ergibt sich für das Fehlersignal des Algorithmus, welches durch den Meßwert $y(k)$ des Sensors repräsentiert wird.

$$\begin{aligned}
 y(k) &= d(k) - u'(k) \\
 &= d(k) - s(k) * u(k) \\
 &= d(k) - s(k) * [\mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}(k)]
 \end{aligned}
 \tag{6.17}$$

* stellt die Faltungsoperation dar.

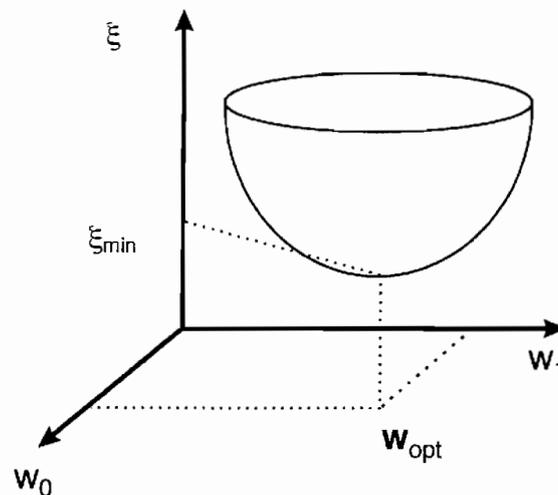


Abb. 6.10: Fehlerquadratoberfläche

Das Ziel des adaptiven Filters ist, das Fehlerquadrat

$$\xi(k) = y^2(k) = [d(k) - s(k) * \mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}(k)]^2 \quad (6.18)$$

zu minimieren. Die Gleichung 6.18 zeigt auf, daß der Wert des Fehlerquadrats $\xi(k)$ von den Filterkoeffizienten $\mathbf{w}(k)$ abhängig ist. Im Falle von nur zwei Filterkoeffizienten w_0 und w_1 läßt sich der Verlauf des Fehlerquadrats graphisch darstellen (Abb. 6.10). Da es sich hier um eine quadratische Oberfläche handelt, lassen sich Werte \mathbf{w}_{opt} für die Filterkoeffizienten finden, so daß das Fehlerquadrat ein globales Minimum ξ_{min} erreicht. Das am meisten verbreitete Verfahren ist der **Least-Mean-Square** Algorithmus (LMS), welches die Filterkoeffizienten in Gradientenrichtung mit der Schrittweite μ anpaßt [82].

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \frac{\mu}{2} \nabla \xi(k) \quad (6.19)$$

$\nabla \xi(k)$ ist der Gradient $\partial \xi(k) / \partial w_i$ der Fehlerquadratfläche, die abhängig ist von den Filterkoeffizienten w_i . Wendet man die Kettenregel auf Gl. 6.18 an, so ergibt sich

$$\nabla \xi(k) = \nabla y^2(k) = 2[y(k)] \nabla y(k) \quad (6.20)$$

Mit der Gleichung 6.17 erhält man

$$\nabla y(k) = -s(k) * \mathbf{x}(k) = -\mathbf{x}'(k) \quad (6.21)$$

$$\text{mit } \mathbf{x}'(k) = [x'(k) \ x'(k-1) \ \dots \ x'(k-L+1)]^T$$

Daraus folgt in Verbindung mit der Gleichung 6.20 für den Gradient

$$\nabla \xi(k) = -2\mathbf{x}'(k)y(k) \quad (6.22)$$

Eingesetzt in den LMS – Algorithmus (Gl. 6.19) resultiert

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}'(k)y(k) \quad (6.23)$$

Man erkennt, daß das Referenzsignal $x(k)$ einen Filter durchläuft, der die Dynamik des Secondary Path repräsentiert (Abb. 6.11). Aus diesem Grund wird der Algorithmus Filtered-x LMS Algorithmus (FxLMS) genannt. Dieser ist im Bereich der aktiven Lärmbekämpfung weit verbreitet und wurde im Folgenden auf die Strukturregelung übertragen [78].

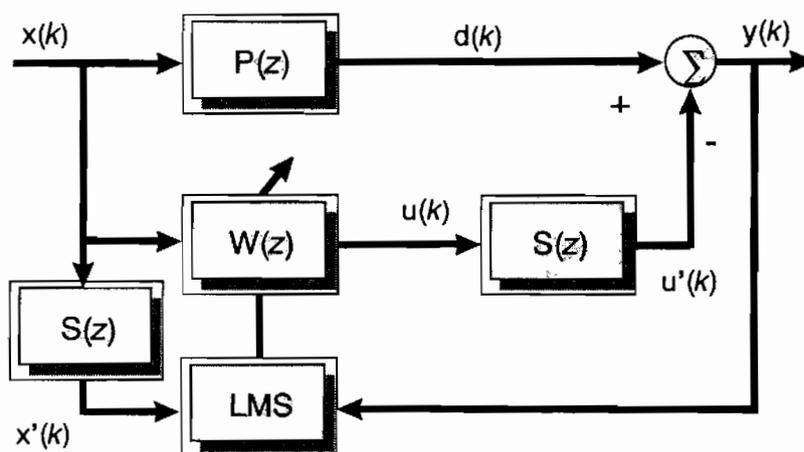


Abb. 6.11: Blockschaltbild des Filtered-x LMS Algorithmus

6.3.1 Filtered-x LMS mit nachlassendem Gedächtnis

Der praktische Einsatz des FxLMS Algorithmus kann durch einen hohen Rauschanteil dazu führen, daß die Stellsignale sehr groß werden und der Aktor in die Begrenzung seines Sellweges gefahren wird. Die entstehenden Nichtlinearitäten können die Stabilität der Regelung gefährden. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu lösen, ist, die Filterkoeffizienten mit dem Skalar r zu gewichten, da diese unmittelbar die Größe des Stellsignals $u(k)$ beeinflussen. Das Gütefunktional des LMS – Algorithmus sieht somit folgendermaßen aus

$$\xi(k) = y^2(k) + r\mathbf{w}^T(k)\mathbf{w}(k) \quad (6.24)$$

Führt man die oben beschriebene Herleitung für den FxLMS-Algorithmus durch, so erhält man mit dem neuen Gütefunktional (Gl. 6.24) die Gleichung für die Korrektur der Filterkoeffizienten

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k)(1 - \mu r) + \mu \mathbf{x}'(k)y(k) \quad (6.25)$$

Bei der Realisierung der Regelung am Versuchsstand stellte sich heraus, daß dieser Gewichtungsfaktor $r > 0$ großen Einfluß auf die Stabilität der Regelung hat und die Konvergenz der Filterkoeffizienten verbessern kann.

6.3.2 Stabilitätskriterien für die Schrittweite μ

Ausgehend von der Iterationsvorschrift des ursprünglichen LMS-Algorithmus ohne Filterung des Referenzsignals durch die Übertragungsfunktion $S(z)$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k)y(k) \quad (6.26)$$

erhält man mit den Gleichungen 6.17 und 6.16

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k) [d - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)] \quad (6.27)$$

Bildet man von beiden Seiten den Erwartungswert, so ergibt sich

$$\bar{\mathbf{w}}(k+1) = \bar{\mathbf{w}}(k) + \mu (E[d(k)\mathbf{x}(k)] - E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)]\bar{\mathbf{w}}(k)). \quad (6.28)$$

Setzt man den Kreuzkorrelationsvektor

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= E[d(k)\mathbf{x}(k)] \\ &= [r_{dx}(0) \quad r_{dx}(1) \quad \dots \quad r_{dx}(L-1)]^T \end{aligned} \quad (6.29)$$

mit der Kreuzkorrelationsfunktion zwischen $d(k)$ und $x(k)$

$$r_{dx}(k) = E[d(k)x(n-k)] \quad (6.30)$$

und die Matrix

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)] \\ &= \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots & r_{xx}(L-1) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \dots & r_{xx}(L-2) \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ r_{xx}(L-1) & r_{xx}(L-2) & \dots & r_{xx}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.31)$$

mit der Autokorrelationsfunktion von $x(k)$

$$r_{xx}(n) = E[x(k)x(k-n)] \quad (6.32)$$

in die Gleichung 6.28 ein, so erhält man

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}(k+1) &= \bar{\mathbf{w}}(k) + \mu(\mathbf{p} - \mathbf{R}\bar{\mathbf{w}}(k)) \\ &= [\mathbf{I} - \mu\mathbf{R}]\bar{\mathbf{w}}(k) + \mu\mathbf{p} \end{aligned} \quad (6.33)$$

Die Bedingung für die Stelle mit den optimalen Filterkoeffizienten lautet

$$\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{0}. \quad (6.34)$$

Führt man nun einen um \mathbf{w}_{opt} verschobenen Filterkoeffizientenvektor ein

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{w}(k) - \mathbf{w}_{opt}, \quad (6.35)$$

so gibt sich für Gleichung 6.33

$$\bar{\mathbf{v}}(k+1) = [\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}] \bar{\mathbf{v}}(k). \quad (6.36)$$

Da \mathbf{R} eine symmetrische, reelle Matrix ist, läßt sich folgende Eigenwertzerlegung durchführen.

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T. \quad (6.37)$$

Transformiert man den Vektor $\bar{\mathbf{v}}(k)$ mit den Eigenvektoren von \mathbf{R}

$$\bar{\mathbf{v}}'(k) = \mathbf{Q}^T \bar{\mathbf{v}}(k), \quad (6.38)$$

läßt sich Gleichung 6.36 folgendermaßen umschreiben

$$\bar{\mathbf{v}}'(k+1) = [\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda}] \bar{\mathbf{v}}'(k). \quad (6.39)$$

Diese entkoppelten Gleichungen für \bar{v}'_i sind nur stabil, wenn gilt

$$|1 - \mu \lambda_i| < 1. \quad (6.40)$$

Der LMS-Algorithmus ist nur stabil, wenn

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}}. \quad (6.41)$$

Die Spur der Autokorrelationsmatrix \mathbf{R} ist die Summe aller Eigenwerte

$$\text{tr}[\mathbf{R}] = L r_{xx}(0) = \sum_{i=0}^{L-1} \lambda_i. \quad (6.42)$$

Somit läßt sich der Wert für λ_{\max} aus folgendem Zusammenhang abschätzen

$$\lambda_{\max} \leq \sum_{\gamma=0}^{L-1} \lambda_{\gamma} = Lr_{xx}(0) = LE[x^2(k)]. \quad (6.43)$$

Bei experimentellen Untersuchungen am Versuchsstand hat sich jedoch folgende Abschätzung für den Konvergenzparameter μ bewährt.

$$\frac{0.01}{LE[x^2(k)]} < \lambda_{\max} < \frac{0.1}{LE[x^2(k)]} \quad (6.44)$$

Man erkennt, daß bei der Verwendung von FIR-Filtern höherer Ordnung L der Konvergenzparameter kleiner ist. Außerdem ist μ invers proportional zur Signalstärke des Referenzsignals. Es ist also sinnvoll, vorab über einen gewissen Zeitraum das Referenzsignal aufzuzeichnen und den Wert für $E[x^2(k)]$ zu berechnen.

6.4 Verwendung von IIR-Filtern

In dem vorangegangenen Abschnitt wurde die Verwendung von nicht rekursiven Filtern (FIR-Filter) als digitale Filter vorgestellt. Die Stabilität des Filters ist immer gewährleistet. Einzig durch die Einführung des Adaptionalgorithmus als Rückführung können Instabilitäten auftreten, die sich jedoch durch geeignete Wahl des Konvergenzparameters μ nach Gleichung 6.44 und Gewichtung der Filterkoeffizienten durch den Parameter r vermeiden lassen.

In Abbildung 6.12 ist das Blockschaltbild einer optimalen Feedforward-Regelung dargestellt. Um eine völlige Auslöschung zu erreichen, muß die Systemantwort auf die Stellgrößen $u(k)$ um 180° phasenverschoben gegenüber der Systemantwort auf die Erregung sein.

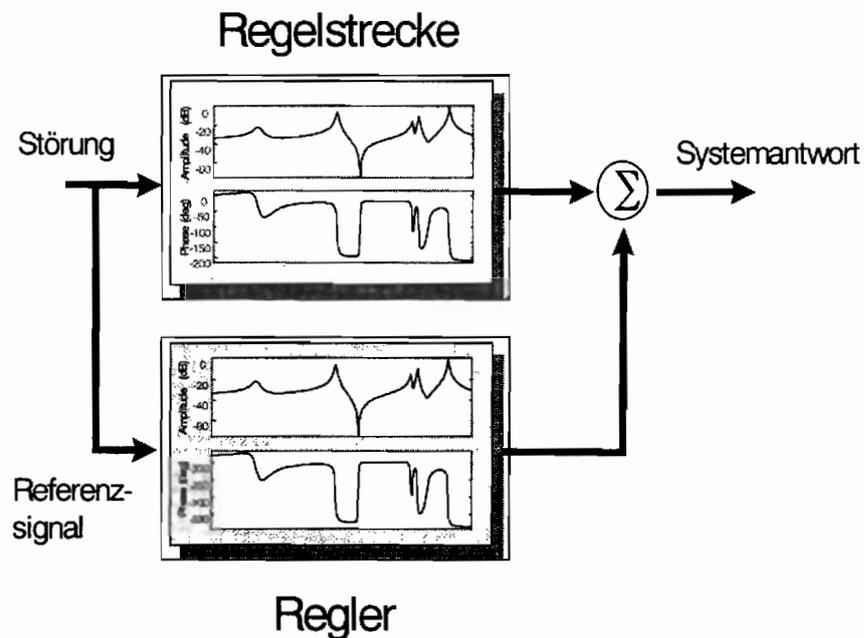


Abb. 6.12: Notwendiges dynamisches Verhalten des Reglers

Liegt die Frequenz des Referenzsignals in einem Bereich mehrerer Eigenfrequenzen, so muß die Dynamik des Reglers Polstellen aufweisen (Abb. 6.12). Möchte man trotzdem den Regler mit Hilfe von nicht rekursiven Filtern (FIR) realisieren und durch eine genügend hohe Filterlänge die Polstellen approximieren, stellt sich nun die Frage nach der geeigneten Filterlänge L des FIR-Filters.

Das in Abb. 6.13 gezeigte Blockschaltbild ist geeignet, die Wahl der Filterlänge zu validieren. Es wird überprüft, ab welcher Filterlänge der Ausgang des nicht rekursiven Filters mit dem Ausgang des mathematischen Modells in der Zustandsraumdarstellung weitestgehend übereinstimmt.

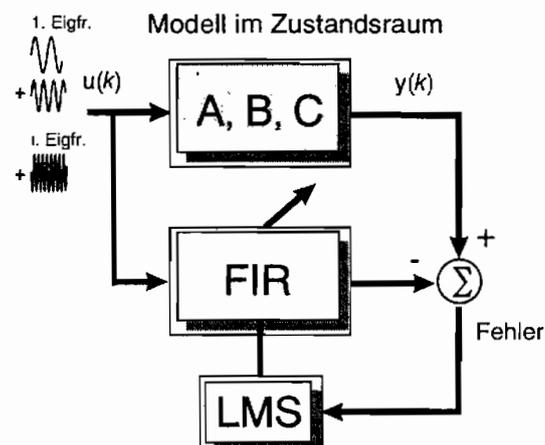


Abb. 6.13: Einstellung des FIR-Filters

Die Ordnung des Referenzsystems wird schrittweise von einem Mode bis zu fünf Moden erhöht, es handelt sich dabei um die ersten fünf Eigenfrequenzen des allseitig eingespannten Plattenversuchsstandes. Als Erregung dient eine Überlagerung von harmonischen Schwingungen der jeweiligen Eigenfrequenzen. Die in Tabelle 6.1 aufgeführten Werte für die Anzahl der FIR-Filterkoeffizienten geben die unterste Schranke an, ab der die Summe der Fehlerquadrate eine vorgegebene Fehler-schranke unterschreiten. Die Filterkoeffizienten werden mit Hilfe eines Least-Mean-Square Algorithmus geschätzt [48]. Die Abtastfrequenz beträgt 2500 Hz. Man erkennt deutlich, daß bei der Verwendung von FIR-Filtern eine wesentlich größere Anzahl von Filter-Koeffizienten verwendet werden muß als bei IIR-Filtern.

Um die Stabilität einer adaptiven Regelung basierend auf FIR-Filtern zu gewährleisten, muß die Größe des Konvergenzparameters μ nach Gleichung 6.44 abgeschätzt werden. Eine größere Filterlänge resultiert in einem kleineren Konvergenzparameter, so daß diese Filterart bei komplexeren Systemen nicht mehr anwendbar ist. Bedingt durch die Echtzeitrestriktionen ist man auch nicht mehr in der Lage, die nötigen Rechenoperationen, Multiplikationen und Additionen, in einem Abtastschritt durchzuführen.

Tabelle 6.1: Vergleich der Filterlängen

ANZAHL MODEN	ANZAHL FIR-KOEFFIZIENTEN	ANZAHL IIR-KOEFFIZIENTEN
1	14	6
2	62	10
3	104	14
4	144	18
5	213	22

6.4.1 Filtered-u recursive LMS Algorithmus

Im Bereich der aktiven Lärmbekämpfung wurde die Verwendung eines IIR-Filters erstmals 1985 von Eriksson vorgeschlagen [21]. Die Rückführung innerhalb der Filterstruktur wurde dazu ausgenutzt, die Wirkung des Stellsignals auf das Referenzsignal zu beschreiben. Bis jetzt wurde angenommen, daß die Steuergröße nur Einfluß auf die Meßsignale hat, wobei das Referenzsignal unabhängig davon ist.

Das Fehler- bzw. das Meßsignal setzt sich gemäß Gleichung 6.17 folgendermaßen zusammen

$$y(k) = d(k) - s(k) * u(k) \quad (6.45)$$

Der Ausgang des IIR-Filters, das Stellsignal $u(k)$, läßt sich in Vektorschreibweise ausdrücken

$$u(k) = \mathbf{b}^T(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{a}^T(k)\mathbf{u}(k-1) \quad (6.46)$$

Darin sind die Filterkoeffizienten als Vektor angeordnet.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(k) &= [a_0(k) \ a_1(k) \ \dots \ a_{M-1}(k)]^T \\ \text{und} \\ \mathbf{b}(k) &= [b_1(k) \ b_2(k) \ \dots \ b_L(k)]^T \end{aligned} \quad (6.47)$$

Diese werden in dem Gesamtkoeffizienten-Vektor \mathbf{w}

$$\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(k) \\ \mathbf{a}(k) \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

angeordnet. Die zurückliegenden Ausgänge des Filters werden ebenfalls in Vektorschreibweise gespeichert

$$\mathbf{u}(k-1) = [u(k-1) \ u(k-2) \ \dots \ u(k-M)]^T, \quad (6.49)$$

so daß sich als erweiterter Referenzvektor ergibt

$$\mathbf{u}^*(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

Der Ausgang des IIR-Filters berechnet sich somit zu

$$u(k) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{u}^*(k) \quad (6.51)$$

Die Aufgabe des adaptiven Algorithmus ist nun, optimale Filterkoeffizienten zu finden, die das gewünschte Gütekriterium basierend auf dem Fehlersignal $y(k)$ bestmöglich minimieren. Wie bei der Verwendung des FIR-Filters kann dazu das Gradientenverfahren eingesetzt werden. Jedoch ist die Fehlerquadratoberfläche nun keine quadratische Funktion, so daß mehrere lokale Minima vorliegen. Daher kann das Gradientenverfahren zu einer dieser lokalen Minima als suboptimale Lösung konvergieren.

Es zeigt sich, daß der Gradient des Fehlersignals $\nabla y(k)$ durch Filtern des Referenzvektors $\mathbf{u}^*(k)$ mit der Übertragungsfunktion $S(z)$ gebildet werden kann

$$\nabla y(k) = -s(k) * \mathbf{u}^*(k). \quad (6.52)$$

Daraus ergibt sich mit der Iterationsvorschrift aus Gl. 6.19 die folgende Gleichung für die Berechnung der Filterkoeffizienten

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu [s(k) * \mathbf{u}^*(k)] \mathbf{e}(k). \quad (6.53)$$

Ähnlich wie der Filtered-x LMS Algorithmus wird dieser Algorithmus Filtered-u recursive LMS genannt. Für eine übersichtlichere Realisierung auf der Echtzeitkarte läßt sich Gl. 6.53 wiederum in zwei Teile aufspalten

$$\mathbf{b}(k+1) = \mathbf{b}(k) + \mu [s(k) * \mathbf{x}(k)] \mathbf{e}(k) \quad (6.54)$$

und

$$\mathbf{a}(k+1) = \mathbf{a}(k) + \mu [s(k) * \mathbf{u}(k-1)] \mathbf{e}(k). \quad (6.55)$$

Das Konvergenzverhalten dieses Algorithmus ist nicht eindeutig vorhersehbar. Außerdem gibt es keine Einstellkriterien für den Konvergenzparameter μ . Da die Filterkoeffizienten \mathbf{a} anders konvergieren als die Filterkoeffizienten \mathbf{b} , ist es möglich, in den Gleichungen 6.54 und 6.55 unterschiedliche Schrittweiten zu verwenden. Die Stabilität des Algorithmus kann zusätzlich durch die Verwendung des Gewichtungsparameters r verbessert werden.

6.5 Adaptive Feedback-Regelung

Falls es weder praktikabel noch möglich ist, ein Referenzsignal für die Regelung abzuleiten, kann anstelle einer Feedforward-Regelung eine Feedback-Regelung entworfen werden.

In dem Kapitel 5 wurde die Zustandsrückführung mit fest eingestellten Reglerparametern, die z.B. durch einen linear quadratischen Reglerentwurf berechnet wurden, behandelt. Die Robustheit und Stabilität einer solchen Zustandsrückführung hängt stark von der Güte des Modells der Regelstrecke ab. Ändert sich diese, kann die Regelung mit festen Parametern nicht darauf reagieren und die Effektivität der Rückführung nimmt ab. Aus diesem Grund wird jetzt eine adaptive Rückführung entworfen.

6.5.1 SISO Adaptive Feedback-Regelung

Ursprünglich von Eriksson und Allie [20] für die aktive Lärmbekämpfung entwickelt, zeigt die Regelung mit nur einem Aktor (Lautsprecher) und einem Sensor (Mikrofon) die grundsätzliche Funktionsweise der Regelung. Dieses System wurde von Popovich [58] zu einer Mehrgrößenregelung erweitert.

Da sowohl die Störung $d(k)$ als auch das entsprechende Referenzsignal unbekannt ist, liegt die Grundidee der adaptiven Feedback-Regelung darin, daß man die Störung aus dem bekannten Meßsignal $y(k)$ und dem bekannten Stellsignal $u(k)$ schätzt und anschließend als Referenzsignal verwendet. Somit können adaptive Feedback-Systeme auch als adaptive Feedforward-Systeme interpretiert werden, die sich ihr eigenes Referenzsignal erzeugen.

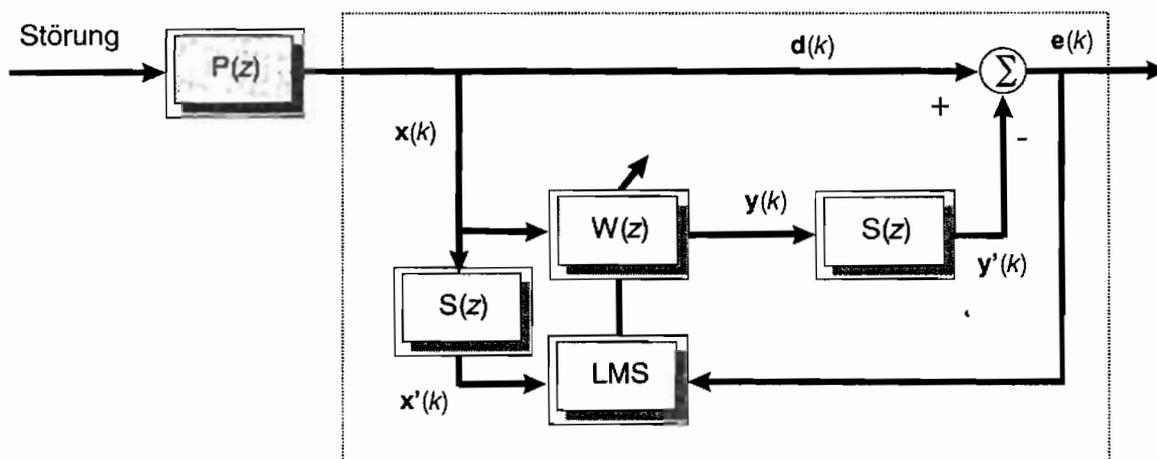


Abb. 6.14: Blockschaltbild der Rückführung

Aus Abbildung 6.14 leitet man die unbekannte Störung $d(k)$ her

$$d(k) = y(k) + S(z)u(k) \quad (6.56)$$

Als Referenzsignal $x(k)$ wird die nun ermittelte Störung $d(k)$ verwendet

$$x(k) = d(k) \quad (6.57)$$

6.5.2 MIMO Adaptive-Feedback Regelung

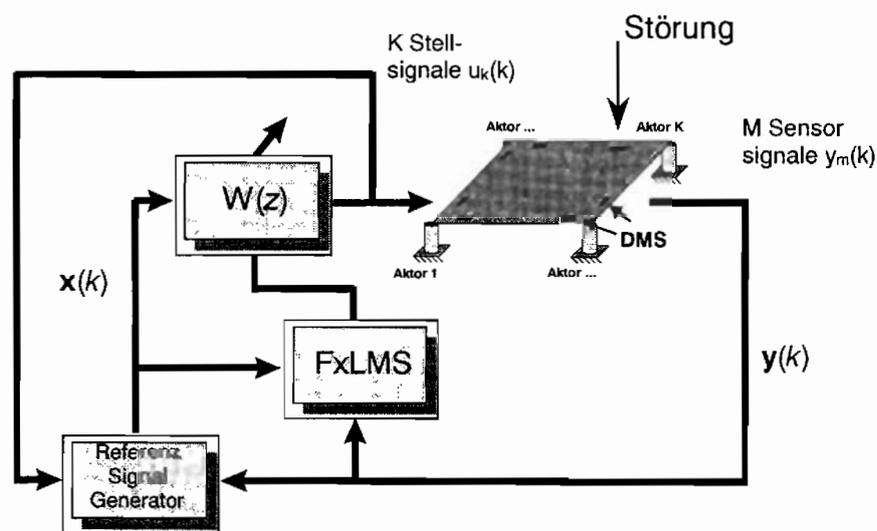


Abb. 6.15: MIMO Feedback-Regelung

Als Erweiterung der Feedback Regelung basierend auf nur einem Fehlersensor und einem Aktor (SISO), soll nun die Regelung mit K Aktoren und M Sensoren vorgestellt werden (Abb. 6.15). In diesem Fall gibt es $K \cdot M$ Übertragungsfunktionen $S_{mk}(z)$ von dem k -ten Aktor zum m -ten Sensor. Das Referenzsignal wird durch den Referenz Signal Generator erzeugt. Diesem werden die K Stell-signale $u_k(k)$ und die M Fehler-signale $y_m(k)$ bereitgestellt, um die gewünschten M Referenzsignale $x_m(k)$ zu erzeugen

$$x_m(k) = e_m(k) + \sum_{k=1}^K S_{mk}(k) * u_k(k), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (6.58)$$

Die Stellsignale werden durch die digitalen Filter berechnet

$$u_k(k) = \sum_{m=1}^M w_{km}(k) * x_m(k), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (6.59)$$

Der Filtered-u recursive LMS Algorithmus korrigiert die jeweiligen Filterkoeffizienten

$$w_{km}(k+1) = w_{km}(k) + \mu \sum_{m=1}^M S_{mk}(k) * x_k(k) y_m(k) \quad (6.60)$$

In Abbildung 6.16 ist das Blockschaltbild einer adaptive modalen Feedback-Regelung basierend auf IIR-Filtern dargestellt. Um eine globale Schwingungs- und Schallreduktion zu erreichen, werden die modalen Amplituden als Fehlersignal benutzt. Diese müssen zunächst durch einen Beobachter rekonstruiert werden. Zum Vergleich ist in dem gekennzeichneten Bereich der Linear-Quadratische Zustandsregler eingetragen.

