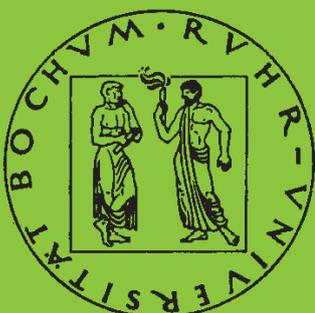


Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

Thomas Nerzak

**Modellierung und Simulation der
Ausbreitung adiabatischer
Scherbänder in metallischen Werkstoffen
bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen**

Heft Nr. 113



RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

INSTITUT FÜR MECHANIK
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Thomas Nerzak

Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer
Scherbänder in metallischen Werkstoffen bei
Hochgeschwindigkeitsdeformationen

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 113

DEZEMBER 1997

Herausgeber: Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum und wurde von der dortigen Fakultät für Maschinenbau als Dissertation angenommen.

Für die Anregung zu dieser Arbeit, die Betreuung und die Übernahme des Referates danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns. Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Waller danke ich für sein Interesse und die Übernahme des Korreferates.

Bei allen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Technische Mechanik möchte ich mich für die freundliche Aufnahme, die stets angenehme Arbeitsatmosphäre und die Hilfsbereitschaft bedanken. Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Kollegen Herrn Dr.-Ing. Hans-Jörg Becker, Herrn Dr.-Ing. Peer Schieße, Herrn Dipl.-Ing. Claus Oberste-Brandenburg und Herrn cand.-ing. Christoph Müller, die mir durch Anregungen, Diskussionen und tatkräftige Unterstützung eine große Hilfe waren.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Förderung im Sonderforschungsbereich 398 *Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte* an der Ruhr-Universität Bochum.

Gelsenkirchen, im Dezember 1997

Thomas Nerzak

Referenten: Prof. Dr.-Ing. Otto T. Bruhns
Prof. Dr.-Ing. Heinz Waller

Tag der Einreichung: 21.10.1997
Tag der mündlichen Prüfung: 19.12.1997

©1997 Dr.-Ing. Thomas Nerzak
Im Meldegang 2
D-45881 Gelsenkirchen

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung des Werkes (Fotokopie, Mikrokopie) oder von Teilen daraus bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors.

Zusammenfassung

Aufbauend auf ein von BRUHNS, DIEHL und FORNEFELD entwickeltes Kontinuums-Schädigungs-Modell wird eine neue mikromechanische Interpretation des Materialensors zur Beschreibung der Scherbandschädigung vorgestellt. Dieser Scherbandschädigungstensor wird als gerichteter Volumenanteil der Mikro-Scherbänder am Gesamtvolumen eines repräsentativen Volumenelementes interpretiert. Auf der Basis dieser Interpretation wird ein physikalisch begründetes Versagenskriterium abgeleitet, das den Zeitpunkt der Entstehung eines Makro-Scherbandes definiert.

Die Ausbreitung des Makro-Scherbandes wird durch eine Fragmentierungstheorie mit Methoden der Bruchmechanik beschrieben. Die konstitutiven Beziehungen des Makro-Scherbandes werden aus dem Kontinuums-Schädigungs-Modell abgeleitet. Der Ansatz für die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Makro-Scherbandes basiert auf der Auswertung eines Volumenintegrals vor der Scherbandspitze. Dieses Integral enthält Informationen über den Spannungs- und Schädigungszustand, die Versetzungsdichte und die Temperatur sowie einen Beitrag aus Oberflächenkräften. Mit Hilfe der FE-Simulation von Material- und Strukturverhalten wird die Anwendbarkeit der Modellierung überprüft.

Summary

Based on a continuum damage theory developed by BRUHNS, DIEHL and FORNEFELD, a new micromechanic interpretation of the material tensor describing shear band damage is presented. This shear band damage tensor is interpreted as an oriented volume fraction of micro shear bands of the representative volume element. A physically motivated failure criterion is derived on the basis of this interpretation. The failure criterion determines the time of the formation of a macro shear band.

The growth of the macro shear band is described by a fragmentation theory using the concepts of fracture mechanics. The constitutive law for the macro shear band is derived from the continuum damage model. The formulation of the growth velocity of a macro shear band is based on the evaluation of a volume integral in front of the shear band tip. This integral contains information about the state of stress and damage, the dislocation density and the temperature as well as a contribution from surface loads. The applicability of the material model is demonstrated by means of a FE simulation of the material and structural behaviour.

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	iii
1 Einleitung	1
2 Adiabatische Scherbänder	4
2.1 Zur Bedeutung adiabatischer Scherbänder	4
2.2 Experimentelle Beobachtungen	8
3 Modellierung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen	14
3.1 Das Kontinuums-Schädigungs-Modell von Bruhns, Diehl, Fornefeld und Mittelbach	19
3.1.1 Materialgleichungen des Kontinuums-Schädigungs-Modells	23
3.2 Eine Neuinterpretation des Schädigungsmaßes	27
3.2.1 Das Versagenskriterium	32
3.3 Modellierung der Ausbreitung eines Makro-Scherbandes	33
3.3.1 Das Materialgesetz für Makro-Scherbänder	33
3.3.2 Ein Ansatz für die Ausbreitungsgeschwindigkeit	42
4 Anpassung der Materialparameter	46
4.1 Neuanpassung der Variablen zur Beschreibung der Scherbandschädigung	47
4.2 Das Makro-Scherband-Materialverhalten	53
5 Numerische Umsetzung	55
5.1 Finite-Elemente-Formulierung	55
5.2 Auswertung des Integrals G_1	58
5.3 Der Algorithmus zur Simulation der Makro-Scherbandausbreitung	63
6 Numerische Simulation des Materialverhaltens	68
7 Ein Beispiel zur numerischen Simulation des Strukturverhaltens	75

8 Zusammenfassung und Ausblick	92
A Zusammenstellung der Materialfunktionen und Parameter	94
A.1 Kontinuums-Schädigungs-Modell	94
A.2 Makro-Scherband-Modell	100
A.3 Zylindermodell	102
B Aufbereitung der Materialmodelle für axialsymmetrische Probleme	103
B.1 Kontinuums-Schädigungs-Modell	103
B.2 Makro-Scherband-Modell	117
Literaturverzeichnis	120

Bezeichnungen

Vereinbarungen

a	Skalar
\vec{a}	Vektor
$\underline{\underline{A}}$	Tensor 2. Stufe
$\underline{\underline{\underline{A}}}$	Tensor 4. Stufe
$\vec{0}$	Nullvektor
$\underline{1}$	Einstensor
$\dot{(\cdot)}$	substantielle Zeitableitung
$\overset{\nabla}{(\cdot)}$	mitrotierende Zeitableitung (allgemein)
$\overset{\square}{(\cdot)}$	mitrotierende Zeitableitung, $\overset{\square}{\underline{\underline{A}}} = \dot{\underline{\underline{A}}} - \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{\Omega}} - \underline{\underline{A}} \operatorname{tr} \underline{\underline{D}}_e$
$(\cdot)^\alpha _\beta$	kovariante Ableitung
$(\cdot)'$	Deviator
$(\cdot)_{,r}$	Erholungsanteil (<u>r</u> ecovery)
$[\cdot]$	Matrix
$[\cdot]^{-1}$	Inverse einer Matrix
$\{\cdot\}$	Tupel
$\ (\cdot)\ $	Tensornorm, $\ (\cdot)\ = \sqrt{(\cdot) \cdot (\cdot)}$
$(\cdot) \cdot (\cdot)$	einfach verjüngendes Produkt
$(\cdot) \cdot \cdot (\cdot)$	doppelt verjüngendes Produkt
$(\cdot) \otimes (\cdot)$	dyadisches Produkt
$\operatorname{ant}(\cdot)$	antimetrischer Anteil eines Tensors
$\operatorname{sym}(\cdot)$	symmetrischer Anteil eines Tensors
$\det(\cdot)$	Determinante eines Tensors
$\operatorname{div}(\cdot)$	Divergenz eines Tensors (Momentankonfiguration)
$\operatorname{grad}(\cdot)$	Gradient eines Tensors (Momentankonfiguration)
$\operatorname{tr}(\cdot)$	Spur von (\cdot)

$\nabla(\cdot)$	Nablaoperator, $\nabla(\cdot) = \text{grad}(\cdot)$
$\nabla \cdot (\cdot)$	Nablaoperator, $\nabla \cdot (\cdot) = \text{div}(\cdot)$
$[(\cdot)]_\alpha$	$[(\cdot)]_\alpha = (\cdot)$, falls Fließbedingung erfüllt, sonst 0
$\langle(\cdot)\rangle_\alpha$	$\langle(\cdot)\rangle_\alpha = (\cdot)$, falls Belastungsbedingung erfüllt, sonst 0

Lateinische Symbole

\underline{A}_{VL}	Mittelwert der lokalen versetzungsinduzierten Verzerrungen in der Nähe eines Mikrodefektes
\mathcal{B}	Momentankonfiguration
\mathcal{B}°	Referenzkonfiguration
\mathcal{B}^*	Zwischenkonfiguration
c_1	Materialparameter
$c_{\sigma\kappa}$	spezifische Wärmekapazität
c_T, c_A	Materialfunktionen
\bar{c}	Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Makro-Scherbandes
d_1, d_2, d_3, d_4, d_5	Materialfunktionen
$d_Z, d_{DS}, d_{DP}, d_{\Theta V}$	Materialfunktionen
D_{EW}	Eigenwerte des Tensors der Verzerrungsgeschwindigkeiten
\underline{D}	Tensor der Verzerrungsgeschwindigkeiten
\underline{D}_e	elastischer (reversibler) Anteil von \underline{D}
\underline{D}_i	inelastischer (irreversibler) Anteil von \underline{D}
\underline{D}_{VT}	durch therm. aktivierte Versetzungsbeweg. verursachter Anteil von \underline{D}
\underline{D}_D	schädigungsinduzierter Anteil von \underline{D}
E	Elastizitätsmodul
\underline{E}_e	reversibles Verzerrungsmaß in \mathcal{B}^*
\underline{E}_i	irreversibles Verzerrungsmaß in \mathcal{B}^*
F_T, F_A	Fließbedingungen im $(\underline{\sigma}, \Theta)$ -Raum
\mathcal{F}_T	verallgemeinerte Überspannungsfunktion
\underline{F}	Deformationsgradient
g	spezifische freie Enthalpie

g_T, g_A	Fließflächenradien
G	Schubmodul
G_Z, G_{DS}, G_{DP}, G_V	Fließbedingungen im $(\underline{\sigma}^0, \Theta^0)$ -Raum
h	Materialfunktion
h_Z, h_{DS}, h_{DP}, h_V	Materialfunktionen
\mathcal{J}_e	Determinante des elastischen Deformationsgradienten, $\mathcal{J}_e = \det \underline{V}_e$
k	Wärmeleitfähigkeit
K	Materialfunktion
\underline{L}	Geschwindigkeitsgradiententensor
LC	Belastungsbedingung
m	Materialfunktion
\vec{n}	Normalenvektor an eine Oberfläche
\vec{n}_{SB}	Orientierung der Makro-Scherband-Ebene
N	Versetzungsdichte
N_{mob}	Dichte der beweglichen Versetzungen
PG	Prozeßgeschwindigkeit
\vec{q}	Wärmeflußvektor
r_T, r_A	Materialfunktionen
r, φ, z	Zylinderkoordinaten
\underline{S}	gewichteter CAUCHY-Spannungstensor
\underline{S}_K	2. PIOLA-KIRCHHOFF-Spannungstensor in \mathcal{B}^*
t	Zeit
u	Maß für die Prozeßgeschwindigkeit
u_{EQ}	Gleichgewichtswert von u
u_0	Gleichgewichtswert von u für langsame Prozesse
u_∞	Gleichgewichtswert von u für schnelle Prozesse
\vec{u}	Verschiebungsvektor
\vec{v}	Geschwindigkeitsvektor
ΔV	repräsentatives Volumenelement
\underline{W}	Spintensor
\underline{W}_i	inelastischer Spintensor

x^1, x^2, x^3	Zylinderkoordinaten
$\underline{\mathbf{X}}_T, \underline{\mathbf{X}}_A$	kinematische Verfestigungstensoren
$\underline{\mathbf{Z}}^0$	Scherbandschädigungstensor

Griechische Symbole

$\vec{\alpha}_q$	interne Variable
γ	Materialparameter
$\gamma_T, \gamma_A, \gamma_{VL}$	plastische Verzerrungsraten
Γ_{jk}^i	CHRISTOFFEL-Symbol
$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}$	GREEN-LAGRANGEScher Verzerrungstensor
$\dot{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_D^0$	schädigungsinduzierte Verzerrungsrate
$\dot{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_V$	versetzungsinduzierte Verzerrungsrate
$\dot{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{VA}$	Verzerrungsrate infolge athermisch aktivierter Versetzungsbewegung
$\dot{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{VL}^0$	lokale versetzungsinduzierte Verzerrungsrate
$\dot{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{VT}$	Verzerrungsrate infolge thermisch aktivierter Versetzungsbewegung
ζ	Norm des Scherbandschädigungstensors
η	spezifische Entropie
$\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$	Materialparameter
Θ^0	Temperaturkonzentration
Θ	Temperatur
Θ_0	Anfangstemperatur
κ	Maß für die Versetzungsdichte (isotrope Verfestigung)
λ_3, λ_4	Materialfunktionen
$\lambda_2, \lambda_{3/0}, \lambda_{4/0}$	Materialparameter
$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5$	Materialparameter
$\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \nu_5$	Materialparameter
$\nu_Z, \nu_{DS}, \nu_{DP}$	Materialfunktionen
ξ	Porenvolumenanteil
ρ	Dichte
σ_0	Proportionalitätsgrenze

σ_f	Fließspannung bei statischen Prozessen
$\vec{\sigma}_{SB}$	Spannungsvektor in der Makro-Scherband-Ebene
$\underline{\sigma}$	CAUCHY-Spannungstensor
$\underline{\sigma}^0$	Spannungskonzentrationstensor
τ_q	thermische Relaxationszeit
$\vec{\tau}_{SB}$	Schubspannungsvektor in der Makro-Scherband-Ebene
φ	spezifische freie Energie
$\Phi_T, \Phi_A, \Phi_{VL}$	Überspannungsfunktionen
χ	Materialparameter
ψ	isotrope Tensorfunktion
ω	Hilfsfunktion
$\underline{\Omega}$	Rotationsmaß einer objektiven Zeitableitung

Exponenten

$(\cdot)^0$	Mittelwert 0. Ordnung eines Mikrofeldes
$(\cdot)'$	Deviator
$(\cdot)^\circ$	Größe in der Ausgangskonfiguration
$(\cdot)^*$	Größe in der Zwischenkonfiguration

Indizes

$(\cdot)_e$	reversibel
$(\cdot)_i$	irreversibel
$(\cdot)_D$	schädigungsinduziert
$(\cdot)_{DP}$	schädigungsinduzierter Teil durch Poren
$(\cdot)_{DR}$	schädigungsinduzierter Teil durch Risse
$(\cdot)_{DS}$	schädigungsinduzierter Teil durch Scherbänder
$(\cdot)_A$	athermisch
$(\cdot)_T$	thermisch aktiviert
$(\cdot)_V$	versetzungsinduziert
$(\cdot)_{VA}$	athermische Versetzung

$(\cdot)_{VD}$	viskos gedämpfte Versetzung
$(\cdot)_{VL}$	lokale Versetzung
$(\cdot)_{VT}$	thermisch aktivierte Versetzung
$(\cdot)_Z$	Mikro-Scherbänder
$(\cdot)_M$	Makro-Scherbänder
$(\cdot)_\xi$	Poren

1. Einleitung

Die Berücksichtigung von Schädigungseffekten in der Materialmodellierung hat im wesentlichen zwei wichtige Ziele. Zum einen sollen Lebensdauerabschätzungen für Bauteile vorgenommen werden, zum anderen soll im Versagensfall eine Untersuchung der Ursachen und der Vorgänge im Werkstoff möglich sein, um durch Werkstoffauswahl, konstruktive und fertigungstechnische Änderungen zukünftiges Versagen zu verhindern bzw. katastrophale Auswirkungen einzuschränken.

Auf Teilgebieten der Sicherheitsanalyse liefert die Bruchmechanik bereits heute außerordentlich genaue und zuverlässige Aussagen bezüglich der Gefährlichkeit vorhandener Makro-Risse, die z.B. bei der Beurteilung von Flugzeugkomponenten oder Druckbehältern mit Erfolg eingesetzt werden. Bei der Untersuchung von Prozessen mit hohen Deformationsgeschwindigkeiten reichen die herkömmlichen Methoden der Bruchmechanik in Verbindung mit vereinfachten Materialmodellen jedoch häufig nicht aus, um das Materialverhalten ausreichend genau beschreiben zu können. Aspekte, die hierbei zusätzlich beachtet werden müssen, betreffen z.B. wechselnde Belastungsgeschwindigkeiten, instationäre Temperaturfelder und die Berücksichtigung von Einflüssen durch Entstehung und Ausbreitung von Scherbändern. Scherbänder werden neben Rissen und Poren als ein eigenständiger Schädigungsmechanismus betrachtet, der zu einer reduzierten Tragfähigkeit des Materials, insbesondere bei Schubbeanspruchungen, führt.

Die Entstehung und Ausbreitung adiabatischer Scherbänder spielt bei einer großen Zahl technischer Anwendungen eine bedeutende Rolle. In vielen Umform-, Trenn- und Fügeprozessen, die mit hohen Deformationsgeschwindigkeiten ablaufen, beobachtet man die Lokalisierung der plastischen Deformation in schmalen Zonen des Materials. Der Wunsch und die Notwendigkeit, diese Fertigungsprozesse in Hinblick auf ihre Wirtschaftlichkeit zu optimieren, stellt unter anderem auch an die Materialmodellierung und die Simulation dieser Prozesse immer höhere Anforderungen. Eine verbesserte Materialmodellierung und damit verbunden eine realitätsnahe Simulationsmöglichkeit von Material- und Strukturverhalten trägt zu einer Optimierung dieser Prozesse bei, indem die Belastbarkeit des Materials besser ausgenutzt werden kann und Beurteilungsgrundlagen zur Änderung der Prozeßparameter bereitgestellt werden.

Ein weiteres Anwendungsfeld ist die Analyse der Ursachen und Auswirkungen von Schadensfällen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen. Hierzu leistet die numerische Simulation des Strukturverhaltens in Zusammenhang mit experimentellen Methoden einen wichtigen Beitrag. Häufig ist aber eine experimentelle Untersuchung nicht möglich, oder mit einem großen technischen und finanziellen Aufwand verbunden, so daß allein auf der Grund-

lage von numerisch simulierten Ergebnissen Entscheidungen getroffen werden müssen. Als Beispiele seien hier „worst case“-Analysen für Druckbehälter oder die Auslegung von Gehäusen stationärer Kraftwerksturbinen sowie „crashworthiness“-Untersuchungen dynamisch belasteter Strukturen, wie z.B. Fahrzeugkarosserien oder Brückenpfeiler, genannt. Die Sicherheit der Menschen und der Umwelt stehen hierbei im Vordergrund, aber auch versicherungstechnische Fragestellungen sind für die Betreiber der genannten Anlagen von großer Bedeutung.

Bezüglich der Vorgänge bei der Entstehung und Entwicklung von Scherbändern sind nach dem aktuellen Stand der Forschung noch viele Fragen offen. Dies hängt sowohl mit den angedeuteten Schwierigkeiten bei experimentellen Untersuchungen zusammen, als auch mit den komplexen Wechselwirkungen zwischen Scherbandbildung, Poren- und Rißentstehung sowie anderen Strukturänderungen, wie z.B. Phasentransformationen, die bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen häufig beobachtet werden.

Die vorliegende Arbeit leistet durch eine mikromechanisch motivierte Interpretation der Scherbandbildung und die Weiterentwicklung eines Materialmodelles zur Beschreibung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder einen Beitrag zum besseren Verständnis der Scherbandentstehung und -ausbreitung. Durch die Implementierung dieses Stoffgesetzes in ein Finite-Elemente-Programm kann das Material- und Strukturverhalten unter Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder numerisch simuliert werden.

Als Einstieg in die Thematik und zur Motivation wird in Kapitel 2 zunächst ein Überblick über Erscheinungsformen und Auswirkungen der Bildung und Ausbreitung adiabatischer Scherbänder gegeben.

In Kapitel 3 wird das Materialmodell vorgestellt und erläutert. Nach einigen einleitenden Bemerkungen zur Stoffgesetzentwicklung im allgemeinen und zur Modellierung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen im besonderen, wird das von BRUHNS, DIEHL und FORNEFELD [BD89], [Die89], [For90] entwickelte Kontinuums-Schädigungs-Modell beschrieben. Dieses Stoffgesetz bildet die Grundlage für die Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder, da hiermit der Zeitpunkt der Entstehung und die Anfangsgestalt eines Makro-Scherbandes berechnet werden. Für das Kontinuums-Schädigungs-Modell wird eine neue physikalisch motivierte Interpretation des Schädigungsmaßes für Scherbänder entwickelt. Mit Hilfe der hieraus resultierenden mikromechanischen Deutung wird ein Versagenskriterium abgeleitet, das den Zeitpunkt der Entstehung eines Makrodefektes bestimmt. Aufbauend auf das Kontinuums-Schädigungs-Modell wird die Modellierung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder entwickelt. Es erfolgt eine Überprüfung der thermodynamischen Konsistenz der Formulierung des Materialgesetzes für Makro-Scherbänder unter Berücksichtigung großer Deformationen und die Erläuterung des Ansatzes für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der adiabatischen Scherbänder, mit dem die instabile Ausbreitung beschrieben werden kann.

Eine qualitative Anpassung der Materialparameter wird in Kapitel 4 aufgrund von Überlegungen zum makroskopisch beobachteten Verhalten der Makro-Scherbänder erläutert. Die wenigen vorliegenden experimentellen Ergebnisse lassen zur Zeit eine Anpassung an das Verhalten eines bestimmten Werkstoffes nicht zu. Im Sinne eines Vergleichsmaterials, wie in [Die89] und [For90] eingeführt, soll die vorgenommene Bestimmung der Materialparameter das Verhalten einer Klasse metallischer Werkstoffe qualitativ beschreiben. Sofern Meßdaten für die Vielzahl der modellierten Effekte für einen Werkstoff vorliegen, kann das Modell an die ermittelten Ergebnisse angepaßt werden.

Die numerische Umsetzung der entwickelten Materialmodellierung wird in Kapitel 5 behandelt. Als Grundlage für die Simulation wird die Methode der Finiten-Elemente gewählt, die für Strukturberechnungen ein geeignetes und weit verbreitetes Werkzeug darstellt. Das Materialmodell wurde in das Finite-Elemente-Programmpaket FEAP implementiert. In diesem Zusammenhang erfolgt eine kurze Vorstellung der zugrundeliegenden Finite-Elemente-Formulierung. Anschließend werden einige spezielle Fragestellungen der numerischen Behandlung des Stoffgesetzes diskutiert. Ein Überblick über den Algorithmus der Scherbandausbreitung beschließt dieses Kapitel.

Kapitel 6 stellt das Verhalten des Makro-Scherbandmaterials an den Beispielen homogener Zug- und Druckversuche vor. Unter Berücksichtigung des Versagenskriteriums wird die Umschaltung der Materialbeschreibung von dem Kontinuums-Schädigungs-Modell auf das Makro-Scherband-Modell dargestellt.

Das Deformations- und Schädigungsverhalten einer dynamisch belasteten Struktur wird in Kapitel 7 anhand der Simulation eines Durchschlagversuches untersucht. Es werden numerische Ergebnisse verschiedener Durchschlagversuche unter Berücksichtigung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder vorgestellt.

Die Materialfunktionen und Parameter der vorgestellten Modelle sind, neben der Aufbereitung der Gleichungen für axialsymmetrische Probleme unter Berücksichtigung großer Deformationen, im Anhang angegeben.

2. Adiabatische Scherbänder

2.1 Zur Bedeutung adiabatischer Scherbänder

Neben Rissen und Poren sind Scherbänder ein wichtiger Mechanismus, der zur Schwächung oder Fragmentierung einer belasteten Struktur führen kann. Als eine typische Erscheinungsform einer lokalisierten plastischen Deformation beobachtet man Scherbänder in unterschiedlichen Materialien, wie z.B. Metallen (ZENER und HOLLOMON [ZH44], DORMEVAL [Dor87], CURRAN ET AL. [CSS87] und KLEPACZKO [Kle94]), metallischen Gläsern (ALPAS ET AL. [AER87]), Polymeren (WALLEY ET AL. [WFS91]), Epoxidharzen (LIANG und LIECHTI [LL96]), Keramiken (YAN ET AL. [YSH97]) und Geomaterialien (SIMPSON [Sim81], PAMIN und DE BORST [PDB95], LARSSON ET AL. [LRS96]). Die Vielzahl der aktuellen Veröffentlichungen auf diesem Gebiet spiegelt das große Interesse und die Bedeutung dieser Thematik für die Materialwissenschaft und die Anwendungstechnik wider. Die angegebene Literatur stellt dementsprechend nur eine sehr beschränkte Auswahl der Veröffentlichungen zu diesem Themenkreis dar.

Als Scherbänder werden im allgemeinen schmale, bandähnliche Zonen bezeichnet, die eine extrem hohe, inhomogene plastische Schubverzerrung aufweisen (BAI und DODD [BD92]). DIEHL [Die89] definiert Scherbänder als „in das Material eingelagerte Flächen mit einer reduzierten Aufnahmefähigkeit von Schubbeanspruchungen“. Die Entstehung der Scherbänder wird üblicherweise mit duktilem Materialverhalten, großen plastischen Deformationen und hohen Deformationsgeschwindigkeiten in Verbindung gebracht. Das Auftreten von Scherbändern in ursprünglich spröden Materialien wie Fels oder Keramiken, die unter einem hohen hydrostatischen Druck duktileres Verhalten zeigen, unterstreicht, daß die Berücksichtigung von Scherbandschädigung und den damit verbundenen Mechanismen in einem weiten Feld der Materialmodellierung von Bedeutung ist. Ebenso wird z.B. in Strukturen, die durch Risse vorgeschädigt sind, Scherbandbildung schon bei global moderaten Deformationsgeschwindigkeiten beobachtet (KALTHOFF und WINKLER [KW88], s. Kap. 2.2). Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, daß das Material aufgrund der Vorschädigung, hier im Bereich der Rißspitze, lokal sehr viel höheren Belastungsgeschwindigkeiten ausgesetzt ist.

Die sogenannten adiabatischen Scherbänder – zurückgehend auf ZENER und HOLLOMON [ZH44] – entstehen aufgrund lokaler Erwärmung und durch Spannungskonzentrationen, z.B. an Fehlstellen des Materials. Bei hohen Prozeßgeschwindigkeiten liegen quasi-adiabate Zustände vor, da die entstehende Wärme nicht schnell genug abtransportiert werden kann, so daß es in Folge zur thermischen Entfestigung, zur Lokalisierung der pla-

stischen Deformation und zur Ausbreitung eines Scherbandes kommt.

Hohe Temperaturen in der nahen Umgebung des Scherbandes führen bei einigen Stählen zu einer Phasentransformation (Ferrit \rightarrow Austenit) des Scherbandmaterials. Eine nachfolgende Belastung kann dann zur Entstehung von Poren innerhalb der geschädigten Zone führen. Wachsen diese Poren zu einem Riß zusammen, spricht man von einem duktilen Bruch des Materials entlang der durch das Scherband geschädigten Zone.

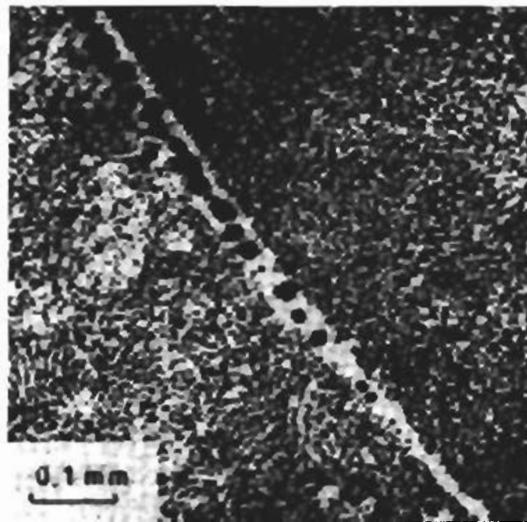


Abb. 2.1: Scherband mit Porenbildung in einer Molybdän-Legierung; nach IRWIN [Irw72], aus [BD92]

Abb. 2.1 zeigt am Beispiel einer dynamisch belasteten Molybdän-Legierung die Bildung eines adiabatischen Scherbandes mit nachfolgender Materialtrennung durch Porenbildung in der Scherbandzone. Man erkennt die helle, durch Scherbandbildung geschädigte Zone und einzelne Poren, die sich innerhalb dieses Bereiches gebildet haben. Im oberen linken Bildabschnitt ist bereits das Zusammenwachsen der Hohlräume zu erkennen. Die Ursache für die Porenbildung ist vermutlich eine normal zur Scherbandausrichtung orientierte Zugbelastung, der das Material kurz nach der Ausbreitung des Scherbandes ausgesetzt wurde [BD92].

Wird das Scherband durch den Abtransport der Wärme in das umgebende Material schnell abgekühlt, kommt es zur Versprödung des Materials durch eine weitere Phasenumwandlung (Austenit \rightarrow Martensit). Infolge der Eigenspannungsfelder in der Scherbandzone oder einer nachfolgenden Belastung beobachtet man häufig das katastrophale Versagen der Struktur durch einen Sprödbbruch entlang dieses Scherbandes. Eine solche Situation ist in Abb. 2.2 zu sehen. Man erkennt die dünne Zone der lokalisierten plastischen Deformation – das Scherband – und den in diese Zone hineingelaufenen Riß.

Scherbandbildung und Scherbandwachstum sind damit nicht nur für das Deformationsverhalten, sondern auch für die Analyse des Bruchverhaltens dynamisch belasteter Strukturen von großer Bedeutung.

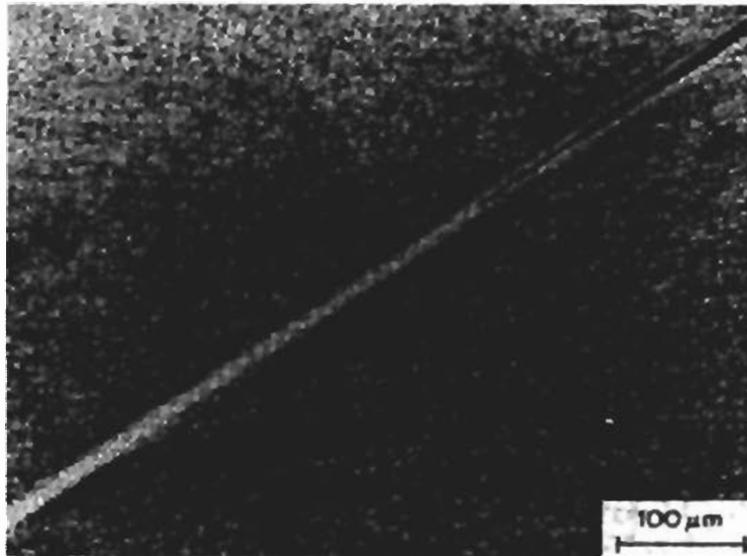


Abb. 2.2: Scherband mit Rißbildung in einem martensitischen Stahl nach dynamischer Druckbelastung; nach DORMEVAL [Dor87], aus [BD92]

Entscheidende Einflußfaktoren für das Scherbandbildungsverhalten sind neben der aufgebrachten Belastung vor allem die Wärmeleitfähigkeit und das Verfestigungs- bzw. das Entfestigungsverhalten des Materials sowie eventuelle Materialanisotropien [BD92].

Umform-, Trenn- und Fügeprozesse, die mit hohen Geschwindigkeiten ablaufen, zählen zu den technischen Anwendungen, bei denen die Berücksichtigung von Scherbändern einen wichtigen Beitrag zu einer realistischen Material- und Prozeßbeschreibung leisten kann. Fragestellungen, die hierbei auftreten, betreffen zum einen die Verhinderung der Bildung von Scherbändern als eine unerwünschte Materialinstabilität, zum anderen die gezielte Steuerung der Lokalisierung, um z.B. bei Trennprozessen einen optimalen Energieeinsatz zu ermöglichen.

Bei der Beurteilung der Wirtschaftlichkeit spanender Fertigungsverfahren spielt die erzielbare Oberflächengüte bei größtmöglicher Arbeitsgeschwindigkeit und geringstem Energieaufwand sowie die Schüttdichte der Späne eine entscheidende Rolle. Deshalb ist es auch in diesem Zusammenhang von Bedeutung, Kenntnisse über eine mögliche Lokalisierung der plastischen Deformation, insbesondere bezüglich des Temperatur- und Spannungszustandes, eventueller Phasenumwandlungen, Poren- oder Rißbildung entlang des Lokalisierungsbereiches und der Größe dieses Bereiches, zu erlangen. Diese Kenntnisse können

dann in die optimale Gestaltung eines Fertigungsprozesses einfließen.

Die Abb. 2.3 zeigt die beiden wichtigsten Spanarten. Der kontinuierliche Fließspan in Abb. 2.3a. zeigt eine gleichmäßige plastische Deformation über den gesamten Bereich, während der gezackte, sägezahnförmige Reißspan aus Abb. 2.3b. in der vergrößerten Darstellung c. eine deutliche Lokalisierung der plastischen Deformation im Bereich der Sägezahnfüße aufweist. RECHT [Rec64] bezeichnet diesen Bereich des Titan-Spanes als „catastrophic shear zone“.

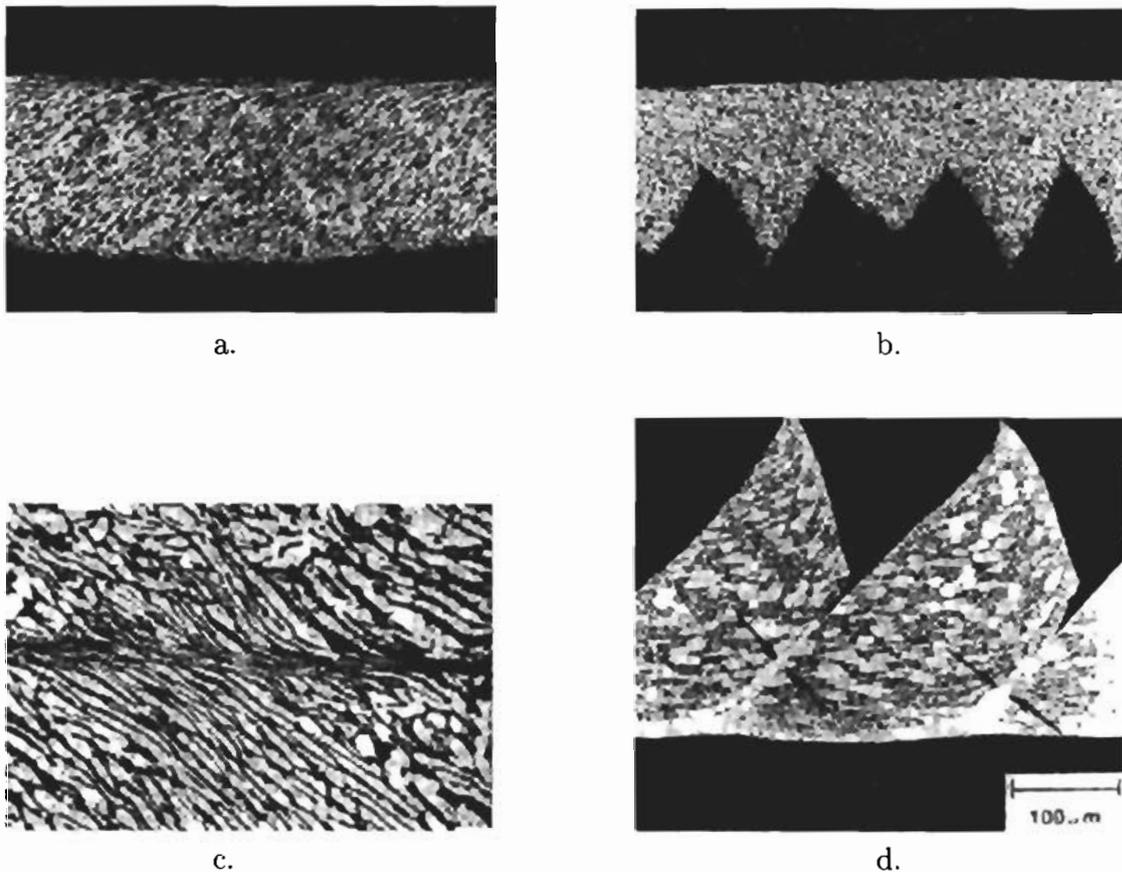


Abb. 2.3: a. Fließspan aus duktilem (Bau-)Stahl, b. Reißspan aus Titan, c. adiabatisches Scherband im Span, Vergrößerung aus b. am Sägezahnfuß, d. Reißspan aus Ti-6Al-4V mit lokalisierter Scherdeformation: a., b., c. aus RECHT [Rec64], d. aus SEMIATIN und RAO [SR83]

Ein weiteres Beispiel für einen Reißspan mit Scherlokalisierung zeigt Abb. 2.3d. Hier ist wiederum die charakteristische schmale „weiße“ Zone des Scherbandes zu erkennen, die eine vorhergegangene Phasenumwandlung andeutet. Eine solche Spanbildung vermeidet zwar im allgemeinen die bei einem Fließspan aus Unfallschutzgründen notwendige Spanun-

terbrechung, hat aber einen hohen Werkzeugverschleiß und eine geringe Oberflächengüte zur Folge. Weitere Ursachen für die Bildung eines Reißspanes können dynamische Interaktionen zwischen Werkzeug und Werkstück sowie Rißbildungen aufgrund von Inhomogenitäten des Materials sein.

VINGSBO [Vin85] untersucht den Spanvorgang mit Hilfe einer Pendelschlag-Apparatur. Der Spanvorgang kann hierbei durch eine Zusatzkonstruktion zu beliebigen Zeitpunkten schlagartig unterbrochen werden, so daß die verschiedenen Stadien des Spanvorganges untersucht werden können.

Weitere Anwendungsmöglichkeiten ergeben sich bei „crashworthiness“-Untersuchungen dynamisch belasteter Strukturen, wie z.B. Kraftfahrzeugkarosserien oder Brückenpfeilern. Auch bei der Dimensionierung von Einrichtungen zum Schutz vor Explosionen können Kenntnisse über die Entstehung und Ausbreitung von Scherbändern dazu beitragen, diese Konstruktionen so auszulegen, daß bei einem Sprengstoffanschlag bzw. einem Schadensfall ein möglichst großer Energieanteil aufgenommen werden kann. Als Beispiele seien hier die Dimensionierung von Gepäckcontainern für den Transport in Flugzeugen (s. VDI-NACHRICHTEN [Obr97]) sowie die Auslegung von Druckbehältern in der Kraftwerkstechnik genannt.

Besonders die beiden letztgenannten Beispiele unterstreichen allgemein die Notwendigkeit einer Materialmodellierung mit dem Ziel, das Strukturverhalten dynamisch belasteter Körper realitätsnah simulieren zu können, da experimentelle Untersuchungen vielfach nur mit erheblichem Aufwand durchzuführen sind.

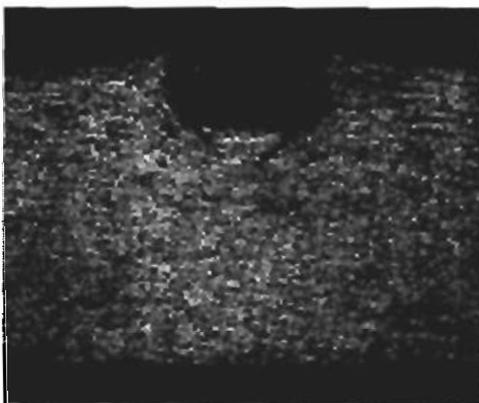
2.2 Experimentelle Beobachtungen

Die gebräuchlichsten Experimente zur Untersuchung der Material- und Struktureigenschaften bei dynamischen Belastungen sind „plate impact“, „Hopkinson bar“ und „exploding cylinder“ (CFC) Versuche. Eine detaillierte Übersicht über die experimentellen Verfahren und Meßmethoden findet man z.B. in BAI und DODD [BD92], CURRAN ET AL. [CSS87], JÄHN [Jä79] und FORNEFELD [For90]. In diesem Kapitel soll weniger die Beschreibung der Versuchsanordnungen und der Meßeinrichtungen im Vordergrund stehen, als vielmehr die Zusammenfassung einiger wesentlicher Erkenntnisse und Beobachtungen im Zusammenhang mit Scherbandbildung. Außerdem werden einige Auswirkungen der Entstehung von Scherbändern auf das Material- und Strukturverhalten aufgezeigt.

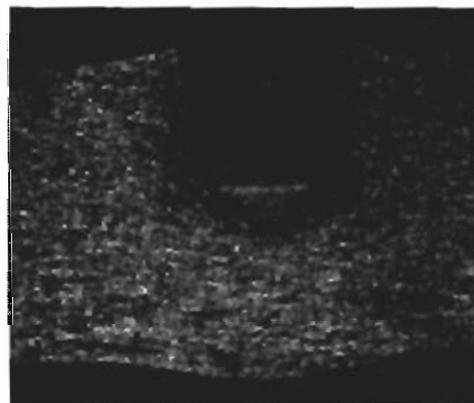
Beispielhaft für Versuche an dynamisch belasteten Strukturen mit Scherbandbildung sollen hier zunächst in der nachfolgenden Abb. 2.4 Aufnahmen eines sogenannten Durchschlag- oder „plugging“-Versuches dargestellt werden. Dieses Experiment soll in Kapitel 7

als Beispiel für das Strukturverhalten unter Berücksichtigung der Schädigung durch adiabatische Scherbänder simuliert werden.

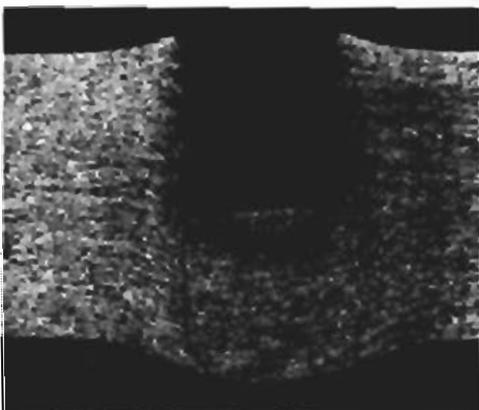
Der Versuchsaufbau dieses Experimentes besteht aus einem Zylinder, der mit hoher Geschwindigkeit senkrecht auf eine am Rand eingespannte Kreisplatte stößt. Wählt man einen stumpfen Zylinder und eine ausreichend hohe Aufprallgeschwindigkeit, so „versagt“ die Platte durch Scherbandausbreitung und anschließende Ribbildung entlang des Randes des auftreffenden Zylinders. Das Resultat dieser Versagensform ist das als „plugging“ bezeichnete Ausstanzen eines zylinderförmigen Teils der Platte mit annähernd identischem Radius im Vergleich zu dem auftreffenden Zylinder. Variationen dieser Versuchsanordnung untersuchen die Einflüsse der Zylindergeometrie und des Aufprallwinkels (z.B. [Zuk87], vgl. Abb. 3.2).



a.



b.



c.



d.

Abb. 2.4: Durchschlagversuch an einer Aluminium-Legierung mit verschiedenen Aufprallgeschwindigkeiten: a. 196 m/s, b. 257 m/s, c. 315 m/s, d. 353 m/s, WOODWARD ET AL. [WBS84]

Die Platte besteht in dem hier zunächst gezeigten Beispiel (Abb. 2.4) aus einer Aluminium-Legierung, der Durchmesser des Stahl-Zylinders beträgt 4.76 mm, seine Länge 25.4 mm. Es werden Aufnahmen von vier Versuchen mit verschiedenen Aufprallgeschwindigkeiten gezeigt. Mit steigender Aufprallgeschwindigkeit stellt man ein fortschreitendes Eindringen des Zylinders fest, bis es schließlich zur vollständigen Perforation der Platte kommt.

Ergänzend zu diesen Ausführungen zeigt Abb. 2.5 die Aufnahme eines Durchschlagversuches an einer Titan-Legierung in einer Ansicht parallel zur Beaufschlagungsrichtung. Hier ist deutlich die gleichmäßige Ausbildung des Scherbandes entlang des Randes des auftreffenden Zylinders zu erkennen. Die Aufprallgeschwindigkeit betrug bei diesem Experiment 213 m/s. Die Daten des Zylinders bleiben im Vergleich zu denen des oben gezeigten Experimentes bis auf einen kleineren Eckenradius des Zylinders unverändert.

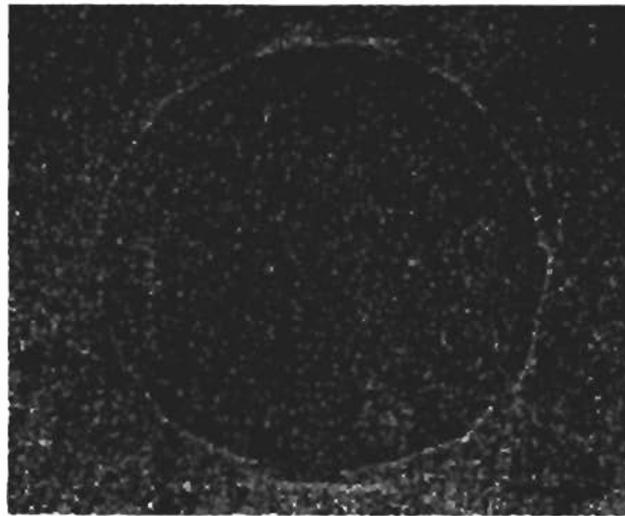


Abb. 2.5: Durchschlagversuch an einer Titan-Legierung, WOODWARD ET AL. [WBS84]

Die Scherbänder sind hier, wie auch in den Abbildungen 2.1, 2.2 und 2.3d., im Schliffbild als dünne helle Flächen zu erkennen. Dies deutet auf eine vorhergegangene Phasentransformation innerhalb der Scherbandzone hin. Die Ursache für diese Erscheinungsform liegt in der Präparationstechnik der Proben begründet. Die Ätzung der Schliffflächen mit alkoholischer Salpetersäurelösung („Nital“) läßt die umgewandelten Flächen hell erscheinen, da diese nur schwach auf die Ätzung reagieren. In der Literatur werden die adiabatischen Scherbänder nach diesem Phänomen häufig in „transformed bands“ oder „white etching bands“ und „deformed bands“ unterteilt (s. z.B. BAI und DODD [BD92], GIOVANOLA [Gio88b], TIMOTHY [Tim87], zurückgehend auf BACKMAN und FINNEGAN). Das in Abb. 2.3c. zu erkennende Scherband würde dann der zweiten Kategorie zugeordnet, bei welcher man lediglich eine starke Lokalisierung der Schubverzerrungen beobachtet, während die „transformed bands“ mit einer Phasenumwandlung einhergehen.

Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang, daß das für seine festigkeitssteigernde Wirkung als Legierungselement bekannte Titan sowohl als Reintitan wie auch in Legierungen, außerordentlich anfällig für die Bildung adiabatischer Scherbänder ist. Ein gutes Verständnis der Zusammenhänge bezüglich der Entstehung von Scherbändern kann damit auch zu einer auf den vorliegenden Belastungsfall geeignet abgestimmten Werkstoffauswahl beitragen. Dieser Aspekt ist natürlich in besonderem Maße bei Strukturen zu beachten, die extremen Belastungen ausgesetzt sind, wie dies beim Einsatz von Titan-Legierungen in aller Regel der Fall ist.

Auch in Proben aus Einkristallen beobachtet man die Entstehung adiabatischer Scherbänder. Abb. 2.6 zeigt eine Al-Cu-Einkristall-Probe nach einem Zugversuch. Man erkennt deutlich das unter einem Winkel von ungefähr 45° zur Belastungsrichtung geneigte Scherband sowie eine leichte Einschnürung der Probe. LISIECKI ET AL. [LNA82] führen die Entstehung des Scherbandes, dessen Orientierung von der ursprünglichen Ausrichtung der Gleitrichtung des Einkristalls abweicht, auf Gitterrotationen zurück, die durch die Einschnürung der Probe entstehen und eine Texturentfestigung bewirken.