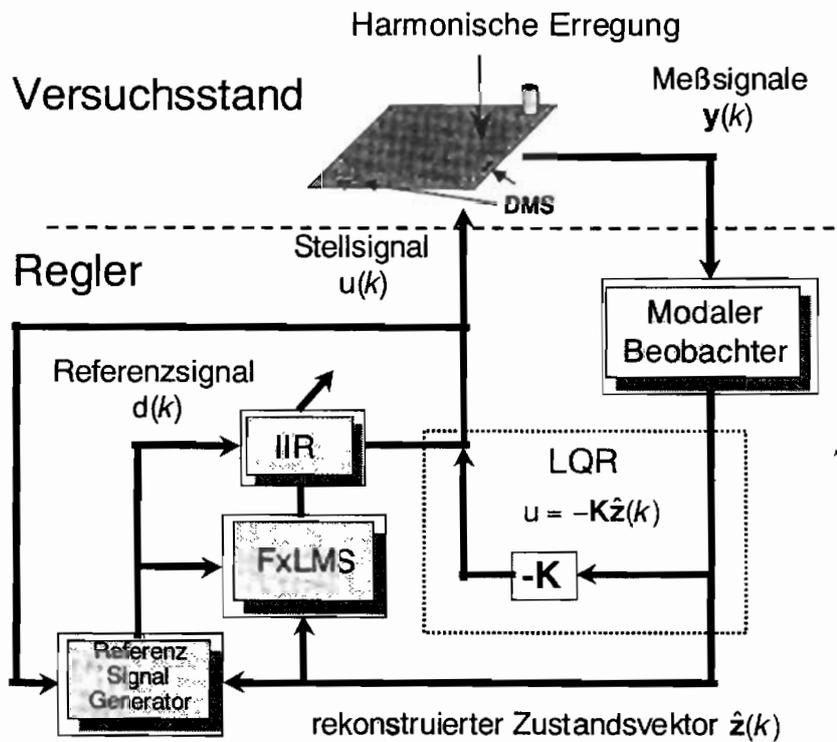


Abb. 6.16: Adaptive modale Feedback Regelung

6.6 Regelungskonzept mit adaptivem Beobachter

In dem Kapitel 5 ist die Off-line Einstellung eines modalen Zustandsbeobachters beschrieben worden. Der Nachteil dieses Verfahrens ist jedoch, daß der Beobachter sich nicht an sich verändernde Systembedingungen anpassen kann, so daß bei einer Abweichung des mathematischen Modells von der tatsächlichen Dynamik große Beobachterfehler bis hin zu Instabilitäten auftreten können. Der Beobachter muß also in der Lage sein, sich anzupassen und dadurch den Beobachterfehler möglichst gering zu halten.

In den vorherigen Abschnitten wurden adaptive Systeme auf digitaler Filter-Basis vorgestellt. Bei der Verwendung eines modalen Zustandsbeobachters oder auch Kalman Filters wird die Zustandskorrektur durch die Rückführung des Beobachterfehlers über die Rückführmatrix erreicht (Abb. 6.17). Es handelt sich hierbei genau wie bei der Zustandsvektorrückführung ebenfalls um eine Rückführung. Da es möglich ist, die Zustandsregelung anhand adaptiver digitaler Filter zu realisieren, muß es möglich sein, diesen adaptiven Algorithmus auch auf die Rückführung des Beobachterfehlers umzustellen. Das Ziel der folgenden Herleitung ist es, basierend auf einem digitalen Filter ein System zu realisieren, welches aus dem vorhandenen Beobachterfehler eine Zustandskorrektur berechnet. Die Koeffizienten des Filters sollen in der Weise nachgestellt werden, daß der Beobachterfehler und somit der Zustandsfehler minimiert wird.

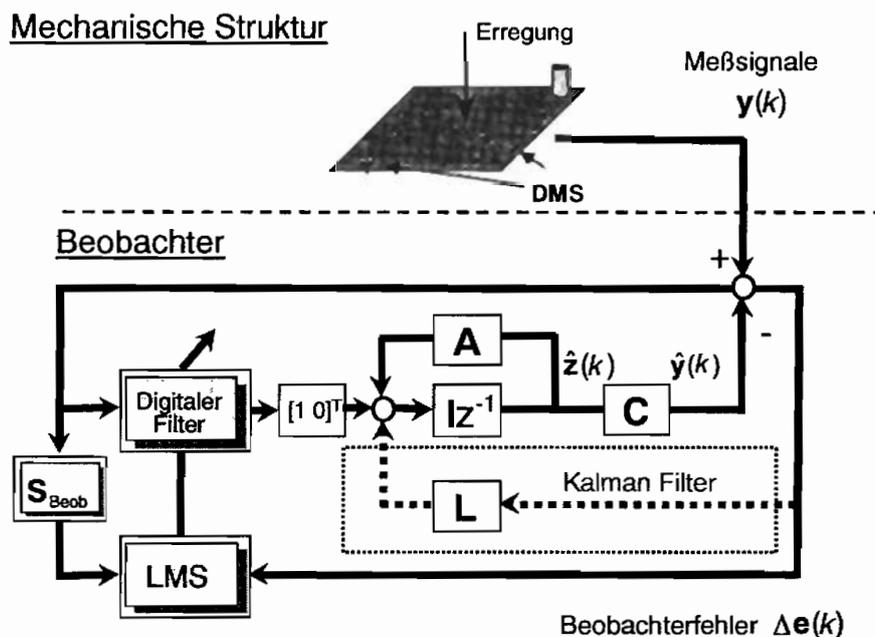


Abb. 6.17: Grundidee des adaptiven Beobachters

Jedoch muß erst die Dynamik des Beobachtersystems S_{Beob} hergeleitet werden, um diese in dem Algorithmus zu implementieren. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Herleitung des adaptiven Zustandsbeobachters nur für einen Sensor und einen Motor dargestellt. Vergleichbar mit einem ein-kanaligen Regelsystem, ein Aktor und ein Sensor, handelt es sich somit um ein SISO-System.

6.6.1 Übertragungsverhalten des Zustandsbeobachters

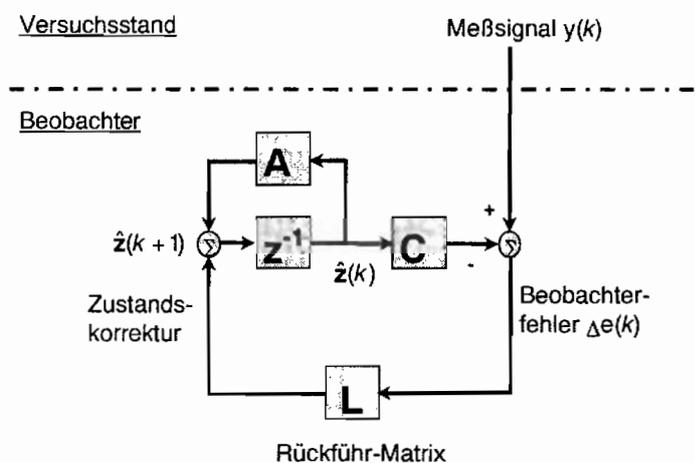


Abb. 6.18: Modaler Zustandsbeobachter

In der Abbildung 6.18 eines modalen Zustandsbeobachters erkennt man, daß von außen das Meßsignal $y(k)$ einfließt, welches unabhängig vom Beobachter ist, und man so keinen geschlossenen Ausdruck für die Dynamik des Beobachters erhält. Geht man von

$$\hat{\mathbf{z}}(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{L}[\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}(k)] \quad (6.61)$$

zur Gleichung des Schätzfehlers $\tilde{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k)$ über,

$$\tilde{\mathbf{z}}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{\mathbf{z}}(k). \quad (6.62)$$

so kommt die entstehende Gleichung der Gleichung der Zustandsvektorrückführung

$$\mathbf{z}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\tilde{\mathbf{z}}(k). \quad (6.63)$$

schon sehr nahe. Durch Transposition der Gleichung 6.62 läßt sich die Dynamik des Schätzfehlers auf die Dynamik einer Zustandsregelung zurückführen mit der Systemmatrix \mathbf{A}^T , der Steuermatrix \mathbf{C}^T und der Rückführung \mathbf{L}^T [24].

$$\bar{\mathbf{z}}^T(k+1) = (\mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{L}^T) \bar{\mathbf{z}}^T(k). \quad (6.64)$$

Dieser Schritt ist erlaubt, da zwei quadratische Matrizen \mathbf{F} und \mathbf{F}^T , die durch Transposition hervorgehen, die gleichen Eigenwerte besitzen.

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{F}^T] = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{F}] = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{F}] \quad (6.65)$$

Letzteres deshalb, weil sich der Wert einer Determinante bei Transposition nicht ändert. Da die Matrizen \mathbf{F} und \mathbf{F}^T die gleichen Eigenwerte haben, besitzen die zugehörigen homogenen Zustandsgleichungen das gleiche Stabilitätsverhalten und ein ähnliches Zeitverhalten. Somit erhält man die obige Gleichung für den Schätzfehler, die das gleiche Stabilitätsverhalten und die gleiche Grobdynamik besitzt wie die ursprüngliche Schätzfehlerdifferenzgleichung (Gl. 6.62). Man ist in der Lage, eine Übertragungsfunktion aufzustellen, die für jeden Mode den dynamischen Zusammenhang zwischen Zustandskorrektur und Zustandsfehler wiedergibt.

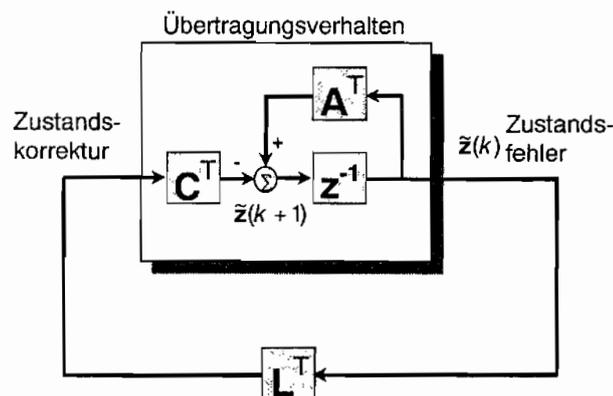


Abb. 6.19: Übertragungsverhalten des Beobachters

Die Übertragungsfunktion im z -Bereich

$$S_{Beob}(z) = [1 \ 0] (z\mathbf{I} - \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{C}^T \quad (6.66)$$

gibt den dynamischen Zusammenhang zwischen dem Zustandsfehler der modalen Amplitude und der Zustandskorrektur dieser modalen Amplitude an. In der Gleichung 6.66 sind \mathbf{A}^T und \mathbf{C}^T zeitdiskrete Matrizen, die durch Überführung der kontinuierlichen Matrizen \mathbf{A}_{kont}^T und \mathbf{C}_{kont}^T gemäß

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{dis}^T &= e^{\mathbf{A}_{kont}^T \Delta t} \\ \mathbf{C}_{dis}^T &= \int_{v=0}^{\Delta t} e^{\mathbf{A}_{kont}^T (\Delta t - v)} \mathbf{C}_{kont}^T dv = \left(\mathbf{A}_{kont}^T \right)^{-1} (\mathbf{A}_{dis}^T - \mathbf{I}) \mathbf{C}_{kont}^T\end{aligned}\quad (6.67)$$

in den zeitdiskreten Bereich berechnet wurden.

Nimmt man diese Übertragungsfunktion in die LMS-Algorithmus zur Einstellung der Filterkoeffizienten $\mathbf{w}(k)$ eines FIR-Filters mit auf, ergeben sich folgende Gleichungen zur Realisierung eines adaptiven Zustandsbeobachters.

Die modale Amplitude wird für jeden Mode einzeln korrigiert

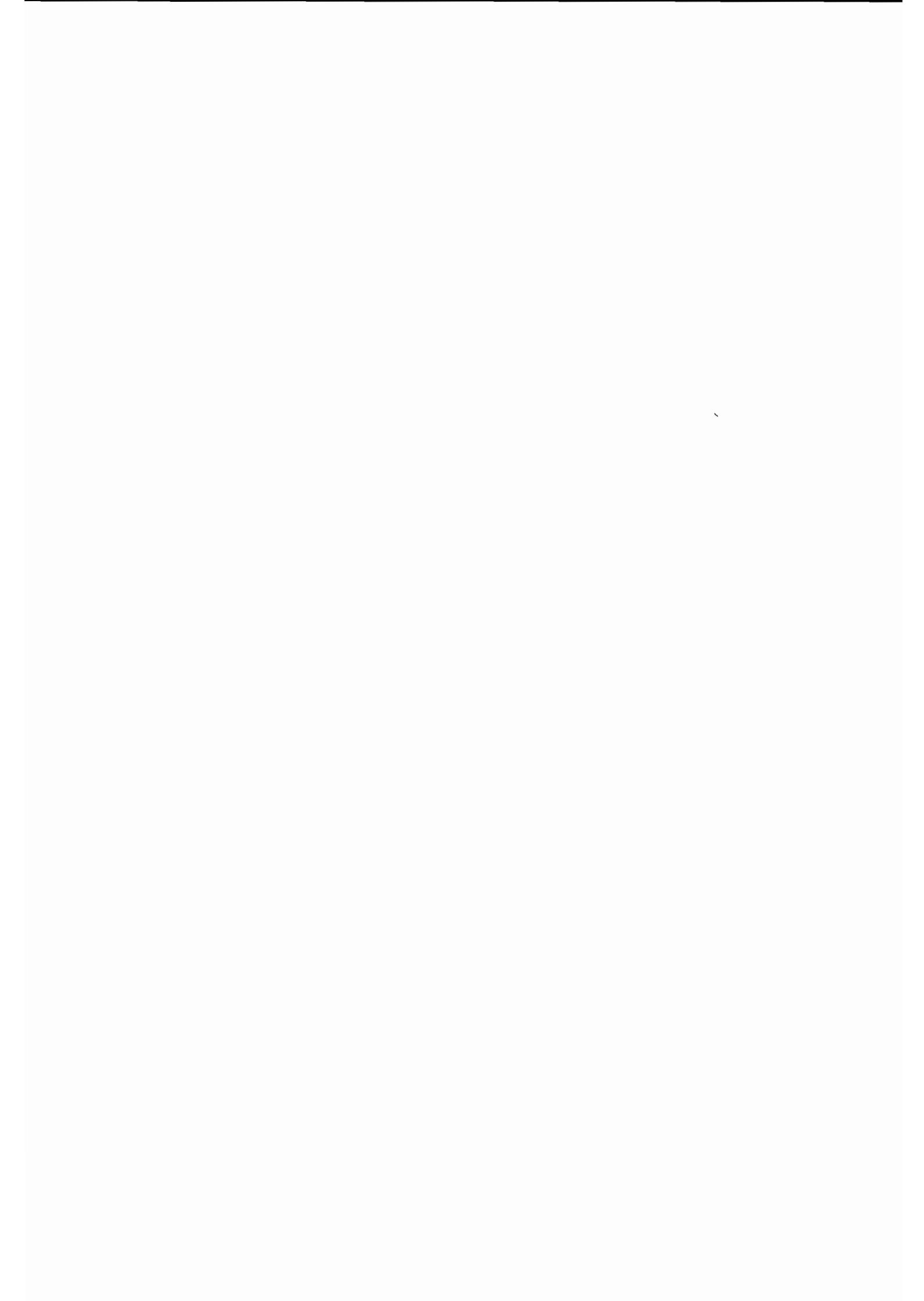
$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{z}(k) + \Delta \mathbf{z}(k) \quad (6.68)$$

Die Zustandskorrektur wird durch Filterung des Beobachterfehlers mit den Filterkoeffizienten erzeugt

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{z}(k) &= \mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}(k) \\ \text{mit} \\ \mathbf{x}(k) &= [\Delta e(k) \quad \Delta e(k-1) \quad \cdots \quad \Delta e(k-(N-1))] \end{aligned}\quad (6.69)$$

Die Filterkoeffizienten werden durch den LMS-Algorithmus mit der Schrittweite μ nachgestellt

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu S_{\text{Beob}} \mathbf{x}(k) \Delta e(k) \quad (6.70)$$



Kapitel 7

Reduktion der Körperschallabstrahlung

Bei sehr vielen Fragen der Praxis, z.B. bei der Fahrzeugkarosserie oder bei großflächige Platten, interessiert neben dem Schwingungsverhalten des Körpers, wie laut das in die Umgebung bzw. in den Innenraum abgestrahlte Geräusch ist. Durch betriebsbedingte Vibrationen wird in mechanischen Konstruktionen *Körperschall* erregt, so daß die Luftteilchen an der Grenzfläche zwischen Fluid und Struktur zu Schwingungen angeregt werden. Es bildet sich dann infolge der *Körperschallabstrahlung* an der Oberfläche der mechanischen Struktur der Schalldruck $p(t)$ aus.

Neben der Schwingungsreduktion ist das Ziel dieser Arbeit, den durch die mechanischen Schwingungen abgestrahlten Luftschall zu reduzieren.

Als eine globale Meßgröße des abgestrahlten Schalls dient die abgestrahlte Schalleistung. Um die Regelung zu vereinfachen, wird der untereinander gekoppelte Zusammenhang zwischen modaler Schwingungsverteilung und abgestrahlter Schalleistung durch die Einführung von *Abstrahlmoden* entkoppelt.

7.1 Kopplung zwischen Strukturschwingung und Schalleistung

Um eine aktive Reduktion des abgestrahlten Schalls durch ein Regelungskonzept zu realisieren, muß eine entsprechende Meßgröße gefunden werden, die durch die Regelung minimiert werden soll.

Oftmals werden Mikrophone im Fernfeld der Störquelle, hier der mechanischen Struktur, eingesetzt, um Aussagen über den Schalldruck an den entsprechenden Stellen zu erhalten [23]. In Abbildung 7.1a ist eine rechteckige Platte dargestellt, die in ihrer zweiten Eigenform schwingt. Betrachtet man den Schalldruck in einem Schnitt durch die Hüllfläche über der Struktur, so erkennt man, daß der durch diese Schwingungsform verursachte Schalldruck die in Abbildung 7.1b dargestellte Richtcharakteristik hat. Ein Meßmikrophon, das in der Mitte der Halbkugel plaziert ist (Mikrophon 2), mißt einen deutlich geringeren Schalldruck als das Meßmikrophon 1. Somit ist es nicht sinnvoll, den Schalldruck an einer gewissen lokalen Stelle in das Gütekriterium mit aufzunehmen, da eine Reduktion des Schalldrucks an dieser Stelle zu einer Erhöhung an anderer Stelle führen kann. Da die Schallabstrahlung sowohl frequenz- als auch ortsabhängig ist, liefern die Meßmikrophone nur lokale Meßwerte. Die globale Reduktion des abgestrahlten Schalls ist deshalb nur durch mehrere auf

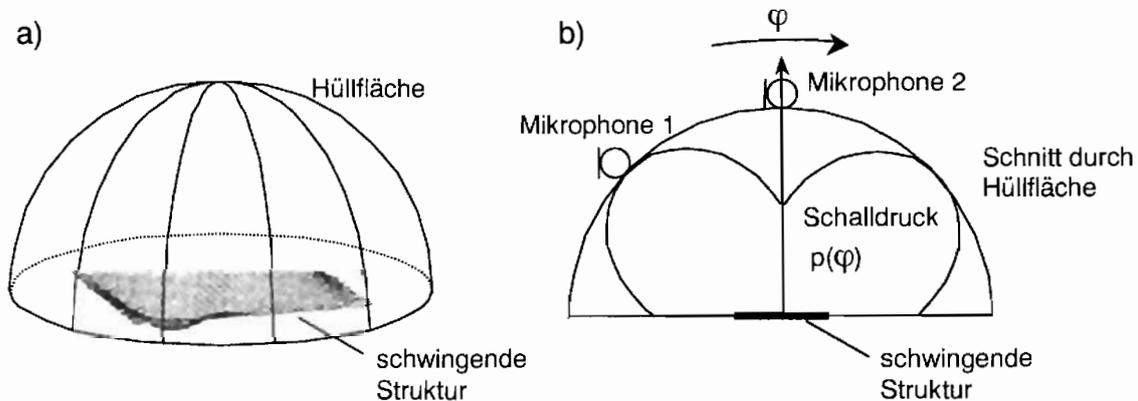


Abb. 7.1: a) Halbkugel als Hüllfläche über schwingende Struktur
 b) Richtcharakteristik des Schalldrucks

der Hüllfläche verteilte Sensoren gewährleistet, so daß der rechen- und meßtechnische Aufwand beträchtlich ansteigt. Eine globale Meßgröße ist die abgestrahlte Schalleistung, jedoch ist diese Messung nur mit hohem meßtechnischen Aufwand während der Regelung möglich

Aus diesem Grund und hinsichtlich einer kompakten Bauweise der geregelten mechanischen Struktur wird die abgestrahlte Schalleistung auf die Strukturschwingungen zurückgeführt, da diese leicht mit Beschleunigungsaufnehmern oder Dehnungsmeßstreifen in Echtzeit gemessen werden können [55]. Es muß demnach der dynamische Zusammenhang zwischen Strukturschwingung und abgestrahlter Schalleistung hergeleitet werden.

7.1.1 Punktstrahlersynthese

Bei Körpern mit einfacher Oberfläche, wie die untersuchte Rechteckplatte, lassen sich mit der klassischen Punktstrahlersynthese bei geringem Aufwand gute Ergebnisse erzielen. Der durch eine kugelförmige Schallquelle erzeugte Schalldruck in der Entfernung r läßt sich durch folgenden Zusammenhang beschreiben [13]

$$p = j\omega\rho \frac{q_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \quad (7.1)$$

Dabei bedeutet q_0 den sogenannten Schallfluß, das Produkt aus Geschwindigkeit (Schnelle) v_0 und Oberfläche A_0 des Strahlers, und k_0 die akustische Wellenzahl

$$k_0 = \frac{\omega}{c} \quad (7.2)$$

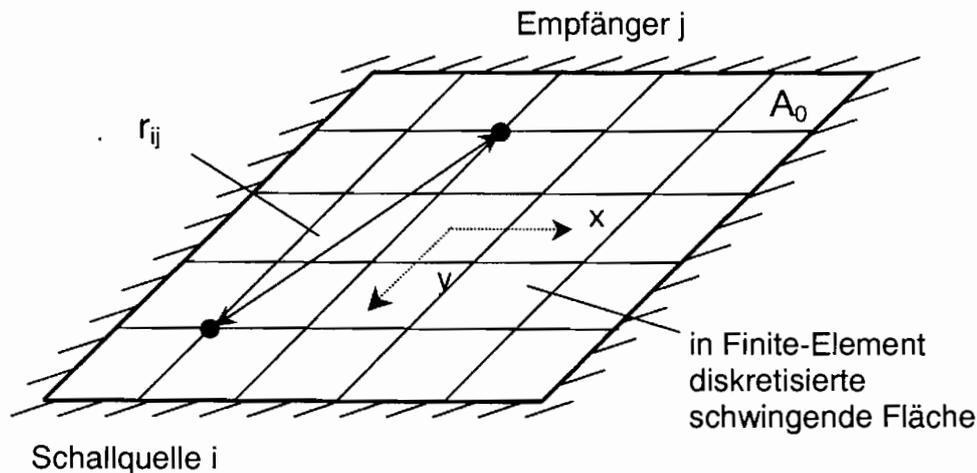


Abb. 7.2: Abstrahlung einer Punktschallquelle

Basierend auf den FEM – Berechnungen ist die Schnelleverteilung der diskretisierten Platte bekannt, so daß die Schallabstrahlung durch eine Vielzahl von finiten Elementen, die wie in die Fläche eingebaute Punktschallquellen mit der Schnelle v_i behandelt werden, angenähert werden kann (Abb. 7.2). Der Schalldruck im Abstand r von einer Punktschallquelle i ist durch

$$p_i = j\omega\rho \frac{A_0 v_i}{2\pi r} e^{-jkr} = z_i v_i \quad (7.3)$$

gegeben. Die Schallquelle hat jetzt nur die Hälfte des Volumenflusses einer freien Quelle (Gl. 7.1), erzeugt jedoch denselben Schalldruck vor der Wand.

Die folgenden Berechnungen der abgestrahlten Schalleistung lassen sich entweder im Fernfeld der abstrahlenden Struktur oder im Nahfeld durchführen. Untersuchungen im Fernfeld sind numerisch aufwendiger, da eine Integration des effektiven Schalldruckes über eine Hüllfläche, meist eine Halbkugel, durchgeführt werden muß. Jedoch können die Berechnungen durch experimentelle Schalldruckmessungen begleitet werden. Im allgemeinen besteht ein Schallfeld sowohl aus aktiven als auch reaktiven Schallanteilen [7]. In einem aktiven Schallfeld breitet sich Schallenergie aus, in einem rein reaktiven Schallfeld dagegen nicht. Im Nahfeld einer Schallquelle verhält sich die Luft wie ein Feder-Masse-System, das Energie speichert. Schallenergie zirkuliert ohne sich auszubreiten (Abb. 7.3). Schalldruckmessungen zur Schalleistungsbestimmung führen in einem reaktiven Schallfeld zu falschen Ergebnissen, da der Reaktivteil des Nahfeldes keinen Beitrag zum Fernfeld leistet. Jedoch läßt sich analytisch die Kopplung zwischen Strukturschwingung und abgestrahlter Schalleistung wesentlich einfacher auf der Oberfläche der mechanischen Struktur

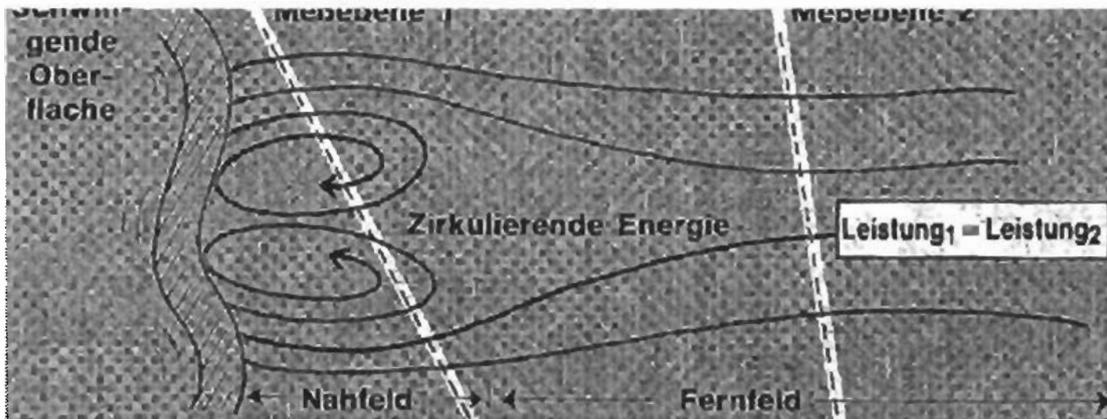


Abb. 7.3: Nah- und Fernfeld einer schwingenden Oberfläche

herleiten [18]. Das Ergebnis der Berechnungen läßt sich dann wiederum durch Schalldruckmessungen im Fernfeld der Platte verifizieren.

Mit Gleichung 7.3 läßt sich der durch die Schallquelle i verursachte Schalldruck an jedem Punkt der Plattenoberfläche berechnen. Da man bei Schalldrücken das Prinzip der Superposition anwenden kann, setzt sich der Schalldruck an einer Stelle der Platte durch die Addition aller durch die Schallquellen erzeugten Schalldrücke an dieser Stelle zusammen. In Matrixschreibweise läßt sich dies folgendermaßen ausdrücken

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}\mathbf{v}. \quad (7.4)$$

\mathbf{p} ist der Vektor mit den Schalldrücken an den diskretisierten Orten der Platte und \mathbf{v} ist der Vektor mit den Oberflächengeschwindigkeiten an diesen Punkten.

Den Schalldruck in das Gütekriterium der Regelung aufzunehmen, ist jedoch nicht sinnvoll, da dieser von vielen Einflüssen abhängig ist. Eine schwingende Struktur emittiert Schalleistung und erzeugt dadurch einen bestimmten Schalldruck. Der gemessene Schalldruck ist abhängig vom Abstand und Richtung von der Schallquelle und den akustischen Eigenschaften des Raumes, in dem sich die Schallwellen ausbreiten. In einem großen, mit schallabsorbierenden Material ausgekleideten Raum hört sich die schwingende mechanische Struktur leiser an als in einem kleinen Raum mit harten Wänden, obwohl die abgestrahlte Schalleistung immer die gleiche ist. Es ist also eine Meßgröße notwendig, die unabhängig von den Umgebungsbedingungen ist und in direkter Beziehung zur Schalleistung steht, dies ist die *Schallintensität I*.