Abb. 2.6: Zugversuch an einem Al-Cu-Einkristall, aus LISIECKI ET AL. [LNA82]

Versuche von KALTHOFF [Kal90] bzw. KALTHOFF und WINKLER [KW88] an angerissenen Platten, die nachfolgend in ähnlicher Form auch von MASON ET AL. [MRR94] und ZHOU ET AL. [ZRR96b] durchgeführt wurden, zeigen einen Wechsel des Versagensverhaltens in Abhängigkeit der Belastungsgeschwindigkeit. Abb. 2.7 zeigt hierzu schematisch den

Versuchsaufbau mit der nicht eingespannten Probe aus Stahl, in die zwei parallele Seitenrisse eingebracht sind. Die Belastung der Probe erfolgt durch ein Projektil, dessen Durchmesser dem Abstand der Risse entspricht. Die Aufprallgeschwindigkeiten variieren von 10 – 100 m/s. Die Versuche werden mit Hilfe des spannungsoptischen Kaustikenverfahrens ausgewertet.

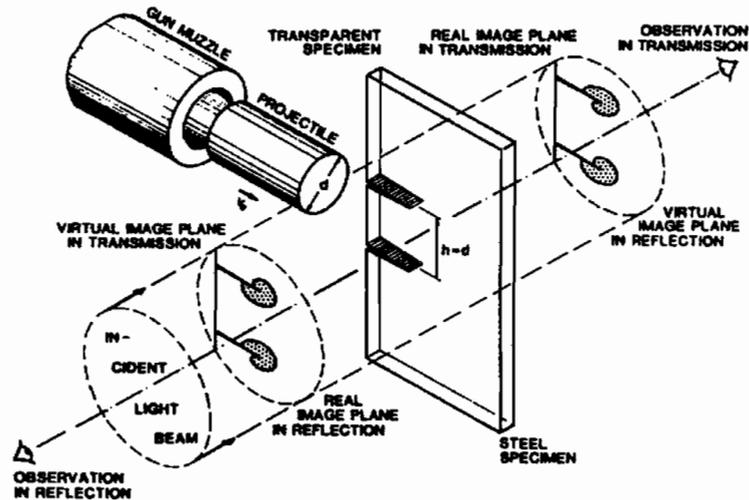


Abb. 2.7: Versuchsaufbau zur Untersuchung des Versagensverhaltens angerissener Platten, KALTHOFF [Kal90]

Die Versuchsauswertung zeigt hierbei einen Wechsel des Versagensverhaltens bei Variation der Kerbschärfe und der Aufprallgeschwindigkeit. Während die Proben bei geringeren Kerbschärfen und kleineren Aufprallgeschwindigkeiten durch einen Riß unter einem Winkel von ca. 70° zum Ligament zerstört werden, zeigen Proben mit steigender Kerbschärfe und Aufprallgeschwindigkeit Scherbandbildung annähernd in Ligamentrichtung. Die Scherbänder durchlaufen bei sehr hohen Aufprallgeschwindigkeiten und angeschwungenen Rissen die gesamte Probenbreite. Nachfolgend beobachtet man Brüche entlang der Zone der lokalisierten plastischen Deformation.

Die Ergebnisse dieser Versuche belegen, daß Scherbänder auch bei moderaten Beaufschlagungsgeschwindigkeiten auftreten können, wenn die Deformationsgeschwindigkeit lokal durch bereits vorhandene Spannungskonzentrationen verstärkt wird. Außerdem wird die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen Bruchverhalten und Scherbandbildung unterstrichen, die z.B. auch von GIOVANOLA [Gio88a] betont wird. Numerische Untersuchungen, die zum Verständnis des Versagensverhaltens angerissener Platten beitragen, wurden von NEEDLEMAN und TVERGAARD [NT95], RAVI-CHANDAR [RC95], BATRA und NECHITAILO [BN97] und ZHOU ET AL. [ZRR96b] durchgeführt.

HARTLEY ET AL. [HDH87] messen während einer Torsionsbelastung von kalt- bzw. warmgewalzten Stählen in einer sogenannten „split-Hopkinson bar“-Apparatur mit Hilfe von Infrarot-Detektoren eine Temperaturerhöhung von bis zu 450 K sowie eine Dicke der Scherbänder („deformed bands“) von 250 bzw. 150 μm . Der Bereich der untersuchten Deformationsgeschwindigkeiten beträgt $10^3 - 5 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}}$, es werden Schubverzerrungen von bis zu 500 % beobachtet. Schnell erstarrte Schichten geschmolzenen Materials belegen in anderen Versuchen Temperaturerhöhungen, die lokal über den Schmelzpunkt hinausgehen [BD92].

Zusammenfassend können als wichtigste experimentelle Beobachtungen in Zusammenhang mit adiabatischen Scherbändern in metallischen Werkstoffen die Lokalisierung der Deformation in einer schmalen Zone – abhängig von Material und Belastung wurden Scherbanddicken von einigen Mikrometern bis zu 0.5 Millimetern gemessen – und eine starke Temperaturerhöhung in der nahen Umgebung des Scherbandes sowie die Ausrichtung der Scherbänder entlang der Hauptschubspannungsrichtungen genannt werden.

Ein umfassender Überblick über Erscheinungsformen, experimentelle Untersuchungen und verschiedene Modelle zur Beschreibung von Scherbändern ist in dem Buch von BAI und DODD [BD92] zu finden.

3. Modellierung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen

Betrachtungen zur Erstellung eines Materialmodells werden im Rahmen der klassischen Kontinuumsmechanik üblicherweise auf der sogenannten Mesoebene an einem repräsentativen Volumenelement durchgeführt. Die nachfolgende Abb. 3.1 aus [Bru93] zeigt ein solches repräsentatives Volumenelement ΔV mit seiner polykristallinen Struktur. Auf der Mesoebene können bereits verschiedenartige Fehlstellen des Gefüges sichtbar gemacht werden, z.B. Einschlüsse oder Hohlräume an Korngrenzen.

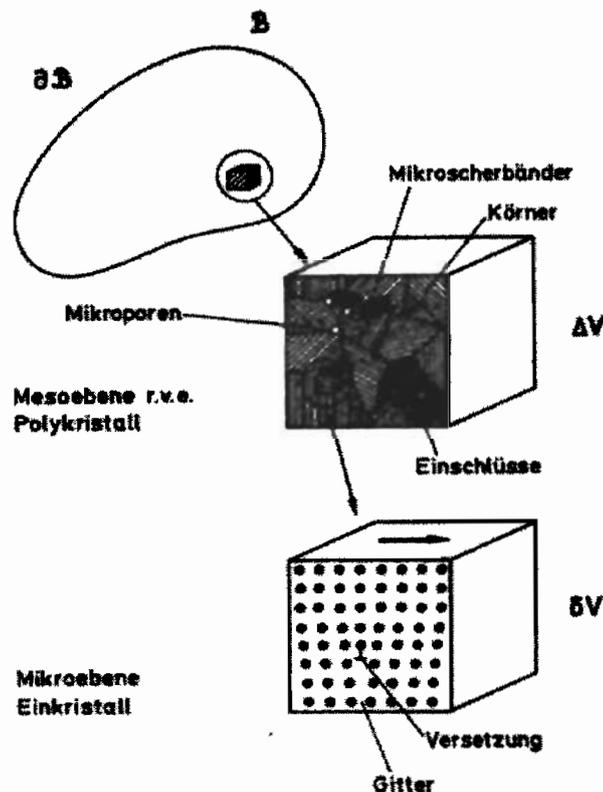


Abb. 3.1: Betrachtungsebenen der Materialmodellierung, aus BRUHNS [Bru93]

Die beschriebenen Inhomogenitäten der Struktur werden in klassischen Kontinuumsmodellen über das Volumen des repräsentativen Volumenelementes gemittelt. Die homogenisierten Materialeigenschaften des infinitesimalen Volumenelementes werden dann auf den betrachteten Körper übertragen. Diesem Vorgehen liegt die idealisierende Vorstellung der

Kontinuumstheorie von der stetigen Ausfüllung des Raumes mit Materie zugrunde. Das infinitesimale Volumenelement repräsentiert in dieser Modellvorstellung genau ein Materieteilchen [AA94].

Das repräsentative Volumenelement muß bei dieser Betrachtungsweise so groß gewählt werden, daß es als statistisch homogen betrachtet werden kann. Um sicherzustellen, daß die Eigenschaften der im repräsentativen Volumenelement enthaltenen Materie ausreichend genau durch Mittelwerte beschrieben werden, muß es gleichzeitig klein gegenüber den charakteristischen Längen der Belastung sein. BRUHNS [Bru93] bzw. BRUHNS und DIEHL [BD89] stellen in diesem Zusammenhang eine Beziehung der Form

$$l_S \ll (\Delta V)^{\frac{1}{3}} \ll l_B \quad (3.1)$$

auf. Hierin soll l_S eine charakteristische Länge der Substruktur des Materials darstellen. Als Anhaltswerte für diese Größe können z.B. die Ausdehnung der Mikrodefekte, der Abstand zwischen den Mikrodefekten oder der typische Korndurchmesser der Struktur herangezogen werden. Als Beispiel für die charakteristische Länge der Belastung l_B gibt BRUHNS die Wellenlänge einer Schockwelle bei einer Stoßbelastung des Körpers an.

Insbesondere bei der Modellierung von Prozessen, die mit hohen Deformationsgeschwindigkeiten ablaufen, ist die Berücksichtigung von Schädigungseinflüssen unabdingbar. Materialschädigung resultiert im allgemeinen aus der Entstehung, dem Wachstum und der Vereinigung von Mikrodefekten. Diese Mikrodefekte treten infolge von Spannungs- und Temperaturkonzentrationen an Fehlstellen des Materials auf, wie sie in der oben gezeigten Abbildung auf der Mesoebene dargestellt werden.

Um die Entstehung und das Wachstum dieser Mikrodefekte beschreiben zu können, ist es erforderlich, innerhalb des repräsentativen Volumenelementes entsprechende Größen als Mikrofelder einzuführen. Ziel ist es hierbei, die Einführung dieser Größen durch Betrachtungen auf der Mikroebene physikalisch zu begründen. Diese Mikrofelder werden wiederum mit einer geeigneten Mittelungsvorschrift innerhalb des repräsentativen Volumenelementes homogenisiert, um die Beschreibung des Materialverhaltens in den Rahmen einer Kontinuums-(Schädigungs-)Theorie zurückzuführen. Damit wird nicht das Verhalten diskreter Mikrodefekte beschrieben, sondern die Auswirkungen der Summe der Mikrodefekte auf das makroskopische Verhalten des repräsentativen Volumenelementes.

Aufbauend auf die mikromechanische Modellierung werden mathematische Modelle entwickelt, die die makroskopisch beobachtbaren Effekte beschreiben sollen. Grundlegende Arbeiten auf diesem Gebiet stammen von KACHANOV, z.B. [Kac86], und RABOTNOV [Rab69]. Aus einer ganzen Reihe von Veröffentlichungen zu verschiedenen Themengebieten der Kontinuums-Schädigungs-Theorie sollen hier stellvertretend als weitere Beispiele die Arbeiten von RICE und TRACEY [Ric69], GURSON [Gur77], KRAJČINOVIC [Kra85],

CURRAN ET AL. [CSS87], PERZYNA [Per90], LEHMANN [Leh91], CHABOCHE [Cha92], LEMAITRE [Lem92], PĘCERSKI [Pęc92], [Pęc97], NEMAT-NASSER [NN92], BRUHNS [Bru93] und SCHIESSE [Sch94] genannt werden.

Das Wachstum und die Vereinigung von Mikrodefekten führt schließlich zu einer Defektgröße, die nicht mehr innerhalb des repräsentativen Volumenelementes homogenisiert werden kann. Ein solcher Defekt wird als Makrodefekt bezeichnet. Einhergehend mit der Entstehung eines Makrodefektes kommt es zu einer Verletzung der Forderung (3.1) oder des grundlegenden Postulats der Kontinuumstheorie, das besagt, daß benachbarte Materiepunkte während des gesamten Prozesses benachbart bleiben. Das vollständige Materialmodell einer Hochgeschwindigkeitsdeformation muß über diese Grenze hinaus die Ausbreitung eines Defektes und die Auswirkungen dieser Ausbreitung auf das Strukturverhalten beschreiben können.

Das Ziel einer Materialmodellierung durch eine Kontinuums-Schädigungs-Theorie ist, möglichst realitätsnahe Aussagen über das Deformationsverhalten und die Festigkeitseigenschaften einer belasteten Struktur treffen zu können. Hieraus lassen sich dann auch Lebensdauerprognosen für Bauteile ableiten, die einer experimentellen Untersuchung nicht zugänglich sind.

Die bei einer Hochgeschwindigkeitsdeformation auftretenden Defekte lassen sich unterschiedlichen Schädigungsmechanismen zuordnen. Es werden

- Poren
- Risse
- Scherbänder

beobachtet. Diese unterschiedlichen Schädigungsmechanismen treten je nach Belastungsart und Material sowohl isoliert, als auch gemeinsam und wechselwirkend auf. Entsprechend werden verschiedenartige Versagensformen einer dynamisch belasteten Struktur festgestellt.

Beispielhaft sind nachfolgend einige Versagensformen für den senkrechten Stoß eines Projektils auf eine Platte dargestellt. Diese Art des Experimentes wird wegen seines einfachen Aufbaus und seiner für Hochgeschwindigkeitsexperimente relativ leichten Auswertbarkeit häufig zur Untersuchung des Versagensverhaltens dynamisch belasteter Strukturen herangezogen. Die stoßartige Belastung führt bei diesem Experiment, abhängig von Material, Aufprallgeschwindigkeit und Geometrie des auftreffenden Körpers, zu einem unterschiedlichen Versagensverhalten der Platte.

Der in Abb. 3.2 als „plugging“ bezeichnete Versagensmechanismus beschreibt bei einem vertikalen Stoßversuch das Ausstanzen eines annähernd zylinderförmigen Teils der belasteten Platte. Dieser Effekt ist im wesentlichen auf die Entstehung und die Ausbreitung adiabatischer Scherbänder im Randbereich des auftreffenden Zylinders und eine nachfolgende Rißbildung entlang dieses Bereiches zurückzuführen (vgl. Kapitel 2.2). Bei den anderen dargestellten Versagensformen handelt es sich hauptsächlich um unterschiedliche Auswirkungen von Porenentstehung und -wachstum sowie Rißbildung bzw. Kombinationen dieser beiden Schädigungsmechanismen.

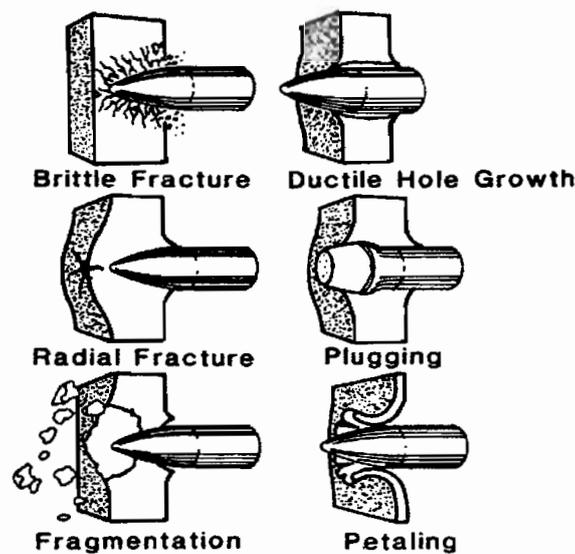


Abb. 3.2: Versagensmechanismen bei vertikalem Stoß; aus KANNINEN und POPELAR [KP85], (s. auch ZUKAS [Zuk87] in: BLAZYNSKI [Bla87])

Die Bildung eines Makro-Scherbandes ist eine spezielle Form eines Lokalisierungsprozesses, für dessen Analyse in der Literatur zwei unterschiedliche Ansätze zu finden sind [Die89]. Die als Gleichgewichtsmethode bezeichnete Vorgehensweise berechnet aus der Kontinuumstheorie über die Lösung eines Eigenwertproblems kritische Lasten für die Entstehung einer Lokalisierung oder eines Makrodefektes. Die sogenannte kinetische Methode verfolgt die Entstehung eines Defektes kontinuierlich mit der Zeit.

Während die erstgenannte Methode nur den Ausgangs- und den Endzustand eines solchen Prozesses im Sinne eines Verzweigungsproblems beschreiben kann, erlaubt die Anwendung des letztgenannten Konzeptes zu jedem Zeitpunkt des Belastungsprozesses eine Aussage über die Entwicklung der Schädigung. Für eine Materialmodellierung mit mikromechanischem Hintergrund ist die kinetische Methode damit der geeignetere Ansatz. Aktuelle Beispiele für die Anwendung der Gleichgewichtsmethode finden sich in den Arbeiten von

GIOIA und ORTIZ [GO96], ARMERO und GARIKIPATI [AG96], MOLINARI und CLIFTON [MC87]. Verschiedene Ansätze, die der kinetischen Methode zugeordnet werden können, sind neben den Arbeiten von BRUHNS, DIEHL, FORNEFELD und MITTELBACH z.B. in BATRA und PENG [BP96], ZHOU ET AL. [ZRR96a] und GRADY und KIPP [GK87] beschrieben.

Die Simulation der Ausbreitung eines Makro-Scherbandes beschränkt sich in vielen Modellen der Literatur auf die Definition einer Zone, deren Materiepunkte einen bestimmten kritischen Wert der plastischen Verzerrung aufweisen (z.B. BATRA und NECHITAILO [BN97], BATRA und PENG [BP96], ZHOU ET AL. [ZRR96a], TOMITA und HIGO [TH93], NEEDLEMAN [Nee89]). Mit dem Ziel, das scherbandinduzierte Versagen durch „plugging“ zu simulieren, verbindet CHEN [Che92] diese Definition mit einem Bruchkriterium, ohne Scherbandeinflüsse zu berücksichtigen. Eine Aussage zur Orientierung des Scherbandes kann mit dieser Beschreibung nicht getroffen werden. Außerdem erfolgt bei diesem Vorgehen lediglich eine Beschreibung der stabilen Defektausbreitung mit fortschreitender Belastung. Insbesondere bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten und einer damit verbundenen starken Schädigung des Materials ist dagegen eine instabile Defektausbreitung zu erwarten, die im Rahmen der dynamischen Bruchmechanik bereits in einer Vielzahl von Rißausbreitungsmodellen berücksichtigt wird (z.B. [YAY88], [SG97]).

In der vorliegenden Arbeit wird eine Modellvorstellung entwickelt, die die tensorwertige Schädigungsvariable des Kontinuums-Schädigungs-Modells von BRUHNS, DIEHL und FORNEFELD mikromechanisch deutet. Aus dieser Modellvorstellung wird ein Versagenskriterium entwickelt, das die Entstehung eines Makro-Scherbandes steuert. Dem Makro-Scherband kann durch diese Art der Modellierung eine Orientierung zugeordnet werden, die unter Berücksichtigung des aktuellen Spannungszustandes die Ausbreitungsrichtung des Makro-Scherbandes festlegt. Für den Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit wird der von DIEHL [Die89] vorgeschlagene Ansatz angepaßt. Die Umsetzung in eine Finite-Elemente-Formulierung zur numerischen Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder wird aufbauend auf das Finite-Elemente-Programmsystem FEAP (TAYLOR und WRIGGERS [TW90]) vorgenommen.

Im nachfolgenden Kapitel soll zunächst das Kontinuums-Schädigungs-Modell von BRUHNS, DIEHL, FORNEFELD und MITTELBACH vorgestellt werden. In den beiden daran anschließenden Kapiteln werden die Modellvorstellung zur Beschreibung der Scherband-Schädigung und die Modellierung des Makro-Scherbandverhaltens erläutert.

3.1 Das Kontinuums-Schädigungs-Modell von Bruhns, Diehl, Fornefeld und Mittelbach

Mit dem Ziel, das Verhalten dynamisch belasteter Strukturen beschreiben zu können, wurde von BRUHNS, DIEHL und FORNEFELD [BD89], [Die89], [For90], [Bru91], [BDF91], [DF90] ein Materialmodell für metallische Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder entwickelt. Dieses Modell bildet – in der von DIEHL mit Version 1.2 bezeichneten Fassung – die Grundlage der hier vorgestellten Theorie zur Beschreibung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder. MITTELBACH [Mit95] hat dieses Modell durch die Berücksichtigung von Ansätzen zur Beschreibung von Porenschädigung bei Zugbelastungen weiterentwickelt.

Die Beschreibung des Materialverhaltens wird hierbei in zwei Phasen unterteilt. Die erste Phase umfaßt den Belastungsprozeß bis zum Zeitpunkt der Entstehung eines Makrodefektes. Von einem Makrodefekt wird in diesem Zusammenhang gesprochen, wenn eine charakteristische Größe dieses Defektes so groß wird, daß dieser nicht mehr innerhalb eines sinnvoll gewählten repräsentativen Volumenelementes homogenisiert werden kann. Dieser Zeitpunkt wird im folgenden mit t^* bezeichnet. Das Materialverhalten kann in dieser ersten Phase durch eine Kontinuumstheorie mit Berücksichtigung von Schädigungseinflüssen modelliert werden.

Das Materialverhalten nach der Entstehung eines Makrodefektes wird durch eine sogenannte Fragmentierungstheorie modelliert, die die Ausbreitung von Makrodefekten mit Methoden der Bruchmechanik beschreibt. Die Modellierung des Materialverhaltens in der zweiten Phase wird in Kapitel 3.3 detailliert erläutert.

In diesem Kapitel sollen lediglich die grundlegenden Eigenschaften des Kontinuums-Schädigungs-Modells für die Beschreibung des Materialverhaltens in der ersten Phase kurz charakterisiert werden. Für weitergehende Informationen, z.B. zur Ableitung der Materialgleichungen, zur mikromechanischen Interpretation der Variablen oder zu Fragen der Anpassung der Materialparameter, wird auf die oben zitierte Literatur verwiesen.

Zunächst soll Abb. 3.3 einen Überblick über die Einordnung des Kontinuums-Schädigungs-Modells in den Gesamtrahmen einer Materialbeschreibung mit Berücksichtigung von Schädigungseffekten geben. Die Zeichen \otimes und \oplus sollen andeuten, welche der genannten Effekte zum aktuellen Zeitpunkt in der Materialbeschreibung enthalten sind (\otimes), und welche dieser modellierten Effekte bereits in das FE-Modell zur Simulation des Material- und Strukturverhaltens implementiert wurden (\oplus). Das Materialmodell ist modular angelegt, so daß weitere, bisher nicht berücksichtigte Komponenten eingefügt werden können. Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur Modellierung der Schädigung durch Mikro-Scherbänder und zur Modellierung der Ausbreitung von Makro-

Scherbändern und erweitert außerdem die Möglichkeiten der numerischen Simulation des Strukturverhaltens durch die Implementierung des letztgenannten Teilmodells in ein Finite-Elemente-Programm.

Ausgangspunkt der Materialbeschreibung des Kontinuums-Schädigungs-Modells ist, wie in Abb. 3.3 dargestellt, die additive Zerlegung der Verzerrungsrate in reversible und verschiedene irreversible Anteile, die versetzungsinduzierte und schädigungsinduzierte Prozesse beschreiben sollen.

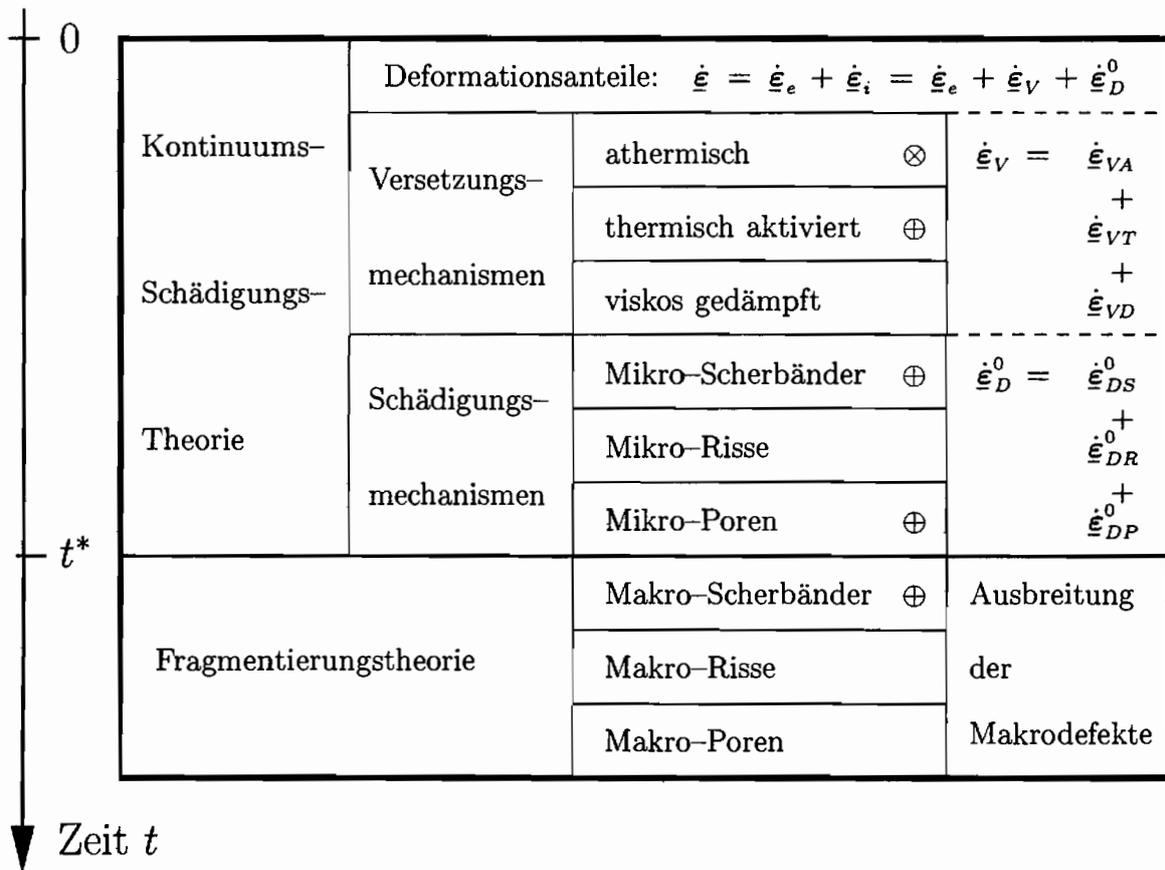


Abb. 3.3: Der modulare Aufbau des Materialmodells, nach FORNEFELD [For90]

Der Zusammenhang zwischen den beiden Zweigen der Materialbeschreibung wird durch die Kinematik und den thermodynamischen Rahmen hergestellt. Dies geschieht zum einen durch die Aufspaltung der irreversiblen Verzerrungsrate in einen versetzungsinduzierten und einen schädigungsinduzierten Anteil gemäß Gleichung (3.2),

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_i, \quad \text{mit} \quad \dot{\epsilon}_i = \dot{\epsilon}_V + \dot{\epsilon}_D^0. \quad (3.2)$$

Zum anderen enthält das thermodynamische Potential neben Anteilen aus den makroskopischen Größen auch solche, die mit den als Mikrofelder eingeführten Größen formuliert werden.

Das Kontinuums-Schädigungs-Modell ist ein für große Deformationen formuliertes, viskoplastisches Stoffgesetz. Neben isotroper und kinematischer Verfestigung werden weitere interne Variablen zur Beschreibung der Mikrostrukturänderungen eingeführt. Insbesondere werden Einflüsse der Mikroschädigung durch eine tensorwertige Variable für Mikro-Scherbänder sowie eine skalarwertige Variable für den Porenvolumenanteil beschrieben. MITTELBACH [Mit95] modelliert neben der Entstehung und dem Wachstum auch das Schließen von Poren bei Druckspannungszuständen. Die Struktur der Evolutionsgleichung und der Nebenbedingungen für die Scherband-Schädigungsvariable sollen hier kurz erläutert werden.

$$\underline{\underline{z}}^0 = [d_z]_z \langle\langle LC_z \rangle\rangle \left\{ \frac{2\mu_3}{\mathcal{J}_e} \|\underline{\underline{\sigma}}'\|^2 \sum_{\Lambda} \bar{\mathbf{n}}_{\Lambda} \otimes \bar{\mathbf{n}}_{\Lambda} + (\mu_4 + \omega) \underline{\underline{z}}^0 \right\}, \quad (3.3)$$

$$\text{falls} \quad G_z = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\underline{\sigma}}^{0'} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^{0'} - \frac{\nu_z}{\mathcal{J}_e} \text{tr} \underline{\underline{\sigma}}^0 - h_z(\Theta^0) \geq 0 \quad (3.4)$$

$$\text{und} \quad LC_z = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} \underline{\underline{\sigma}}^{0'} - \nu_z \underline{\underline{1}} \right) \cdot \left(\underline{\underline{\sigma}}^0 + m \underline{\underline{\sigma}}^0 \right) > 0. \quad (3.5)$$

Das Evolutionsgesetz für den Scherband-Schädigungs-Tensor setzt sich aus einem Entstehungsanteil und einem Wachstumsanteil zusammen. Der Entstehungsanteil wird repräsentiert durch die Hauptschubspannungsrichtungen $\bar{\mathbf{n}}_{\Lambda}$. Die Fließbedingung (Gleichung (3.4)) und die Belastungsbedingung (Gleichung (3.5)) werden mit den Spannungs- und Temperaturkonzentrationen formuliert, da diese als maßgebliche Ursache für die Entstehung der Mikrodefekte interpretiert werden. Die Spannungs- und Temperaturkonzentrationen sind – wie der Scherband-Schädigungs-Tensor – als Mikrofelder eingeführt, um lokale Störungen innerhalb des repräsentativen Volumenelementes beschreiben zu können.

Durch die Berücksichtigung des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik können nichtisotherme Prozesse modelliert werden. Die Verträglichkeit des Stoffgesetzes mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ist durch die Erfüllung der aus der Clausius-Duhem-Ungleichung resultierenden Restriktionen für die Materialfunktionen gegeben (s. [Die89]). Als thermodynamisches Potential wird die freie Enthalpie verwendet. Durch die Abhängigkeit dieses Potentials und der Wärmeleitungsgleichung von den internen Variablen stellt die Thermodynamik den Zusammenhang zwischen allen Variablen her.

Das Materialmodell umfaßt einen Dehnratenbereich von quasistatischen bis hin zu sehr hohen Belastungsgeschwindigkeiten ($10^{-5} \frac{1}{s} \leq |\dot{\epsilon}| \leq 10^5 \frac{1}{s}$), da während einer dynamischen Belastung lokal stark unterschiedliche Deformationsgeschwindigkeiten auftreten können.

Ein wichtiger Aspekt bei der Modellierung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen ist die Beschreibung der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Materialverhaltens. Hierzu wird als Maß für die Prozeßgeschwindigkeit das Verhältnis u der beweglichen Versetzungen zur Gesamtversetzungsdichte gewählt.

$$u = \frac{N_{mob}}{N} \quad (3.6)$$

Die Evolutionsgleichung für u wird in Abhängigkeit der als

$$PG = \max \{ 0, |\dot{\epsilon}_{EW}|_{max} + \chi_{u1} \dot{\Theta} \} \quad (3.7)$$

definierten Prozeßgeschwindigkeit formuliert. $|\dot{\epsilon}_{EW}|_{max}$ ist hierin der betragsmäßig größte Eigenwert des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors, χ_{u1} beschreibt eine Materialkonstante. Eine Temperaturerhöhung trägt in Gleichung (3.7) zu einer Steigerung der Prozeßgeschwindigkeit bei.

Im nachfolgenden Kapitel werden die Materialgleichungen des Kontinuums-Schädigungs-Modells dargestellt. Die Gleichungen für das Modell mit Berücksichtigung großer Deformationen sollen aus Gründen der Übersichtlichkeit in dieser Zusammenstellung nicht angegeben werden.

Die Materialfunktionen und die Werte der Materialparameter sind im Anhang A.1 aufgeführt. Die Aufbereitung der Gleichungen für axialsymmetrische Probleme und große Deformationen ist im Anhang B.1 dargestellt.

3.1.1 Materialgleichungen des Kontinuums-Schädigungs-Modells

- Ansatz für die freie Enthalpie

$$\begin{aligned} \rho g = & \frac{1}{2} \lambda_1 (\Theta - \Theta_0)^2 + \lambda_2 (\Theta - \Theta_0) \operatorname{tr} \underline{\sigma} + \frac{1}{2} \lambda_3 (\zeta) (\operatorname{tr} \underline{\sigma})^2 + \frac{1}{2} \lambda_4 (\zeta) \operatorname{tr} \underline{\sigma}^2 - \\ & \frac{1}{2} \mu_1 (\operatorname{tr} \underline{\sigma}^0)^2 - \frac{1}{2} \mu_2 \operatorname{tr} \underline{\sigma}^0{}^2 + \left(2 \mu_3 \|\underline{\sigma}'\|^2 \sum_{\Lambda} \vec{n}_{\Lambda} \otimes \vec{n}_{\Lambda} \right) \cdot \cdot \underline{\mathbf{Z}}^0 + \\ & \frac{\mu_4 \operatorname{tr} \underline{\mathbf{Z}}^0{}^2}{2(1 + \mu_5 \operatorname{tr} \underline{\mathbf{Z}}^0{}^2)} + \frac{1}{2} \mu_6 \Theta^0{}^2 - \nu_1 \underline{\sigma} \cdot \cdot \underline{\mathbf{X}}_A - \nu_2 \underline{\sigma} \cdot \cdot \underline{\mathbf{X}}_T - \rho \gamma_1(\kappa) + \\ & \rho \gamma_2(\kappa) (\Theta - \Theta_0) + \vartheta_1 \xi + \frac{1}{2} \langle \vartheta_2 \rangle_{DP1} \xi^2 - \frac{1}{2} \langle \vartheta_3 \rangle_{DP2} \xi^2 - \frac{1}{2} \frac{k}{\tau_q \Theta} \vec{\alpha}_q \cdot \vec{\alpha}_q \end{aligned}$$

- Gleichungen zur Beschreibung des thermoelastischen Verhaltens

– reversible Verzerrung

$$\underline{\varepsilon}_e = \rho \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} = \lambda_2 (\Theta - \Theta_0) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_3 (\operatorname{tr} \underline{\sigma}) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_4 \underline{\sigma}$$

– Entropie

$$\rho \eta = \rho \frac{\partial g}{\partial \Theta} = \lambda_1 (\Theta - \Theta_0) + \lambda_2 \operatorname{tr} \underline{\sigma} + \nu_4 \kappa$$

– Wärmeleitungsgleichung (MAXWELL-CATTANEO)

$$\tau_q \dot{\vec{q}} + \vec{q} = -k \operatorname{grad} \Theta$$

– erster Hauptsatz der Thermodynamik (allgemeine lokale Formulierung)

$$\rho \dot{e} = \underline{\sigma} \cdot \cdot \dot{\underline{\varepsilon}} - \operatorname{div} \vec{q} + \rho r$$

Mit den nachfolgenden Transformationen wird die spezifische innere Energie e durch die spezifische freie Enthalpie g ersetzt:

$$\rho \dot{e} = \rho \dot{\varphi} + \rho \dot{\eta} \Theta + \rho \eta \dot{\Theta}, \quad \rho \dot{\varphi} = -\rho \dot{g} + \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_e + \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_e.$$

In Verbindung mit dem Ansatz für die freie Enthalpie erhält man damit unter Vernachlässigung volumenverteilter Wärmequellen:

$$\begin{aligned} \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} + \lambda_2 \Theta \operatorname{tr} \underline{\underline{\dot{\sigma}}} = & \\ & (1 - \nu_3 K \kappa - \nu_4 K \Theta_0 - \nu_2 c_T) \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{VT} + \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{DS}^0 + \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{DP}^0 + \\ & \mu_6 \Theta^0 [d_{\Theta V}]_V + \mu_1 m (\operatorname{tr} \underline{\underline{\sigma}}^0)^2 + \mu_2 m \underline{\underline{\sigma}}^0 \cdot \cdot \underline{\underline{\sigma}}^0 + \\ & \left(2 \mu_3 \|\underline{\underline{\sigma}}'\|^2 \sum_{\Lambda} \vec{n}_{\Lambda} \otimes \vec{n}_{\Lambda} + (\mu_4 + \omega) \underline{\underline{Z}}^0 \right) \cdot \cdot \underline{\underline{Z}}^0 + \rho \frac{\partial g}{\partial \xi} \dot{\xi} - \operatorname{div} \vec{q} \end{aligned}$$

- **Evolutionsgleichungen für die Variablen der Versetzungsmechanismen**

- thermisch aktivierte Verzerrungsrate

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{VT} = \gamma_T [\Phi_T]_T \frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}_T}{\|\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}_T\|}$$

$$F_T = (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}_T) \cdot \cdot (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}_T) - g_T \geq 0$$

- kinematischer Verfestigungstensor

$$\underline{\underline{\dot{X}}}_T = c_T \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{VT}$$

- Versetzungsdichte

$$\dot{\kappa} = K \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{VT}$$

– innere Variable $\vec{\alpha}_q$

$$\dot{\vec{\alpha}}_q = \text{grad } \Theta - \frac{1}{\tau_q} \vec{\alpha}_q$$

– Maß der Prozeßgeschwindigkeit

$$\ddot{u} = -c_1 (\alpha + PG) \dot{u} - \frac{c_1^2}{4} (\alpha + PG)^2 (u - u_{EQ}(PG))$$

$$PG = \max \{ 0, |\dot{\epsilon}_{EW}|_{max} + \chi_{u1} \dot{\Theta} \}$$

• **Evolutionsgleichungen für die Schädigungsvariablen**

– durch Scherband-Schädigung induzierte Verzerrungsrate

$$\dot{\underline{\epsilon}}_{DS}^0 = [d_{DS}]_{DS} \lll LC_{DS} \rrr \frac{\underline{\sigma}'}{\|\underline{\sigma}'\|}$$

$$G_{DS} = \underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'} - \nu_{DS} \text{tr } \underline{\sigma}^0 - h_{DS} \geq 0$$

$$\begin{aligned} LC_{DS} = LC_Z &= (2\underline{\sigma}^{0'} - \nu_{DS} \underline{\mathbf{1}}) \cdot (\dot{\underline{\sigma}}^0 + m \underline{\sigma}^0) \\ &= (2\underline{\sigma}^{0'} - \nu_{DS} \underline{\mathbf{1}}) \cdot (\underline{\mathbf{D}} \cdot \dot{\underline{\sigma}} + K d_s (\underline{\sigma} \cdot \dot{\underline{\epsilon}}_{VT}) \underline{\sigma}^0) > 0 \end{aligned}$$

– durch Porenbildung und Porenwachstum induzierte Verzerrungsrate

$$\dot{\underline{\epsilon}}_{DP}^0 = \frac{\dot{\xi}}{3(1-\xi)} \underline{\mathbf{1}}$$

– lokale versetzungsinduzierte Verzerrungsrate in der Nähe eines Mikrodefektes

$$\dot{\underline{\epsilon}}_{VL}^0 = \gamma_{VL} [\Phi_{VL}]_V \frac{\underline{\sigma}^{0'}}{\|\underline{\sigma}^{0'}\|}$$

$$G_V = \underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'} - h_V \geq 0$$

– Spannungskonzentrationstensor

$$\dot{\underline{\sigma}}^0 = \underline{\underline{D}} \cdot \cdot \dot{\underline{\sigma}} + K d_5 (\underline{\sigma} \cdot \cdot \dot{\underline{\epsilon}}_{VT}) \underline{\sigma}^0 - m \underline{\sigma}^0$$

$$\underline{\underline{D}} \cdot \cdot \dot{\underline{\sigma}} = d_1 \dot{\underline{\sigma}} + d_2 (\underline{\sigma}^0 \cdot \dot{\underline{\sigma}} + \dot{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\sigma}^0) + d_3 (\underline{Z}^0 \cdot \dot{\underline{\sigma}} + \dot{\underline{\sigma}} \cdot \underline{Z}^0) + 2 d_4 \xi \dot{\underline{\sigma}}$$

– Temperaturkonzentration

$$\dot{\Theta}^0 = [d_{\Theta V}]_V$$

– Scherbandschädigungstensor

$$\dot{\underline{Z}}^0 = [d_Z]_Z \langle \langle LC_Z \rangle \rangle \left\{ 2 \mu_3 \|\underline{\sigma}'\|^2 \sum_{\Lambda} \bar{\mathbf{n}}_{\Lambda} \otimes \bar{\mathbf{n}}_{\Lambda} + (\mu_4 + \omega) \underline{Z}^0 \right\}$$

$$G_Z = \underline{\sigma}^{0'} \cdot \cdot \underline{\sigma}^{0'} - \nu_Z \text{tr} \underline{\sigma}^0 - h_Z \geq 0$$

$$LC_Z = (2 \underline{\sigma}^{0'} - \nu_Z \mathbf{1}) \cdot \cdot (\dot{\underline{\sigma}}^0 + m \underline{\sigma}^0) > 0$$

– Porenvolumenanteil

$$\dot{\xi} = [d_{DP1}]_{DP} \langle LC_{DP1} \rangle_{DP1} - [d_{DP2}]_{DP} \xi \langle LC_{DP1} \rangle_{DP2}$$

$$G_{DP} = \sqrt{\underline{\sigma}^{0'} \cdot \cdot \underline{\sigma}^{0'}} + \nu_{DP} \text{tr} \underline{\sigma}^0 - h_{DP} \geq 0$$

$$LC_{DP1} = \left(\frac{\underline{\sigma}^{0'}}{\sqrt{I_2^{0'}}} + \nu_{DP} \mathbf{1} \right) \cdot \cdot (\dot{\underline{\sigma}}^0 + m \underline{\sigma}^0) > 0$$

3.2 Eine Neuinterpretation des Schädigungsmaßes

Eine neue Interpretation der physikalischen Bedeutung der tensorwertigen Variablen zur Beschreibung von Mikro-Scherbandbildung und Mikro-Scherbandwachstum aus dem vorgestellten Kontinuums-Schädigungs-Modell ist – wie nachfolgend gezeigt wird – notwendig, um ein von der Größe des repräsentativen Volumenelementes unabhängiges Versagenskriterium formulieren zu können.

DIEHL [Die89] approximiert Scherbänder durch Ebenen, denen eine Fläche δA_α , eine Orientierung \vec{e}_α und eine lokale Scherrate zugeordnet wird. Die Bedeutung der Scherbanddicke wird hierbei vernachlässigt. Das Schädigungsmaß sowie die den Scherbändern zugeordneten Spannungs- und Temperaturkonzentrationen werden als Mikrofelder im repräsentativen Volumenelement eingeführt und beschreiben in Überlagerung mit den bezüglich ΔV quasihomogenen Feldern der makroskopischen Variablen das Verhalten des repräsentativen Volumenelementes.

Nach Durchführung einer Mittelwertbildung durch eine Homogenisierungsvorschrift sollen die quasihomogenen Anteile das versetzungsinduzierte viskoplastische Verhalten beschreiben, während die homogenisierten Mikrofelder das Schädigungsverhalten charakterisieren. Auf Details der verwendeten Homogenisierungsmethode soll hier nicht näher eingegangen werden.

Nach einer Reihenentwicklung und anschließender Beschränkung auf eine Theorie 0. Ordnung erhält DIEHL

$$\underline{z} \approx \underline{z}^0 = \left\langle \sum_{\alpha} \delta A_{\alpha} \vec{e}_{\alpha} \otimes \vec{e}_{\alpha} \delta(\vec{y}) \right\rangle \quad (3.8)$$

als Ausdruck für den Scherband-Schädigungstensor. Hierbei kennzeichnet $\langle \dots \rangle$ den Mittelwertoperator über das repräsentative Volumenelement und $\delta(\vec{y})$ die Dirac-Delta-Funktion.

Gleichung (3.8) interpretiert den Schädigungstensor als gerichteten Flächenanteil der Mikro-Scherbänder am Volumen des repräsentativen Volumenelementes. Mit dieser Interpretation wird als Hauptaussage eines Versagenskriteriums die Gleichung

$$z_{\max} = (\Delta V)^{-\frac{1}{3}}, \quad (3.9)$$

abgeleitet. Die Größe z_{\max} beschreibt hierin den größten Eigenwert des Scherband-Schädigungstensors \underline{z}^0 . Diese Aussage ist abhängig von der jeweils gewählten Größe des repräsentativen Volumenelementes ΔV . Im strengen Sinne ist z_{\max} damit keine geeignete Größe einer Beschreibung im Rahmen der Kontinuumstheorie, auch wenn die Be-

schränkung des Materialmodells auf die Beschreibung metallischer Werkstoffe einen Rahmen für eine sinnvolle Wahl von ΔV vorgibt.

Hinzu kommt, daß dieses Versagenskriterium bei einer sinnvollen Wahl von ΔV für metallische Werkstoffe im Rahmen einer Größenordnung $10^{-12} - 10^{-9} \text{ m}^3$ (s. z.B. LEMAITRE [Lem92] oder SCHAT [Sch91]) mit den in [For90] bestimmten Materialparametern erst bei unrealistisch großen Deformationen erreicht wird. Für den genannten Bereich von ΔV ergibt sich mit Gleichung (3.9) ein kritischer Wert für z_{\max} von $10^4 - 10^3 \text{ m}^{-1}$. Dieser Wert wird mit dem bisher verwendeten Ansatz für das Evolutionsgesetz in keiner Simulation aus [BD89], [Die89], [For90] oder [Mit95] auch nur annähernd erreicht, obwohl vergleichbare Experimente dort bereits eine makroskopisch beobachtbare Schädigung durch Scherbänder belegen.

In [DF90] wird mit einem für metallische Werkstoffe sehr groß gewählten repräsentativen Volumenelement ($\Delta V = 10^{-6} \text{ m}^3$) eine obere Schranke für die Norm des Schädigungstensors

$$\|\underline{Z}^0\|_{\max} = 100 \text{ m}^{-1} \quad (3.10)$$

aus Gleichung (3.8) abgeleitet. Als konservative Abschätzung des größten in der Kontinuums-Schädigungs-Theorie zulässigen Wertes wird dann ohne weitere Begründung

$$\|\underline{Z}^0\|_{\max} = 5 \text{ m}^{-1} \quad (3.11)$$

angegeben. Dieser Wert der Schädigungsvariablen wird in der bisher gültigen Form des Kontinuums-Schädigungs-Modells z.B. bei einem einaxialen Druckversuch mit $|\dot{\epsilon}| = 10^5 \frac{1}{\text{s}}$ erst bei einer Dehnung von ungefähr 22% erreicht, lange nach einer makroskopisch beobachtbaren Entfestigung des Materials (vgl. Kapitel 4.1).

Aus den oben genannten Gründen ist es erforderlich, zunächst eine neue physikalisch begründete Modellvorstellung für den Scherband-Schädigungstensor \underline{Z}^0 abzuleiten. Aus dieser Modellvorstellung heraus sollte ein sinnvolles Versagenskriterium für die Scherbandschädigung definiert werden können. Anschließend sind dann die Materialparameter des Evolutionsgesetzes für \underline{Z}^0 dieser Interpretation entsprechend anzupassen.

Als Grundlage für die Ableitung einer physikalisch begründeten Interpretation des Scherband-Schädigungsmaßes dient eine Modellvorstellung, die – einer Idee von JANSSON und STIGH [JS85] folgend – in ähnlicher Form von SCHIESSE [Sch94] für die Modellierung von Porenschädigung durch ellipsoide Hohlräume verwendet wird.

Diesem Vorgehen entsprechend wird hier das Gesamtvolumen eines Mikro-Scherbandes auf drei senkrecht zueinander stehende Achsen aufgeteilt, womit eine Aussage über die

Orientierung der Schädigung möglich wird.

Die Abb. 3.4 zeigt das repräsentative Volumenelement (ΔV) mit einem einzelnen Mikro-Scherband, stellvertretend für eine Anzahl statistisch verteilter Mikro-Scherbänder in ΔV . Der Scherband-Schädigungs-Tensor \underline{Z}^0 wird nun als gerichteter Volumenanteil der Mikro-Scherbänder am Gesamtvolumen des repräsentativen Volumenelementes interpretiert.