Die Schallintensität ist das Produkt von Schalldruck und Schallschnelle, die Einheit ergibt sich somit zu Schalleistung pro Einheitsfläche.

$$\text{Intensität} = \text{Druck} \cdot \text{Schnelle} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \cdot \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Energie}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}} = \frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}} \quad (7.5)$$

Die über die Plattenoberfläche abgestrahlte Schalleistung P ist somit das Oberflächenintegral über die Schallintensitäten.

$$P = \int_A I \cdot dA \quad (7.6)$$

Das Produkt aus Druck und Schnelle ergibt die momentane Intensität.

$$I(t) = \hat{v} e^{j\omega t} \cdot \hat{p} e^{j(\omega t + \varphi)} = \hat{v} \hat{p} e^{j(2\omega t + \varphi)} \quad (7.7)$$

Die mittlere Intensität oder Wirkintensität, die für die Schalleistung verantwortlich ist, ergibt sich durch eine Mittelung über die Zeit [38].

$$I_{\text{Wirk}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{v} \hat{p} e^{j(2\omega t + \varphi)} dt = \frac{1}{2} \text{Re}\{\hat{v}^* \hat{p}\} \quad (7.8)$$

* bedeutet konjugiert komplex. Da die Oberfläche A_0 der Finite-Elemente gleich groß gewählt wurde, läßt sich mit Gleichung 7.6 und 7.8 für die abgestrahlte Schalleistung folgendes schreiben

$$P = \frac{A}{2} \text{Re}\{\mathbf{v}^H \mathbf{p}\} = \frac{A}{2} \text{Re}\{\mathbf{v}^H \mathbf{Z} \mathbf{v}\} = \mathbf{v}^H \mathbf{R} \mathbf{v} \quad (7.9)$$

Rechnet man mit reellen Geschwindigkeiten, so daß

$$\mathbf{v}^H = \mathbf{v}^T \quad (7.10)$$

ist, so erhält man für die Schalleistung

$$P = \mathbf{v}^T \frac{A}{2} \text{Re}\{\mathbf{Z}\} \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{R} \mathbf{v} \quad (7.11)$$

Das Element R_{ij} der Matrix \mathbf{R} beschreibt den akustischen Widerstand zwischen dem Strahler i und dem Empfänger j .

Mit der Eulerschen Formel

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi \quad (7.12)$$

ergibt sich mit Gl. 7.3 eingesetzt in Gl. 7.11 für

$$R_{ij} = \frac{A}{2} \operatorname{Re} \left\{ j\omega\rho \frac{A_0}{2\pi r_{ij}} (\cos(-jkr_{ij}) + j \sin(-jkr_{ij})) \right\} = \frac{\omega\rho A A_0}{4\pi r_{ij}} \sin(kr_{21}) \quad (7.13)$$

Die Matrix \mathbf{R} sieht somit folgendermaßen aus

$$\mathbf{R} = \frac{\omega\rho A^2}{4\pi} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(kr_{21})}{r_{21}} & \dots \\ \frac{\sin(kr_{21})}{r_{21}} & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (7.14)$$

da

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sin r}{r} = 1 \quad (7.15)$$

ist. Der Abstand r_{ij} zwischen der Schallquelle i und dem Empfänger j berechnet sich zu

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (7.16)$$

Um die Anzahl der Freiheitsgrade zu begrenzen, ist die Regelung in modalen Koordinaten ausgelegt. Mit Hilfe der Modalanalyse läßt sich die Geschwindigkeitsverteilung auf der Oberfläche der Struktur anhand einer endlichen Anzahl n von Eigenformen beschreiben

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^n \Phi_i \mathbf{q}_i . \quad (7.17)$$

Somit ist eine Formulierung der abgestrahlten Schalleistung anhand der modalen Amplituden möglich. Mit Gl. 7.11 und 7.17 ergibt sich

$$P = \mathbf{v}^H \mathbf{R} \mathbf{v} = \mathbf{q}^H \Phi^H \mathbf{R} \Phi \mathbf{q} = \mathbf{q}^H \mathbf{M} \mathbf{q} . \quad (7.18)$$

Um das Verhältnis von abgestrahlter Luftschalleistung zur Körperschalleistung auszudrücken, wird der *Abstrahlgrad* definiert, der die tatsächliche abgestrahlte Schalleistung P auf die maximal mögliche Schalleistung einer den Plattenabmessung entsprechenden Kolbenmembran bezieht.

$$\sigma = \frac{P}{\rho_0 c A \bar{v}^2} \quad (7.19)$$

Dabei ist \bar{v}^2 der über die Oberfläche A gemittelte quadratische Effektivwert der Schnelle. Die Stärke der Abstrahlung von einer Platte hängt ganz wesentlich davon ab, wie groß die Wellenlänge der Schwingungen des Strahlers im Vergleich zur Schallwellenlänge im umgebenden Medium ist [13]. Bei großen Wellenlängen, $\lambda_B > \lambda_0$, ist die Abstrahlung groß, d.h. $\sigma = 1$, bei kleineren Wellenlängen, $\lambda_B < \lambda_0$, ist der Abstrahlgrad kleiner Eins. Die durch die Gleichheit der Wellenlängen definierte sogenannte Grenzfrequenz f_g ist also für die Abstrahlung von Biegewellen sehr wichtig. Bei einer homogenen Platte ist die Biegewellenlänge durch

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt{\frac{B}{\rho_{Platte} t_{Platte} \omega^2}} \quad (7.20)$$

mit der Biegesteifigkeit

$$B = \frac{E t_{Platte}^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (7.21)$$

gegeben, so daß sich für die Grenzfrequenz

$$f_g = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_{\text{Platte}} t_{\text{Platte}}}{B}} \quad (7.22)$$

ergibt. Im Rahmen der Lärmbekämpfung ist man bemüht, die Grenzfrequenz möglichst hoch zu legen, um einen verminderten Abstrahlgrad zu erreichen.

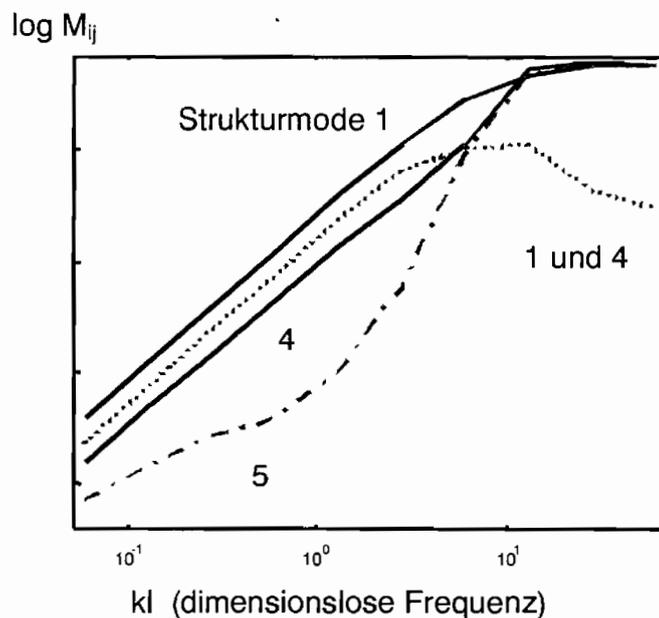


Abb. 7.4: Kopplungsmatrix \mathbf{M} zwischen Strukturmoden und abgestrahlter Schalleistung

Betrachtet man die frequenzabhängige Abstrahlmatrix \mathbf{M} , deren Elemente proportional zum Abstrahlgrad σ sind, so erkennt man, daß die Abstrahlung der einzelnen Eigenformen untereinander gekoppelt ist (Abb. 7.4) [9]. Will man die gesamte abgestrahlte Schalleistung berechnen, darf man im allgemeinen nicht nur die von den einzelnen Moden abgestrahlte Leistung addieren, weil die Superponierbarkeit nur für die Schalldrücke und nicht für die Schalleistungen gilt [13].

Das interessante Ergebnis ist, daß unterhalb der Grenzfrequenz durch Anregung einer weiteren Mode die Schallabstrahlung reduziert werden kann. Somit kann eine Erhöhung der mittleren Schnelle zu einer Reduktion der Schallabstrahlung führen [35].

7.2 Abstrahlmoden

Ziel der Regelung ist, diese Kopplung der einzelnen Moden auszunutzen [67, 68]. Wesentliche Frage ist, welche Strukturmoden man in die Regelung mit aufnimmt, da die Anzahl durch die Echtzeitrestriktionen begrenzt ist. Führt man eine Eigenwertzerlegung der Matrix \mathbf{M}

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}^T \mathbf{\Omega} \mathbf{P} \quad (7.23)$$

durch, so erhält man die abgestrahlte Leistung

$$P = \mathbf{q}^H \mathbf{M} \mathbf{q} = \mathbf{q}^H \mathbf{P}^T \mathbf{\Omega} \mathbf{P} \mathbf{q} = \mathbf{b}^H \mathbf{\Omega} \mathbf{b}. \quad (7.24)$$

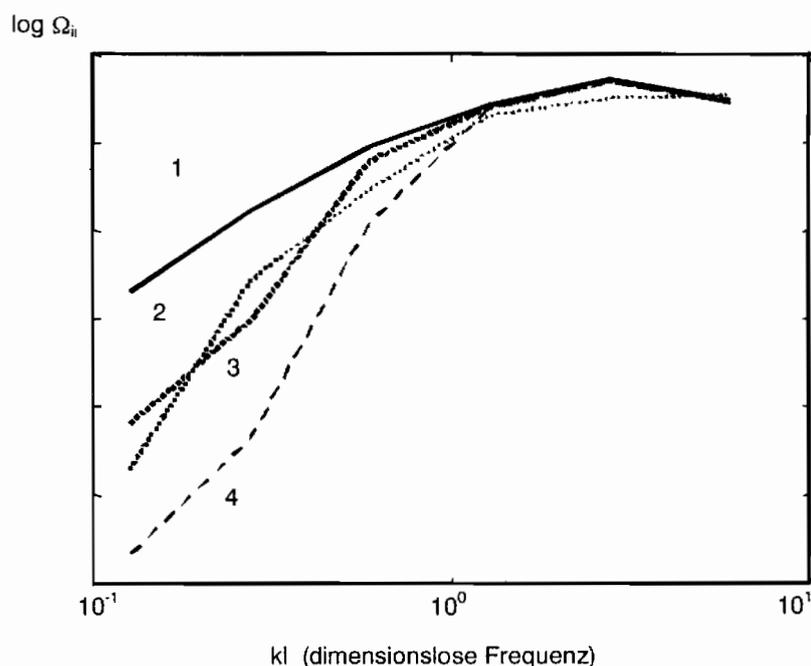


Abb. 7.5: Abstrahlgrad Ω der Radiation Modes

\mathbf{b} ist der Vektor der transformierten modalen Amplituden. Somit läßt sich die abgestrahlte Leistung als Summe unabhängiger Abstrahlmoden ausdrücken, die einen Abstrahlgrad σ proportional zu Ω_n haben (Abb. 7.5). Man sieht, daß bei tiefen Frequenzen die Regelung des ersten Abstrahlmodes ausreichend ist [14].

Die Eigenvektoren der Matrix \mathbf{P} enthalten die Anteile der Strukturmoden an dem jeweiligen Abstrahlmode. Somit läßt sich die Geschwindigkeitsverteilung dieser Moden aus einer Summe von Strukturmoden zusammensetzen. In Abbildung 7.6 ist über alle Strukturmoden summiert worden.

Geschwindigkeitsprofil der Abstrahlmoden

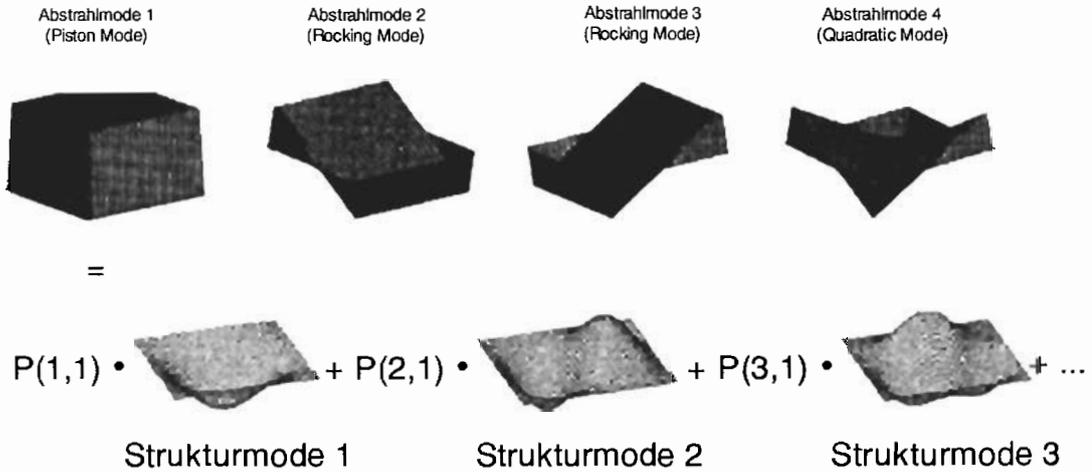


Abb. 7.6: Geschwindigkeitsverteilung der Abstrahlmoden berechnet mit allen Strukturmoden

Der Abstrahlmode 1 setzt sich im wesentlichen aus den Strukturmoden 1, 3 und 4 zusammen (Tab. 7.1). Somit ergibt sich eine erhebliche Aufwandsreduktion, da nur diese Strukturmoden in die Regelung mit aufgenommen werden müssen (Abb. 7.7). Außerdem ist dem Regler anhand der Transformationsmatrix \mathbf{P} der Zusammenhang zwischen der Strukturschwingung und der abgestrahlten Leistung bekannt.

Tabelle 7.1: Anteile der Strukturmoden am Abstrahlmode 1

STRUKTURMODE	MATRIX P (SPALTE 1)
1	0.8268
2	0.0001
3	0.1396
4	0.3081
5	-0.0254

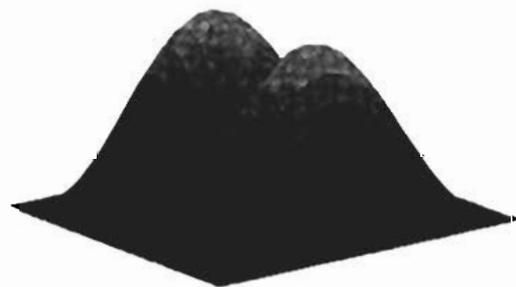


Abb. 7.7: Abstrahlmode 1 erzeugt durch Strukturmoden 1, 3, 4

Kapitel 8

Versuchsergebnisse

Dieses Kapitel beschreibt die experimentellen Ergebnisse der zur Strukturregelung einer allseitig eingespannten Platte durchgeführten Entwurfsschritte. Nachdem anhand der Identifikation ein mathematisches Modell der Regelstrecke geschätzt wird, erfolgt die iterative Einstellung des für die Regelung notwendigen modalen Zustandsbeobachters.

Am Beispiel dieses Plattenversuchsstandes werden zwei verschiedene Regelungskonzepte, die modale Zustandsvektorrückführung und die adaptive Feedback – Regelung miteinander verglichen. Zur Bewertung dienen sowohl Amplitudengänge der Schwingungssensoren und des abgestrahlten Schalldruckpegels als auch Zeitverläufe der Systemantwort auf Impuls- und Rauscherregung im unregelmäßigen und im geregelten Fall.

8.1 Versuchsstand

Als zu regelnde mechanische Struktur dient eine rechteckige Aluminiumplatte, die in einer Rahmenkonstruktion allseitig eingespannt ist. Die Abmessungen der Plattenfläche betragen 600mm x 400mm, die Dicke mißt 3mm. Die Einspannung wird durch eine Einspannkonstruktion übernommen, die aus massiven Stahlrahmen besteht, welche gegeneinander verschraubt werden. Das Gesamtsystem ist in eine horizontal auf einem Versuchstisch montierte Holzplatte integriert.

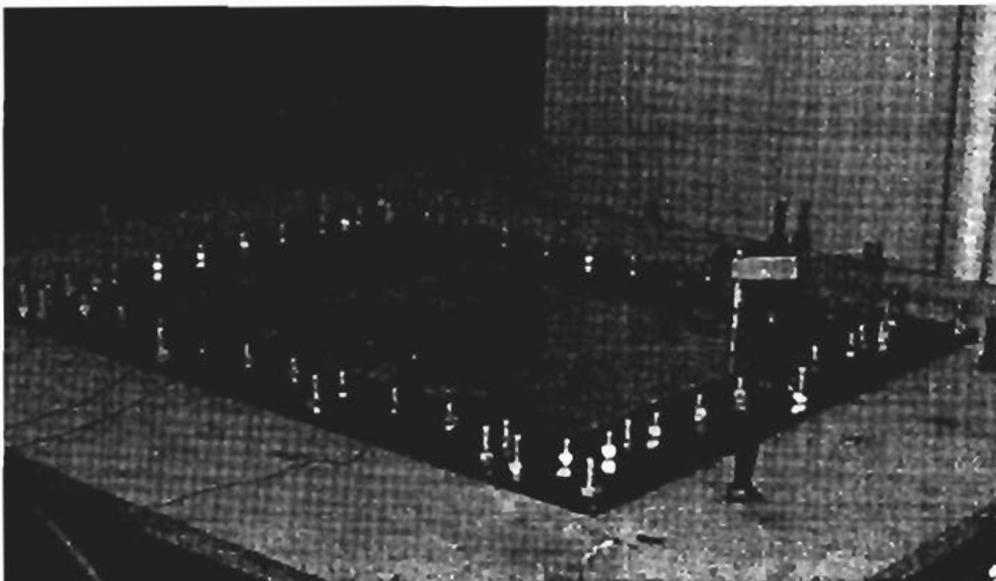


Abb. 8.1: Oberseite des allseitig eingespannten Plattenversuchsstandes

Die Abbildung 8.1 zeigt die Oberseite des Plattenversuchsstandes. Man erkennt eine Stahltraverse an der rechten oberen Ecke der Platte, an der eine Aufnahmekonstruktion für einen piezokeramischen Stapelaktor angeschraubt ist. Der Stapelaktor wird anhand der im Gehäuse des Aktors und im Kreuzgelenk angebrachten Innengewinde zwischen Platte und Aufnahmekonstruktion verschraubt. Dieses Gegenlager nimmt die bei der Verformung des Stapelaktors entstehenden Gegenkräfte auf und leitet sie über die Traverse in die Rahmenkonstruktion ein.

8.2 Sensorpositionierung

Da dieser Versuchsstand bereits mit piezokeramischen Streifenaktoren versehen ist [70], erfolgt zuerst die Auswahl des Sensorprinzipes und der günstigsten Sensorpositionen. Bedingt durch die an den vorangegangenen Versuchsständen gewonnenen positiven Erfahrungen mit Dehnungsmeßstreifen sollen diese wiederum als Sensoren eingesetzt werden. Um die Anzahl der zu beobachtenden Moden abzuschätzen, sind 1000Hz als Obergrenze der Strukturregelung festgelegt worden, so daß sich gemäß der FEM-Berechnungen mit dem Programmpaket I-DEAS 15 Eigenfrequenzen in diesem Frequenzbereich befinden.

Damit bei dieser hohen modalen Dichte die Moden gut beobachten werden können, wird die Anzahl der Sensoren auf sechs festgelegt. Da die Dehnungsmeßstreifen nur in einer Richtung sensitiv sind, werden die Positionen für die Messung der Eigenformen in x- und y-Richtung getrennt voneinander durchgeführt. Die höchste Eigenfrequenz in dem festgelegten Frequenzbereich gehört zu dem Mode (6,1), so daß die Sensoren in der Lage sein müssen, diese sechs Schwingungsbäuche zu messen. Mit Hilfe der berechneten Dehnungsverläufe an der Plattenoberfläche und dem Beobachtbarkeitsindex ergeben sich die in Abbildung 8.2a gezeigten acht günstigen Sensorpositionen in y-Richtung bei der Berechnung mit 10 Moden und vier günstige

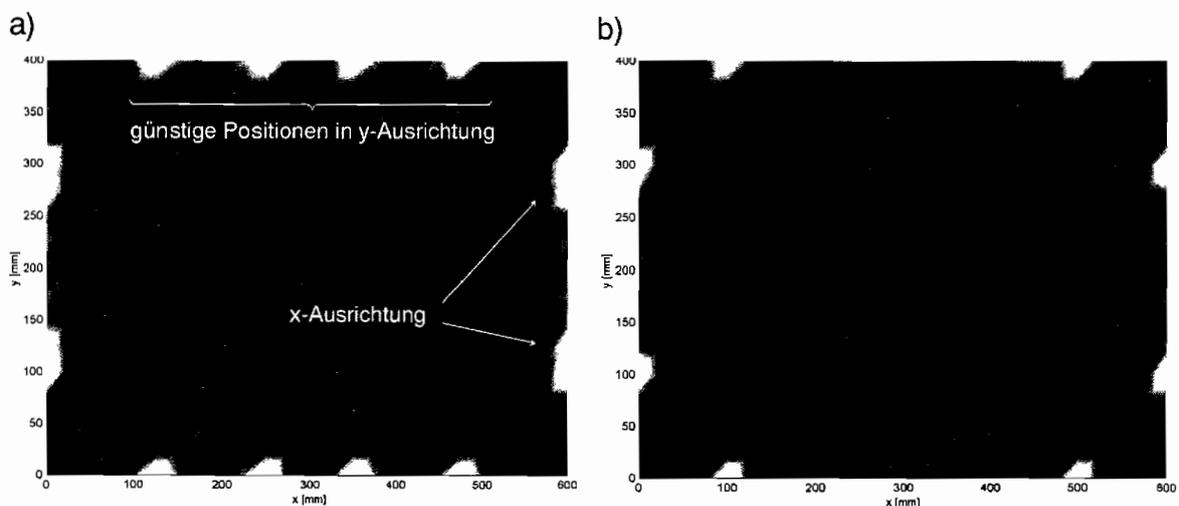


Abb. 8.2: Beobachtbarkeitsindex $\Psi(x,y)$ a) berechnet mit den ersten zehn Eigenformen
b) berechnet mit den ersten fünfzehn Eigenformen

Positionen bei der Berechnung mit 15 Moden (Abb. 8.2b). Die Anzahl der Sensoren ausgerichtet in y-Richtung wird auf vier festgelegt.

Bedingt durch die geometrischen Abmessungen der Platte fällt die Anzahl der maximal möglichen Schwingungsbäuche in y-Richtung geringer aus. Der Mode (4,3) bildet die höchste Eigenform in dieser Richtung, so daß zwei Dehnungsmeßstreifen ausgerichtet in x-Richtung zur Messung dieser drei Schwingungsbäuche ausreichend sind. Der mit den modalen Dehnungsverteilungen berechnete Beobachtbarkeitsindex (Abb. 8.2a und b) und die in Anhang B beschriebenen Vorzeichenüberlegungen führen zur Positionierung der Sensoren an den in Abbildung 8.6 gezeigten Stellen [65].

8.3 Aktorpositionierung

Als erstes Aktorkonzept soll der Stapelaktor zwischen einem Gegenlager und der Platte befestigt werden. Wird der Aktor im Extremfall in der Mitte der Platte anhand einer an dem Stahlrahmen befestigten Konstruktion positioniert, so verändert sich das Schwingungsverhalten der Platte, da die Auslenkung in der Plattenmitte durch die zusätzliche Punktlagerung gesperrt ist. Bedingt durch den sehr kleinen Stellweg des Stapelaktors werden die erzielten Schwingungsamplituden der Platte gering ausfallen. Durch die hohen Stellkräfte des Stapelaktors ist es möglich, den Aktor nahe am Rand zu positionieren. Kleine Stellwege am Rand der Platte können jedoch hohe Schwingungsamplituden erzeugen, so daß sich bei Verwendung eines piezokeramischen Stapelaktors in Kombination mit einem Gegenlager Aktorpositionen in der Nähe des Plattenrandes als sehr günstig herausgestellt haben.

Die ersten fünf Eigenformen einer allseitig eingespannten Platte sind in Abbildung 8.3 dargestellt. Der piezokeramische Stapelaktor ist als zusätzliche Randbedingung in dem FEM-Programm modelliert worden.

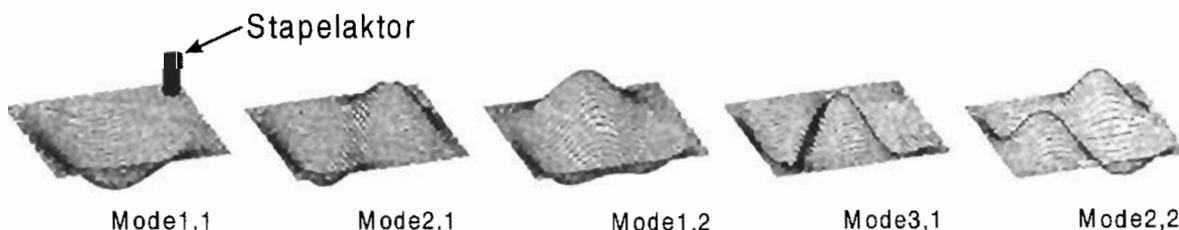


Abb. 8.3: Ersten fünf Eigenformen der eingespannten Platte mit Stapelaktor

Ein weiteres Aktorkonzept ist auf der Unterseite der Platte realisiert (Abb. 8.4). Der Stapelaktor beschleunigt eine Trägheitsmasse von ca. 0,3kg und leitet somit eine Punktkraft in die Platte ein. Vorteilhaft an diesem Konzept ist, daß kein Gegenlager notwendig ist und der Aktor an jeder Stelle der Platte angeschraubt werden kann. Die Position des Aktors und die Größe der Trägheitsmasse kann je nach Anwendungsfall variiert werden. Sollen z.B. stark schallabstrahlende Moden geregelt werden, dies sind insbesondere Moden mit ungeraden Indizes, z.B. (1,1) und (3,1), so

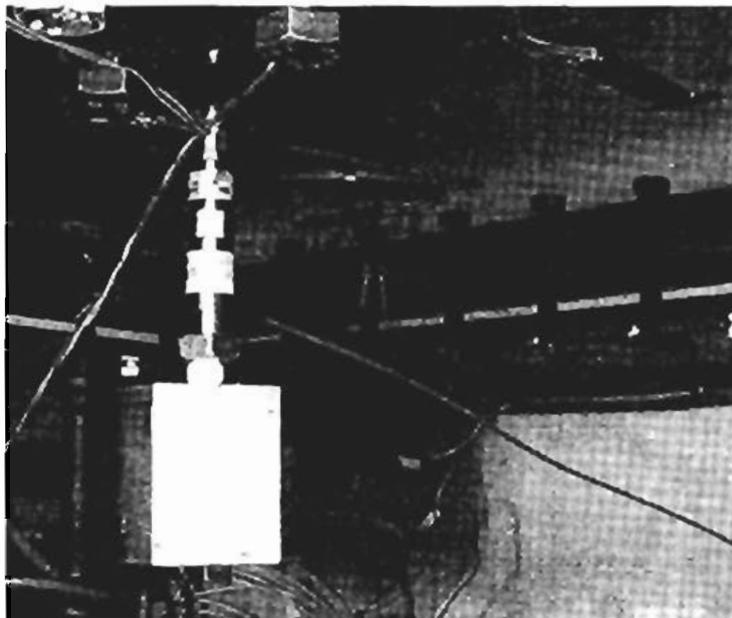


Abb. 8.5: Unterseite des allseitig eingespannten Plattenversuchsstandes

ist die Aktorpositionierung in der Plattenmitte am günstigsten. Die Größe der Trägheitsmasse wird entsprechend der Frequenz dieser Moden ausgewählt, so daß der Aktor in der Lage ist, Schwingungsamplituden in der Größenordnung der Störung zu erzeugen. Durch die zusätzliche Masse des Aktors verändert sich das Schwingungsverhalten der mechanischen Struktur. Diese Rückwirkung müßte eigentlich mit in die Berechnung der Sensorpositionen einfließen. Durch die dauerhafte Applikation der Dehnungsmeßstreifen ist eine Veränderung der Sensorposition jedoch nicht möglich.