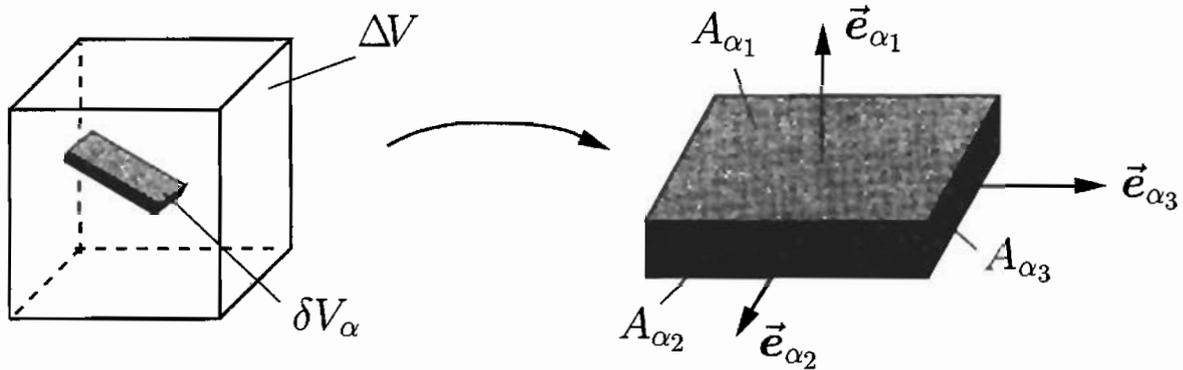


Abb. 3.4: Repräsentatives Volumenelement mit individuellem Mikro-Scherband

Dazu wird das Gesamtvolumen eines als quaderförmig angenommenen Mikro-Scherbandes entsprechend der Anteile der Begrenzungsflächen $A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, A_{\alpha_3}$ mit der Vorschrift (3.12) auf die Teilvolumina δV_{α_i} aufgeteilt.

$$\delta V_{\alpha_i} = \frac{A_{\alpha_i}}{A_{\alpha_1} + A_{\alpha_2} + A_{\alpha_3}} \delta V_{\alpha} \quad (3.12)$$

Die Aufteilung des Gesamtvolumens entsprechend der Größe der Begrenzungsflächen steht im Einklang mit der Vorstellung des Versagensmechanismus bei Scherbandbildung als ein Abgleiten benachbarter Materialflächen. Je größer die durch Scherbandbildung geschädigte Fläche mit reduzierter Aufnahmefähigkeit von Schubspannungen ist, desto leichter wird ein solches Abgleiten ermöglicht.

Den Teilvolumina werden dann mit Gleichung (3.13) die Dyaden aus den Hauptachsen \vec{e}_{α_i} des Quaders zugeordnet. Anschließend wird über alle Mikro-Scherbänder des repräsentativen Volumenelementes summiert.

$$\underline{Z}^0 = \sum_{\alpha} \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\delta V_{\alpha_i}}{\Delta V} \vec{e}_{\alpha_i} \otimes \vec{e}_{\alpha_i} \right\} \quad (3.13)$$

\underline{Z}^0 enthält damit die Summe der gerichteten Volumenanteile aller Mikro-Scherbänder des repräsentativen Volumenelementes.

Der Materialtensor \underline{Z}^0 erfüllt durch den Ansatz (3.13) die Grundanforderungen an eine interne Variable zur Beschreibung der Scherbandschädigung. Er enthält neben Informationen über die Scherbandgröße auch eine Aussage bezüglich der Orientierung der Mikro-Scherbänder. Die Invarianzforderung gegenüber einem Wechsel des Richtungsinnes der Hauptachsen, also $\vec{e}_{\alpha_i} \rightarrow -\vec{e}_{\alpha_i}$, ist durch die Bildung des dyadischen Produktes erfüllt. Schließlich kann \underline{Z}^0 mit der vorgestellten Interpretation aus Experimenten durch die Ausmessung von Scherbandflächen in unterschiedlichen Richtungen und verschiedenen Schichten einer Probe bestimmt werden.

Die hier vorgestellte neue physikalische Deutung des Schädigungstensors umgeht außerdem implizit eine weitere Schwachstelle des alten Modells. Die Modellierung aus [Die89] kann nur unter Berücksichtigung einer Theorie zweiter Ordnung, also unter Einbeziehung höherer Glieder der Reihenentwicklung (s.o.), zwischen einem einzelnen Scherband und zwei separaten Scherbändern halber Größe unterscheiden.

Mit Gleichung (3.13) kann nun auch ohne die aufwendige Berücksichtigung weiterer Reihenglieder eine Unterscheidung zwischen einem einzelnen Mikro-Scherband und mehreren verteilt angeordneten Mikro-Scherbändern gleichen Volumens vorgenommen werden. Das nachfolgende Beispiel soll dies verdeutlichen.

Wir betrachten in Abb. 3.5 zwei repräsentative Volumenelemente mit $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$ in einer ebenen Ansicht. Das in Abb. 3.5a. dargestellte Volumenelement enthält ein einzelnes Mikro-Scherband mit dem Volumen δV und den Begrenzungsflächen A_1 , A_2 und A_3 . Das Volumenelement in Abb. 3.5b. enthält insgesamt ein identisches Mikro-Scherbandvolumen, das allerdings auf zwei gleich große Mikro-Scherbänder in der dargestellten Weise aufgeteilt ist. Hierbei soll für die Begrenzungsflächen

$$\frac{1}{2} A_1 > A_2, A_3 \quad (3.14)$$

vorausgesetzt werden. Die der Fläche A_1 zugeordnete Richtung \vec{e}_1 kennzeichnet also in beiden Fällen die Orientierung der Ebene der maximalen Schädigung. Die Orientierung der Flächen soll in beiden Fällen identisch sein.

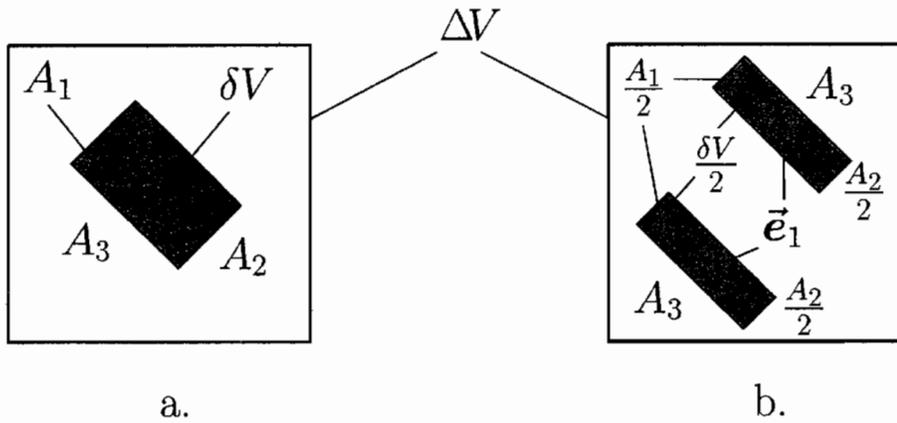


Abb. 3.5: Repräsentative Volumenelemente mit Mikro-Scherbändern

Mit Hilfe der Gleichung (3.13) werden nun die Komponenten Z^{011} des Scherband-Schädigungstensors für die beiden Anordnungen berechnet.

$$a. \quad Z^{011} = \frac{A_1}{A_1 + A_2 + A_3} \cdot \frac{\delta V}{\Delta V}$$

$$b. \quad Z^{011} = \frac{\frac{1}{2}A_1}{\frac{1}{2}A_1 + \frac{1}{2}A_2 + A_3} \cdot \frac{\frac{1}{2}\delta V}{\Delta V} + \frac{\frac{1}{2}A_1}{\frac{1}{2}A_1 + \frac{1}{2}A_2 + A_3} \cdot \frac{\frac{1}{2}\delta V}{\Delta V} = \frac{A_1}{A_1 + A_2 + 2A_3} \cdot \frac{\delta V}{\Delta V}$$

Wird δV auf n gleich große Mikro-Scherbänder aufgeteilt, so ergibt sich in analoger Weise

$$c. \quad Z^{011} = \frac{A_1}{A_1 + A_2 + nA_3} \cdot \frac{\delta V}{\Delta V}$$

Einem Volumenelement mit einem einzelnen Mikro-Scherband wird demnach im Vergleich zu einem gleich großen Mikro-Scherbandvolumenanteil, der in der hier gezeigten Weise auf mehrere Mikro-Scherbänder aufgeteilt ist, ein größerer Schädigungswert zugeordnet. Dieses Ergebnis ist physikalisch sinnvoll und nachvollziehbar, wenn man sich vorstellt, daß ein Abgleiten angrenzender Flächen im Falle eines großen zusammenhängenden Scherbandes weniger Widerstand erfährt, als wenn das Scherbandvolumen auf mehrere Mikro-Scherbänder aufgeteilt ist, die durch „tragendes“ Material miteinander verbunden sind.

Über die Quantifizierbarkeit dieses Effektes kann hier allerdings keine Aussage gemacht werden, so daß offen bleiben muß, wie genau der größere Schädigungswert der Realität entspricht. Um hierüber eine Aussage machen zu können, müßte die Wechselwirkung zwischen einzelnen Mikro-Scherbändern zunächst detailliert untersucht werden.

Mit der vorgestellten Interpretation des Mikro-Scherband-Schädigungsmaßes kann nun über die Definition eines maximal zulässigen Mikro-Scherband-Volumenanteils ein neues Versagenskriterium abgeleitet werden, das eine physikalisch sinnvolle Bedeutung enthält und in ein Finite-Elemente-Programm eingebaut werden kann.

3.2.1 Das Versagenskriterium

Das Versagenskriterium soll hier verstanden werden als Grenze des Gültigkeitsbereiches der Beschreibung durch eine klassische Kontinuumstheorie, also der ersten Phase der Materialbeschreibung im Rahmen der hier vorgestellten Modellierung. Die Forderung für die Gültigkeit des Kontinuums-Schädigungs-Modells lautet

$$z_{\max} < z_{\text{krit}}. \quad (3.15)$$

Das Kriterium ist mit Hilfe des größten Eigenwertes z_{\max} des Scherband-Schädigungs-Tensors formuliert. Der Grenzwert z_{krit} entspricht dem maximal zulässigen Mikro-Scherband-Volumenanteil im repräsentativen Volumenelement. Hierbei gehen wir von der plausiblen Vorstellung aus, daß Mikro-Scherbänder mit Flächen gleicher Orientierung bei fortschreitender Belastung zusammenwachsen, sobald ein Mindestabstand unterschritten wird. Das Wachstum von Mikro-Scherbändern unterschiedlicher Ausrichtung wird dagegen durch die mit der Ausbreitung einhergehende Entlastung der Umgebung behindert.

Entsprechend einem maximal zulässigen Mikro-Scherband-Volumenanteil von 10% in einer Richtung wird der Grenzwert

$$z_{\text{krit}} = 0.1 \quad (3.16)$$

festgelegt. Bei Überschreitung dieses Grenzwertes nehmen wir an, daß die Mikro-Scherbänder in der Ebene, die durch die zu z_{\max} korrespondierende Hauptrichtung festgelegt ist, zu einem Makro-Scherband zusammenwachsen, während es zu einer Entlastung der anderen Richtungen kommt. Dem entstehenden Makro-Scherband wird mit dem z_{\max} zugeordneten Eigenvektor eine Orientierung zugewiesen.

Mit dem Zeitpunkt der Entstehung eines Makro-Scherbandes endet der Gültigkeitsbereich der klassischen Kontinuumstheorie. Der Makrodefekt kann nicht mehr innerhalb des repräsentativen Volumenelementes homogenisiert werden. Die weitere Beschreibung des Materialverhaltens wird mit Hilfe einer sogenannten Fragmentierungstheorie vorgenommen, die die Ausbreitung eines Makrodefektes mit Methoden der Bruchmechanik beschreibt. Die Fragmentierungstheorie überlagert die kontinuumsmechanische Beschreibung des „nicht-makro-geschädigten“ Materials mit den Ansätzen des Modells zur Beschreibung der Ausbreitung eines Makro-Scherbandes.

3.3 Modellierung der Ausbreitung eines Makro-Scherbandes

3.3.1 Das Materialgesetz für Makro-Scherbänder

Die konstitutiven Beziehungen zur Modellierung des Makro-Scherbandverhaltens sollen die makroskopisch beobachtbaren Effekte und Eigenschaften der Zonen lokalisierter plastischer Deformation in metallischen Werkstoffen in geeigneter Weise abbilden. Aus Kompatibilitätsgründen wird die Struktur des Kontinuums-Schädigungs-Modells in vereinfachter Form für das Scherbandmaterial übernommen und an das experimentell zu beobachtende Verhalten eines Makro-Scherbandes qualitativ angepaßt.

Zunächst wird das in [Die89] formulierte Materialmodell für Makro-Scherbänder vorgestellt, anschließend werden die Gleichungen dieses Modells auf die Beschreibung großer Deformationen erweitert. Vereinfachend werden hierbei Schädigungseinflüsse, Verfestigungseffekte durch Versetzungsbewegungen und Auswirkungen anderer Strukturänderungen, wie zum Beispiel Phasentransformationen, vernachlässigt. Die Bestimmung der Materialfunktionen und Stoffgesetzparameter wird in Kapitel 4.2 erläutert.

Als thermodynamisches Potential wird die freie Enthalpie g verwendet. Der Ansatz für diese Größe lautet für das Scherbandmaterial ([Die89]):

$$\begin{aligned} \rho_M g_M = & \frac{1}{2} \lambda_{M1} (\Theta_M - \Theta_{M0})^2 + \lambda_{M2} (\Theta_M - \Theta_{M0}) \operatorname{tr} \underline{\sigma}_M + \frac{1}{2} \lambda_{M3} (\operatorname{tr} \underline{\sigma}_M)^2 + \\ & \frac{1}{2} \lambda_{M4} \operatorname{tr} \underline{\sigma}_M^2 - \frac{1}{2} \frac{\tau_{Mq}}{k_M \Theta_M} \bar{\mathbf{q}}_M \cdot \bar{\mathbf{q}}_M . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Der Index $(\cdot)_M$ kennzeichnet hierbei Variablen des Materialgesetzes für das Makro-Scherband und dient der Unterscheidung von den Größen des Ausgangsmaterials, das durch das Kontinuums-Schädigungs-Modell beschrieben wird. Aus der Zustandsgleichung für die freie Enthalpie werden die Gleichungen für die reversiblen Verzerrungen sowie die Entropie abgeleitet.

Ausgangspunkt der Materialmodellierung für das Makro-Scherband ist die additive Aufspaltung der Verzerrungsrate in einen reversiblen und einen irreversiblen Anteil.

$$\dot{\underline{\epsilon}}_M = \dot{\underline{\epsilon}}_{M,e} + \dot{\underline{\epsilon}}_{M,i} \quad (3.18)$$

Die reversible Verzerrung wird aus der Ableitung des thermodynamischen Potentials nach den Spannungen berechnet:

$$\underline{\varepsilon}_{M,e} = \rho_M \frac{\partial g_M}{\partial \underline{\sigma}_M} = \lambda_{M2} (\Theta_M - \Theta_{M0}) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_{M3} (\text{tr } \underline{\sigma}_M) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_{M4} \underline{\sigma}_M. \quad (3.19)$$

Das Evolutionsgesetz für die reversible Verzerrung lautet dementsprechend

$$\dot{\underline{\varepsilon}}_{M,e} = \lambda_{M2} \dot{\Theta}_M \underline{\mathbf{1}} + \lambda_{M3} (\text{tr } \dot{\underline{\sigma}}_M) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_{M4} \dot{\underline{\sigma}}_M. \quad (3.20)$$

Für den irreversiblen Anteil wird, wie für die Beschreibung thermisch aktivierter Versetzungsbewegungen, ein Überspannungsmodell angesetzt ([Die89]). Auf eine Modellierung viskos gedämpfter Versetzungsbewegungen wird aus Vereinfachungsgründen verzichtet, obwohl innerhalb der Lokalisierungszone in einigen Beispielen Deformationsraten $|\dot{\varepsilon}| > 10^5$ 1/s beobachtet werden (z.B. GRADY und KIPP [GK87]).

$$\dot{\underline{\varepsilon}}_{M,v} = \dot{\underline{\varepsilon}}_{M,i} = \gamma_{MT} [\Phi_{MT}]_{MT} \frac{\underline{\sigma}'_M}{\|\underline{\sigma}'_M\|}, \quad (3.21)$$

$$\text{falls} \quad F_{MT} = \underline{\sigma}'_M \cdot \underline{\sigma}'_M - g_{MT}(u_M, \Theta_M) \geq 0. \quad (3.22)$$

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik wird unter Vernachlässigung volumenverteilter Wärmequellen in der Form

$$\rho_M c_{\sigma\kappa M} \dot{\Theta}_M + \lambda_{M2} \Theta_M \text{tr } \dot{\underline{\sigma}}_M = \underline{\sigma}_M \cdot \dot{\underline{\varepsilon}}_{M,i} - \frac{2\tau_{Mq}}{k_M \Theta_M} \bar{\mathbf{q}}_M \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}}_M - \text{div } \bar{\mathbf{q}}_M \quad (3.23)$$

verwendet. Das Wärmeleitgesetz

$$\tau_{Mq} \dot{\bar{\mathbf{q}}}_M + \bar{\mathbf{q}}_M = -k_M \nabla \Theta_M \quad (3.24)$$

und die Evolutionsgleichung für das Maß der Prozeßgeschwindigkeit

$$\ddot{u}_M + c_{1M} (\alpha_M + PG_M) \dot{u}_M + \frac{c_{1M}^2}{4} (\alpha_M + PG_M)^2 (u_M - u_{MEQ}(PG_M)) = 0 \quad (3.25)$$

vervollständigen das Materialmodell für das Makro-Scherband.

Die Materialgleichungen sollen nun auf die Beschreibung großer Deformationen erweitert werden. Die Aufspaltung in reversible und irreversible Anteile der Deformation erfolgt mit Hilfe einer sogenannten fiktiven Zwischenkonfiguration \mathcal{B}^* (s. z.B. LEHMANN [Leh84]).

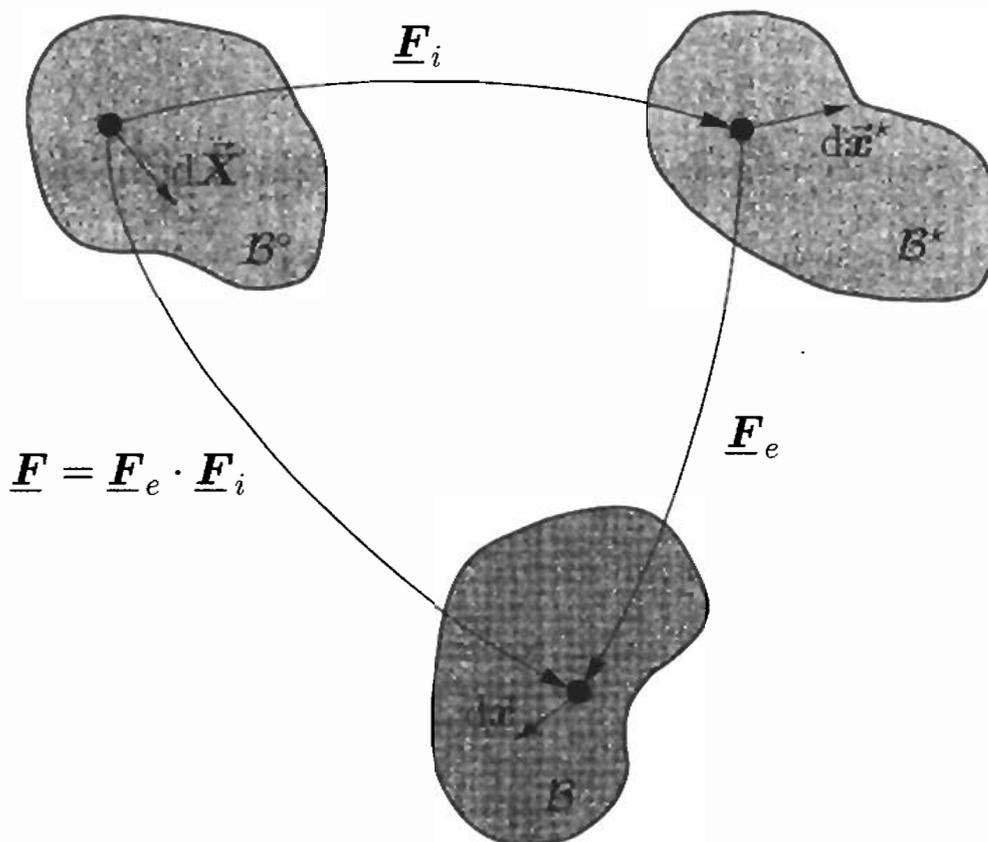


Abb. 3.6: Multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten

Der Deformationsgradient wird multiplikativ in einen reversiblen und einen irreversiblen Anteil zerlegt (LEE [Lee69], LEE und LIU [LL67]):

$$\underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{F}}_e \cdot \underline{\mathbf{F}}_i. \quad (3.26)$$

Der Übergang von der Ausgangs- oder Referenzkonfiguration \mathcal{B}° zur Zwischenkonfiguration \mathcal{B}^* wird mit den irreversiblen Formänderungen verknüpft, während die reversiblen Formänderungen dem Übergang von der Zwischenkonfiguration zur aktuellen oder Momentankonfiguration ($\mathcal{B}^* \rightarrow \mathcal{B}$) zugeordnet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Konzept der isoklinen Zwischenkonfiguration nach MANDEL [Man71], [Man74] verfolgt. Speziell wird für den reversiblen Deformationsgradienten

$$\underline{\mathbf{F}}_e = \underline{\mathbf{F}}_e^T \quad \text{und damit} \quad \underline{\mathbf{F}}_e = \underline{\mathbf{V}}_e \quad (3.27)$$

vorausgesetzt. $\underline{\mathbf{V}}_e$ soll den reversiblen linken Dehnungstensor aus der polaren Zerlegung

des Deformationsgradienten beschreiben. Der Geschwindigkeitsgradient \underline{L} kann dann mit

$$\underline{L} = \dot{\underline{F}} \cdot \underline{F}^{-1} = \underline{D} + \underline{W}, \quad \underline{D} = \underline{D}_e + \underline{D}_i, \quad \underline{W} = \underline{\Omega} + \underline{W}_e + \underline{W}_i, \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \underline{D}_e &= \text{sym} \left(\overset{\nabla}{\underline{V}}_e \cdot \underline{V}_e^{-1} \right), & \underline{D}_i &= \text{sym} \left(\underline{V}_e \cdot \overset{\nabla}{\underline{F}}_i \cdot \underline{F}_i^{-1} \cdot \underline{V}_e^{-1} \right) \\ \underline{W}_e &= \text{ant} \left(\overset{\nabla}{\underline{V}}_e \cdot \underline{V}_e^{-1} \right), & \underline{W}_i &= \text{ant} \left(\underline{V}_e \cdot \overset{\nabla}{\underline{F}}_i \cdot \underline{F}_i^{-1} \cdot \underline{V}_e^{-1} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

in reversible und irreversible Deformations- und Rotationsgeschwindigkeiten zerlegt werden (DAFALIAS [Daf83], [Daf85], BRUHNS und SCHIESSE [BS96]). Das hochgestellte Dreieck ∇ beschreibt eine geeignete, hier wie folgt definierte objektive Zeitableitung,

$$\overset{\nabla}{\underline{A}} = \dot{\underline{A}} - \underline{\Omega} \cdot \underline{A} + \underline{A} \cdot \underline{\Omega}, \quad \overset{\nabla}{\underline{F}} = \dot{\underline{F}} - \underline{\Omega} \cdot \underline{F}, \quad \underline{\Omega} = \dot{\underline{Q}} \cdot \underline{Q}^T, \quad (3.30)$$

wobei der Tensor \underline{Q} eine beliebige Rotation beschreibt. Die objektive Zeitableitung erfüllt die sogenannte „chain rule property“

$$\frac{d\psi}{d\underline{A}} \cdot \overset{\nabla}{\underline{A}} = \frac{d\psi}{d\underline{A}} \cdot \dot{\underline{A}} \quad (3.31)$$

für isotrope Tensorfunktionen $\psi(\underline{A})$ und symmetrische Tensoren zweiter Stufe \underline{A} . Diese Eigenschaft der objektiven Zeitableitung hat bei der Ableitung thermodynamischer Restriktionen aus dem zweiten Hauptsatz entscheidende Bedeutung [Die89]. SCHIESSE [Sch98] weist diese Eigenschaft für die hier verwendete Zeitableitung in allgemeiner Form nach.

Die Evolutionsgesetze und Nebenbedingungen für die internen Variablen werden nun in der Zwischenkonfiguration \mathcal{B}^* formuliert und anschließend in die aktuelle Konfiguration \mathcal{B} transformiert. Die Darstellung in \mathcal{B} ist dann einer Update-Lagrange Formulierung innerhalb der FE-Methode zugänglich. Die Transformation in die aktuelle Konfiguration erfolgt durch Überschiebung mit $\underline{F}_e = \underline{V}_e$. Bei dieser Transformation wird von folgender Näherung Gebrauch gemacht:

$$\underline{V}_e \approx \det(\underline{V}_e) \underline{1} = \mathcal{J}_e \underline{1}. \quad (3.32)$$

Für die bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen auftretenden kleinen elastischen Gestaltänderungen und großen elastischen Volumenänderungen (aufgrund großer Drücke) stellt

(3.32) eine geeignete Näherung dar ([Die89]).

Es werden die folgenden objektiven reversiblen bzw. irreversiblen Verzerrungsmaße in der Zwischenkonfiguration \mathcal{B}^* eingeführt:

$$\underline{\mathbf{E}}_e = \frac{1}{2} (\underline{\mathbf{F}}_e^T \cdot \underline{\mathbf{F}}_e - \underline{\mathbf{1}}) = \frac{1}{2} (\underline{\mathbf{V}}_e^2 - \underline{\mathbf{1}}), \quad (3.33)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_i = \frac{1}{2} (\underline{\mathbf{1}} - \underline{\mathbf{F}}_i^{-T} \cdot \underline{\mathbf{F}}_i^{-1}). \quad (3.34)$$

Als Spannungsmaß wird der in der Zwischenkonfiguration definierte 2. Piola-Kirchhoff-Tensor

$$\underline{\mathbf{S}}_K = \mathcal{J}_e \underline{\mathbf{V}}_e^{-1} \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \underline{\mathbf{V}}_e^{-1} \quad (3.35)$$

verwendet, der durch „Zurückziehen“ des gewichteten Cauchy-Spannungs-Tensors in die Zwischenkonfiguration bestimmt wird. $\underline{\mathbf{S}}_K$ ist ebenfalls eine objektive Größe.

Der Ausdruck für die freie Enthalpie in den Größen der Zwischenkonfiguration lautet

$$\begin{aligned} \hat{\rho}g &= \frac{1}{2} \lambda_1 (\Theta - \Theta_0)^2 + \lambda_2 (\Theta - \Theta_0) \operatorname{tr} \underline{\mathbf{S}}_K + \frac{1}{2} \lambda_3 (\operatorname{tr} \underline{\mathbf{S}}_K)^2 + \\ &\frac{1}{2} \lambda_4 \operatorname{tr} \underline{\mathbf{S}}_K^2 - \frac{1}{2} \frac{k}{\tau_q \Theta} \hat{\boldsymbol{\alpha}}_q \cdot \hat{\boldsymbol{\alpha}}_q. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Auf die Kennzeichnung des Makro-Scherbandmaterials durch den Index $(\cdot)_M$ wird hier verzichtet, da keine Größen des Kontinuums-Schädigungs-Modells verwendet werden und somit keine Verwechslungsgefahr besteht. Das übergesetzte $\hat{\cdot}$ soll Größen der Zwischenkonfiguration kennzeichnen, soweit nicht besondere Bezeichnungen ($\underline{\mathbf{E}}_e$, $\underline{\mathbf{E}}_i$, $\underline{\mathbf{S}}_K$) eingeführt wurden. Die interne Variable $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_q$ kann nach KOSIŃSKI [Kos75] mit

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_q = - \frac{\tau_q}{k} \hat{\mathbf{q}} \quad (3.37)$$

durch den Wärmestromvektor $\hat{\mathbf{q}}$ ausgedrückt werden. Die Ableitung thermodynamischer Restriktionen wird mit Hilfe der Clausius-Duhem-Ungleichung durchgeführt. Die Clausius-Duhem-Ungleichung wird dazu zunächst aus der Form für die Momentankonfiguration

$$-\dot{\varphi} - \eta \dot{\Theta} + \frac{1}{\rho} \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \underline{\mathbf{D}} - \frac{1}{\rho \Theta} \hat{\mathbf{q}} \cdot \nabla \Theta \geq 0 \quad (3.38)$$

in die für die Zwischenkonfiguration gültige Form überführt. Mit den Zusammenhängen

$$\frac{1}{\rho} \underline{\sigma} \cdot \underline{D} = \frac{1}{\hat{\rho}} \underline{S}_K \cdot \underline{\overset{\nabla}{E}}_e + \frac{1}{\hat{\rho}} (\underline{S}_K \cdot \underline{V}_e^2) \cdot \underline{\hat{D}}_i + \frac{1}{2\hat{\rho}} \underline{S}_K \cdot (\underline{V}_e^2 \cdot \underline{\hat{W}}_i - \underline{\hat{W}}_i \cdot \underline{V}_e^2), \quad (3.39)$$

$$\frac{1}{\rho\Theta} \underline{q} \cdot \nabla\Theta = \frac{1}{\hat{\rho}\Theta} \hat{\underline{q}} \cdot (\widehat{\nabla\Theta}) \quad (3.40)$$

und der Beziehung zwischen freier Enthalpie und freier Energie

$$\hat{\rho}g = \underline{S}_K \cdot \underline{E}_e - \hat{\rho}\varphi, \quad (3.41)$$

erhält man unter Voraussetzung plastisch inkompressiblen Verhaltens ($\hat{\rho} = \text{konst.}$)

$$\hat{\rho}\dot{g} = \underline{S}_K \cdot \underline{\overset{\nabla}{E}}_e + \underline{\overset{\nabla}{S}}_K \cdot \underline{E}_e - \hat{\rho}\dot{\varphi} \quad (3.42)$$

und damit die folgende Form der Clausius–Duhem–Ungleichung für die Zwischenkonfiguration

$$\begin{aligned} & \hat{\rho}\dot{g} - \underline{\overset{\nabla}{S}}_K \cdot \underline{E}_e - \hat{\rho}\eta\dot{\Theta} + (\underline{S}_K \cdot \underline{V}_e^2) \cdot \underline{\hat{D}}_i + \\ & \frac{1}{2} \underline{S}_K \cdot (\underline{V}_e^2 \cdot \underline{\hat{W}}_i - \underline{\hat{W}}_i \cdot \underline{V}_e^2) - \frac{1}{\Theta} \hat{\underline{q}} \cdot (\widehat{\nabla\Theta}) \geq 0. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Aus Gleichung (3.36) ermittelt man in Verbindung mit (3.37) für die materielle Zeitableitung von g

$$\hat{\rho}\dot{g} = \hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \underline{S}_K} \cdot \underline{\overset{\nabla}{S}}_K + \hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \Theta} \dot{\Theta} + \hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \hat{\underline{q}}} \cdot \underline{\overset{\nabla}{q}}. \quad (3.44)$$

Einsetzen in (3.43) ergibt

$$\begin{aligned} & \left[\hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \underline{S}_K} - \underline{E}_e \right] \cdot \underline{\overset{\nabla}{S}}_K + \left[\hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \Theta} - \hat{\rho}\eta \right] \dot{\Theta} + (\underline{S}_K \cdot \underline{V}_e^2) \cdot \underline{\hat{D}}_i + \\ & \frac{1}{2} \underline{S}_K \cdot (\underline{V}_e^2 \cdot \underline{\hat{W}}_i - \underline{\hat{W}}_i \cdot \underline{V}_e^2) + \hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \hat{\underline{q}}} \cdot \underline{\overset{\nabla}{q}} - \frac{1}{\Theta} \hat{\underline{q}} \cdot (\widehat{\nabla\Theta}) \geq 0. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Als hinreichende Bedingung für die Erfüllung der Clausius–Duhem–Ungleichung wird üblicherweise die Erfüllung der Teilungleichungen

$$\left[\hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \underline{\mathbf{S}}_K} - \underline{\mathbf{E}}_e \right] \cdot \underline{\hat{\mathbf{S}}}_K \geq 0, \quad (3.46)$$

$$\left[\hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \Theta} - \hat{\rho} \eta \right] \dot{\Theta} \geq 0, \quad (3.47)$$

$$(\underline{\mathbf{S}}_K \cdot \underline{\mathbf{V}}_e^2) \cdot \hat{\underline{\mathbf{D}}}_i + \frac{1}{2} \underline{\mathbf{S}}_K \cdot (\underline{\mathbf{V}}_e^2 \cdot \hat{\underline{\mathbf{W}}}_i - \hat{\underline{\mathbf{W}}}_i \cdot \underline{\mathbf{V}}_e^2) \geq 0, \quad (3.48)$$

$$\hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \hat{\underline{\mathbf{q}}}} \cdot \hat{\underline{\mathbf{q}}} - \frac{1}{\Theta} \hat{\underline{\mathbf{q}}} \cdot (\widehat{\nabla \Theta}) \geq 0 \quad (3.49)$$

gefordert. Aus Gleichung (3.36) berechnet man mit (3.37)

$$\hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \hat{\underline{\mathbf{q}}}} \cdot \hat{\underline{\mathbf{q}}} = -\frac{\tau_q}{k \Theta} \hat{\underline{\mathbf{q}}} \cdot \hat{\underline{\mathbf{q}}}, \quad (3.50)$$

so daß sich die Teilungleichung (3.49) unter Berücksichtigung des Wärmeleitgesetzes

$$\tau_q \hat{\underline{\mathbf{q}}} + \hat{\underline{\mathbf{q}}} = -k (\widehat{\nabla \Theta}) \quad (3.51)$$

auf

$$\frac{1}{k \Theta} \hat{\underline{\mathbf{q}}} \cdot \hat{\underline{\mathbf{q}}} \geq 0 \quad (3.52)$$

reduziert. Mit $k > 0$ kann die Erfüllung dieser Ungleichung sichergestellt werden. Für die Variablen zur Beschreibung des thermoelastischen Verhaltens werden dann mit den Ansätzen

$$\underline{\mathbf{E}}_e = \hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \underline{\mathbf{S}}_K} = \lambda_2 (\Theta - \Theta_0) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_3 (\text{tr} \underline{\mathbf{S}}_K) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_4 \underline{\mathbf{S}}_K, \quad (3.53)$$

$$\hat{\rho} \eta = \hat{\rho} \frac{\partial g}{\partial \Theta} = \lambda_1 (\Theta - \Theta_0) + \lambda_2 \text{tr} \underline{\mathbf{S}}_K \quad (3.54)$$

die Klammerausdrücke in (3.46) und (3.47) zu Null. Den einzig verbleibenden Beitrag zur Dissipation für das Scherbandmaterialgesetz liefert damit der Anteil aus der plastischen Deformationsrate. Zur Erfüllung der Teilungleichung (3.48) wird der Ansatz

$$\hat{\underline{\mathbf{D}}}_i = \hat{\underline{\mathbf{D}}}_V = \gamma_T [\Phi_T]_T \frac{\underline{\mathbf{S}}'_K}{\|\underline{\mathbf{S}}'_K\|}, \quad (3.55)$$

$$\text{falls} \quad F_T = \underline{\mathbf{S}}'_K \cdot \underline{\mathbf{S}}'_K - g_T(u, \Theta) \geq 0 \quad (3.56)$$

gewählt. Mit der Vernachlässigung eines kinematischen Verfestigungstensors für das Scherbandmaterial wird näherungsweise auch $\hat{\mathbf{W}}_i = 0$ gesetzt. Aus der Ungleichung (3.48) ergibt sich dann mit der Näherung (3.32)

$$\mathcal{J}_e^2 \gamma_T [\Phi_T]_T \underline{\mathbf{S}}_K \cdot \underline{\mathbf{S}}'_K \geq 0 \quad (3.57)$$

$$\Rightarrow \mathcal{J}_e^2 \gamma_T [\Phi_T]_T \underline{\mathbf{S}}'_K \cdot \underline{\mathbf{S}}'_K \geq 0. \quad (3.58)$$

Das doppelt verjüngende Produkt ist für beliebige $\underline{\mathbf{S}}_K$ größer Null. Mit $\Phi_T \geq 0$ verbleibt als einzige zu erfüllende Forderung

$$\gamma_T \geq 0. \quad (3.59)$$

Mit der Wahl

$$\gamma_T = \gamma_T(u) = \chi_{t7} u_{EQ}^{-1}(u), \quad \text{mit} \quad \chi_{t7} > 0, \quad (3.60)$$

$$u_{EQ}^{-1}(u) = \frac{1}{\chi_{u3}} \left[-1 + 10^{\chi_{u2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{u_0 - u}{u_0 - u_\infty}}} \right], \quad (3.61)$$

$$u_0 \leq u \leq u_\infty, \quad \chi_{u2} > 0, \quad \chi_{u3} > 0, \quad (3.62)$$

kann dann die thermodynamische Konsistenz des Makro-Scherband-Modells sichergestellt werden. Die Transformation der Größen erfolgt nun durch „Vorwärtsschieben“ mit $\underline{\mathbf{V}}_e$ in die Momentankonfiguration. Für die Deformationsgeschwindigkeit in der Zwischenkonfiguration gilt zunächst

$$\hat{\underline{\mathbf{D}}}_i = \text{sym} \left(\overset{\nabla}{\underline{\mathbf{E}}}_i \cdot \underline{\mathbf{F}}_i^{-1} \right). \quad (3.63)$$

In Verbindung mit (3.32) folgt hieraus

$$\hat{\underline{\mathbf{D}}}_i = \underline{\mathbf{D}}_i. \quad (3.64)$$

Entsprechend ergibt sich aus (3.35)

$$\underline{\mathbf{S}}_K = \mathcal{J}_e^{-1} \underline{\boldsymbol{\sigma}}. \quad (3.65)$$

Mit den Transformationsbeziehungen zwischen Linien-, Flächen- und Volumenelementen der Zwischen- und der Momentankonfiguration,

$$d\vec{x} = \underline{\mathbf{V}}_e \cdot \vec{x}^*, \quad d\mathbf{A} = \mathcal{J}_e \underline{\mathbf{V}}_e^{-T} \cdot d\mathbf{A}^*, \quad dV = \mathcal{J}_e dV^*, \quad (3.66)$$

erhält man unter Berücksichtigung von (3.32) außerdem

$$\hat{\vec{q}} = \vec{q}, \quad \hat{\rho} = \mathcal{J}_e \rho, \quad (\widehat{\nabla\Theta}) = \mathcal{J}_e \nabla\Theta. \quad (3.67)$$

Zur vollständigen Transformation der Beziehungen werden nun noch die Zusammenhänge zwischen den Zeitableitungen der Größen der Zwischen- und der Momentankonfiguration ermittelt. Mit

$$\dot{\mathcal{J}}_e = \mathcal{J}_e \operatorname{tr} \underline{\mathbf{D}}_e = \mathcal{J}_e \operatorname{tr} \underline{\mathbf{D}}, \quad (3.68)$$

in Verbindung mit den Gleichungen (3.65) und (3.67) sowie der Definition der objektiven Zeitableitung (3.30) folgt

$$\overset{\nabla}{\underline{\mathbf{S}}}_K = \mathcal{J}_e^{-1} \overset{\square}{\underline{\sigma}}, \quad \overset{\nabla}{\vec{q}} = \overset{\nabla}{\vec{q}}. \quad (3.69)$$

Hierbei wird das übergestellte Quadrat \square als abkürzende Schreibweise für die folgende objektive Zeitableitung

$$\overset{\square}{\underline{\sigma}} = \overset{\nabla}{\underline{\sigma}} - \underline{\sigma} (\operatorname{tr} \underline{\mathbf{D}}_e) \quad (3.70)$$

eingeführt. Weiterhin sollen abschließend noch einige für die Ableitung der Materialbeziehungen benötigte Zusammenhänge aufgeführt werden:

$$\underline{\mathbf{E}}_e = \frac{1}{2} \left(\underline{\mathbf{V}}_e \cdot \overset{\nabla}{\underline{\mathbf{V}}}_e + \overset{\nabla}{\underline{\mathbf{V}}}_e \cdot \underline{\mathbf{V}}_e \right) \approx \mathcal{J}_e \overset{\nabla}{\underline{\mathbf{V}}}_e, \quad (3.71)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_e = \operatorname{sym} \left(\overset{\nabla}{\underline{\mathbf{V}}}_e \cdot \underline{\mathbf{V}}_e^{-1} \right) \approx \mathcal{J}_e^{-1} \overset{\nabla}{\underline{\mathbf{V}}}_e \approx \mathcal{J}_e^{-2} \overset{\nabla}{\underline{\mathbf{E}}}_e, \quad \underline{\mathbf{W}}_e = \underline{\mathbf{0}}, \quad (3.72)$$

$$\mathcal{J}_e^2 = \det \underline{\mathbf{V}}_e^2 = \det (\underline{\mathbf{1}} + 2 \underline{\mathbf{E}}_e) \approx 1 + 2 \operatorname{tr} \underline{\mathbf{E}}_e. \quad (3.73)$$

Das Gleichungssystem zur Modellierung des Scherbandmaterialverhaltens lautet damit in der Formulierung für große Deformationen:

$$\underline{\mathbf{D}}_M = \underline{\mathbf{D}}_{M,e} + \underline{\mathbf{D}}_{M,i}, \quad (3.74)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{M,e} = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \lambda_{M2} \dot{\Theta}_M \underline{\mathbf{1}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e^3} \lambda_{M3} (\operatorname{tr} \overset{\square}{\underline{\sigma}}_M) \underline{\mathbf{1}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e^3} \lambda_{M4} \overset{\square}{\underline{\sigma}}_M, \quad (3.75)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{M,V} = \underline{\mathbf{D}}_{M,i} = \gamma_{MT} [\Phi_{MT}]_{MT} \frac{\underline{\boldsymbol{\sigma}}'_M}{\|\underline{\boldsymbol{\sigma}}'_M\|}, \quad (3.76)$$

$$\text{falls} \quad F_{MT} = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\boldsymbol{\sigma}}'_M \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}}'_M - g_{MT}(u_M, \Theta_M) \geq 0, \quad (3.77)$$

$$\mathcal{J}_e \rho_M c_{\sigma\kappa M} \dot{\Theta}_M + \frac{\lambda_{M2}}{\mathcal{J}_e} \Theta_M \text{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}_M = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \underline{\boldsymbol{\sigma}}_M \cdot \underline{\mathbf{D}}_{M,i} - \frac{2\tau_{Mq}}{k_M \Theta_M} \underline{\mathbf{q}}_M \cdot \underline{\nabla} \Theta_M - \text{div} \underline{\mathbf{q}}_M, \quad (3.78)$$

$$\tau_{Mq} \underline{\nabla} \underline{\mathbf{q}}_M + \underline{\mathbf{q}}_M = -\mathcal{J}_e k_M \underline{\nabla} \Theta_M, \quad (3.79)$$

$$\ddot{u}_M + c_{1M} (\alpha_M + PG_M) \dot{u}_M + \frac{c_{1M}^2}{4} (\alpha_M + PG_M)^2 (u_M - u_{MEQ}(PG_M)) = 0. \quad (3.80)$$

3.3.2 Ein Ansatz für die Ausbreitungsgeschwindigkeit

Neben der Definition des Scherbandmaterials erfordert die Beschreibung der Ausbreitung des Makro-Scherbandes noch einen Ansatz für die Ausbreitungsgeschwindigkeit, um das instabile Verhalten eines Makro-Scherbandes beschreiben zu können.

Zunächst soll zu diesem Zweck ein Ansatz zur Ermittlung der Ausbreitungsrichtung des Makro-Scherbandes vorgestellt werden. Für den Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit wird der von DIEHL [Die89] vorgeschlagene Ansatz in vereinfachter Form übernommen.

Die Ausbreitungsrichtung wird durch die Orientierung des Makro-Scherbandes und den aktuellen Spannungszustand festgelegt. Hierzu kann zunächst der Normalenvektor $\vec{\mathbf{n}}_{SB}$ der Makro-Scherband-Ebene aus dem Eigenvektor zum größten Eigenwert des Scherband-Schädigungstensors bestimmt werden (vgl. Kapitel 3.2.1).

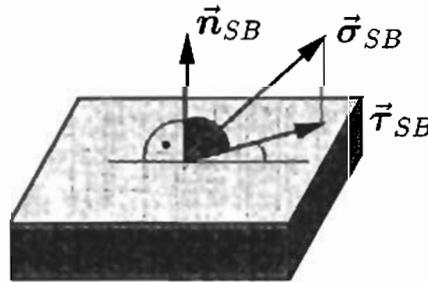


Abb. 3.7: Zur Bestimmung der Ausbreitungsrichtung

Die Ausbreitungsrichtung \vec{e}_c in dieser Ebene wird dann, wie in Abb. 3.7 dargestellt, durch den aktuellen Spannungszustand festgelegt. Hierzu wird der resultierende Schubspannungsvektor $\vec{\tau}_{SB}$ aus der Projektion des aktuellen Spannungsvektors der Makro-Scherband-Ebene $\vec{\sigma}_{SB}$ in diese Ebene ermittelt. \vec{e}_c wird dann mit Gleichung (3.81) als längennormierter Vektor in Richtung von $\vec{\tau}_{SB}$ festgelegt.

$$\vec{c} = c \vec{e}_c \quad \text{mit} \quad \vec{e}_c = \frac{\vec{\tau}_{SB}}{\|\vec{\tau}_{SB}\|} \quad (3.81)$$

Zur Ableitung eines Ansatzes für den Geschwindigkeitsbetrag c in Gleichung (3.81) wurde von DIEHL [Die89] zunächst die integrale Energiebilanz um die Scherbandspitze abgeleitet. Mit $\Gamma = \Gamma_B \cup \Gamma_M$ als Oberfläche des infinitesimalen Volumens V_ϵ um die Scherbandspitze erhält man

$$\begin{aligned} & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \left(\vec{q} - \underline{\sigma} \cdot \dot{\vec{u}} - \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \vec{c} \right) \cdot \vec{n}_\Gamma \, dA \quad + \\ & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_M} \left(\vec{q}_M - \underline{\sigma}_M \cdot \dot{\vec{u}}_M - \rho_M \left(e_M + \frac{v_M^2}{2} \right) \vec{c} \right) \cdot \vec{n}_\Gamma \, dA \quad + \quad 2\gamma c = 0. \quad (3.82) \end{aligned}$$

Die Energiebilanz enthält - neben den Oberflächenintegralen über die Bereiche Γ_M und Γ_B für das Scherband bzw. das umgebende Material - einen Anteil $2\gamma c$, der den Widerstand des Materials gegen Scherbandausbreitung repräsentiert. Hierin ist γ eine materialspezifische Größe.

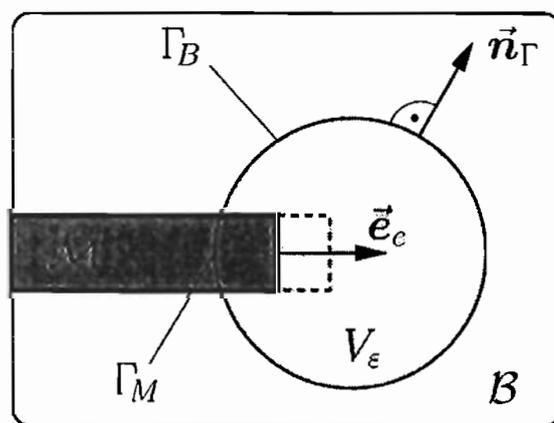


Abb. 3.8: Makro-Scherbandspitze

Mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik in Form der Clausius–Duhem–Ungleichung (unter Vernachlässigung volumenverteilter Wärmequellen)

$$\frac{D}{Dt} \int_{\mathcal{B}} \rho \eta \, dV + \frac{D}{Dt} \int_{\mathcal{M}} \rho_M \eta_M \, dV + \int_{\partial \mathcal{B}_{ext}} \frac{\bar{\mathbf{q}}}{\Theta} \cdot \bar{\mathbf{n}} \, dA + \int_{\partial \mathcal{M}_{ext}} \frac{\bar{\mathbf{q}}_M}{\Theta_M} \cdot \bar{\mathbf{n}}_M \, dA \geq 0 \quad (3.83)$$

kann eine thermodynamische Restriktion für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c in Form der Ungleichung (3.84) gefunden werden.

$$(G_1 - G_2 c^2 - 2\gamma) c \geq 0, \quad \text{für } c > 0 \quad (3.84)$$

G_1 und G_2 werden als abkürzende Schreibweise für die unten angegebenen Oberflächenintegrale verwendet. G_1 enthält über die freie Energie φ Informationen über den Spannungs- und Schädigungszustand, die Versetzungsdichte und die Temperatur sowie einen Beitrag aus Oberflächenkräften. G_2 repräsentiert den Anteil aus der kinetischen Energie.

$$\begin{aligned} G_1 = & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \left(\rho \varphi \bar{\mathbf{e}}_c - \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) \cdot \bar{\mathbf{e}}_c \right) \cdot \bar{\mathbf{n}}_\Gamma \, dA + \\ & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_M} \left(\rho_M \varphi_M \bar{\mathbf{e}}_c - \underline{\boldsymbol{\sigma}}_M \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}_M) \cdot \bar{\mathbf{e}}_c \right) \cdot \bar{\mathbf{n}}_\Gamma \, dA \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$\begin{aligned} G_2 = & - \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \frac{\rho}{2} \left[\left((\nabla \bar{\mathbf{u}}) \cdot \bar{\mathbf{e}}_c \right) \cdot \left((\nabla \bar{\mathbf{u}}) \cdot \bar{\mathbf{e}}_c \right) \right] \bar{\mathbf{e}}_c \cdot \bar{\mathbf{n}}_\Gamma \, dA - \\ & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_M} \frac{\rho_M}{2} \left[\left((\nabla \bar{\mathbf{u}}_M) \cdot \bar{\mathbf{e}}_c \right) \cdot \left((\nabla \bar{\mathbf{u}}_M) \cdot \bar{\mathbf{e}}_c \right) \right] \bar{\mathbf{e}}_c \cdot \bar{\mathbf{n}}_\Gamma \, dA \end{aligned} \quad (3.86)$$

Die Wegunabhängigkeit der Integralausdrücke wird in [Die89] nachgewiesen.