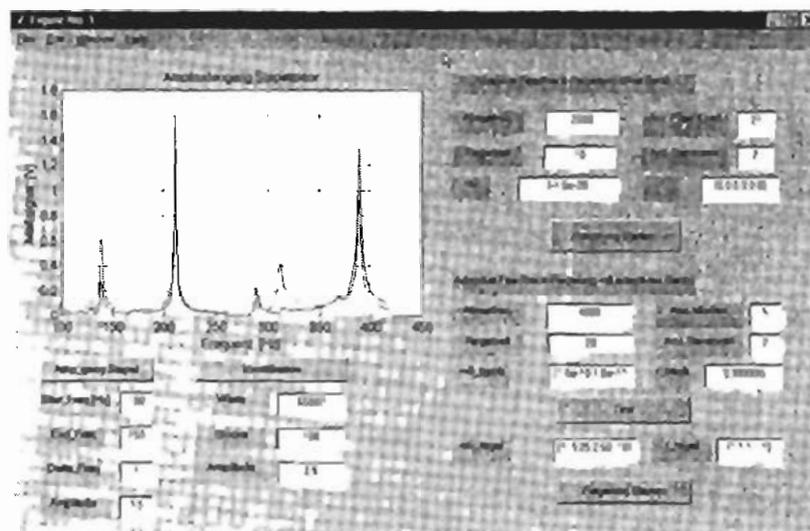


Abb. 8.4: Graphische Benutzer Oberfläche

Da mit der Strukturregelung sowohl die Schwingungsamplituden als auch der abgestrahlte Schall reduziert werden sollen, ist eine Position der Punktkraft wünschenswert, an der möglichst viele Eigenformen angeregt werden können. Im Rahmen der Untersuchungen sind einige Aktorpositionen getestet worden. Um möglichst schnell und effizient eine Aussage über die Güte der Regelung treffen zu können, ist eine graphische Oberfläche programmiert worden, welche die wesentlichen Auslegungsschritte der Strukturregelung beinhaltet (Abb. 8.5).

Anhand der Eingabefelder werden die entscheidenden Parameter, z.B. die Start- und Endfrequenz beim Aufzeichnen eines Amplitudenganges, den Unterprogrammen übergeben, welche dann die Ansteuerung der Echtzeitkarte und die Auswertung der Meßdaten übernehmen. Mit Hilfe des in der Oberfläche dargestellten Amplitudenganges ist man in der Lage, die ausgewählten Sensor- und Aktorpositionen zu bewerten. Die endgültigen Positionen der Aktoren sind in Abbildung 8.6 dargestellt.

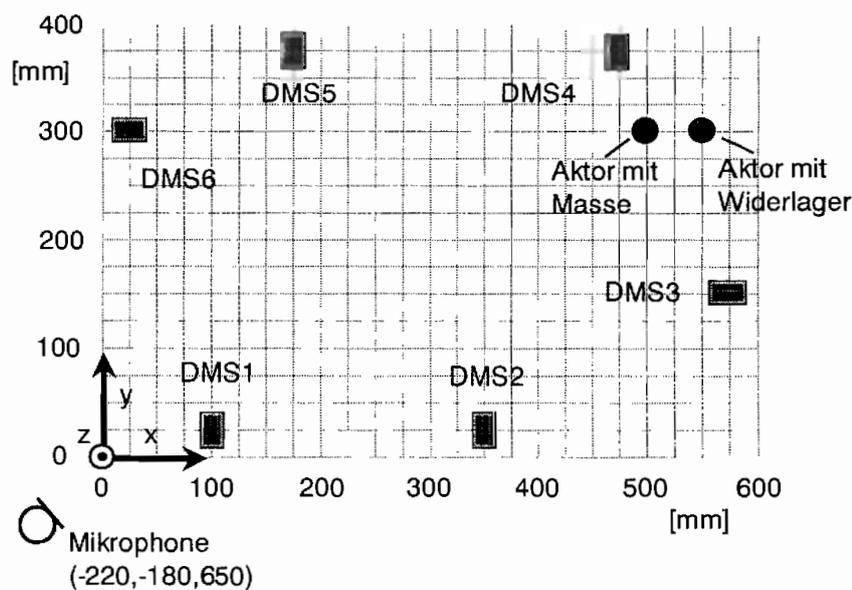


Abb. 8.6: Positionierung der Systemkomponenten

8.4 Identifikation

Sich verändernde Systembedingungen haben Auswirkungen auf das Schwingungsverhalten der Regelstrecke. Das mathematische Modell muß deshalb von Fall zu Fall angepaßt werden. Die in dieser Arbeit realisierte aktive Strukturregelung basiert auf einer Identifikation des Übertragungsverhaltens der Aktoren auf die Systemschwingungen. Die zur Regelung notwendige Kraft wird mit dem Stapelaktor auf der Unterseite der Platte erzeugt. Als Erregungsfunktion dient ein Sinussweep, dessen Start- und Endfrequenz, Dauer und Amplitude in der graphischen Oberfläche eingestellt wird. Die Anzahl der aufgenommenen Meßwerte verhält sich proportional zur

Sweepdauer. Um die bei der Identifikation des gesamten Frequenzbereiches in einem Durchgang anfallende große Datenmenge für die Identifikationsroutinen handhabbar zu machen, kann die Anzahl der verwendeten Blöcke der Blocksummentransformation variiert werden. Die zur Identifikation des betrachtenden Frequenzbereiches eingestellten Parameter der Sinus-Sweeperregung sind in Tabelle 8.1 dargestellt.

Tabelle 8.1: Parameter der Sinus-Sweeperregung

Startfreq.	[Hz]	118	Amplitude	[V]	2.5
Endfreq.	[Hz]	425	Anz. Blöcke		100
Sweepdauer	[s]	65	Abtastfreq.	[Hz]	1000

Der mit dem identifizierten mathematischen Modell berechnete Amplitudengang der Regelstrecke zeigt sehr gute Übereinstimmungen mit dem gemessenen Amplitudengang (Abb 8.7).

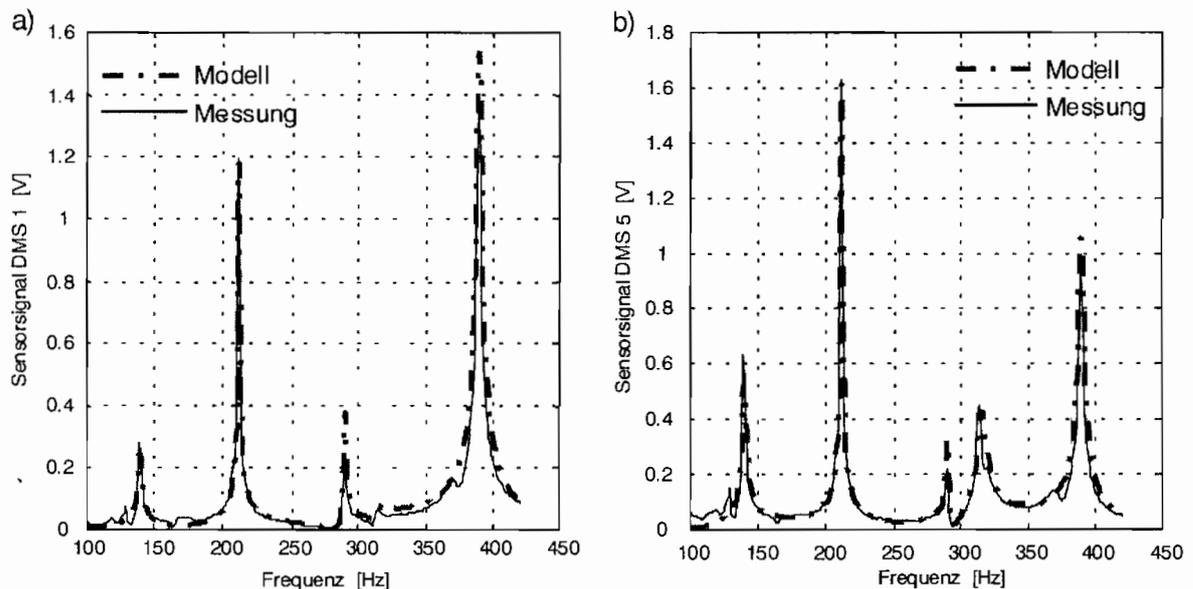


Abb. 8.7: Vergleich des dynamischen Modells mit der Messung a) Sensor1 b) Sensor5

8.5 Regelungskonzepte

Für unterschiedliche Erregungen der Plattenstruktur, z.B. harmonische, transiente oder stochastische Anregung, werden verschiedene Regelungskonzepte erprobt. Die modale Zustandsvektorrückführung erhöht aktiv die Dämpfung des mechanischen Systems und erzielt bei breitbandiger Anregung eine Reduktion der Schwingungsamplituden. Hingegen führt die adaptive Feedback-Regelung bei harmonischer Anregung nahezu zur Auslöschung der Systemantwort.

8.5.1 Feedback – Regelung mit fest eingestellten Koeffizienten

Sowohl für die modale Zustandsvektorrückführung als auch für die adaptive modale Feedback-Regelung ist ein modaler Zustandsbeobachter notwendig. Wird dieser als Beobachter mit fest eingestellten Koeffizienten ausgelegt, so muß die Kalman-Matrix **L** vor der Strukturregelung berechnet werden. Bedingt durch Echtzeitrestriktionen und aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten ist man gezwungen, mit möglichst wenig Sensoren auszukommen, so daß in der folgenden Auslegung der Regelung nur der Sensor 1 und 5 verwendet werden. In einem iterativen Verfahren werden die Einträge der Gewichtungsmatrizen **V** gemäß dem Verlauf des in den Frequenzbereich transformierten Beobachterfehlers eingestellt. Die Abbildung 8.8 zeigt, daß im Laufe der Iteration der Beobachterfehler an allen fünf Eigenfrequenzen deutlich reduziert wird. Die Erregung der Platte erfolgt mit dem Stapelaktor auf der Oberseite der Platte. Tabelle 8.2 zeigt, daß die Werte v_i in der Gewichtungsmatrix von einem vorgegebenen Startwert zu gewissen Werten konvergieren. Diese Werte sind für jeden Mode unterschiedlich, so daß die Festlegung der Gewichtungsmatrix **V** z.B. als Einheitsmatrix zu keinem optimalen modalen Zustandsbeobachter führt.

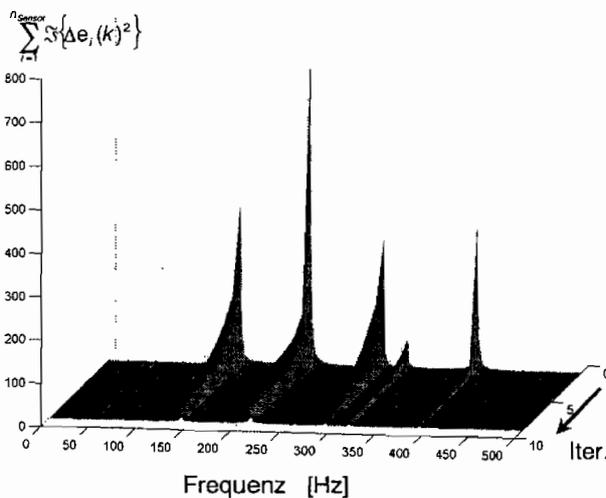


Tabelle 8.2: Verlauf der Diagonalelemente v_i in der Varianzmatrix **V**

ITER. STEP	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
1	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010
2	0.0020	0.0020	0.0020	0.0020	0.0020
3	0.0034	0.0023	0.0040	0.0043	0.0023
4	0.0054	0.0026	0.0073	0.0080	0.0025
...
10	0.0181	0.0040	0.0338	0.0382	0.0033

Abb. 8.8: Einstellung des Beobachters

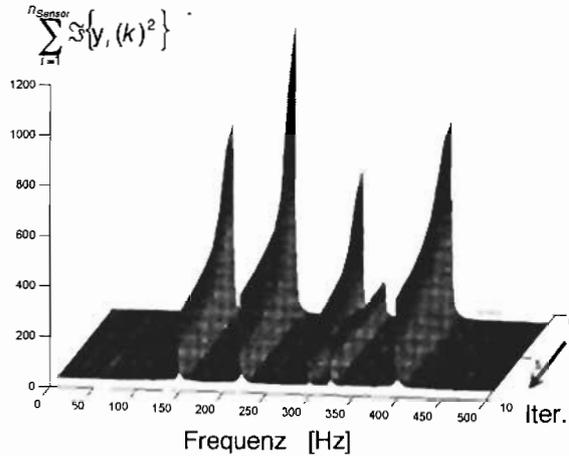


Abb. 8.9: Einstellung des Zustandsreglers

Tabelle 8.3: Verlauf der Diagonalelemente q_i in der Gewichtungsmatrix \mathbf{Q}

Iter.	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
3	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0
4	15.81	12.42	14.16	18.72	18.21
...
10	32.00	20.27	26.76	0.0	50.76

Die Rückführmatrix \mathbf{K} berechnet sich wiederum anhand der Minimierung eines linear-quadratischen Gütekriteriums, so daß sich ein analoges Vorgehen wie bei der Offline-Einstellung des Zustandsbeobachters ergibt. Bei fester Gewichtungsmatrix \mathbf{R} werden die Diagonalelemente von \mathbf{Q} in dem Gütekriterium des Zustandsreglers nach dem Gradientenverfahren in der Form eingestellt, daß die Werte der fouriertransformierten Meßsignale an den Resonanzstellen kleiner werden. Die vierte Eigenform, Mode (3,1), wird durch den Stapelaktor zwischen dem Gegenlager und der Platte nur schlecht angeregt. Bedingt durch die schwache Anregung ist der Iterationsalgorithmus nicht in der Lage, den Zustandsregler für diesen Mode einzustellen. Die Stellsignale für den dicht benachbarten dritten Mode regen durch Übersprecheffekte den vierten Mode mit an. Trotz Erhöhung des Gewichtungsfaktors q_4 nimmt der entsprechende Peak im Frequenzspektrum zu, so daß das Gradientenverfahren des Iterationsalgorithmus den Gewichtungsfaktor wieder erniedrigt (Abb. 8.9). Eine ausreichende Anregung durch die Störung ist demnach Voraussetzung für die iterative Einstellung des Zustandsbeobachters und -reglers.

Die in Abbildung 8.10 gezeigten Ergebnisse zeigen die Schwingungsreduktion bei einer Impulsanregung. Die Schwingung klingt im geregelten Fall deutlich schneller ab. Die Zeitsignale werden anhand der Fourier-Transformation in den Frequenzbereich überführt. Abbildung 8.11 zeigt das Frequenzspektrum im ungeregelten und im geregelten Fall. Die modale Zustandsvektorrückführung erzielt eine deutliche Reduktion der Resonanzschwingungen. Mode 4 jedoch wird aus den zuvor beschriebenen Gründen nicht reduziert. Es treten sogar Übersprecheffekte durch die Regelung des dritten Modes auf.

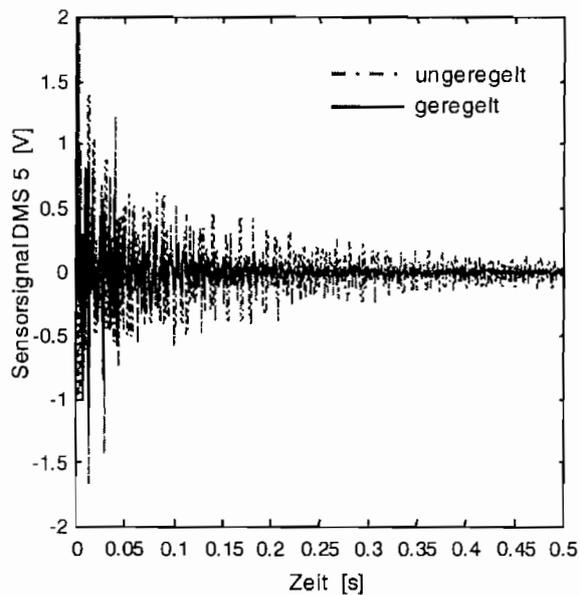


Abb. 8.10: Impulserregung

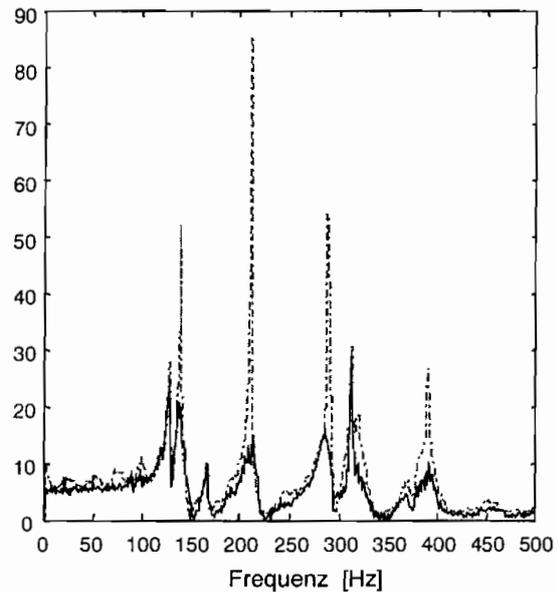


Abb. 8.11: Frequenzspektrum

Selbst bei bandbegrenzter stochastischer Erregung (Abb. 8.12), die durch einen analogen Tiefpaßfilter mit 450Hz Eckfrequenz gefiltert wird, ist der modale Zustandsregler basierend dem rekonstruierten Zustandsvektor in der Lage, die Schwingungsamplituden deutlich aktiv zu dämpfen (Abb. 8.13). Das Frequenzspektrum in Abbildung 8.14 zeigt, daß bedingt durch das Schwingungsverhalten der mechanischen Struktur trotz breitbandiger Anregung vornehmlich die Eigenfrequenzen im Meßsignal enthalten sind.

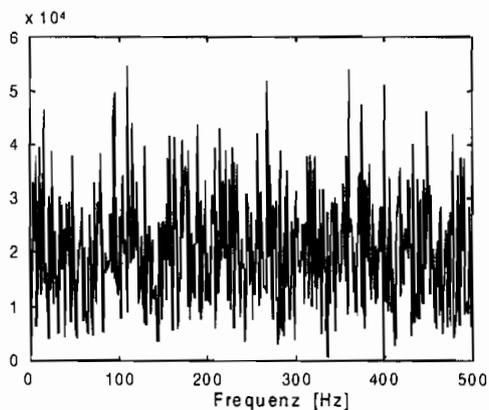


Abb. 8.12: Frequenzspektrum der Rauscherregung

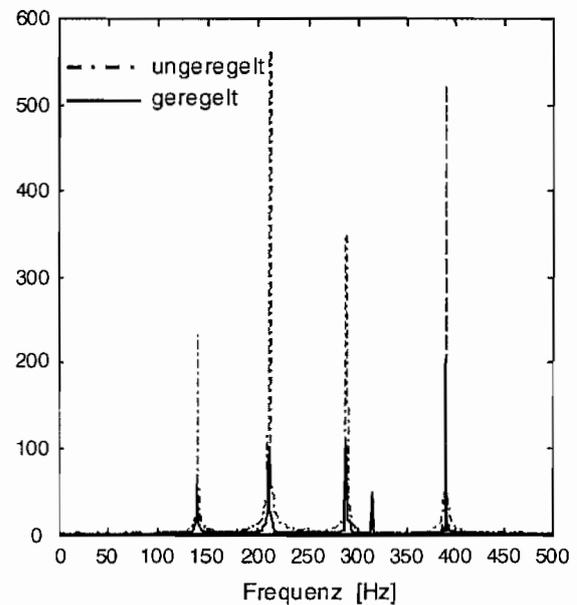
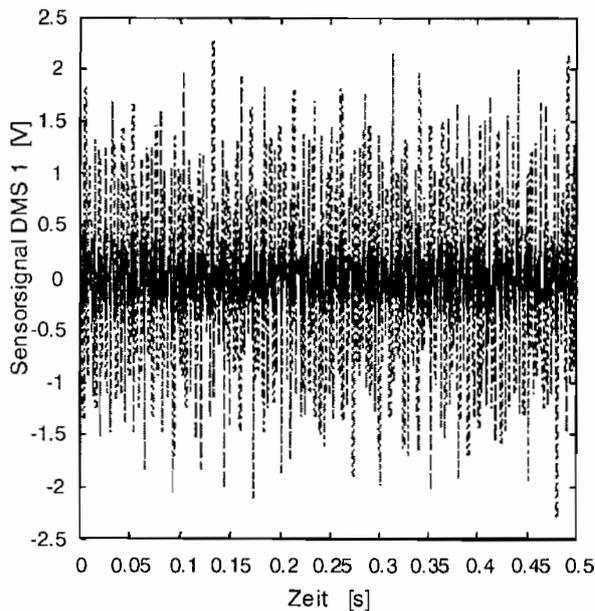


Abb. 8.13: Schwingungsred. bei Rauscherregung Abb. 8.14: Frequenzspektrum

Das in der Abbildung 8.35 aufgetragene Diagramm des Schalldruckpegels zeigt die Wirksamkeit der Regelung in dem betrachteten Frequenzbereich von 100 bis 420 Hz. Besonders starke Reduktionen des am Mikrophon gemessenen Schalldrucks sind für die erste, zweite und fünfte Eigenfrequenz bis zu -10 dB festzustellen. Durch die Kopplung des dritten mit dem vierten Mode ergibt sich bei aktivierter Regelung ein höherer Schalldruckpegel als im unregelmäßigten Fall.

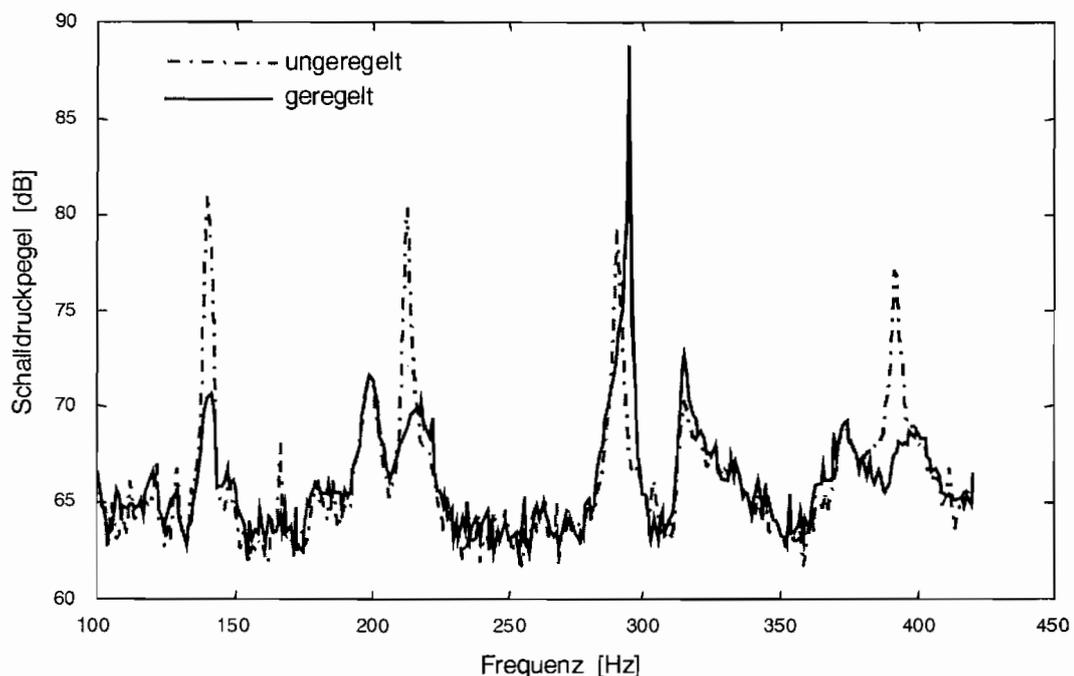


Abb. 8.15: Reduktion des gemessenen Schalldruckpegels

8.5.2 Adaptive Feedback-Regelung mit fest eingestelltem Beobachter

Basierend auf dem modalen Zustandsbeobachter mit fest eingestellten Koeffizienten wird eine adaptive Feedback-Regelung realisiert, die sich gemäß der in Kapitel 6 hergeleiteten Weise ein eigenes Referenzsignal berechnet. Somit können die sehr großen Schwingungsreduktionen, welche die Vorzüge einer adaptiven Feedforward-Regelung sind, auch ohne Kenntnis bzw. Messung eines Referenzsignals als adaptive Feedback-Regelung realisiert werden. Die Regelung der einzelnen Moden läuft getrennt voneinander ab, d.h. für die Regelung eines Modes ist nur ein digitaler Filter mit jeweils drei Koeffizienten im Nenner und Zähler der Übertragungsfunktion notwendig (Gl. 8.1).

$$G(z) = \frac{b_0 z^0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 z^0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (8.1)$$

Diese Entkopplung hat den großen Vorteil, daß der einzige freie Parameter für die Regelung der einzelnen Moden, die Schrittweite μ des Adaptionalgorithmus, getrennt eingestellt werden kann. Die Größe dieses Parameters richtet sich unter anderem nach dem Energieinhalt der Sensorsignale. Entwirft man einen einzigen digitalen Filter für den gesamten Frequenzbereich, so bestimmt der Mode mit dem größten Energieinhalt die Größe des Konvergenzparameters. Bei anderen Moden kann die kleine Schrittweite zu einer sehr langsamen Konvergenz führen, so daß die Regelung nicht mehr praktikabel ist.

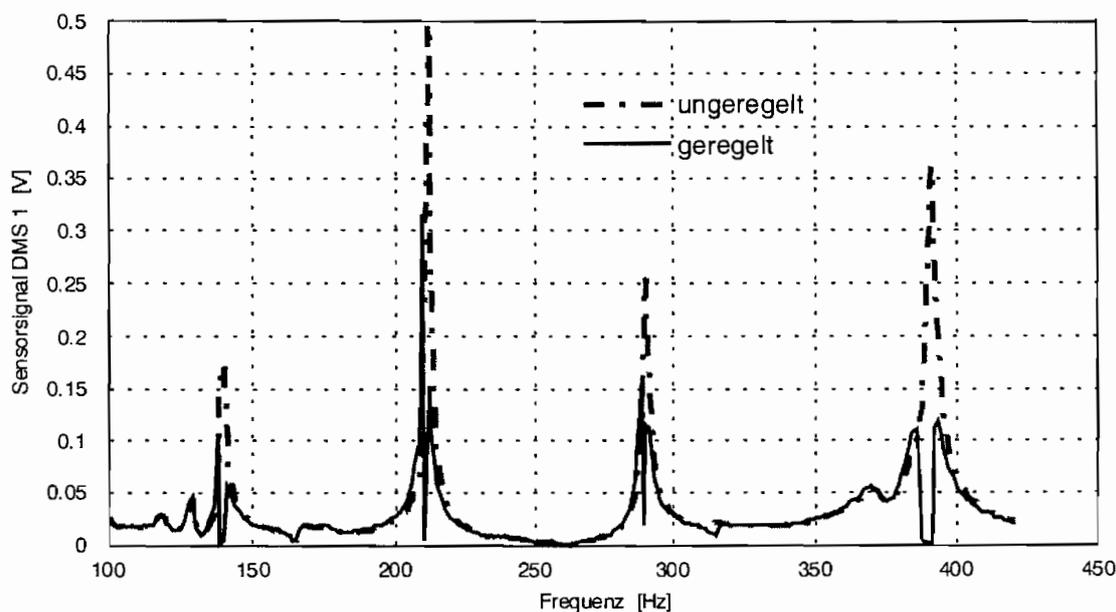


Abb. 8.16: Amplitudengang des Sensors 1 bei adaptiver Feedback-Regelung

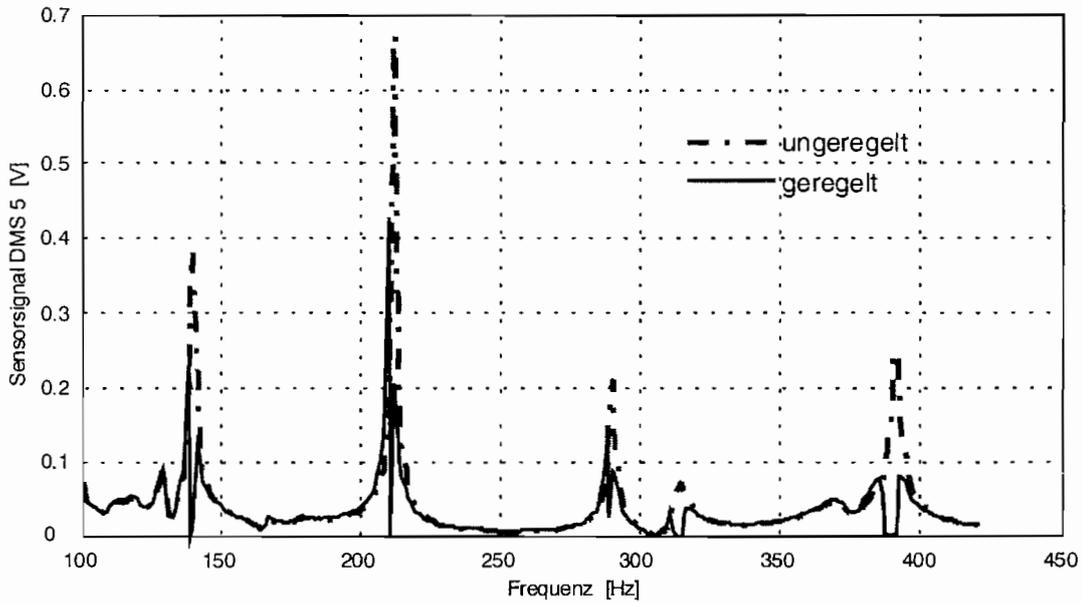


Abb. 8.17: Amplitudengang gemessen mit Sensor 5

Nachdem der Konvergenzparameter für die Regelung jedes Modes eingestellt wurde, wird die Wirksamkeit der Regelung in den nachfolgenden Meßergebnissen gezeigt. In den durch die Sensoren 1 (Abb. 8.16) und 5 (Abb. 8.17) gemessenen Amplitudengängen sieht man, daß es im Bereich der Resonanzfrequenz zu einer nahezu völligen Auslöschung der Systemantwort kommt. Die Sensorsignale werden bis in den Bereich des Meßrauschens reduziert. Außerhalb der Resonanzfrequenz reicht

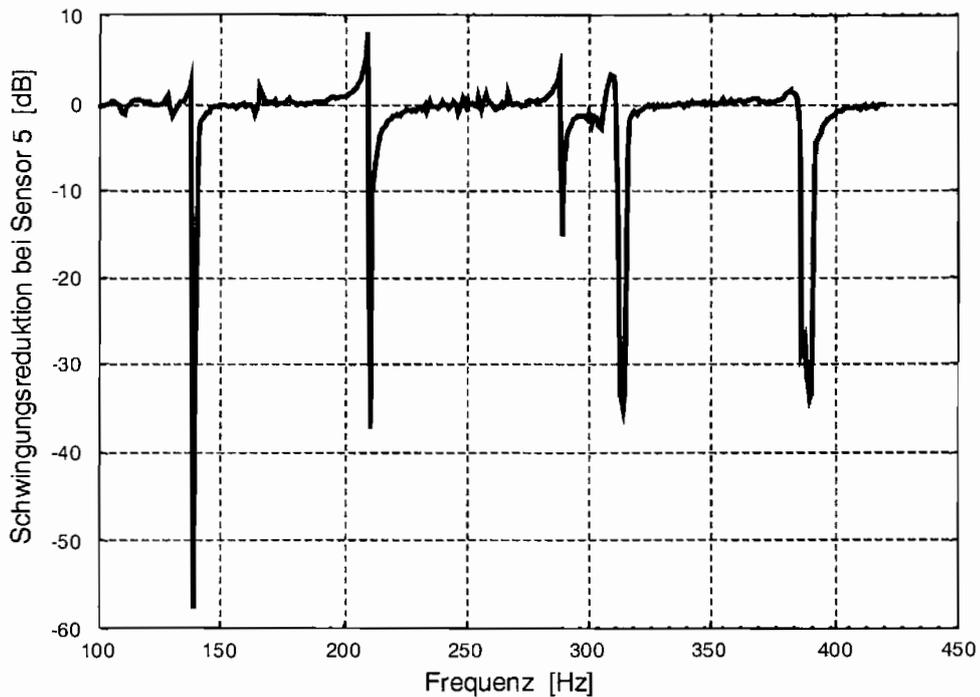


Abb. 8.18: Schwingungsreduktion in log. Darstellung bei adaptiver Feedback-Regelung

der Energieinhalt des Meßsignals nicht mehr aus, die Filterkoeffizienten innerhalb eines überschaubaren Zeitrahmens, hier 30 Sekunden, einzustellen, so daß die Regelung zwischen den Resonanzstellen keinen Einfluß hat.

Der Einfluß der Regelung wird noch deutlicher, wenn man sich das Verhältnis zwischen unregelter und geregelter Schwingungsamplituden in logarithmischer Dezibel-Darstellung betrachtet (Abb. 8.18). An den Resonanzstellen werden Schwingungsreduktionen bis zu -60dB erreicht. Diese hohen Reduktionen sind mit einer modalen Zustandsvektorrückführung nicht erreichbar. Jedoch funktioniert die adaptive Einstellung der Filterkoeffizienten nur bei harmonischer Anregung in den Resonanzfrequenzen. Dabei kann die Störung auch eine Summe von harmonischen Signalen sein. Die Reduktion von stochastischer oder transientser Anregung ist nicht möglich, da die Adaptionszeit z.B. die Dauer einer Impulsantwort des Systems übersteigt.

Mit Hilfe dieser adaptiven Regelung lassen sich auch hohe Reduktionen des abgestrahlten Schalldrucks erzielen. Die Abbildung 8.19 zeigt den Schalldruckpegel an der in Abbildung 8.6 beschriebenen Stelle. Man erkennt, daß an den Resonanzstellen eine deutliche lokale Reduktion des Schalldrucks bis zu -30dB erreicht wird. Die Regelung ist auch in der Lage, den Schalldruckpegel im Bereich um 300Hz zu senken. Dieser Frequenzbereich hatte bei der Verwendung der Zustandsvektorrückführung Probleme bereitet.

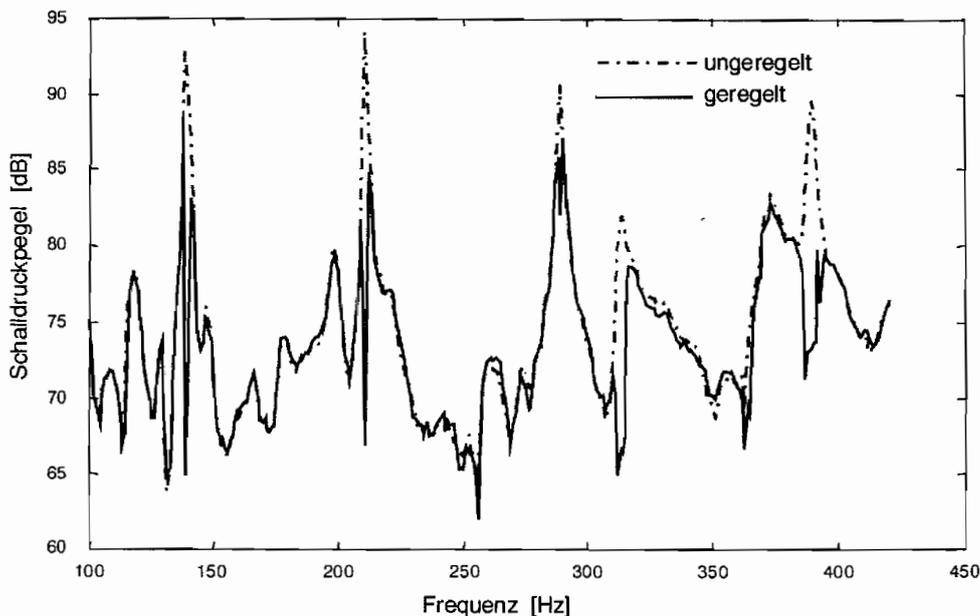


Abb. 8.19: Reduktion des Schalldruckpegels durch adaptive Feedback-Regelung

8.5.3 Adaptive Feedback – Regelung mit adaptivem Beobachter

Hält man an der Verwendung eines Zustandsbeobachters fest, so läßt sich dieser auch durch adaptive digitale Filter realisieren. Die Herleitung wird im Kapitel 6 vorgestellt. Die Stabilität der Regelung ist etwas schwieriger zu erreichen, jedoch entfällt die Off-line Einstellung des Beobachters. Dieser adaptiert sich nun parallel zu der Einstellung des Reglers.

Zuerst wird die Schrittweite μ für die Zustandsbeobachtung jedes Modes eingestellt. Erzielt der Beobachter zufriedenstellende Ergebnisse, d.h. der Beobachterfehler klingt ausreichend schnell ab und es tritt keine Instabilität auf, werden die Schrittweiten für die Regelung der einzelnen Moden angepaßt. Die Abbildung 8.20 zeigt die Funktionsfähigkeit einer solchen Regelung. Wiederum wird die Systemantwort an den Resonanzstellen durch die Regelung ausgelöscht. Die Reduktion der Schwingungsamplitude beträgt bis zu -40dB (Abb. 8.21). Die Einstellung und Realisierung eines solchen adaptiven Gesamtsystems ist jedoch deutlich schwieriger als die Verwendung eines Zustandsbeobachters mit fest eingestellter Kalman-Matrix.

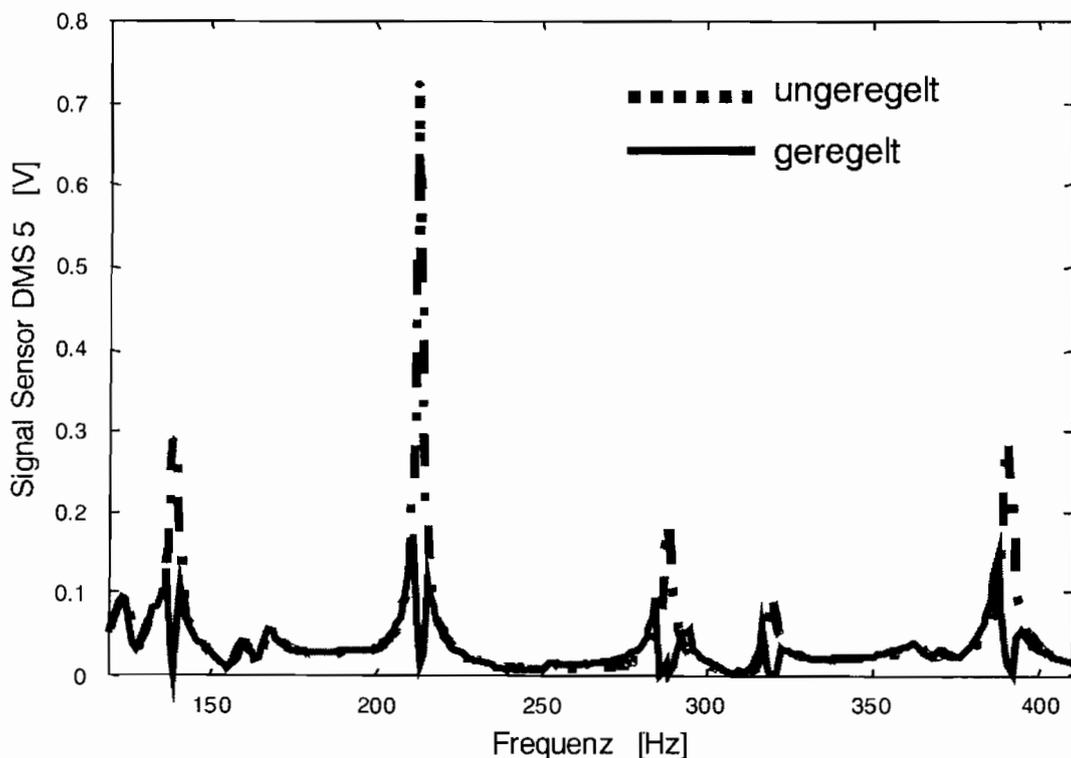


Abb. 8.20: Schwingungsreduktion durch adaptiven Feedback-Regelung mit adaptivem Zustandsbeobachter

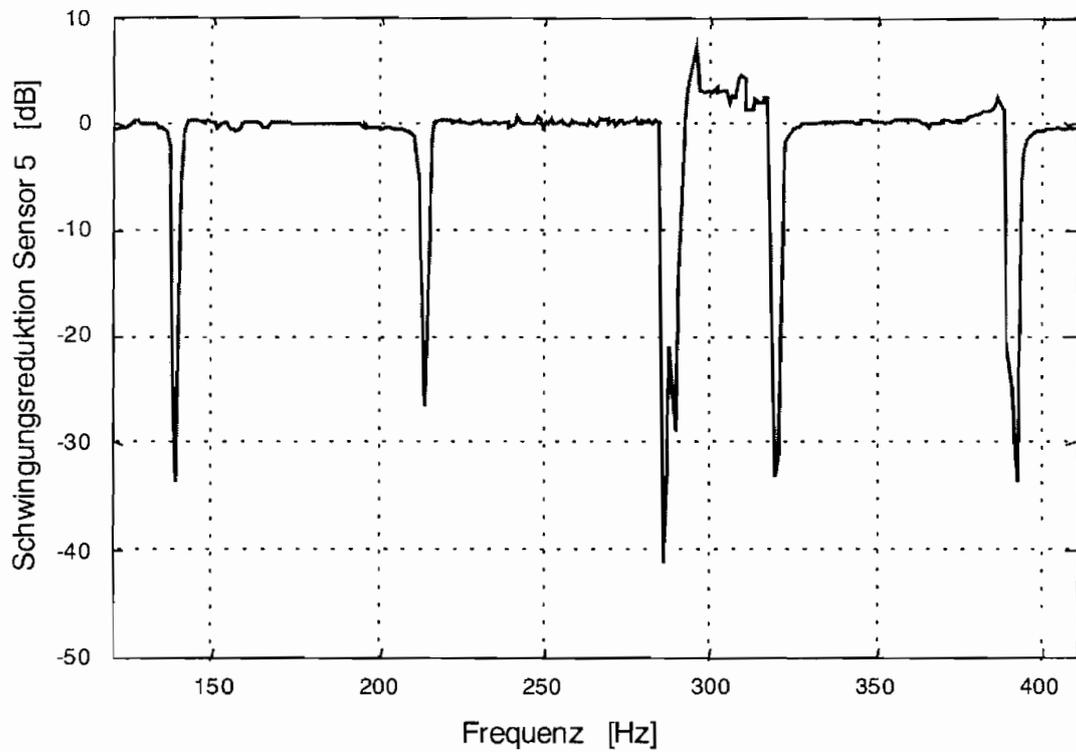


Abb. 8.21: Schwingungsreduktion in logarithmischer Darstellung

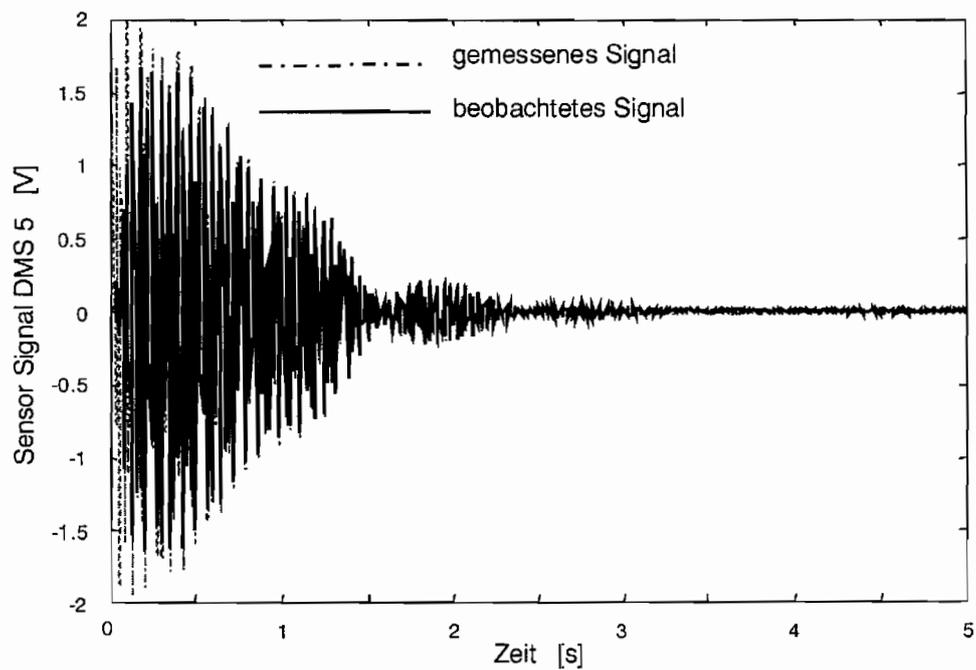


Abb. 8.22: Zeitverlauf des gemessenen und beobachteten Meßsignals

Die Abbildungen 8.22 und 8.23 zeigen exemplarisch den zeitlichen Verlauf der adaptiven Regelung des ersten Modes. Die Platte wird durch den Stapelaktor auf der Oberseite der Platte mit einer Spannungsamplitude von 4.5V erregt. Die Schwingungsamplitude der Sensoren wird nach ca. 2.5 Sekunden bis in den Bereich des Meßrauschens der Dehnungsmeßstreifen reduziert. Außerdem erkennt man die Einstellung des adaptiven Zustandsbeobachters. Nach ungefähr einer halben Sekunde läßt sich das gemessene und das rekonstruierte Sensorsignal fast nicht mehr unterscheiden.

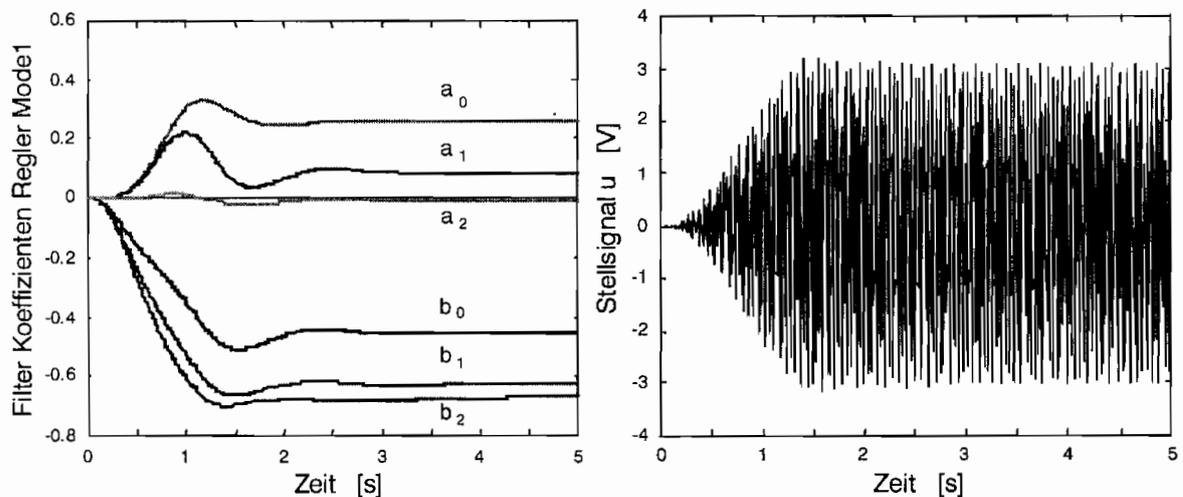


Abb. 8.23: a) Verlauf der Filterkoeffizienten b) Verlauf des Stellsignals

Abbildung 8.23a zeigt die Einstellung der sechs Koeffizienten des digitalen IIR-Filters, welcher für die Regelung des ersten Modes zuständig ist. Ebenfalls nach 2.5 Sekunden streben die Koeffizienten stationären Werten entgegen. Der Verlauf des durch diesen Filter erzeugten Stellsignals ist in Abbildung 8.23b dargestellt. Die Amplitude des Stellsignals beträgt ungefähr 3V.

8.6 Bewertung der Meßergebnisse

In den vorherigen Abschnitten wurden die zur Strukturregelung einer allseitig eingespannten Aluminiumplatte notwendigen Entwurfsschritte vorgestellt. Selbst bei Verwendung nur eines Stapelaktors, ist die Regelung in der Lage, sehr hohe Reduktionen der Schwingungen und des abgestrahlten Schalls an den fünf Resonanzstellen zu erzielen. Basierend auf dem iterativ eingestellten Beobachter wird die Zustandsvektorrückführung mit fest eingestellten Parametern mit einer adaptiven Feedback-Regelung, realisiert durch digitale Filter, verglichen. Bedingt durch die erhöhte Systemdämpfung erzielt die Zustandsvektorrückführung sehr gute Ergebnisse bei der Schwingungsreduktion auf Impuls- oder stochastische Erregung [74]. Es werden Reduktionen im Bereich von bis -20dB gemessen. Diese guten Ergebnisse lassen sich bei der Reduktion des abgestrahlten Schalldruckpegels wiederfinden. Bei der ersten,

zweiten und fünften Eigenfrequenz wird der Schalldruckpegel bis zu -10dB reduziert. Durch Spillover-Effekte wird der Schalldruckpegel in dem Frequenzbereich um 300Hz jedoch nicht herabgesenkt.

Die Verwendung einer adaptiven Feedback-Regelung führt zu einer nahezu kompletten Auslöschung der Systemantwort auf eine harmonische Erregung. Schwingungsreduktionen bis zu -60dB sind durch dieses Regelungskonzept möglich. Die Messungen des abgestrahlten Schalldruckpegels zeigen eine deutliche Reduktion an sämtlichen Eigenfrequenzen des geregelten Frequenzbereiches. Bei Anregung in der ersten und zweiten Eigenfrequenz beträgt die Reduktion des abgestrahlten Schalldruckpegels ca. -30dB .

Die Fehlerinformation der Regelung besteht aus den modalen Amplituden, so daß diese entweder durch einen Zustandsbeobachter mit fest eingestellten Parametern oder durch einen adaptiven Zustandsbeobachter basierend auf digitalen Filtern rekonstruiert werden. Die Einstellung des letzten Regelungsansatzes ist etwas aufwendiger. Jedoch stellen sich die Koeffizienten des Beobachters während der Regelung ein, so daß eine Einstellung des Beobachters vor der Regelung entfällt.

Kapitel 9

Schlußbetrachtung

Im Rahmen dieser Arbeit ist das Zusammenwirken der Teilkomponenten einer aktiven Strukturregelung, Sensoren, Aktoren und der auf der Recheneinheit implementierte Regelalgorithmus, untersucht worden. Dabei steht die Reduktion der Schwingungsamplituden und abgestrahlten Schalldruckpegels einer zwei-dimensionalen Struktur im Vordergrund.

Um die notwendigen hochdynamischen Stellkräfte aufzubringen, werden piezokeramische Aktoren in Stapelbauweise verwendet. Diese Aktorbauform ist gegenüber der Streifenbauweise hinsichtlich der Steuerbarkeit der einzelnen Eigenformen von Vorteil. Grundlegende Untersuchungen an Balkenstrukturen haben trotz der sehr kleinen Stellwegamplituden von nur $15\mu\text{m}$ die Wirksamkeit der piezokeramischen Stapelaktoren zur Schwingungsreduktion gezeigt.

Bei einer allseitig eingespannten Aluminiumplatte wurden die Stellkräfte sowohl durch einen Stapelaktor, der zwischen einem Gegenlager und der Platte eingebaut ist, als auch durch die Beschleunigung einer Trägheitsmasse generiert. Dieses Aktorkonzept erfordert kein Gegenlager und die Punktkraft kann an möglichst günstigen Stellen auf der Platte positioniert werden.

Um ein genaues mathematisches Modell des Übertragungsverhaltens zwischen der Steuerspannung und den Spannungssignalen der als Sensoren verwendeten Dehnungsmeßstreifen zu erhalten, werden die abgetasteten Meßsignale der Systemantwort auf eine Gleitsinusanregung anhand einer zeitdiskreten Zustandsraumidentifikation, der sogenannten Subspace-Methode, verarbeitet. Der Sinussweep erzeugt im Gegensatz zu Impuls- oder Rauscherregung das beste Signal-/ Rauschverhältnis und gewährleistet bei entsprechender Sweeplänge die Anregung aller in dem Frequenzbereich enthaltenen Eigenformen. Die bei der Erregung des gesamten betrachteten Frequenzbereichs in einem Durchgang anfallende große Datenmenge wird erst durch die Verwendung der Blocksummentransformation für die Identifikationsalgorithmen handhabbar.

Im Rahmen dieser Arbeit sind zwei grundlegende Regelungskonzepte untersucht worden. Die modale Zustandsvektorrückführung erhöht aktiv die Dämpfung des mechanischen Systems. Die Kenntnis des modalen Schwingungszustandes der Struktur ist die Grundlage zur Berechnung der Stellsignale, so daß dieser anhand eines modalen Zustandsbeobachters aus den Meßsignalen rekonstruiert werden muß. Der Zustandsbeobachter beinhaltet ein parallel zur Wirklichkeit laufendes Modell der Regelstrecke und korrigiert den rekonstruierten Zustandsvektor über die Rückführung des Beobachterfehlers.

Die jeweiligen Rückführmatrizen des Beobachterfehlers und des Zustandsvektors werden durch die Minimierung linear quadratischer Gütekriterien berechnet. Diese enthalten Gewichtungsmatrizen, welche die Dynamik der Rückführung beeinflussen. Da es für die Wahl der Einträge in diesen Matrizen keine Einstellregeln gibt, erfolgt die Auslegung des Zustandsbeobachters und -reglers üblicherweise anhand eines zeitaufwendigen Trial-and-Error Prozesses. In einem iterativen Verfahren werden die Einträge der Gewichtungsmatrizen gemäß des Verlaufes der in den Frequenzbereich transformierten Beobachterfehler bzw. Meßsignale eingestellt.

Die iterative Einstellung des Zustandsbeobachters und Zustandsreglers führt bei der Verwendung von vier Stapelaktoren, auf denen eine Aluminiumplatte an den Ecken gelagert ist, zu einer deutlichen Erhöhung der Dämpfung. Die Steuerkräfte entstehen durch die Beschleunigung der mechanischen Struktur. Bei einer 20-Moden Regelung werden bis zu -20dB Schwingungsreduktion an den Eigenfrequenzen der Platte in dem Frequenzbereich bis 400Hz erreicht.

Selbst bei der Verwendung nur eines piezokeramischen Stapelaktors an der eingespannten Platte führt die modale Zustandsvektorrückführung von fünf Moden zu Reduktionen der Schwingungsamplituden an den Resonanzstellen ebenfalls bis zu -20dB in dem Frequenzbereich bis 420Hz. Diese guten Ergebnisse lassen sich bei der Reduktion des abgestrahlten Schalldruckpegels der ersten, zweiten und fünften Eigenfrequenz um -10dB wiederfinden. Durch Spillover-Effekte wird der Schalldruckpegel in dem Frequenzbereich um 300Hz jedoch nicht herabgesenkt. Selbst bei breitbandiger Rauscherregung wird die Systemantwort deutlich aktiv gedämpft. Jedoch aus Stabilitätsgründen, Übersprecheffekten und durch die begrenzten Stellwege des Aktors ist es nicht möglich, die Verstärkung der Zustandsvektorrückführung und somit die erzielte Dämpfung unbegrenzt zu erhöhen.

Um ein adaptives Verhalten des Reglers zu erzielen, werden diese als digitale Filter realisiert, deren Filterkoeffizienten durch einen Adaptionalgorithmus ein- bzw. nachgestellt werden. Der im Antischall-Bereich häufig verwendete adaptive Feedforward-Algorithmus Filtered-x LMS wird zur Strukturregelung modifiziert. Die Feedforward-Regelung benötigt ein Referenzsignal, welches aus einer Messung, z.B. der Motordrehzahl, hervorgeht. Die adaptive Feedback-Regelung schätzt ein eigenes Referenzsignal, so daß die erzielte Regelung die Vorzüge der Feedforward-Regelung beinhaltet, ohne an die Messung eines Referenzsignals gebunden zu sein. Um eine globale Reduktion der Systemantwort auf eine Störung zu erreichen, wird die modale Amplitude als Fehlersignal für den Adaptionalgorithmus benutzt. Aus diesem Grund benötigt der Regelalgorithmus die Kenntnis des modalen Schwingungszustandes.

Die adaptive Feedback-Regelung erzielt an den fünf Resonanzstellen Schwingungsreduktionen bis zu -60dB. Mit Hilfe dieser adaptiven Regelung lassen sich Reduktionen des Schalldrucks bis zu -30dB erzielen. Die Regelung ist auch in der Lage, den Schalldruckpegel im Bereich um 300Hz zu senken. Die adaptive Einstellung der Filterkoeffizienten funktioniert jedoch nur bei harmonischer Anregung in den Eigenfre-

quenzen. Die Reduktion von stochastischer oder transientser Anregung ist somit nicht möglich.

Der Regler wird mit digitalen IIR-Filtern realisiert, die im Gegensatz zu den FIR-Filtern eine ausgeprägte Dynamik bei geringer Filterordnung aufweisen. Der dadurch geringere Rechenaufwand in Echtzeit steht der nicht unbedingt gewährleisteten Stabilität dieses Filtertyps gegenüber.

Da es sich bei einem Beobachter auch um eine Rückführung handelt, läßt sich dieser durch adaptive digitale Filter realisieren, so daß sich der Beobachter während der Regelung adaptiv einstellt. Die bei der allseitig eingespannten Platte gemessenen Schwingungsreduktionen betragen bis zu -40dB. Die Einstellung und Realisierung eines solchen adaptiven Gesamtsystems ist jedoch deutlich schwieriger als die Verwendung eines Zustandsbeobachters mit fest eingestellter Rückführung.

Je nach Art der Anregung, breitbandige oder harmonische, läßt sich mit den vorher beschriebenen Teilkomponenten eine wirkungsvolle Regelung mechanischer Strukturen erzielen.