Der nachfolgende Potenzreihenansatz in G_2 soll als Ansatz für den Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit verwendet werden. Die Funktion h kann als Fließfunktion für die Ausbreitungsgeschwindigkeit interpretiert werden.

$$c = \lambda_0(h) + \lambda_1(h) G_2 + \lambda_2(h) G_2^2 + \dots, \quad (3.87)$$

$$\text{falls} \quad h = G_1 - 2\gamma > 0. \quad (3.88)$$

Mit einer geeigneten Wahl der Funktionen λ_i wird die Verträglichkeit dieses Ansatzes mit dem zweiten Hauptsatz sichergestellt.

Für die numerische Simulation wird der Ansatz aus Gleichung (3.88) aus Vereinfachungsgründen – und in Ermangelung einer ausreichenden Zahl experimenteller Ergebnisse zur Anpassung – auf den ersten Summanden der Reihe beschränkt. Außerdem kann mit diesem vereinfachten Ansatz die Beschränktheit der Ausbreitungsgeschwindigkeit sichergestellt werden, was bei Berücksichtigung der G_2 -Terme nicht gewährleistet werden kann.

Der Nachweis der thermodynamischen Konsistenz dieses vereinfachten Ansatzes kann mit Hilfe der oben abgeleiteten thermodynamischen Restriktion bei Vernachlässigung der Anteile aus G_2 geführt werden. Mit $c = \lambda_0(h)$ folgt aus (3.84)

$$h \lambda_0(h) > 0 \quad (3.89)$$

und mit (3.88)

$$\lambda_0(h) > 0 . \quad (3.90)$$

Mit der Funktion

$$\lambda_0(h) = \frac{\chi_{c1} h}{1 + \chi_{c2} h} \quad \text{und} \quad \chi_{c1} > 0, \quad \chi_{c2} > 0 \quad (3.91)$$

ist der Ansatz für die Ausbreitungsgeschwindigkeit thermodynamisch konsistent. Gleichzeitig ist hier durch die Einschränkung $\chi_{c2} > 0$ die Beschränktheit der Funktion bezüglich h gegeben. Die Gleichung für die Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Makro-Scherbandes lautet damit

$$c = \frac{\chi_{c1} h}{1 + \chi_{c2} h} . \quad (3.92)$$

4. Anpassung der Materialparameter

Zur quantitativen Beschreibung des Materialverhaltens können die Materialfunktionen und -parameter der konstitutiven Beziehungen an experimentell gewonnene Daten angepaßt werden. Hierbei werden, soweit dies möglich ist, bestimmte Effekte des Materialverhaltens separiert, um den rechnerischen Aufwand zu minimieren und eine Zuordnung der beobachteten Phänomene zu den beschreibenden Gleichungen vollziehen zu können. Dieses Vorgehen steht jedoch häufig im Gegensatz zu dem Bestreben, ein möglichst umfassendes und allgemein einsetzbares Materialmodell zu formulieren, das sich nicht auf die Beschreibung einzelner Effekte beschränkt.

Für das vorliegende Materialmodell ergeben sich eine Reihe von Schwierigkeiten, da es neben dem weiten Bereich der Deformationsgeschwindigkeiten auch die Beschreibung von Geschwindigkeitswechselversuchen, zyklischen Versuchen, Relaxations- und Kriechversuchen umfassen soll. Somit werden für eine vollständige Beschreibung der in den genannten Versuchen beobachteten Effekte eine Vielzahl von Materialparametern benötigt, die zudem noch ein hohes Maß an gegenseitiger Abhängigkeit enthalten. Außerdem sind die Versuche im Bereich hoher Deformationsgeschwindigkeiten aufgrund der extrem schnell ablaufenden Prozesse und der großen Gradienten der zu messenden Größen mit einem erheblichen experimentellen und meßtechnischen Aufwand verbunden.

Die Anpassung der Parameter der Materialfunktionen erfolgt deshalb im Rahmen dieser Arbeit in Anlehnung an das von DIEHL [Die89] und FORNEFELD [For90] gewählte Vorgehen. Aufgrund einer nicht ausreichenden Anzahl Meßdaten für ein bestimmtes Material werden die qualitativ zu beobachtenden Phänomene und Abhängigkeiten aus verschiedenen Versuchen für unterschiedliche metallische Werkstoffe zusammengefaßt und in die Modellierung eines fiktiven Vergleichsmaterials eingebracht. Dieses Vergleichsmaterial soll demzufolge das qualitative Verhalten einer ganzen Klasse metallischer Werkstoffe beschreiben.

Bei Vorliegen der erforderlichen experimentellen Untersuchungen kann das Materialmodell jederzeit an einen beliebigen Werkstoff aus dieser Klasse angepaßt werden. Diese Anpassung der Materialparameter und Funktionen wird in der Regel wegen der Komplexität des Modelles und der Vielzahl zu beschreibender Effekte mit numerischen Hilfsmitteln durchgeführt. Bewährt hat sich in diesem Zusammenhang die Evolutionsstrategie (z.B. RECHENBERG [Rec73], SCHWEFEL [Sch75], [Sch95], SCHÖNEBURG ET AL. [SHF94]), die schon erfolgreich bei der Anpassung von Teilbereichen dieses Modells ([For90], [Mit95]) und verschiedener anderer viskoplastischer Modelle (z.B. BRAASCH [Bra92], WICHTMANN [Wic96], ANDING [And97]) eingesetzt wurde.

4.1 Neuanpassung der Variablen zur Beschreibung der Scherbandschädigung

Die teilweise Neuanpassung der Variablen zur Beschreibung des Schädigungsverhaltens wird durch die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte physikalische Interpretation des Scherband-Schädigungstensors \underline{Z}^0 und das daraus abgeleitete Versagenskriterium (s. Kapitel 3.2) notwendig. Hauptsächlich geht es hierbei um die Festlegung des Zeitpunktes der Entstehung eines Makro-Scherbandes. Wir orientieren uns an den Arbeiten von MARCHAND und DUFFY [MD88] sowie KLEPACZKO [Kle96], die für torsionsbelastete Stahlproben das in Abb. 4.1 schematisch gezeigte qualitative Materialverhalten beobachten. Nach dem Vorzeichen der Steigung der Schubspannung im Schubspannungs-Schubdehnungs-Diagramm unterscheiden diese Autoren drei Phasen der plastischen Deformation.

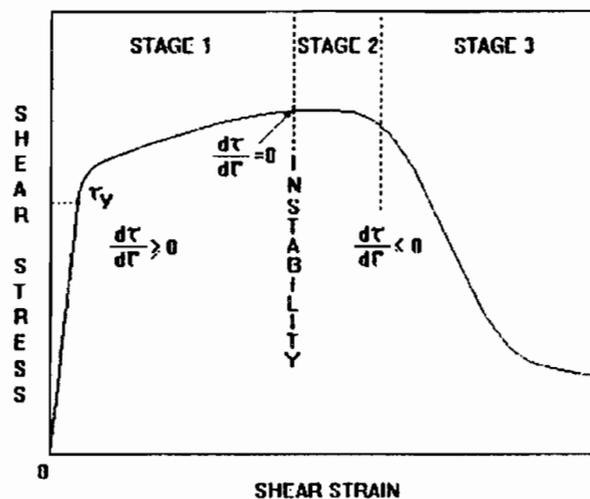


Abb. 4.1: Schematische Darstellung der Spannungs-Dehnungsbeziehung in Torsionsversuchen mit hohen Deformationsgeschwindigkeiten, nach KLEPACZKO [Kle96]

Während der ersten Deformationsphase, die beginnend mit dem Überschreiten der Fließspannung τ_y , bis zum Erreichen des sogenannten Instabilitätspunktes ($d\tau/d\Gamma = 0$, in der Notation von KLEPACZKO) reicht, erfährt die Probe eine homogene plastische Deformation. In der relativ kurzen zweiten Phase beginnt die Lokalisierung der Deformation, die Verteilung der Verzerrung wird inhomogen. In der dritten Phase schließlich verstärkt sich die Lokalisierung („catastrophic shear localization“, [Kle96]) und die Spannung fällt schnell ab.

BATRA und KIM [BK92] quantifizieren den Beginn eines schnellen Scherbandwachstums aus einer analytischen Betrachtung an unterschiedlichen Materialien als den Zeitpunkt, zu dem die Schubspannung auf einen Wert von 90% des Maximums abgefallen ist. Aus Be-

obachtungen von Zug- und Druckexperimenten an einem hochfesten Stahl legen ANAND und SPITZIG [AS80] den Zeitpunkt der Scherband-Lokalisierung bei einem kleinen, gerade noch positiven Tangentenmodul von 425 MPa fest. KURIYAMA und MEYERS [KM87] sprechen von der Entstehung eines adiabatischen Scherbandes, wenn der Effekt der thermischen Entfestigung größer als der Verfestigungseffekt des Materials durch plastische Deformation wird.

In Anlehnung an die zitierte Literatur soll im Rahmen dieser Arbeit die Entstehung eines Makro-Scherbandes definiert werden als Zeitpunkt des erstmaligen Auftretens einer makroskopischen Entfestigung in einem Druckversuch mit der größten Deformationsgeschwindigkeit, für die dieses Materialmodell konzipiert ist. Entsprechend dieser Definition erfolgt im folgenden die Anpassung der Schädigungsvariablen.

Die erforderliche Neuanpassung der Parameter des Kontinuums-Schädigungs-Modells soll sich hier auf die quantitative Anpassung der Materialfunktionen des Schädigungstensors beschränken, da keine neuen Erkenntnisse vorliegen, die eine qualitative Änderung der diese Größe beschreibenden Materialfunktionen notwendig machen würden. Außerdem sind Änderungen auch wegen der Koppelung der Differentialgleichungen behutsam vorzunehmen, um einen zu starken Einfluß auf andere Variablen zu vermeiden und die Grundstruktur des Materialmodells zu erhalten. Aus diesen Gründen werden lediglich die Werte der Variablen d_{z_0} aus der Evolutionsgleichung für \underline{z}^0 sowie d_{DS0} und χ_{z_6} aus der Evolutionsgleichung für die scherbandinduzierte Verzerrungsrate $\underline{\epsilon}_{DS}^0$ neu angepaßt. Die Werte dieser Variablen sind im Anhang bei der Auflistung der Materialparameter des Kontinuums-Schädigungs-Modells besonders gekennzeichnet (*). Es wird

$$d_{z_0} = 0.35555555 \cdot 10^{-18} \quad \Rightarrow \quad fak = \frac{d_{z_0}}{d_{z_0}^{alt}} = \frac{1}{3} \quad (4.1)$$

festgelegt. Damit wird zunächst eine Absenkung des Verlaufes von \underline{z}^0 um den Faktor fak sowie der gewünschte Wert von z_{\max} kurz nach dem Einsetzen der Entfestigung im einaxialen Druckversuch mit $|\dot{\epsilon}| = 10^5 \frac{1}{s}$ erreicht. Um den Einfluß dieser Änderung auf die Materialfunktion

$$d_{DS}(\zeta, g_{DS}) = \frac{d_{DS0} \zeta}{1 + \chi_{z_6} \zeta} \arctan(\chi_{z_7} g_{DS}) \quad (4.2)$$

zu kompensieren, werden die Parameter d_{DS0} und χ_{z_6} aus der Evolutionsgleichung für die scherbandinduzierte Verzerrungsrate $\underline{\epsilon}_{DS}^0$ wie folgt neu bestimmt:

$$d_{DS0} = 1.1022705 \cdot 10^{-14} = \frac{1}{fak} d_{DS0}^{alt} \quad \text{und} \quad (4.3)$$

$$\chi_{z_6} = 0.3 = \frac{1}{fak} \chi_{z_6}^{alt}, \quad \text{wegen} \quad \zeta = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \|\underline{z}^0\|. \quad (4.4)$$

Zur Überprüfung der vorgenommenen Änderungen wird im folgenden ein Vergleich zwischen der alten und der neuen Version des Kontinuums-Schädigungs-Modells durchgeführt. Hierzu werden – im Vorgriff auf Kapitel 6 – die Verläufe einiger Variablen aus einem, mit der Finite-Elemente-Methode simulierten, homogenen Druckversuch (vgl. Abb. 6.1) für die beiden Parametersätze gegenübergestellt. Dargestellt werden jeweils die Verläufe für drei verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{s}$. Die Ergebnisse der alten Version sind strichpunktiert, die Ergebnisse der Rechnungen mit den neu angepaßten Schädigungsvariablen durchgezogen dargestellt. Spannungen und Verzerungen werden auf die Fließspannung und die zugehörige Fließdehnung des quasistatischen Prozesses bezogen ($\sigma_f = 300 \text{ MPa}$, $\epsilon_f = 1.42857 \cdot 10^{-3}$). Die Zeichen \times deuten die Erfüllung des Versagenskriteriums und damit das Ende des Gültigkeitsbereiches des Kontinuums-Schädigungs-Modells an (vgl. Kapitel 3.2.1 und 6).

Der Verlauf der Schädigungsvariable in Abb. 4.2 zeigt in Verbindung mit dem Axialspannungsverlauf in Abb. 4.3 die gewünschte Anpassung an die neue Interpretation des Schädigungsmaßes und das Versagenskriterium.

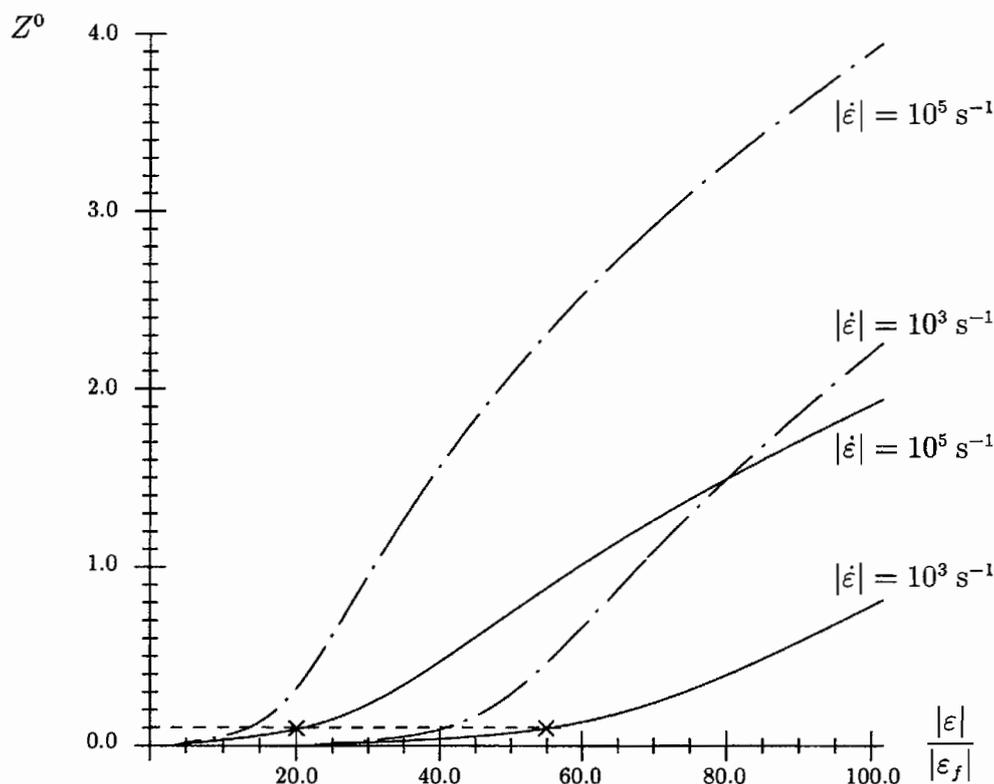


Abb. 4.2: Schädigungsvariable für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{s}$, Kontinuums-Schädigungs-Modell, Vergleich neu (durchgezogen) – alt (strichpunktiert), Druckversuch

Der kritische Wert des Scherbandvolumenanteils $z_{\text{krit}} = 0.1$ wird kurz nach dem Einsetzen der Entfestigung in dem Versuch mit der Belastungsgeschwindigkeit $|\dot{\epsilon}| = 10^5 \frac{1}{\text{s}}$ bei einer Dehnung $|\epsilon| \approx 2.9\%$ erreicht. Erst nach diesem Zeitpunkt erkennt man in Abb. 4.3 eine Abweichung zwischen den Werten der alten und der neuen Version des Kontinuums-Schädigungs-Modells.

Für die Deformationsgeschwindigkeit $|\dot{\epsilon}| = 10^3 \frac{1}{\text{s}}$ wird das Versagenskriterium bei einer Dehnung $|\epsilon| \approx 7.8\%$ erfüllt. Auch hier zeigen die Spannungsverläufe bis zu diesem Zeitpunkt keine Unterschiede. Für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5} \frac{1}{\text{s}}$ kommt es nicht zu einer Entwicklung der Scherbandschädigung, da bei diesem Versuch die Spannungs- und Temperaturkonzentrationen durch Versetzungsbewegungen schnell genug abgebaut werden. Dementsprechend bleibt der Spannungsverlauf für diese Geschwindigkeit von den Änderungen unbeeinflusst.

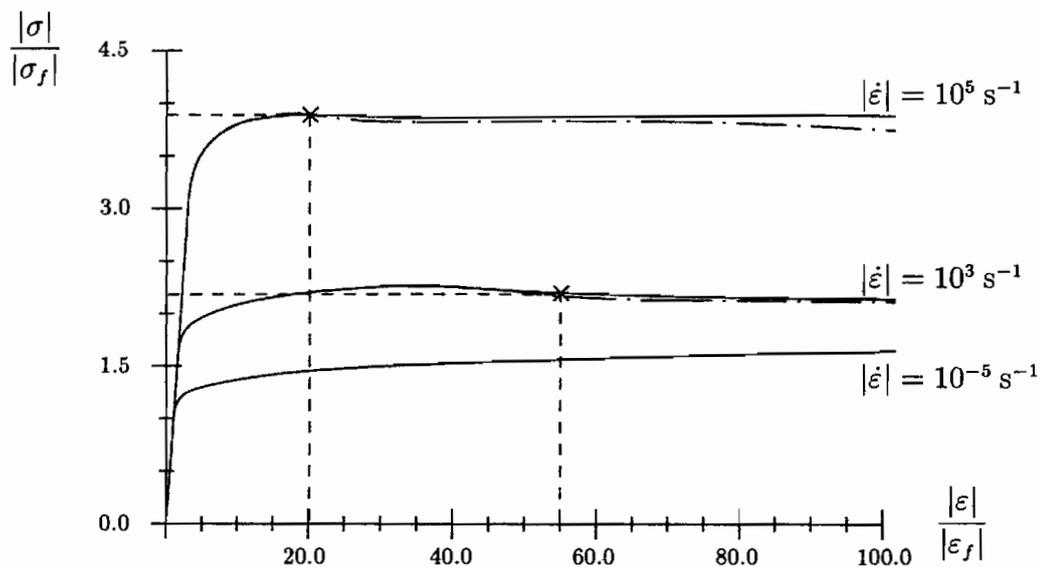


Abb. 4.3: Axialspannungen für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Kontinuums-Schädigungs-Modell, Vergleich neu (durchgezogen) – alt (strichpunktiert), Druckversuch

Der Temperaturverlauf zeigt für die beiden schnellen Prozesse eine deutliche Abweichung für den Vergleich der beiden Versionen bei größeren Dehnungen (Abb. 4.4). Dies ist durch den Einfluß der Schädigungsvariablen auf die Temperaturentwicklung in der Energiebilanz zu erklären. Dieser Einfluß kann nicht durch eine Parameteranpassung kompensiert werden (vgl. die Darstellung des ersten Hauptsatzes in Anhang B.1). Da die Abweichungen erst nach Erreichen von z_{krit} auftreten, sind sie hier bedeutungslos, weil von diesem Zeitpunkt an ohnehin eine Umschaltung auf das Makro-Scherband-Materialgesetz erfolgt (s. Kapitel 6). Die Kurven für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5} \frac{1}{\text{s}}$ sind aus dem genannten Grund identisch.

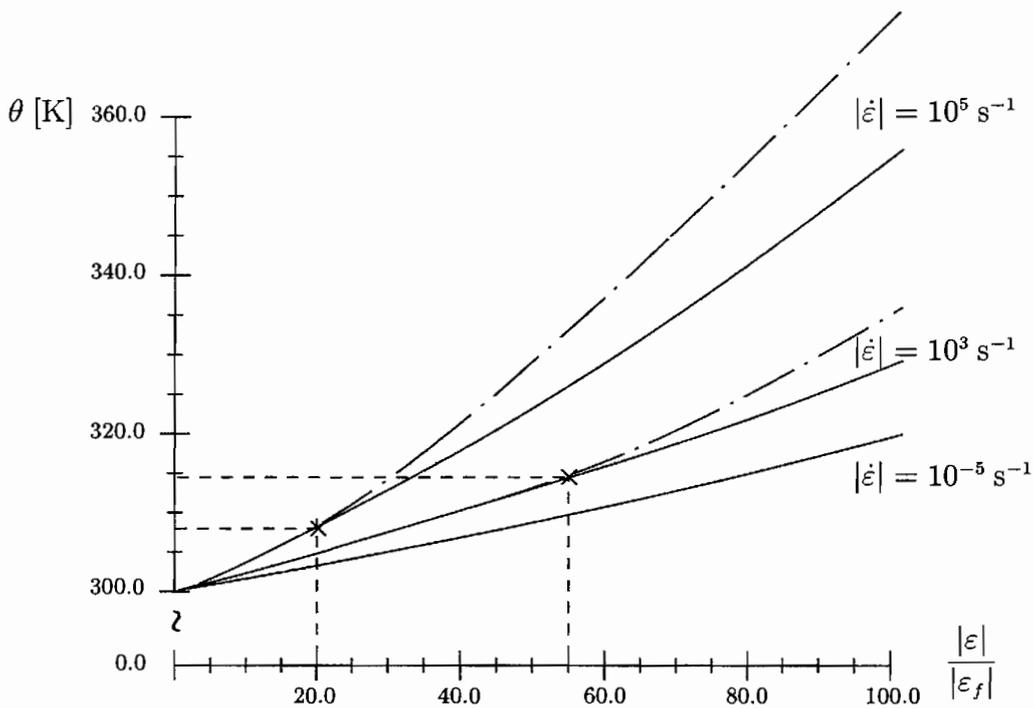


Abb. 4.4: Temperaturverlauf für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{s}$, Kontinuums-Schädigungs-Modell, Vergleich neu (durchgezogen) – alt (strichpunktiert), Druckversuch

Die Darstellung der Verläufe von kinematischer Verfestigung (Abb. 4.5), isotroper Verfestigung (Abb. 4.6) und Spannungskonzentration (Abb. 4.7) zeigen keine oder nur geringe Unterschiede auf.