Literaturverzeichnis

- [1] Atluri, S.N., Amos, A.K., *Large Space Structures: Dynamics and Control*. Springer-Verlag, 1988
- [2] Bai, M.R., Lin, G.M., The Development of a DSP-based *Active Small Amplitude Vibration Control System for Flexible Beams by Using the LQG Algorithms and Intelligent Materials*. *Journal of Sound & Vibration*, Vol. 198, No. 4, 411-427, 1996
- [3] Baumann, W.T., Ho, F.-S., Robertshaw, H.H., *Active structural acoustic control of broadband disturbance*. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 92, No. 4, 1998-2005, 1992
- [4] Baumann, W.T., Saunders, W.R., Robertshaw, H.H., *Active Suppression of acoustic radiation from impulsively excited structures*. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 90, No. 6, 3202-3208, 1991
- [5] Beitz, W., Küttner K.H., *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. 19. Aufl., Springer-Verlag, 1997
- [6] Bouchard, D., Schmidt, R., Waller, H., *The Block Sum Transformation – A New Special Discrete Fourier Transformation Method for the Analysis of Vibrations*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 6, No. 5, 1992
- [7] Brüel & Kjaer, *Schallintensität*. Anwendungsschrift BR 0523, 1987
- [8] Canover, W.B., *Fighting Noise with Noise*. *Noise Control*, Vol. 92, 78-92, 1956
- [9] Clark, R. L., Saunders, Q., Gibbs, G.P., *Adaptive structures: dynamics and control*. John Wiley & Sons, 1998
- [10] Clark, R.L., Burke, S.E., *Practical Limitations in Achieving Shaped Modal Sensors With Induced Strain Materials*. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, 668-675, 1996
- [11] Clark, R.L., Fuller, C.R., *Optimal placement of piezoelectric actuators and polyvinylidene fluoride error sensors in active structural acoustic control approaches*. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 92, No. 3, 1521-1533, 1992
- [12] Crawley, E.F., De Luis, J., *Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures*. *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, 1373-1385, 1987

-
- [13] Cremer, L., Heckl, M., *Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. 2. Aufl., Springer-Verlag, 1996
- [14] Currey, M.N., Cunefare, K.A., *The radiation modes of baffled finite plates*. Journal of Acoustical Society of America, Vol. 98, No. 3, 1570-1580, 1995
- [15] Dekens, F.G., Neat, G., *Micro-Precision Interferometer: Pointing system performance in on-orbit disturbance environment*. Conference on Smart Structures and Intergrated Systems, Newport Beach, USA, SPIE Vol.3668, 426-439, 1999
- [16] Döngi, F., *Adaptive Structures in High Precision Satellites*. Proc. Modelling and Control of Adaptive Mechanical Structures, Fortschr.Ber. VDI Reihe 11 Nr. 268., VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998
- [17] Elliot, S.J., Stothers, I.M., Nelson, P.A., *A Multiple Error LMS Algorithm and Its Application to the Active Control of Sound and Vibration*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 35, No. 1, 1423-1434, 1987
- [18] Elliott, S.J., Johnson, M.E., *Radiation modes and the active control of sound power*. Journal of Acoustical Society of America, Vol. 94, No. 6, 2194-2204, 1993
- [19] Elspass, W.J., Flemming, M., *Aktive Funktionsbauweise – Eine Einführung in die Struktronik*. Springer Verlag, 1998
- [20] Eriksson, L.J., Allie, M.C., Greiner, R.A., *The Selection and Application of an IIR Adaptive Filter for Use in Active Sound Attenuation*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 35, No. 4, 1987
- [21] Eriksson, L.J., *Development of the filtered-U algorithm for active noise control*. Journal of Acoustical Society of America, Vol. 89, No. 1, 257-265, 1991
- [22] Ewins, D.J., *Modal Testing: theory and practice*. Research Studies Press, 1994
- [23] Fahy, F., *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*. Academic Press, 1985
- [24] Föllinger, O., *Regelungstechnik - Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig Buch Verlag, Heidelberg, 1994
- [25] Fuller, C.R., *Active Control of Sound Transmission/Radiation from Elastic Plates by Vibration Inputs: I. Analysis*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 136, No. 1, 1-15, 1990
- [26] Fuller, C.R., Elliott, S.J., Nelson, P.A., *Active Control of Vibration*. Academic Press Limited, London, 1996

- [27] Fuller, C.R., Hansen, C.H., Snyder, S.D., *Active Control of Sound Radiation From a Vibrating Rectangular Panel by Sound Sources and Vibration Inputs: An Experimental Comparison*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 145, No. 2, 195-215, 1991
- [28] Fuller, C.R., *Recent Advances in the Active Control of Structurally Radiated Sound*. 5th International Congress on Sound and Vibration, Adelaide, Australien, 1997
- [29] Fuller, C.R., Rogers, C.A., Robertshaw, H.H., *Control of Sound Radiation with Active/Adaptive Structures*. Journal of Sound & Vibrations, Vol 157, No. 1, 19-39, 1992
- [30] Gasch, R., Knothe, K., *Strukturdynamik II*. Springer Verlag, Berlin, 1989
- [31] Glover, K., *All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L^∞ - error bounds*. Int. Journal of Control, Vol. 39, No. 6, 1115-1193, 1984
- [32] Guicking, D., *Active noise and vibration control : reference bibliography*. Drittes Physikalisches Institut der Universität Göttingen, 1988
- [33] Guigou, C., Fuller, C.R., *Control of Aircraft Interior Broadband Noise with Foam-PVDF Smart Skin*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 220, No. 3, 541-557, 1999
- [34] Hagood, N.W., von Flotow, A., *Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 146, No. 2, 243-268, 1991
- [35] Hansen, C.H., Snyder, S.D., *Active Control of Noise and Vibration*. E & FN Spon, 1997
- [36] Haverkamp, B., Verhaegen, M., *SMI Toolbox: State Space Model Identification software for multivariable dynamical systems*. Delft University of Technology, 1997
- [37] Heckl, M., Müller, H.A., *Taschenbuch der Technischen Akustik*. 4. Aufl., Springer-Verlag, 1994
- [38] Hering, E., Martin, R., Stohrer, M., *Physik für Ingenieure*. VDI-Verlag, 4., verbesserte Aufl., 1992
- [39] Inman, D.J., *Vibration Suppression Through Smart Damping*. 5th International Congress on Sound and Vibration, Adelaide, Australien, 1997
- [40] Inman, D.J., *Vibration: with control, measurement, and stability*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989

- [41] Isermann, R., *Digitale Regelsysteme: Grundlagen, Deterministische Regelungen*. Springer-Verlag, Berlin, 1988
- [42] Isermann, R., *Digitale Regelsysteme: Stochastische Regelungen, Mehrgrößenregelungen, adaptive Regelungen, Anwendungen*. Springer-Verlag, Berlin, 1987
- [43] Jendritzka, D.J., *Technischer Einsatz Neuer Aktoren*. Expert-Verlag, Kontakt & Studium Bd.484, 1995
- [44] Kamarys, D., Waller, H., *Die Subspace-Methode in der experimentellen Modalanalyse – Eine bessere Alternative zur Fourier Analyse?*. VDI Berichte Nr. 1463, 1999
- [45] Keil, S., *Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmeßstreifen*. CUNEUS-Verlag, Zwingenberg a.d. Bergstraße, 1995
- [46] Kuo, S.M., Morgan, D.R., *Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP Implementations*. John Wiley & Sons, Inc., 1996
- [47] Lee, C.-K., Moon, F.C., *Modal Sensors/Actuators*. Journal of Applied Mechanics, Vol. 57, 434-441, 1990
- [48] Ljung, L., *System identification: Theory for the user*, Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, 1987
- [49] MacMartin, D.G., *Collocated Structural Control for Reduction of Aircraft Cabin Noise*. Journal of Sound & Vibration, Vol.190, No. 1, 105-119, 1996
- [50] Märten, M., *Optimale digitale Regelung mechanischer Strukturen*. Diplomarbeit, Institut für Mechanik, Arbeitsgruppe für numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1997
- [51] Märten, M., Waller, H., *Vibration Control of a Mechanical Structure with Piezoelectric Actuators - a Comparison of Bimorph and Stack Actuators*. Proc. 6th Int. Conference on New Actuators, 269-272, AXON Technologie Consult GmbH, Bremen, 1998
- [52] Märten, M., Waller, H., *Vibration control of a plate structure with piezoelectric stack actuators*. Conference on Smart Structures and Intergrated Systems, Newport Beach, USA, SPIE Vol.3668, 738-746, 1999
- [53] Meirovitch, L., *Principles and techniques of vibrations*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997

- [54] Melcher, J., Krajenski, V., Hanselka, H., *Adaptronik im Automobilbau: Potentiale, Chancen und Notwendigkeiten*. Automobiltechnische Zeitschrift ATZ, 100. Jahrgang, Nr. 4, April 1998
- [55] Metcalf, V.L., Fuller, C.R., Silcox, R.J., Brown, D.E., *Active Control of Sound Transmission/Radiation From Elastic Plates by Vibration Inputs, II: Experiments*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 153, No. 3, 387-402, 1992
- [56] Nelson, P.A., Elliott, S.J., *Active control of sound*. Academic Press Limited, London, 1992
- [57] Polytech Physik Instrumente, *Produkte für die Mikrostelltechnik*. Gesamtkatalog, Waldbronn, 1993 -
- [58] Popovich, S.R., Melton, D.E., Allie, M.C., *New adaptive multi-channel control systems for sound and vibration*. Proceedings Inter-Noise, 405-408, 1992
- [59] Preumont, A., *Vibration Control of Active Structures: an Introduction*. Kluwer, 1997
- [60] Rao, S.S., Pan, T.S., Venkayya, V.B., *Modeling, control, and design of flexible structures: A survey*. Applied Mechanics Review, Vol. 43, No. 5, 1990
- [61] Rao, S.S., Sunar, M., *Piezoelectricity and its Use in Disturbance Sensing and Control of Flexible Structures*. Applied Mechanics Review, Vol. 47, No. 4, 113-123, 1994
- [62] Saravanos, D.A., *Damped vibration of Composite Plates With Passive Piezoelectric-Resistor Elements*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 221, No. 5, 867-885, 1999
- [63] Schmidt, R., *Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen*. Dissertation, Institut für Mechanik, Arbeitsgruppe für Numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1988
- [64] Seto, K., Ren, M., Doi, F., *Feedback vibration control of a flexible plate at audio frequencies by using a physical state-space approach*. Journal of Acoustical Society of America, Vol. 103, No. 2, 924-934, 1998
- [65] Skirde, R., *Schwingungsreduktion einer Plattenstruktur durch Feedforward-Regelung*. Diplomarbeit, Institut für Mechanik, Arbeitsgruppe für numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1999
- [66] Snyder, S.D., Hansen, C.H., *Mechanisms of Active Noise Control by Vibration Sources*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 147, No. 3, 519-525, 1991

- [67] Snyder, S.D., Tanaka N., Kikushima Y. *The Use of Optimally Shaped Piezoelectric Film Sensors in the Active Control of Free Field Structural Radiation, Part 1: Feedforward Control*. Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 117, 1995
- [68] Snyder, S.D., Tanaka N., Kikushima Y. *The Use of Optimally Shaped Piezoelectric Film Sensors in the Active Control of Free Field Structural Radiation, Part 2: Feedback Control*. Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 118, 1996
- [69] Soong, T.T., *Active structural control in civil engineering*. Engineering Structures, Vol. 10, 1988
- [70] Strassberger, M., *Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit Hilfe piezo-keramischer Aktoren*. Dissertation, Institut für Mechanik, Arbeitsgruppe für Numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1997
- [71] Sullivan, J.M., Hubbard, J.E., Burke, S.E., *Distributed Sensor/Actuator Design for Plates: Spatial Shape and Shading as Design Parameters*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 203, No. 3, 473-493, 1997
- [72] Sunar, M., Rao, S.S., *Recent advances in sensing and control of flexible structures via piezoelectric materials technology*. Applied Mechanics Review, Vol. 52, No. 1, 1999
- [73] Swigert, C.J., Forward, R.L., *Electronic Damping of Orthogonal Bending Modes in a Cylindrical Mast-Theory*. Journal of Spacecrafts and Rockets, Vol. 18, No. 1, 5-10, 1981
- [74] Thi, J., Unver, E.A., *Comparison of feedforward versus feedback design in sound radiation suppression*. Conference on Active Materials and Adaptive Structures, 535-539, 1992
- [75] Unbehauen, H., *Identifikation, Adaption, Optimierung*. Vieweg, 5., korrigierte Aufl., 1995
- [76] Unbehauen, H., *Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*. Vieweg, 6., durchgesehene Aufl., 1993
- [77] VDI-Nachrichten, Nr.49, 4.12.1998
- [78] Vippermann, J.S., Burdisso, R.A., Fuller, C.R., *Active Control of Broadband Structural Vibration Using the LMS Adaptive Algorithm*. Journal of Sound & Vibration, Vol. 166, No. 2, 283-299, 1993
- [79] Waller, H., Krings, W., *Matrizenmethoden in der Maschinen- und Bauwerksdynamik*. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1974

-
- [80] Waller, H., Schmidt, R., *Schwingungslehre für Ingenieure*. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1989
- [81] Wang, B.-T., Fuller, C.R., Dimitriadis, E.K., *Active control of noise transmission through rectangular plates using multiple piezoelectric or point force actuators*. Journal of Acoustical Society of America, Vol. 90, No. 5, 2820-2830, 1991
- [82] Widrow, B., Stearns, S.D., *Adaptive Signal Processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985

Anhang A

Voruntersuchungen an Balkenstrukturen

Die Voruntersuchungen an Balkenstrukturen, bei denen ein oder zwei piezokeramische Stapelaktoren verwendet wurden, sollen die generelle Funktionsweise dieser Aktorbauform zeigen. Am Beispiel des beidseitig auf Stapelaktoren gelagerten Balkens wird der Einfluß der Streifenaktoren mit dem der Stapelaktoren verglichen. Die notwendigen Überlegungen zur Aktor- und Sensorpositionierung werden anhand der Eigenformen und Dehnungsverläufe beschrieben. Als Regelalgorithmus wird die modale Zustandsvektorrückführung in Kombination mit einem modalen Zustandsbeobachter angewendet, so daß sowohl harmonische als auch transiente Erregungen gedämpft werden können.

A.1 Einseitig eingespannter Balken

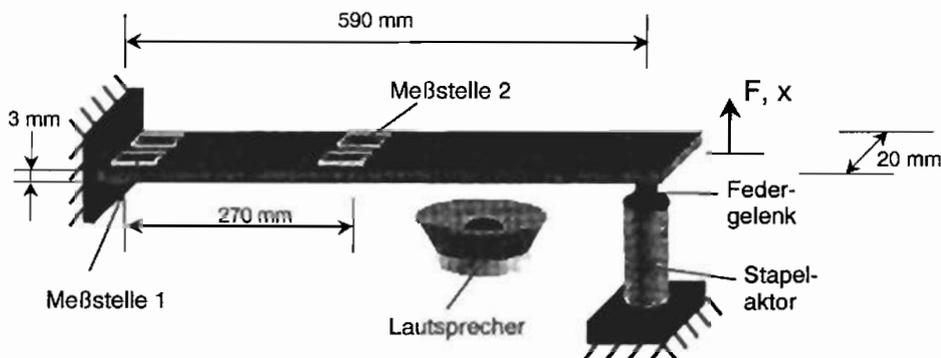


Abb. A.1: Strukturregelung des einseitig eingespannten Balkens

Die in Abbildung A.1 skizzierte Ansicht eines Balkenversuchsstandes stellt den Anfang der experimentellen Untersuchungen dar. Er besteht aus einem einseitig eingespannten Aluminiumbalken, dessen Schwingungszustand mit Hilfe zweier Meßstellen, die aus jeweils vier Dehnungsmeßstreifen in Vollbrückenschaltung gebildet werden, gemessen wird. Sowohl thermische Einflüsse als auch Zug- und Torsionsspannungen werden somit innerhalb der Wheatstoneschen Brückenschaltung kompensiert.

Für erste Untersuchungen, um die Verwendung des piezokeramischen Stapelaktors als Komponente einer aktiven Strukturregelung zu testen, wird als Regelalgorithmus die modale Zustandsrückführung in Kombination mit einem modalen Zustandsbeobachter eingesetzt. Die Rückführmatrix sowohl des Reglers als auch des Beobachters werden vorab durch die Minimierung des entsprechenden Gütekriteriums berechnet,

so daß es sich um eine Regelung mit fest eingestellten Parametern handelt, deren theoretische Herleitung Inhalt des fünften Kapitels ist.

Die Qualität der Regelung hängt von der Wahl der noch freien Parameter ab. Im einzelnen sind dies:

- die Position des Aktors, ausgedrückt durch die modale Steuermatrix \mathbf{B} ,
- die Position der Sensoren, ausgedrückt durch die modale Meßmatrix \mathbf{C} ,
- die Einstellung der Varianzmatrizen der Systemstörungen \mathbf{V} und des Meßrauschens \mathbf{W} , die Einfluß auf die Dynamik des Zustandsbeobachter haben, sowie
- die Wahl der Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} , die den aktuellen Systemzustand bzw. Regelaufwand bewerten und damit die Größe des Steuervektors \mathbf{u} bestimmen.

A.1.1 Aktorpositionierung

Um den Stapelaktor, der die zur Schwingungsreduktion notwendigen Gegenkräfte aufbringt, zu positionieren, betrachtet man die Eigenformen der mechanischen Struktur (Abb. A.2). Der Einfluß der Gegenkraft ist dort am größten, wo die Auslenkung am größten ist. Ziel bei der Verwendung des Stapelaktors ist, mit nur einem Aktor möglichst viele, wenn nicht sogar alle Eigenformen anzuregen und damit auch reduzieren zu können, wodurch die Nachteile des Streifenaktors umgangen werden. Am freien Ende des Balkens haben alle Eigenformen ein Maximum, so daß der Aktor diese dort anregen kann. Trotz der sehr geringen Auslenkung des Stapelaktors von nur $30\mu\text{m}$ werden alle Eigenformen des in Abbildung A.1 dargestellten Balkens in dem betrachteten Frequenzbereich bis 400Hz gut angeregt.

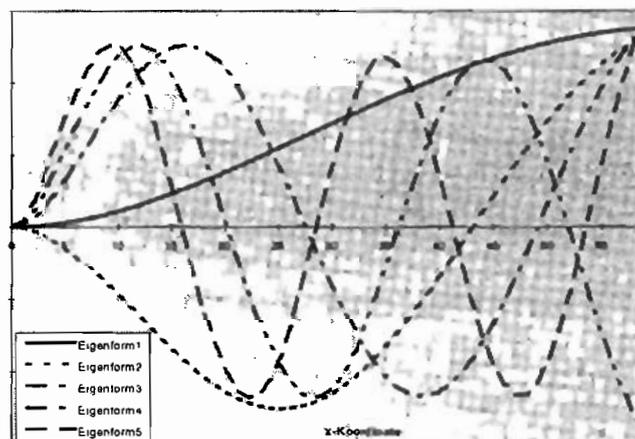


Abb. A.2: Eigenformen des einseitig eingespannten Balkens

A.1.2 Sensorpositionierung

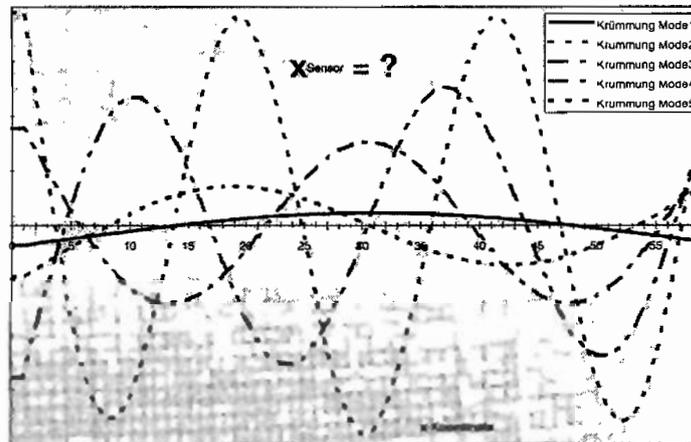


Abb. A.3: Krümmungsverlauf der ersten fünf Eigenformen

Das mathematische Modell wird mit Hilfe der Finite-Elemente Methode gewonnen. Die vom Hersteller angegebene Steifigkeit des Stapelaktors [57] wird in die Steifigkeitsmatrix des FE-Modells aufgenommen. Der Einfluß des notwendigen Kreuzgelenkes zwischen Aktor und Balken wird durch eine Drehfeder am Ende des Balkens berücksichtigt. Die Größe der Drehsteifigkeit wird so variiert, daß die berechneten mit den gemessenen Eigenfrequenzen gut übereinstimmen.

Die günstigste Position für die Dehnungsmeßstreifen läßt sich aus den Krümmungsverläufen der einzelnen Eigenformen herausfinden. Die Krümmung, d.h. die zweifache örtliche Ableitung der Eigenform, ist proportional zu den Dehnungen in der Randfaser des Balkens, so daß der DMS an den Stellen optimal plaziert ist, wo alle zu beobachtenden Eigenformen hohe Krümmungen aufweisen. In Abbildung A.3 wird deutlich, daß nahe der Einspannung alle Eigenformen ein Krümmungsmaximum besitzen. Die erste Meßstelle wird folglich direkt an der Einspannung appliziert. Die Position der Meßstelle 2 wird im Bereich der Balkenmitte gewählt. Dabei darf die Meßstelle jedoch nicht direkt in den Dehnungsknoten der geraden Eigenformen liegen. Ein Vorteil bei der Verwendung von Dehnungsmeßstreifen als Sensoren ist, daß höhere Eigenformen größere Krümmungen aufweisen als die zu niedrigen Eigenfrequenzen gehörigen Eigenformen. Trotz kleinerer Schwingungsamplituden der höheren Eigenfrequenzen werden ausreichend hohe Meßsignale erzeugt.

A.1.3 Mathematisches Modell

Die Modellierung der modalen Dämpfungen anhand der Bequemlichkeitshypothese führt bei den höheren Eigenfrequenzen zu überhöhten Werten. Die Größe der Dämpfungen ist jedoch für die Größe der modalen Amplituden und Geschwindigkeiten entscheidend, so daß eine ergänzende Identifikation der modalen Dämpfungen notwendig ist. Da die Eigenfrequenzen beim Balken recht weit auseinander liegen, sind Identifikationsverfahren im Frequenzbereich gut anwendbar. Die Dämpfungen

können aus dem Frequenzspektrum, welches entweder anhand der Fourier-Transformation oder als Amplitudengang bestimmt worden ist, z.B. durch Messung der Halbwertsbreite oder mit Hilfe des Bouchard-Verfahrens geschätzt werden [80].

Als schwierig erweist sich die Berechnung der Steuermatrix \mathbf{B} . Geht man von einer Wegerregung durch den Stapelaktor aus, so wird die Bewegungsdifferentialgleichung des ortsdiskretisierten Gesamtsystems in der in Kapitel 3 beschriebenen Weise umgestellt. Neben der festen Einspannung kommt bedingt durch die sehr hohe Steifigkeit des Aktors eine Lagerung am anderen Ende des Balkens hinzu. Diese Änderung der Randbedingung läßt sich auch anhand von Schwingungsmessungen verifizieren. Durch die neu entstandene Lagerung sind die Auslenkungen der Eigenformen an dieser Stelle sehr klein. Führt man die modale Transformation durch, d.h. man multipliziert die Positionsmatrix mit der Modalmatrix Φ , so sind die Einträge in der modalen Steuermatrix \mathbf{B} minimal. Ohne modale Systemreduktion erhält man bei einer statischen Auslenkung bzw. Kraft des Aktors durch Summation über alle Eigenformen die statische Biegelinie. Wird die Anzahl der mit in die Systemformulierung aufgenommenen Moden durch das Verfahren der modalen Systemreduktion verkleinert, so erzielt man keine exakte Lösung mehr. Es kommt nur eine zusätzliche Identifikation der Übertragungsfunktion zwischen Spannungseingang an den Leistungsverstärker des Aktors und Spannungsausgang der Sensorverstärker in Frage.

A.1.4 Einstellung des Zustandsbeobachters und -reglers

Die Effektivität der Zustandsregelung hängt von der Qualität des Zustandsbeobachters ab. Ist der Beobachter nicht in der Lage, die Moden genau voneinander zu trennen, so kann die Regelung instabil werden, weil die falsche Systeminformation zurückgeführt wird. Bei ein-dimensionalen Strukturen liegen die Eigenfrequenzen weit auseinander. Aus diesem Grund genügt es, bei als Einheitsmatrix festgelegter Varianzmatrix \mathbf{W} des Meßrauschens die Größe des skalaren Faktors der Varianzmatrix \mathbf{V} des Systemrauschens zu variieren, so daß der Beobachter ausreichend schnell und stabil ist.

Analog dazu erfolgt die Wahl der Gewichtungsmatrizen für die Zustandsrückführung. Die Gewichtungsmatrix \mathbf{R} wird als Einheitsmatrix festgelegt. Für jede einzelne Eigenfrequenz wird nun bei harmonischer Erregung der jeweiligen Eigenfrequenz der Eintrag in der Gewichtungsmatrix \mathbf{Q} für diesen Mode variiert, bis eine größtmögliche stabile Reduktion des Schwingungszustandes erreicht wird. Im Fall des einseitig eingespannten Balkens werden vier Eigenfrequenzen mit in die Regelung aufgenommen. Dieses manuelle Einstellverfahren ist zeitaufwendig und führt nur bedingt zu optimalen Ergebnissen.

A.1.5 Meßergebnisse

Nachdem der Zustandsbeobachter und -regler eingestellt sind, wird die Wirksamkeit der Regelung über einen weiten Frequenzbereich anhand einer Amplitudengangmessung untersucht. Dabei wird das System über ein Frequenzintervall von 10Hz bis 400Hz angeregt. Das jeweilige Erregungssignal wird mit Hilfe der Echtzeitkarte erzeugt und über einen Lautsprecher unterhalb des Balkens in Schalldruckschwankungen zur Anregung umgewandelt. Nach erfolgter Messung und Speicherung des Datensatzes erfolgt die automatische Einstellung der nächsten Frequenz. Trägt man die Amplituden über der Erregungsfrequenz auf, erhält man die Amplitudengänge der beiden Meßstellen. Bedingt durch den Durchmesser des Lautsprechers werden die hohen Frequenzen schwächer angeregt. Die Abbildung A.4 zeigt eine deutliche Reduktion der Systemantworten bei Erregungen in den ersten vier Eigenfrequenzen im geregelten Fall. Obwohl die Stellamplituden des Stapelaktors nur $15\mu\text{m}$ betragen, ergeben sich Schwingungsreduktionen von ungefähr -14dB (Tab. A.1).

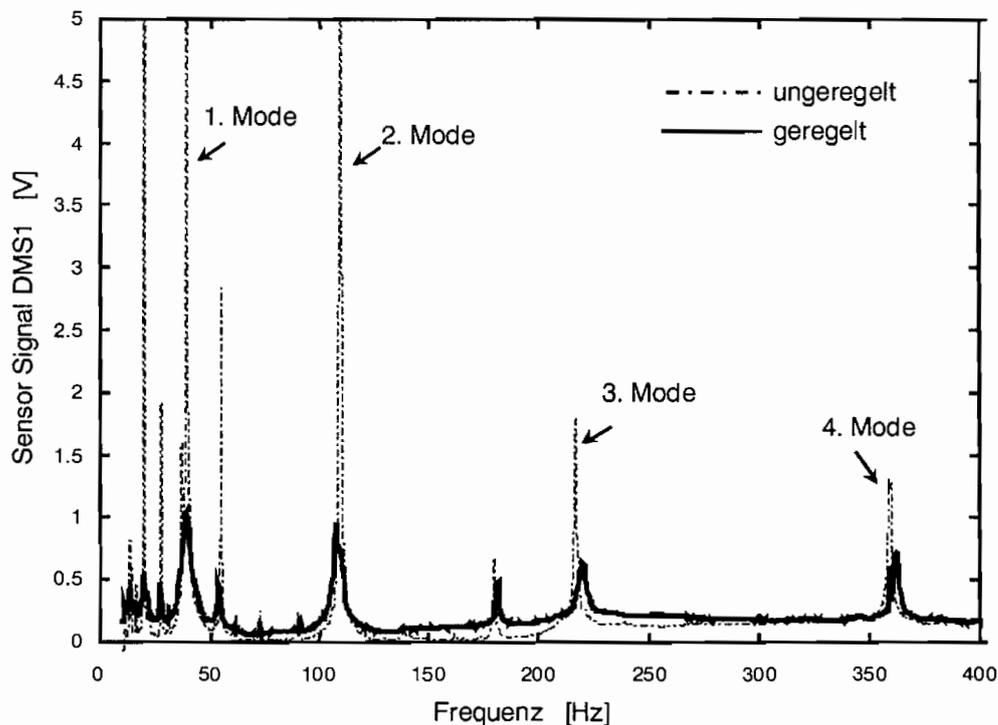


Abb. A.4: Vergleich der Amplitudengänge im unregelmäßigten und im geregelten Fall

Der verwendete modale Zustandsregler hat nur Einfluß auf die Resonanzbereiche der mechanischen Struktur. Im Bereich zwischen den Eigenfrequenzen bewirkt die Regelung keine Reduktion der Strukturschwingungen.

Die Wirksamkeit der Regelung läßt sich des Weiteren anhand einer Impulserregung zeigen (Abb. A.5). Flexible, schwach gedämpfte Strukturen sind sehr empfindlich gegenüber stoßartigen Anregungen. Wird der Balken durch einen Impuls, der das System in seinen Eigenformen angeregt, in Schwingungen versetzt, so klingt im unregelmäßigten Fall, bedingt durch die geringe Dämpfung die Schwingung, nur langsam ab. Da die Zustandsrückführung zu einer aktiven Erhöhung der Dämpfung führt, klingt die Schwingung bei aktiviertem Regler deutlich schneller ab.

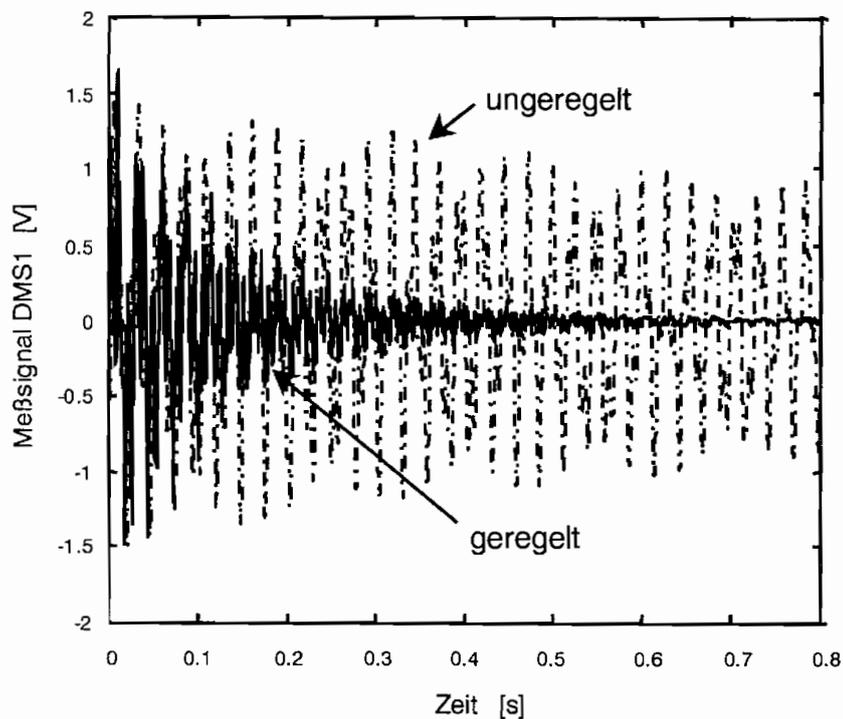


Abb. A.5: Vergleich der Impulsantworten im unregelmäßigten und im geregelten Fall

Tabelle A.1: Erzielten Dämpfungen bei der Meßstelle 1

MODE	DÄMPFUNG MEBSTELLE1 $20\log(A_{\text{unge.}}/A_{\text{gere.}})$ [dB]
1	-13.5
2	-16.9
3	-14.0
4	-13.7

A.2 Beidseitig gelagerter Balken

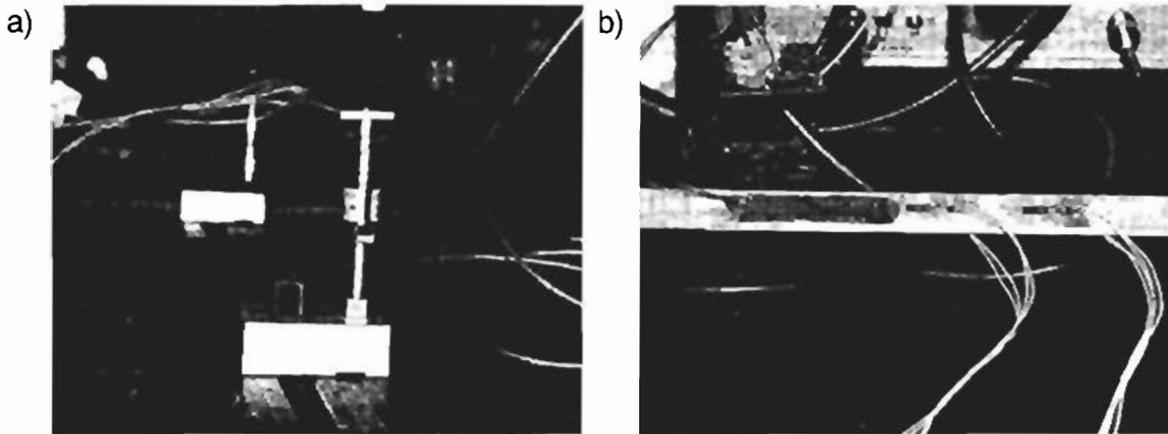


Abb. A.6: Beidseitig gelagerter Balken a) Anbringung der Stapelaktoren b) Streifenaktor und DMS

Um die Schwingungsreduktion weiter zu verbessern, wird die Strukturregelung eines 50cm langen Aluminiumbalkens unter Verwendung von zwei Stapelaktoren untersucht. Die feste Einspannung wird durch eine Lagerung auf einem zweiten Stapelaktor ersetzt (Abb. A.6a). Wiederum haben die Eigenformen des freien Balkens Maxima an den Enden des Balkens, so daß dort alle Eigenformen durch die Stapelaktoren erregt werden und somit steuerbar sind.

A.2.1 Sensorpositionierung

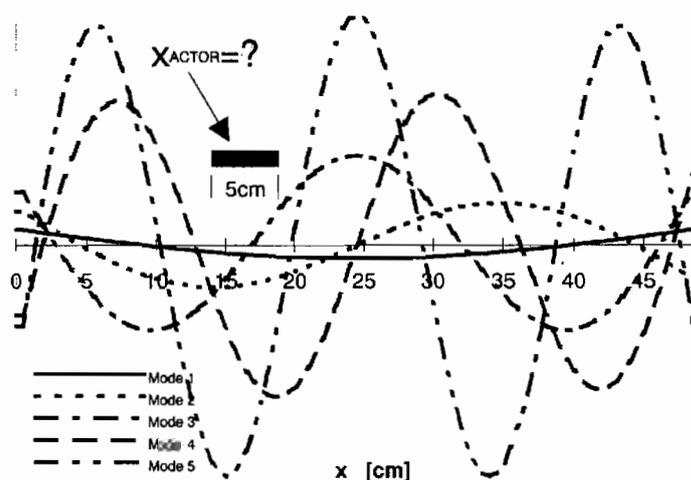


Abb. A.7: Krümmungsverläufe des beidseitig gelagerten Balkens

Unter Verwendung von zwei auf dem Balken applizierten Meßstellen ergibt sich ein sogenanntes MIMO-System (**M**ultiple **I**nput **M**ultiple **O**utput). Die Dehnungsmeßstreifen sind als Halbbrücke in der Wheatstoneschen Brücke verschaltet. Ein Paar DMS (Sensor 2) ist direkt in der Mitte des Balkens angebracht worden, so daß die

ungeraden Moden bestmöglich gemessen werden können. Die Meßsignale der geraden Moden tragen zu keiner Information über den Schwingungszustand bei und erschweren die Einstellung des Zustandsbeobachters, da die Rückführung des Beobachterfehlers dieses Sensors weniger bzw. gar nicht gewichtet werden darf. Die Varianzmatrix des Meßrauschens wird aus diesem Grund nicht mehr als Einheitsmatrix gewählt.

A.2.2 Vergleich zwischen Stapel- und Streifenaktor

Ein jeweils auf der Ober- und Unterseite des Balkens mit Epoxidharz aufgeklebter Streifenaktor dient zum Vergleich der Wirksamkeit von piezokeramischen Streifen- und Stapelaktoren (Abb. A.6b). Eine günstige Position für die Dehnungsmeßstreifen und auch für den Streifenaktor, der ebenfalls an den Stellen mit den größten Krümmungen bzw. Dehnungen in der Randfaser angebracht werden sollte, läßt sich wiederum mit Hilfe der Krümmungsverläufe der einzelnen Eigenformen ermitteln (Abb. A.7). Bedingt durch die Länge des Streifenaktors von fünf Zentimetern ist es nahezu unmöglich, eine Position zu finden, an der alle Eigenformen optimal angeregt werden können. Die Aktorposition $x_{\text{Streifenaktor}} = 22\text{cm}$ stellt einen guten Kompromiß dar, jedoch kann an dieser Stelle die fünfte Eigenfrequenz fast gar nicht angeregt werden. Der Amplitudengang in Abbildung A.8 zeigt sowohl die unregelte als auch die geregelte Systemantwort des Balkens. Die Erregung erfolgt durch einen Stapelaktor. Die notwendigen Steuerkräfte bzw. -momente werden durch den Streifenaktor aufgebracht. Die erzielten Schwingungsreduktionen bei den ersten beiden Eigenfrequenzen sind sehr gut, jedoch erkennt man, daß die Schwingungsreduktion bei der vierten und fünften Resonanzfrequenz nur sehr gering ausfällt. Gründe dafür liegen

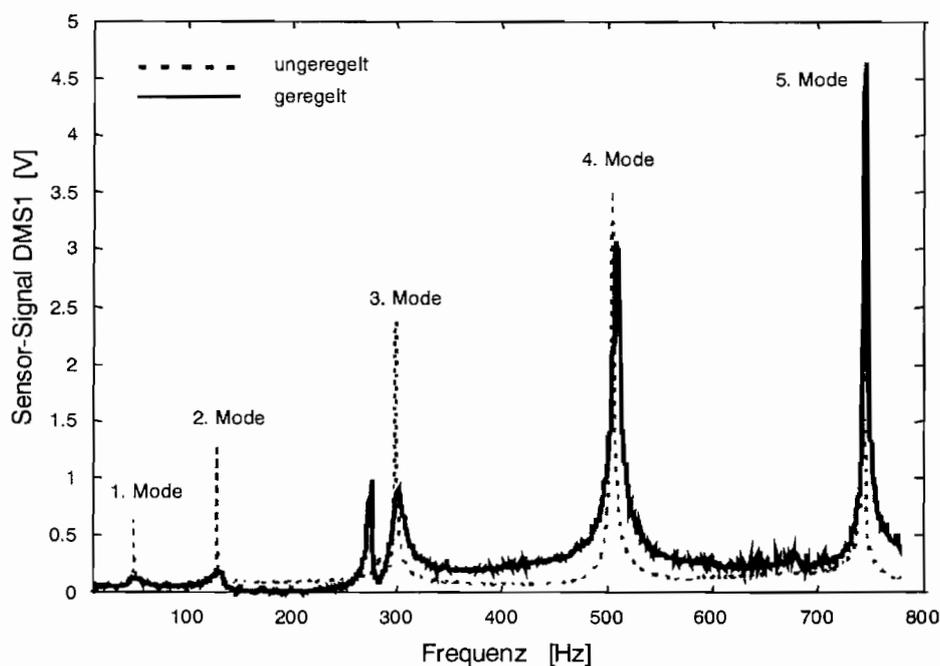


Abb. A.8: Anregung durch Stapelaktor, Regelung anhand des Streifenaktors

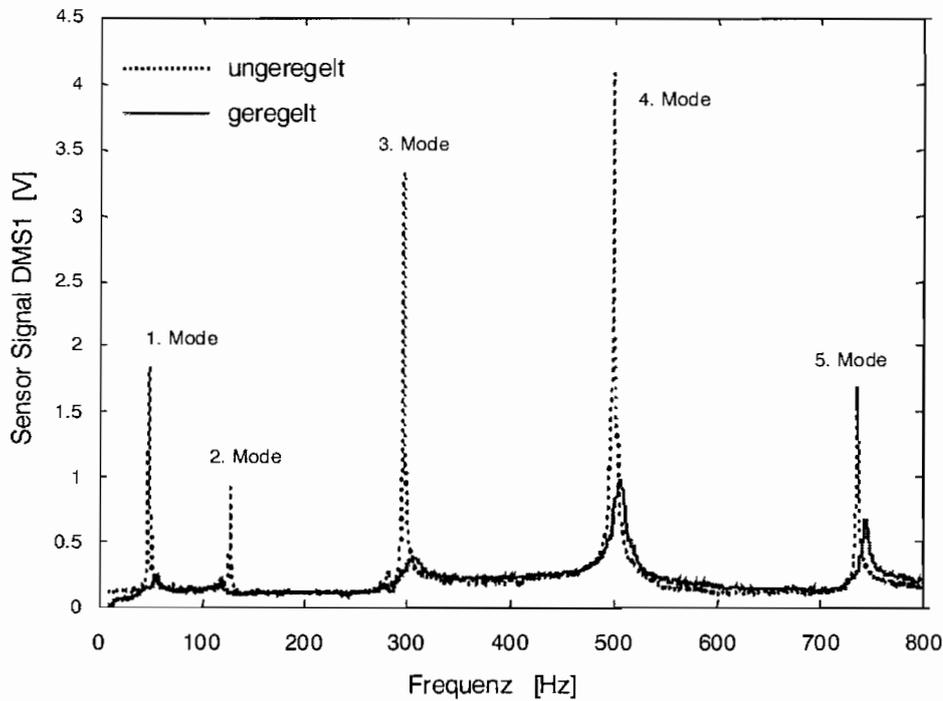


Abb. 8.9: Anregung durch Streifenaktor, Regelung anhand des Stapelaktors

einerseits in der Ungenauigkeit des mathematischen Modells bei höheren Frequenzen. Andererseits erkennt man aus dem Vergleich der unregulierten Systemantworten, erregt durch den Streifenaktor (Abb. A.9) und durch einen Stapelaktor (Abb. A.8), daß der Streifenaktor die fünfte Eigenfrequenz erheblich schlechter anregt, die erste wiederum besser als der Stapelaktor. Die Abbildung A.9 zeigt deutlich die Reduktion der Systemantworten bei Verwendung von zwei Stapelaktoren. Obwohl die Stellamplituden des Stapelaktors nur $15\mu\text{m}$ betragen, ergeben sich Schwingungsreduktion von -8dB bis -18dB (Tab. A.2).

Tabelle A.2: Erzielten Schwingungsreduktionen bei der Meßstelle 1

MODE	FREQ. [Hz]	DÄMPFUNG MEßSTELLE1 $20\log(A_{\text{unge.}}/A_{\text{gere.}})$ [dB]
1	48.5	-17.4
2	127	-12.1
3	300	-18.6
4	505.5	-12.4
5	743.5	-8.1

A.3 Bewertung der Meßergebnisse

Untersuchungen an Balkenstrukturen, die repräsentativ für ein-dimensionale Strukturen sind, haben die Wirksamkeit der piezokeramischen Stapelaktoren gezeigt. Diese Aktorbauform ist der gegenüber der Streifenbauweise hinsichtlich der Steuerbarkeit der einzelnen Eigenformen von Vorteil. In dem untersuchten Frequenzbereich bis 800Hz sind die Stapelaktoren in der Lage, sämtliche Eigenformen eines Aluminiumbalkens, der an jedem Ende auf einem Stapelaktor gelagert ist, anzuregen und somit auch zu steuern. Die realisierte Mehrgrößenregelung mit zwei Aktoren und zwei Meßstellen als Sensoren erreichte Schwingungsreduktion bis -18dB . Als Regelalgorithmus dient die modale Zustandsvektorrückführung in Kombination mit einem modalen Zustandsbeobachter [51].

Anhang B

Mehrgrößenregelung einer Platte

Als Erweiterung zu den grundlegenden Untersuchungen an dem beidseitig auf Stapelaktoren gelagerten Balken ist die Strukturregelung einer Aluminiumplatte realisiert worden, die an jeder Ecke auf einem Stapelaktor gelagert ist. Die Stellsignale für die vier Aktoren werden anhand einer modale Zustandsvektorrückführung in Kombination mit einem modalen Zustandsbeobachter berechnet. Bei zwei-dimensionalen Strukturen stellt die hohe modale Dichte sowohl erhöhte Anforderungen an die Exaktheit des mathematischen Modells als auch an die Dynamik des Zustandsbeobachters. Um die einzelnen Eigenfrequenzen beobachten zu können, muß die Anzahl und Position der Sensoren entsprechend gewählt werden.

Mit Hilfe des iterativen Einstellprozesses für den Zustandsbeobachter und -regler ist eine 20-Moden Regelung mit fest eingestellten Koeffizienten realisiert worden. Diese Anzahl von geregelten Moden stellt bei dem betrachteten Frequenzbereich die Obergrenze der mit der verwendeten PC-Einschubkarte realisierbaren Schwingungsreduktion dar.

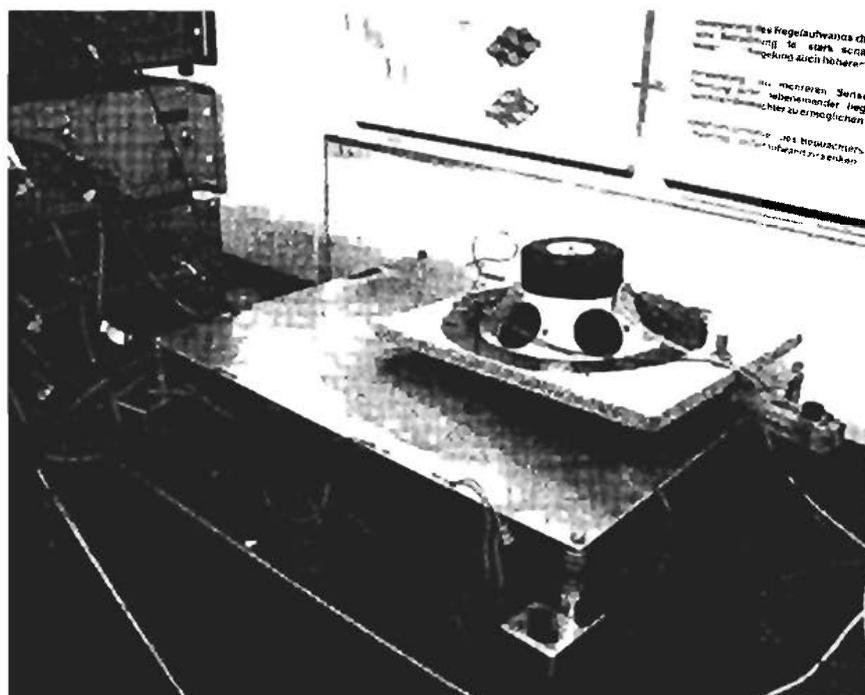


Abb. B.1 An vier Ecken gelagerte Platte

B.1 Versuchsstand

Die Ergebnisse des beidseitig gelagerten Balkens haben gezeigt, daß es möglich ist, mit Hilfe von Stapelaktoren, die am Ende der ein-dimensionalen Struktur befestigt sind, genügend Energie zur Schwingungsreduktion in das System einzubringen. Die Verwendung piezokeramischer Streifenaktoren erzielt ebenfalls deutliche Schwingungsreduktionen, jedoch hat die Position des Aktors großen Einfluß auf die Steuerbarkeit der einzelnen Moden.

Als Erweiterung der Untersuchungen mit ein-dimensionalen Strukturen dient im Folgenden die Strukturregelung einer Aluminiumplatte, die an jeder Ecke auf einem Stapelaktor gelagert ist (Abb. B.1). Außer diesen vier Punktlagerungen sind keine weiteren Randbedingungen vorhanden. Die Abmessungen der Platte betragen 500mm x 400mm, die Dicke beträgt 3mm. Mit dem im Aktorgehäuse vorhandenen Innengewinde werden die Stapelaktoren an einen kleinen Aluminiumblock geschraubt, der auf dem Versuchstisch montiert wird. Zur Anregung der Platte dient ein Lautsprecher, der oberhalb der Platte mit einem verstellbaren Arm angebracht ist, so daß verschiedene Eigenformen gezielt angeregt werden können. Durch die Abmessungen des Lautsprecherdurchmessers sind der Höhe der anregbaren Frequenzen Grenzen gesetzt. Zwei piezokeramische Streifenaktoren sind auf dem Rand der Platte ebenfalls zur Anregung aufgeklebt. Der Schwingungszustand der Platte wird wiederum mit Dehnungsmeßstreifen gemessen, deren günstige Positionen mit Hilfe der durch das FEM-Programmpaket IDEAS berechneten Eigenformen bzw. Dehnungsverläufen an der Plattenoberfläche bestimmt werden.

B.2 Sensorpositionierung

Die Abbildung B.2 zeigt exemplarisch die berechneten Dehnungsverläufe der ersten, zweiten und vierten Eigenform. Man erkennt, daß die Dehnungen besonders am Rand der punktförmig gelagerten Platte groß sind. Im Prinzip entsprechen die Überlegungen zur Positionierung der Dehnungsmeßstreifen genau denen bei ein-dimensionalen Strukturen. Um eine systematische Vorgehensweise zu erlangen, wird mit Hilfe der berechneten Dehnungsverläufe ein Beobachtbarkeitsindex erstellt, der sich als Produkt über die normierten Dehnungsverläufe ergibt. Da das FEM-Programm die Dehnungen in jeweils einer Koordinatenrichtung ausgibt und die

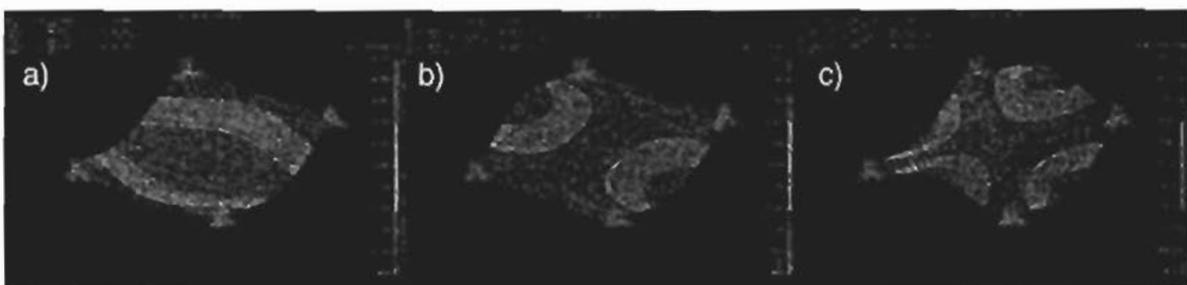


Abb. B.2: Dehnungsverläufe a) 1. Mode b) 2. Mode c) 4. Mode

Dehnungsmeßstreifen auch nur in einer Richtung sensitiv sind, erhält man einen Beobachtbarkeitsindex $\Psi(x)$ in x - und $\Psi(y)$ in y -Richtung. Im Idealfall besitzt der Index den Wert eins, so daß die beiden Indizes dieselbe Größenordnung besitzen. Beide Indizes können somit als $\Psi(x,y)$ in einem Diagramm dargestellt werden. Dieser Index ist mit den Dehnungsverläufen der ersten 10 Eigenformen berechnet worden (Abb. B.3). Die hellen Stellen geben günstige Sensorpositionen an. Geht man von maximalen Dehnungen am Rand der Platte aus, so ergeben sich mit diesem Index acht günstige Sensorpositionen (1-8).

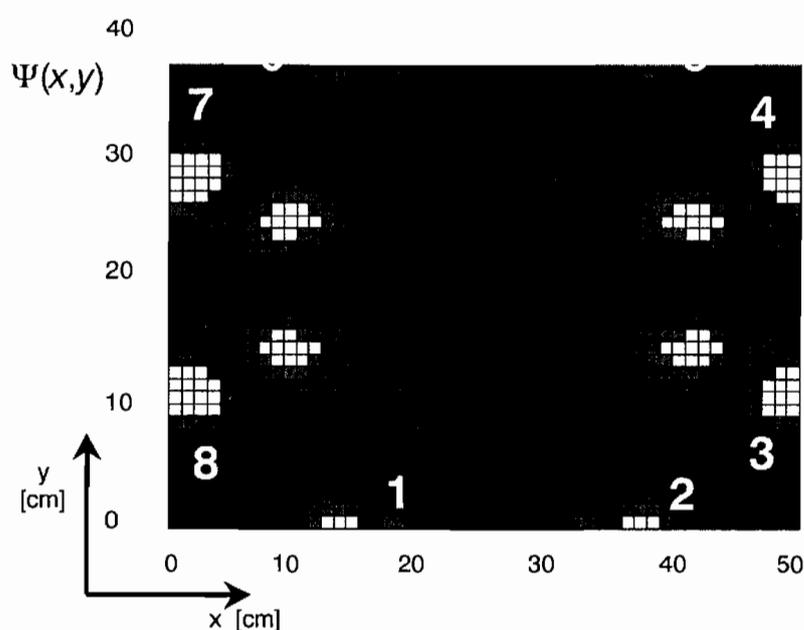


Abb. B.3: Beobachtbarkeitsindex $\Psi(x,y)$ berechnet mit den ersten 10 Eigenformen

B.2.1 Schwierigkeiten bei zwei-dimensionalen Strukturen

Die hohe modale Dichte von zwei-dimensionalen Strukturen stellt gewisse Anforderungen an die Anzahl und Position der Sensoren, sowie an die Dynamik des Zustandsbeobachters. Liegen zwei Eigenfrequenzen sehr dicht beieinander, werden die verschiedenen modalen Amplituden und Geschwindigkeiten, die im modalen Zustandsvektor angeordnet sind, beim Durchlaufen der Systemmatrix \mathbf{A} nicht voneinander gefiltert. Der Zustandsbeobachter kann die Zustände nur anhand der unterschiedlichen Amplituden und Phasen der Sensorsignale trennen.

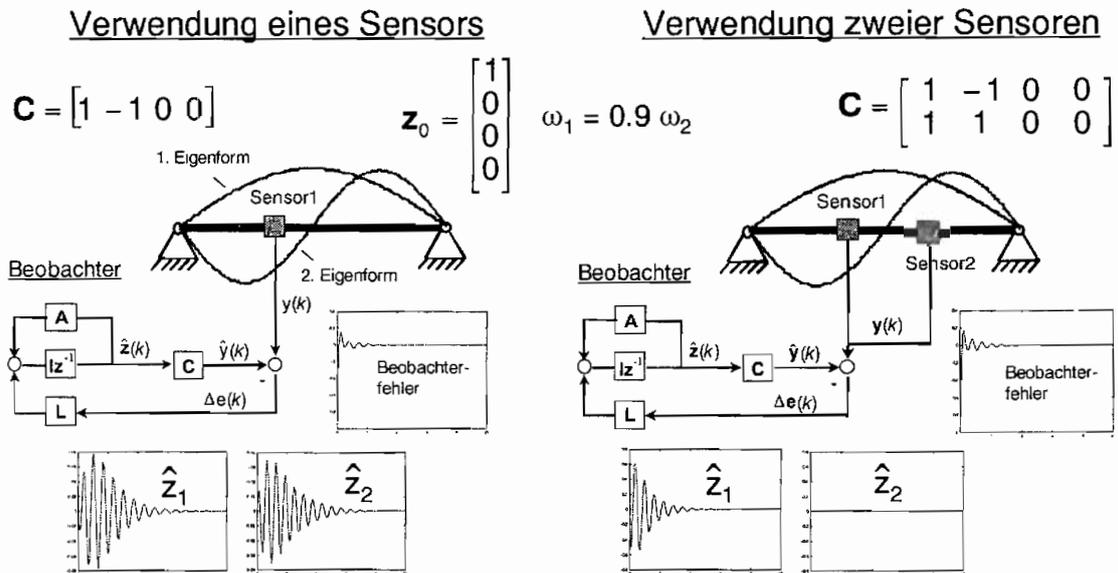


Abb. B.4: Beobachtung von zwei dicht beieinander liegenden Eigenfrequenzen

In Abbildung B.4 soll die Zustandsbeobachtung eines Balkens, dessen erste Eigenkreisfrequenz sich nur um zehn Prozent von der zweiten unterscheidet, mit einem bzw. mit zwei Sensoren realisiert werden. Der Balken wird zu Beginn in seiner ersten Eigenform ausgelenkt. Wird nur ein Sensor an einer günstigen Stelle verwendet, so sind die Amplituden nahezu gleich. Die Krümmungen haben jedoch unterschiedliche Vorzeichen, was jedoch zur Trennung nicht ausreicht. Es ist nicht bekannt, welches Vorzeichen die modale Amplitude von Mode 1 verglichen mit Mode 2 hat. Obwohl das System nur in der ersten Eigenform ausgelenkt wurde, rekonstruiert der Zustandsbeobachter fälschlicherweise auch Schwingungen in der zweiten Eigenform. Die Verwendung eines zweiten Sensors ermöglicht erst die Trennung der zwei dicht zusammen liegenden Eigenfrequenzen und Eigenformen.

Ergeben die FEM-Berechnungen und die nachfolgenden Messungen, daß zwei oder mehr Eigenfrequenzen sehr dicht zusammen liegen, so muß man anhand der Eigenformen die Anzahl der notwendigen Sensoren abschätzen. Sie müssen so positioniert werden, daß möglichst viele Sensorsignale unterschiedliche Vorzeichen zueinander aufweisen.

Bei dem oben beschriebenen Plattenversuchsstand liegen die fünfte und sechste Eigenfrequenz (Abb. B.5) nur drei Hertz auseinander. Anhand des Steuerbarkeitsindex aus Abbildung B.3 können die günstigsten Sensorpositionen auf der Platte bestimmt werden, wobei die Anzahl der notwendigen Sensoren unbekannt bleibt. Bei anfänglicher Verwendung von nur vier Sensoren, wobei Sensor 1 und 2 (Tab. B.1) phasengleiche Signale bei Mode 5 und 6 liefern und Sensor 3 und 4 ein sehr schlechtes Signal/ Rausch Verhältnis bei Mode 6 erzeugen (Abb. B.6), konnten diese beiden Moden durch den Beobachter nicht getrennt werden. Außerdem ließ sich anhand der Amplitudengänge nicht genau bestimmen, wie viele Eigenfrequenzen in dem Bereich um 90 Hz vorhanden sind. Erst die Verwendung von zwei weiteren

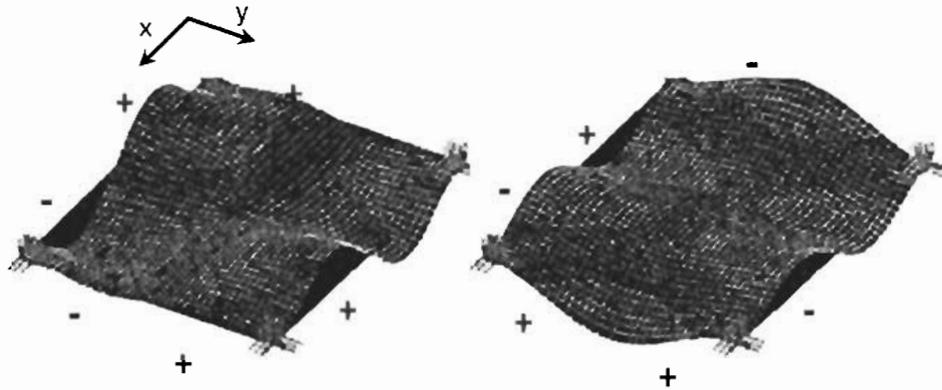


Abb. B.5: Dehnungsverteilung Mode 5 und Mode 6

Meßstellen, Sensor 5 und 6, ermöglicht die Identifikation des siebten Modes, dessen Eigenfrequenz bei 92Hz liegt. Die zeitdiskrete Zustandsraumidentifikation, auch *Subspace-Methode* genannt, liefert anhand einer Rangbestimmung eine quantitative Aussage über die Anzahl der in den Meßsignalen enthaltenen Eigenfrequenzen. Dieses effektive Werkzeug ist erst bei Verwendung von sechs Sensoren und einer Anregung des Frequenzbereiches um diese drei Eigenfrequenzen mit einem Sinus-Sweep in der Lage, die richtige Anzahl der enthaltenen Eigenfrequenzen zu bestimmen.

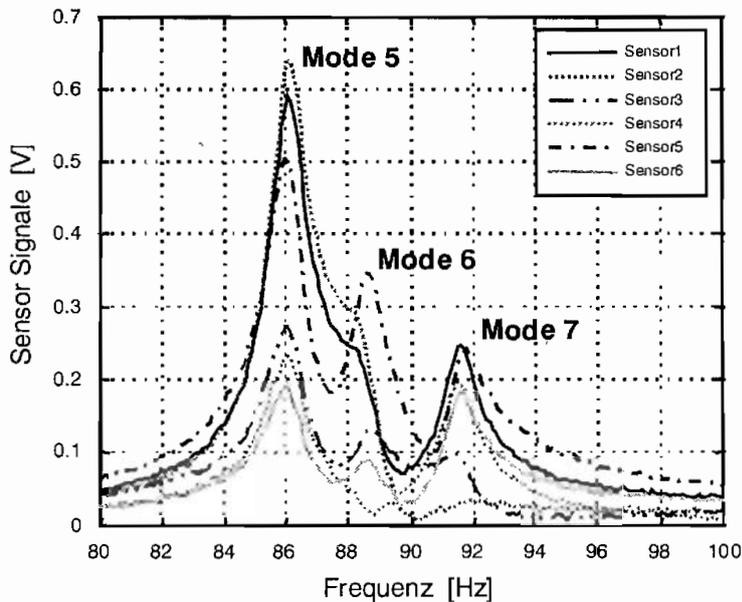


Tabelle 1: Phasenlage der Sensoren

SENSOR	MODE5	MODE6
1	+	+
2	-	-
3	-	+
4	+	+
5	+	-
6	+	-

Abb. B.6: Hohe modale Dichte bei den Moden 5, 6 und 7

Nachdem der modale Zustandsbeobachter möglichst optimal eingestellt wurde, erfolgt die Auslegung des modalen Zustandsreglers. Das Ziel der Regelung ist, eine höchstmögliche Schwingungsreduktion ohne Instabilitäten und Control-Spillover zu erreichen. Die modale Rückführmatrix \mathbf{K} wird anhand der Minimierung eines linear quadratischen Gütekriteriums berechnet

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{z}(k)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(k) + \mathbf{u}(k)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(k) \rightarrow \text{Min}, \quad (\text{B.3})$$

in dem die Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} Einfluß auf die Güte der Regelung haben. Analog zum Beobachterentwurf werden die Einträge in der diagonalen Gewichtungsmatrix

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_1 & & & \\ & q_2 & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & \\ & & & q_n \\ & & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

mit Hilfe eines Iterationsalgorithmus basierend auf den fourier-transformierten Meßsignalen solange eingestellt bis die höchstmögliche Dämpfung erreicht ist. Abbildung B.8a zeigt die Einstellung der ersten zehn Moden. Die Anregung erfolgt entweder mit Hilfe der Streifenaktoren oder mit dem über der Platte angebrachten Lautsprecher. Als Erregungssignal wird die Summe harmonischer Signale mit den entsprechenden Eigenfrequenzen der Platte benutzt. Die gleichzeitige Anregung von mehr als zehn Eigenfrequenzen bringt nicht genügend Energie in das System, so daß die Einstellung der Moden 11 bis 20 in einem zweiten Iterationsprozeß erfolgt (Abb. B.8b). Man erkennt das leichte Control-Spillover in die nun nicht geregelten tieferen Eigenfrequenzen.

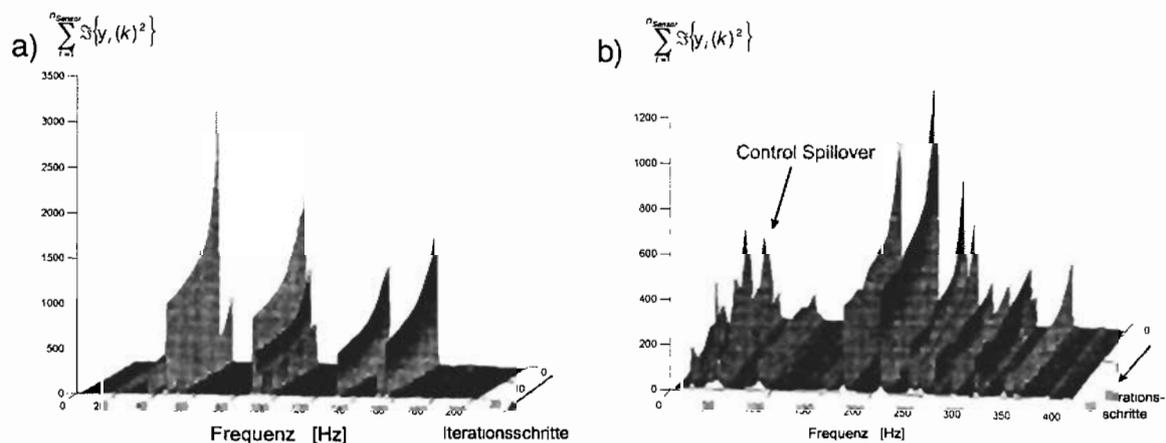


Abb. B.8: Iterative Einstellung des Zustandsreglers a) für Moden 1 bis 10 b) für Moden 11 bis 20

B.4 Meßergebnisse

Mit den fest eingestellten Parametern der Regelung wird ein Amplitudengang im unregulierten und im regulierten Fall aufgenommen (Abb. B.9). Trotz der geringen Schwingungsamplituden der Stapelaktoren erzielt die modale Zustandsregelung bei der Reduktion der Schwingungsamplituden an den Resonanzstellen sehr gute Ergebnisse. Die Schwingungsamplitude des ersten Mode wird um -20dB gedämpft. Selbst die Schwingungsamplituden im Bereich der drei sehr dicht zusammen liegenden Eigenfrequenzen, Mode 5-7, werden reduziert. Die höheren Frequenzen werden, bedingt durch den großen Durchmesser des Lautsprechers, nur schwach angeregt, so daß eine Strukturregelung mit den ersten 20 Eigenfrequenzen der Aluminiumplatte in diesem Fall als ausreichend erscheint. Vergleicht man die Systemantwort auf eine Impulserregung im unregulierten und im regulierten Fall, so klingt die Schwingung bei aktiviertem Regler deutlich schneller ab (Abb. B.10a). Selbst bei bandbegrenzter stochastischer Erregung bis 400Hz ist die Kombination aus Zustandsbeobachter und Zustandsregler in der Lage, die Schwingungsamplitude zu reduzieren (Abb. B.10b).

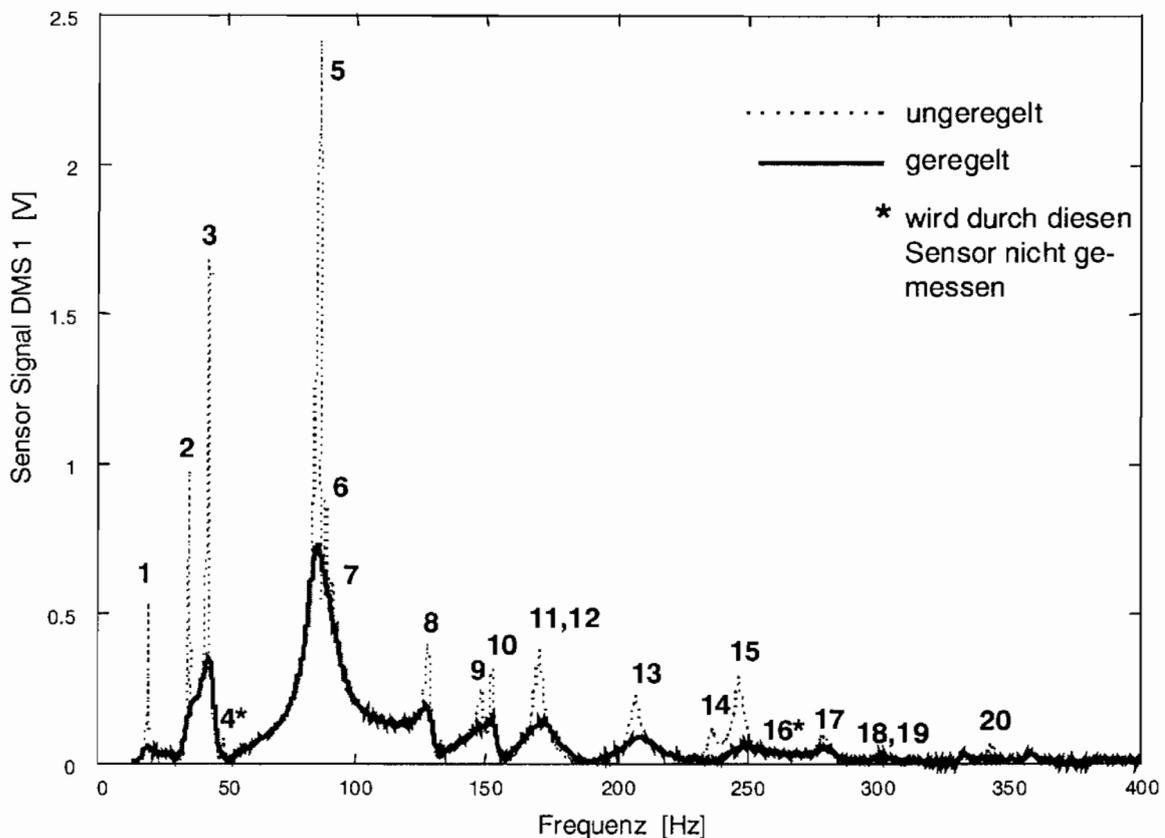


Abb. B.9: Amplitudengänge im unregulierten und regulierten Fall

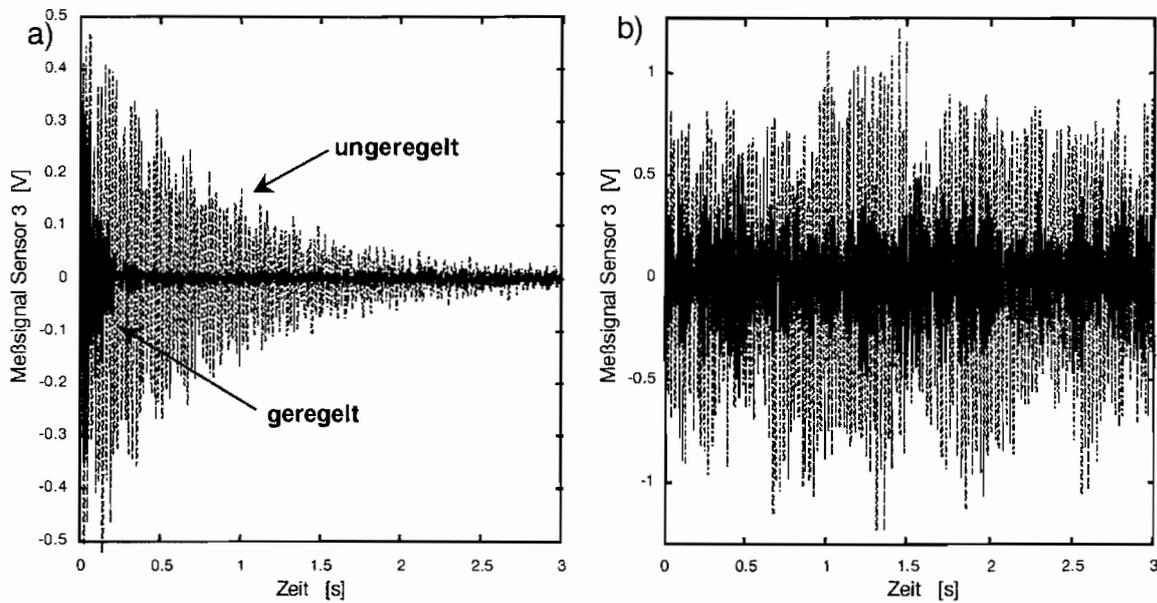


Abb. 10: Schwingungsreduktion von a) Impulserregung und b) stochastischer Erregung

Die Reduktion einiger Eigenformen fällt jedoch sehr gering aus. Betrachtet man z.B. die Eigenform des vierten Mode, so erkennt man, daß bedingt durch die Punktlagerung Eigenformen entstehen können, bei denen eine Seite in entgegengesetzter

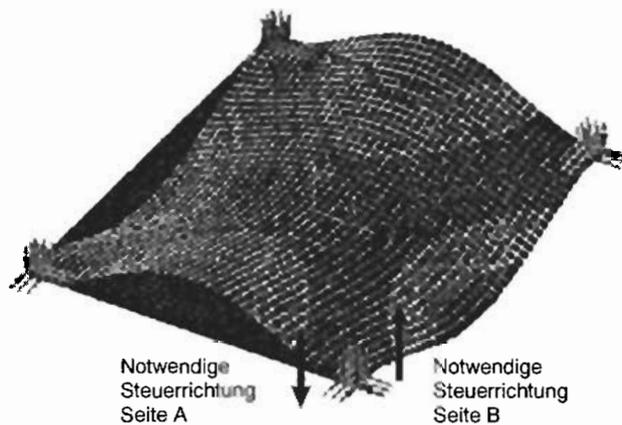


Abb. B.11: Eingeschränkte Steuerbarkeit einiger Eigenformen durch Punktkräfte

Richtung zur angrenzenden Seite schwingt (Abb. B.11). Diese Eigenformen sind durch eine Punktkraft an der Ecke sehr schlecht steuerbar. Die Einleitung eines von einander getrennten Drehmomentes in x- und y-Richtung wäre in diesem Fall günstiger.

Die Schwingungsreduktion dieser 20 Eigenfrequenzen stellt die Obergrenze der mit der Recheneinheit realisierbaren Strukturregelung dar. Somit ergibt sich eine modale Schwingungsreduktion in dem Frequenzbereich bis 400 Hz. Ist es notwendig, höhere

Frequenzen zu regeln, so steigt die Anzahl der zu regelnden Moden und damit die Größe der Matrizen bzw. die Anzahl der in Echtzeit durchzuführenden Rechenschritte an. Außerdem muß die Abtastfrequenz erhöht werden, damit die höheren Frequenzen genügend oft abgetastet werden und das entsprechende Stellsignal erzeugt wird.

Die Strukturregelung der auf vier Stapelaktoren gelagerten Aluminiumplatte hat die Schwierigkeiten im Umgang mit zwei-dimensionalen Strukturen gezeigt. Dicht zusammen liegende Eigenfrequenzen erschweren die Regelung ungemein. Der Zustandsbeobachter, der eigentliche Kernpunkt der modalen Regelung, muß in der Lage sein, diese Moden voneinander zu trennen. Mit Hilfe der iterativen Einstellung des Beobachters und des Reglers anhand der in den Frequenzbereich transformierten Beobachterfehler bzw. Meßsignale wird die zur Einstellung notwendige Zeit dieser beiden Systeme erheblich verkürzt. Jedoch erfolgt diese Einstellung off-line, d.h. Regler und Beobachter stellen sich nicht während der Strukturregelung ein bzw. nach.

B.5 Bewertung der Meßergebnisse

Die Erweiterung der Regelung auf zwei-dimensionale Strukturen zeigt die Schwierigkeiten, die bei einer modalen Regelung entstehen. Die auf vier Stapelaktoren gelagerte Aluminiumplatte weist eine hohe modale Dichte auf, so daß ein sehr exaktes dynamisches Modell der Regelstrecke und eine ausreichende Anzahl an Sensoren erforderlich ist. Kernpunkt der modalen Zustandsregelung ist der modale Zustandsbeobachter, der durch seine Dynamik in der Lage sein muß, auch dicht zusammenliegende Eigenfrequenzen zu trennen. Eine automatisierte Einstellung des Beobachters anhand der in den Frequenzbereich transformierten Beobachterfehler erleichtert die möglichst optimale Auslegung des Beobachters, um trotz hoher Dynamik Spillover-Effekte zu vermeiden. Analog dazu wird der modale Zustandsregler eingestellt. Die durch die Strukturregelung erhöhte Dämpfung einer 20 Moden-Regelung führt zu Schwingungsreduktionen an den Resonanzstellen bis zu -20dB in dem Frequenzbereich bis 400Hz.

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1 Theodor Lehmann:
Große elasto-plastische Formänderungen (Dezember 1976)
- Nr. 2 Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts (Juni 1978)
- Nr. 3 Wolfgang Krings:
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
Stoffverhalten (Januar 1976)
- Nr. 4 Burkhard Lücke:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen der zyklischen elastoplastischen
Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen (Januar 1976)
- Nr. 5 Knut Schwarze:
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter
Profilmittellinie (Februar 1976)
- Nr. 6 Hubert Sommer:
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen
Formänderungen (Januar 1977)
- Nr. 7 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung
orthotroper Platten (März 1977)
- Nr. 8 Albert Meyers:
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen (April 1977)
- Nr. 9 Berend Fischer:
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchung eines dickwandigen Zylinders bei
endlichen Verzerrungen (April 1977)
- Nr. 10 Wojciech Pietraszkiewicz:
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells (Mai 1977)
- Nr. 11 Wilfried Ullenboom:
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung (Juni 1977)
- Nr. 12 Jürgen Güldenpfennig:
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter
elastoplastischer Wellen (Juli 1977)
- Nr. 13 Paweł Rafalski:
Minimum Principles in Plasticity (März 1978)
- Nr. 14 Peter Hilgers:
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse (Juli
1978)
- Nr. 15 Hans-Albert Lauert:
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung
von Spannungsrestriktionen (August 1979)
- Nr. 16 Martin Fritz:
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen
Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen (Juli 1979)

- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates (Dezember 1979)
- Nr. 18 Uwe Kohlberg:
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates (Juli 1979)
- Nr. 19 Heinz Antes:
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalentragwerken (Januar 1980)
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods (März 1980)
- Nr. 21 Maria K. Duszek:
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity (Juni 1980)
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung (Dezember 1980)
- Nr. 23 Jürgen Preuss:
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode (Februar 1981)
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen (Februar 1981)
- Nr. 25 Dieter Weichert:
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems (März 1981)
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells (Juni 1981)
- Nr. 27 Georg Zander:
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast (September 1981)
- Nr. 28 Pawel Rafalski:
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem (September 1981)
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft (November 1981)
- Nr. 30 F.-J. Biehl:
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem (Dezember 1981)
- Nr. 31 Maria K. Duszek:
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory (Juni 1982)
- Nr. 32 Reinhard Piltner:
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen (Juli 1982)
- Nr. 33 Petrisor Mazilu:

- Variationsprinzipie der Thermoplastizität
I. Wärmeausbreitung und Plastizität (Dezember 1982)
- Nr. 34 Helmut Stumpf:
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells (Dezember 1982)
- Nr. 35 Bernd Kaempf:
Ein Extremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente (März 1983)
- Nr. 36 Alfred Kraft:
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten (Juli 1983)
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzipie der Thermoplastizität
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse (August 1983)
- Nr. 38 Klaus-Detlef Mickley:
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen (November 1983)
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen (Dezember 1983)
- Nr. 40 Ulrich Blix:
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode (Dezember 1983)
- Nr. 41 Peter Becker:
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden (Februar 1984)
- Nr. 42 Diemar Bouchard:
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme (Februar 1984)
- Nr. 43 Uwe Zdebel:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz (Dezember 1984)
- Nr. 44 Jan Kubik:
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent (April 1985)
- Nr.45 Horst J. Klepp:
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme (Juni 1985)
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems (Juli 1985)
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren (August 1985)
- Nr. 48 J. Chrosielewski/L.-P. Nolte:
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY (Oktober 1985)
- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:

- Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung (Dezember 1985)
- Nr. 50 Ulrich Schmid:
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern (Februar 1987)
- Nr. 51 Jörg Frischbier:
Theorie der Stoßbelastung ortotroper Platten und ihr experimentelle Überprüfung am Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte (März 1987)
- Nr. 52 W. Tampczynski:
Strain history effect in cyclic plasticity (Juli 1987)
- Nr. 53 Dieter Weichert:
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie (Dezember 1987)
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:
Wellenausbreitung in akustischen Medien
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich (Januar 1988)
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells (März 1988)
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Finite strain theory of rods (April 1988)
- Nr. 57 Andreas Pape:
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells (Mai 1988)
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken (Juni 1988)
- Nr. 59 Peihua LIU:
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last (Juli 1988)
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen (August 1988)
- Nr. 61 Martin Pitzer:
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes (Juli 1988)
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory (Dezember 1988)
- Nr. 63 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988 (Januar 1989)
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:
Variational principles of fracture mechanics (Juli 1989)
- Nr. 65 Guido Obermüller:
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten (Juni 1989)
- Nr. 66 Herbert Diehl:
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder (Juni 1989)

- Nr. 67 Michael Geis:
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode (November 1989)
- Nr. 68 Günter Renker:
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme (November 1989)
- Nr. 69 Berthold Schieck:
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien (November 1989)
- Nr. 70 Frank Szepan:
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung (Dezember 1989)
- Nr. 71 Christian Scholz:
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen (Dezember 1989)
- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory (Dezember 1989)
- Nr. 73 Werner Fornefeld:
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells (Januar 1990)
- Nr. 74 J. Sączuk/H. Stumpf:
On statical shakedown theorems for non-linear problems (April 1990)
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua (April 1991)
- Nr. 76 Ulfert Rott:
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen (April 1991)
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1991)
- Nr. 78 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991 (Dezember 1991)
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenebau (Mai 1992)
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie (Juli 1992)
- Nr. 83 J. Pohé:
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis (Februar 1993)

- Nr. 84 U. Kikillus:
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15 (Mai 1993)
- Nr. 85 T. Guo:
Untersuchung des singulären Rißspitzenfeldes bei stationärem Rißwachstum in verfestigendem Material (Juni 1993)
- Nr. 86 Achim Menne:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern (Januar 1994)
- Nr. 87 Uwe Folchert:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kopplungen (Januar 1994)
- Nr. 88 Jörg Körber:
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle (April 1994)
- Nr. 89 Peer Schieße:
ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung (April 1994)
- Nr. 90 Egbert Schopphoff:
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1994)
- Nr. 91 Christoph Beerens:
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik (Juli 1994)
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:
Finite elastoplasticity with microstructure (November 1994)
- Nr. 93 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994 (Dezember 1994)
- Nr. 94 Armin Lenzen:
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen (Dezember 1994)
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:
Mechanics of Irregular Shell Structures (Dezember 1994)
- Nr. 96 J. Chroscielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells (Dezember 1994)
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller (Februar 1995)
- Nr. 98 Ralf Podleschny:
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse (April 1995)
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl (Juli 1995)
- Nr. 100 Marc Mittelbach:
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell (Dezember 1995)
- Nr. 101 Ulrich Hoppe:
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie (Mai 1996)

- Nr. 102 Marcus Otto:
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen
(Juni 1996)
- Nr. 103 Horst Lanzerath:
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode
(Juli 1996)
- Nr. 104 Andreas Wichtmann
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der
Reckalterung (August 1996)
- Nr. 105 Bjarne Fosså
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stoffen (Oktober 1996)
- Nr. 106 Khanh Cha Le:
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur
(Dezember 1996)
- Nr. 107 Holger Behrens:
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allge-
meinen diskreten Modellansätzen (Januar 1997)
- Nr. 108 Johannes Moosheimer:
Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden (Juli 1997)
- Nr. 109 Dirk Klaus Anding:
Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze
(Oktober 1997)
- Nr. 110 Stephan Weng:
Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse biologischer Strukturen
(Dezember 1997)
- Nr. 111 Michael Straßberger:
Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit
Hilfe piezo-keramischer Aktoren (Dezember 1997)
- Nr. 112 Hans-Jörg Becker:
Simulation des Deformationsverhaltens polykristallinen Eises auf der Basis eines
monokristallinen Stoffgesetzes (Dezember 1997)
- Nr. 113 Thomas Nerzak:
Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen
Werkstoffen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen (Dezember 1997)
- Nr. 114 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen (März 1998)
- Nr. 115 Jan Steinhausen:
Die Beschreibung der Dynamik von Antriebssträngen durch Black-Box-Modelle
hydrodynamischer Kupplungen (August 1998)
- Nr. 116 Thomas Pandorf:
Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Kerbspitzenbeanspruchung bei
schlagbelasteten Biegeproben (August 1998)
- Nr. 117 Claus Oberste-Brandenburg:
Ein Materialmodell zur Beschreibung der Austenit-Martensit Phasentransformation unter
Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität (Juni 1999)

- Nr. 118 Michael Märtens:
Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren
(Dezember 1999)
- Nr. 119 Dirk Kamarys:
Detektion von Systemveränderungen durch neue Identifikationsverfahren in der
experimentellen Modalanalyse (Dezember 1999)

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 118**