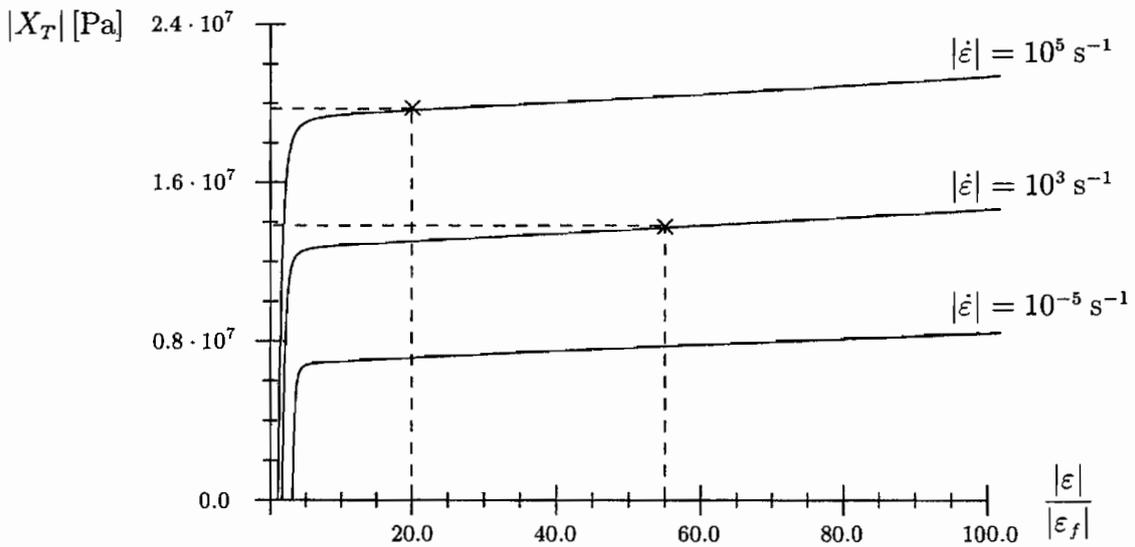


Abb. 4.5: Kinematische Verfestigung für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{s}$, Kontinuums-Schädigungs-Modell, Vergleich neu (durchgezogen) – alt (strichpunktiert), Druckversuch

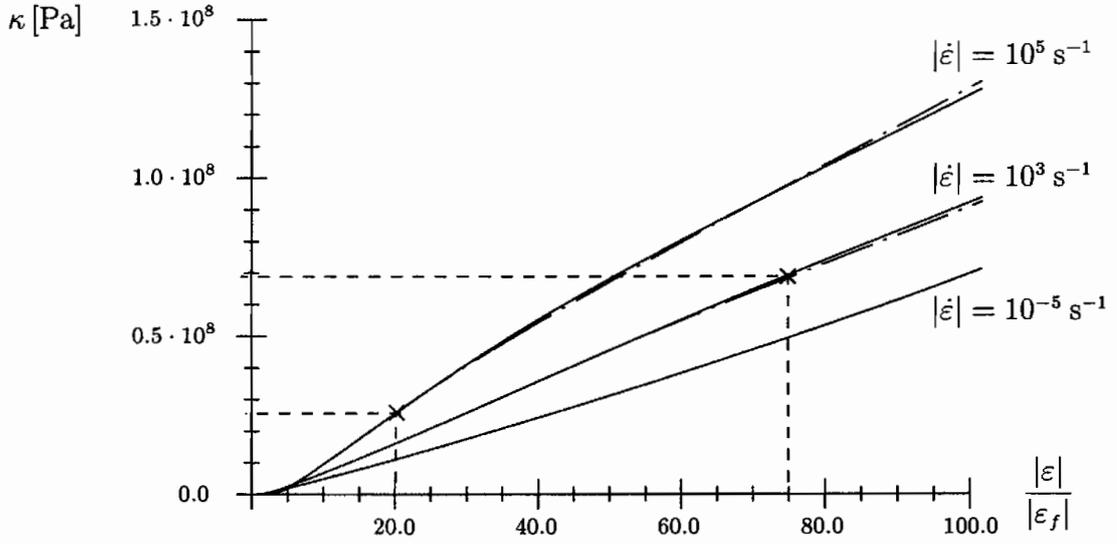


Abb. 4.6: Mittlere Versetzungsdichte (isotrope Verfestigung) für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{s}$, Kontinuums-Schädigungs-Modell, Vergleich neu (durchgezogen) – alt (strichpunktiert), Druckversuch

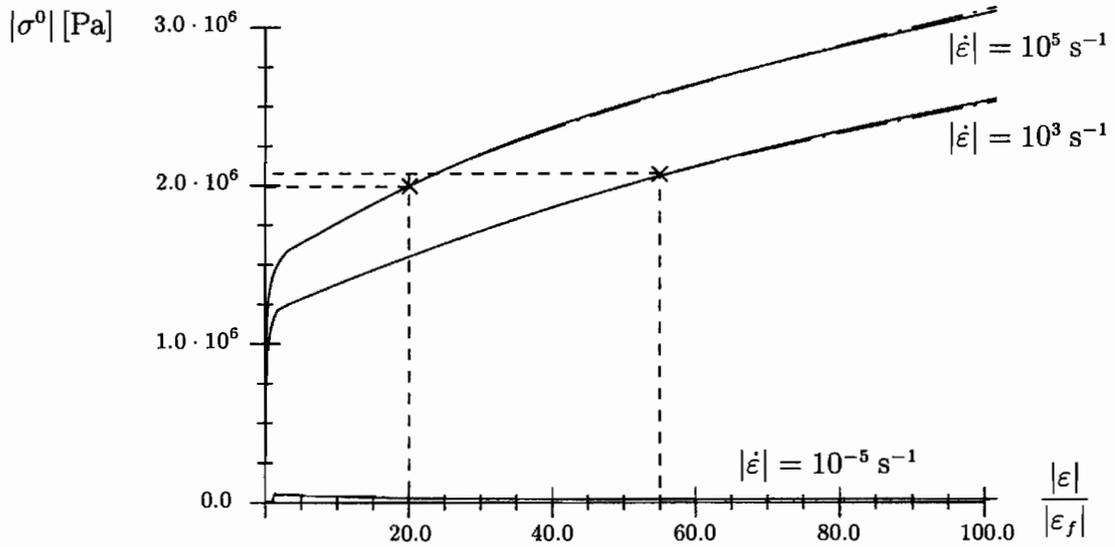


Abb. 4.7: Spannungskonzentration für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{s}$, Kontinuums-Schädigungs-Modell, Vergleich neu (durchgezogen) – alt (strichpunktiert), Druckversuch

Zusammenfassend kann man nach der Neuanpassung der Materialparameter zur Beschreibung der Scherbandschädigung feststellen, daß die hier gezeigte Entwicklung der Variablen – abgesehen von der beabsichtigten Änderung von \underline{Z}^0 – innerhalb des Gültigkeitsbereiches des Kontinuums–Schädigungs–Modells nahezu unverändert bleibt. Dies gilt auch für die hier nicht dargestellten Verläufe der übrigen Variablen sowie für eine Zugbelastung. Damit sind die Ziele der Neuanpassung erreicht.

4.2 Das Makro–Scherband–Materialverhalten

Zur Festlegung des Makro–Scherband–Materialverhaltens müssen die Parameter der Materialfunktionen und die Parameter aus der Gleichung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit an experimentell beobachtetes Verhalten angepaßt werden.

Die Messung physikalischer Größen bereitet im Falle der Scherbänder aus naheliegenden Gründen große Probleme. Prozesse, bei denen Scherbandbildung beobachtet wird, laufen aufgrund der hohen Deformationsgeschwindigkeiten im Mikro– bis Millisekundenbereich ab. Es treten extrem hohe Gradienten der zu messenden Größen innerhalb einer schmalen Zone (10 – 500 μm) der lokalisierten plastischen Deformation auf. Vorliegende experimentelle Messungen beschränken sich aus diesen Gründen auf vereinzelt Messungen der Temperatur, der Verzerrungen und der Verzerrungsraten für unterschiedliche Materialien.

Da im Rahmen dieser Arbeit eventuelle Phasentransformationen des Materials in der durch Scherbandbildung geschädigten Zone nicht berücksichtigt werden sollen, orientieren wir uns hier an einigen wenigen übereinstimmenden Aussagen zum makroskopisch beobachteten allgemeinen Verhalten des Scherbandmaterials. Die Beschreibung des Materialverhaltens kann bei Vorliegen weitergehender Erkenntnisse leicht erweitert werden. Hier sollte nicht so sehr auf die exakte Modellierung des Scherbandmaterials Wert gelegt werden, als vielmehr auf globalere Aussagen zum Versagensverhalten von Strukturen, die durch Scherbandbildung geschädigt werden. Zu diesem Zweck erweisen sich die allgemeinen Aussagen aus analytischen Betrachtungen über einen starken Abfall der Spannungen und eine starke Erhöhung der Temperatur in der Scherbandzone für eine erste Näherung als ausreichend (s. z.B. WRIGHT und WALTER [WW87]).

Im Sinne einer qualitativen Anpassung wird die Fließspannung des Scherbandmaterials bei quasistatischer Belastung auf $\sigma_{Mf} = 150 \text{ MPa}$ festgelegt. Es wird eine geringe Geschwindigkeitsabhängigkeit modelliert. Das Ergebnis der Anpassung an das makroskopisch beobachtete Verhalten wird in Kapitel 6 anhand der Darstellung homogener Zug- und Druckversuche gezeigt. Die Materialparameter und –funktionen sind im Anhang A.2 aufgeführt.

Aussagen zur Ausbreitungsgeschwindigkeit adiabatischer Scherbänder in der Literatur beschränken sich auf Einzelexperimente. ZHOU ET AL. [ZRR96b] messen an angerissenen Platten aus C-300 Stahl eine maximale Ausbreitungsgeschwindigkeit von ungefähr 1200 m/s. MOSS und PRITCHARD [MP85] berichten von Geschwindigkeiten im Bereich 230 – 690 m/s in Ni-Cr-Stählen bei einer hydrodynamischen Belastung. Allgemein akzeptiert scheint die Vermutung zu sein, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit adiabatischer Scherbänder, ähnlich wie die Rißausbreitungsgeschwindigkeit, endlich groß ist und auf ein Bruchteil der Transversal- oder der Rayleigh-Wellengeschwindigkeit begrenzt bleibt (z.B. [CSS87], [Kle94], [PB85a], [PB85b]).

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Makro-Scherbandes wird in dem vorliegenden Modell durch Gleichung (3.92) bestimmt. Diesem Ansatz für c entsprechend gehen wir von der Annahme aus, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit adiabatischer Scherbänder endlich groß ist. Mit

$$\chi_{c1} = 5 \cdot 10^{-1} \quad \text{und} \quad \chi_{c2} = 5 \cdot 10^{-4} \quad (4.5)$$

wird die maximale Ausbreitungsgeschwindigkeit in einer ersten Näherung auf 1000 m/s festgelegt.

5. Numerische Umsetzung

5.1 Finite-Elemente-Formulierung

Hier sollen einige grundlegende Eigenschaften der verwendeten Finite-Elemente-Formulierung genannt werden. Für weitergehende Informationen zu diesem Themengebiet wird auf die Arbeiten von FORNEFELD [For90], ROTT [Rot91] und MITTELBACH [Mit95], die Bücher von ZIENKIEWICZ und TAYLOR [ZT89a], [ZT89b] bzw. BATHE [Bat86] sowie das Handbuch zum Programmcode FEAP [TW90] verwiesen.

Aus der lokalen Formulierung des Impulssatzes in der Momentankonfiguration

$$\operatorname{div} \underline{\sigma} + \rho(\underline{\dot{\mathbf{f}}} - \underline{\ddot{\mathbf{u}}}) = \underline{\mathbf{0}} \quad (5.1)$$

wird das Prinzip der virtuellen Arbeit als schwache Formulierung des Gleichgewichtes hergeleitet. Hierzu multipliziert man Gleichung (5.1) mit einem virtuellen Verschiebungsfeld $\delta \underline{\mathbf{u}}$ und integriert über das aktuelle Volumen des betrachteten Körpers \mathcal{B} :

$$\int_{\mathcal{B}} \operatorname{div} \underline{\sigma} \cdot \delta \underline{\mathbf{u}} \, dV = \int_{\mathcal{B}} \rho(\underline{\ddot{\mathbf{u}}} - \underline{\dot{\mathbf{f}}}) \cdot \delta \underline{\mathbf{u}} \, dV. \quad (5.2)$$

Durch Anwendung des Integralsatzes von GAUSS

$$\int_{\mathcal{B}} \operatorname{div} \underline{\mathbf{A}} \, dV = \int_{\partial \mathcal{B}} \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{n}} \, dA, \quad (5.3)$$

unter Berücksichtigung von $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^T$ und der Identität ([dB82])

$$\operatorname{div} (\underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{b}}) = \underline{\mathbf{b}} \cdot \operatorname{div} \underline{\mathbf{A}} + \underline{\mathbf{A}} \cdot \cdot \operatorname{grad} \underline{\mathbf{b}} \quad (5.4)$$

sowie des Theorems von CAUCHY

$$\underline{\mathbf{t}} \, dA = \underline{\sigma} \cdot \underline{\mathbf{n}} \, dA, \quad (5.5)$$

erhält man die Gleichgewichtsformulierung

$$\int_{\mathcal{B}} \underline{\sigma} \cdot \cdot \operatorname{grad} (\delta \underline{\mathbf{u}}) \, dV = \int_{\partial \mathcal{B}} \underline{\mathbf{t}} \cdot \delta \underline{\mathbf{u}} \, dA + \int_{\mathcal{B}} \rho (\underline{\ddot{\mathbf{u}}} - \underline{\dot{\mathbf{f}}}) \cdot \delta \underline{\mathbf{u}} \, dV. \quad (5.6)$$

Mit der Symmetrieeigenschaft des CAUCHY-Spannungstensors und der Vertauschbarkeit der Reihenfolge von Gradientenbildung und Variation läßt sich Gleichung (5.6) auch in folgender häufig verwendeter Form schreiben:

$$\int_{\mathcal{B}} \underline{\sigma} \cdot \cdot \frac{1}{2} \delta (\text{grad } \vec{u} + (\text{grad } \vec{u})^T) dV = \int_{\partial \mathcal{B}} \vec{t} \cdot \delta \vec{u} dA + \int_{\mathcal{B}} \rho (\ddot{\vec{u}} - \vec{f}) \cdot \delta \vec{u} dV. \quad (5.7)$$

Das Integral auf der linken Seite der Gleichung (5.7) repräsentiert die virtuelle Formänderungsarbeit δW . Die rechte Seite beschreibt die virtuelle Arbeit der äußeren flächenhaft bzw. volumenhaft verteilt angreifenden Kräfte.

In Gleichung (5.7) sind alle Größen auf die verformte Lage des Körpers bezogen. Da diese Lage noch unbekannt ist, wird eine Näherungslösung bestimmt, indem alle Größen auf eine bereits berechnete Gleichgewichtskonfiguration bezogen werden. Abhängig von der Wahl dieser Gleichgewichtskonfiguration unterscheidet man verschiedene Vorgehensweisen. Wählt man die unverformte Ausgangslage als Bezugskonfiguration, so wird dies als Total-Lagrange Formulierung bezeichnet. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Update-Lagrange Formulierung bezieht die Größen auf die zuletzt berechnete Gleichgewichtskonfiguration. Dieses Vorgehen führt zu einer weniger komplexen Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix ([Bat86]).

Das Integrationsgebiet \mathcal{B} aus Gleichung (5.7) wird in diskrete Teilgebiete, die finiten Elemente, zerlegt, so daß die Integration auf der Elementebene durchgeführt werden kann. Zur Bestimmung der Lösung werden die gesuchten Größen durch Polynomansätze in Abhängigkeit der Elementknotenwerte ausgedrückt. Diese Interpolationsfunktionen müssen die wesentlichen (geometrischen) Randbedingungen erfüllen. Die natürlichen (statischen) Randbedingungen werden im integralen Sinn erfüllt. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete isoparametrische Ansatz interpoliert die Koordinaten und die Verschiebungen mit denselben Ansatzfunktionen. Für das im folgenden verwendete isoparametrische 4-Knotenelement lauten diese – auch Formfunktionen genannte – Ansätze in den natürlichen Koordinaten ξ, η (vgl. Abb. 5.1):

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta) \\ h_2 &= \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta) \\ h_3 &= \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta) \\ h_4 &= \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta) \end{aligned}$$

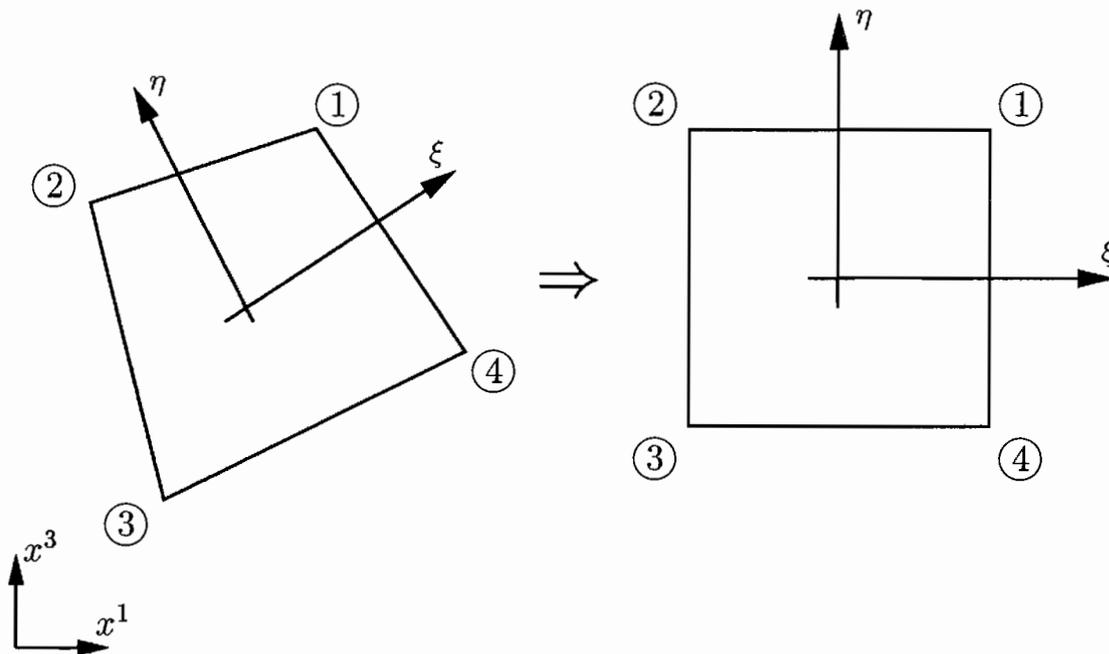


Abb. 5.1: Isoparametrisches 4-Knotenelement

Ein axialsymmetrisches Problem ohne Berücksichtigung der Schubverzerrungen aus Torsion liefert die Verschiebungen

$$u_1 = u_1(x^1, x^3), \quad u_2 = 0, \quad u_3 = u_3(x^1, x^3). \quad (5.8)$$

Für die Interpolation der Geometrie und der Verschiebung ergibt sich mit den Formfunktionen h_i

$$x_\alpha = \sum_{i=1}^4 h_i(\xi, \eta) \hat{x}_{i\alpha}, \quad \alpha = 1, 3, \quad (5.9)$$

$$u_\alpha = \sum_{i=1}^4 h_i(\xi, \eta) \hat{u}_{i\alpha}, \quad \alpha = 1, 3. \quad (5.10)$$

Das übergestellte Dach $\hat{}$ kennzeichnet hier die Elementknotenwerte und ist nicht zu verwechseln mit dem in Kapitel 3 verwendeten Zeichen für die Größen der Zwischenkonfiguration.

MITTELBACH [Mit95] untersucht verschiedene explizite und implizite Verfahren zur Zeitintegration der konstitutiven Beziehungen in Verbindung mit dem Kontinuums-Schädigungs-Modell. Die eingebetteten expliziten Integrationsverfahren von DORMAND und

PRINCE [DP80], [DP86] erweisen sich bei dieser Untersuchung als die für das vorliegende Problem am besten geeigneten. Aus diesem Grunde und aufgrund der ähnlichen Struktur der Materialgesetze des Kontinuums-Schädigungs-Modells und des Makro-Scherband-Modells soll hier ein Integrationsverfahren aus dieser Familie verwendet werden. Die von MITTELBACH eingeführte Vorabintegration des Maßes u für die Prozeßgeschwindigkeit hat sich als geeignetes Mittel zur Reduzierung der Rechenzeit bei guter Genauigkeit der Ergebnisse bewährt ([Mit95]), so daß sie hier für die Strukturrechnungen übernommen wird.

5.2 Auswertung des Integrals G_1

Zur Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit c eines Makro-Scherbandes aus Gleichung (3.92) muß das in Gleichung (3.85) definierte Oberflächenintegral G_1 ausgewertet werden. Die Wegunabhängigkeit des Integrationspfades wird von DIEHL [Die89] nachgewiesen. Zur Berechnung von G_1 wird die Einführung einer raumfesten Kurve Γ_{ext} , die zu jedem Zeitpunkt des Belastungsprozesses die Scherbandspitze enthält, vorgeschlagen. NISHIOKA und ATLURI [NA86] wählen diesen Ansatz zur Simulation einer Rißausbreitung. Das Ziel der Einführung einer raumfesten Kurve ist, die großen Gradienten an der Scherbandspitze nicht in die Berechnung einfließen zu lassen. Zur Erläuterung dieses Vorgehens stellt Abb. 5.2 die Spitze eines Makro-Scherbandes in einer ebenen Ansicht dar. Die Oberfläche $\Gamma = \Gamma_B \cup \Gamma_M$ umschließt ein mit der Scherbandspitze mitbewegtes infinitesimales Volumen V_Γ .

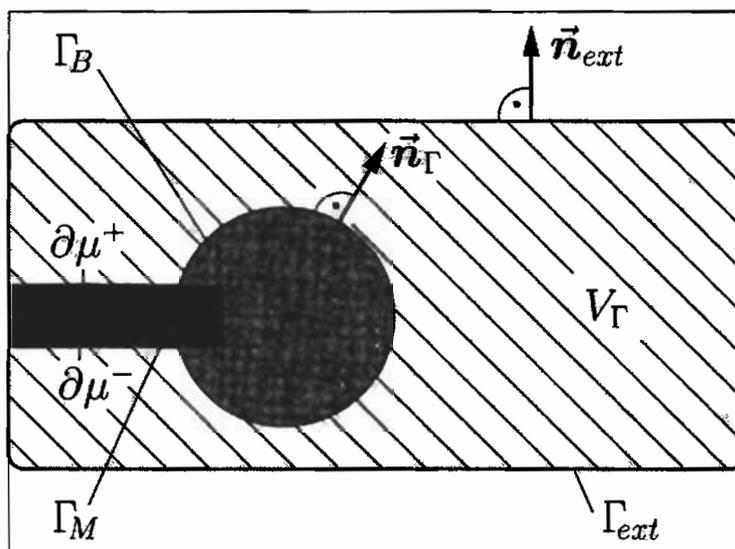


Abb. 5.2: Raumfester Integrationsbereich V_Γ mit Oberfläche Γ_{ext}

Mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß gelangt DIEHL, ausgehend von (3.85), zu einem Ausdruck der Form

$$G_1 = \int_{\Gamma_{ext}} \tilde{\mathbf{g}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_{ext} dA - \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{V_\Gamma} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{g}} dV, \quad (5.11)$$

in dem zum einen das Oberflächenintegral über die raumfeste Kurve Γ_{ext} , zum anderen das Volumenintegral über den schraffierten Bereich V_Γ , unter Aussparung des mitbewegten infinitesimalen Bereiches V_ϵ um die Scherbandspitze, ausgewertet werden muß. Als abkürzende Schreibweise wird hier für die Integranden aus (3.85)

$$\tilde{\mathbf{g}} = \begin{cases} \rho \varphi \tilde{\mathbf{e}}_c - \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot (\nabla \tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\mathbf{e}}_c & \text{für } \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{B} \\ \rho_M \varphi_M \tilde{\mathbf{e}}_c - \underline{\boldsymbol{\sigma}}_M \cdot (\nabla \tilde{\mathbf{u}}_M) \cdot \tilde{\mathbf{e}}_c & \text{für } \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{M} \end{cases} \quad (5.12)$$

verwendet, wobei $\tilde{\mathbf{x}}$ den Ortsvektor zu einem beliebigen Punkt der Oberfläche oder des Volumens kennzeichnet.

Die Bedeutung der Transformation von (3.85) nach (5.11) wird verdeutlicht, wenn man das Volumenintegral aus (5.11) wieder als Oberflächenintegral schreibt:

$$G_1 = \int_{\Gamma_{ext}} \tilde{\mathbf{g}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_{ext} dA - \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \left(\int_{\Gamma_{ext}} \tilde{\mathbf{g}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_{ext} dA - \int_{\Gamma} \tilde{\mathbf{g}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_\Gamma dA \right). \quad (5.13)$$

Hier wird also der Zufluß in das doppelt zusammenhängende Gebiet V_Γ von dem Zufluß in das von Γ_{ext} umrandete Gebiet subtrahiert, wie in Abb. 5.3 dargestellt.

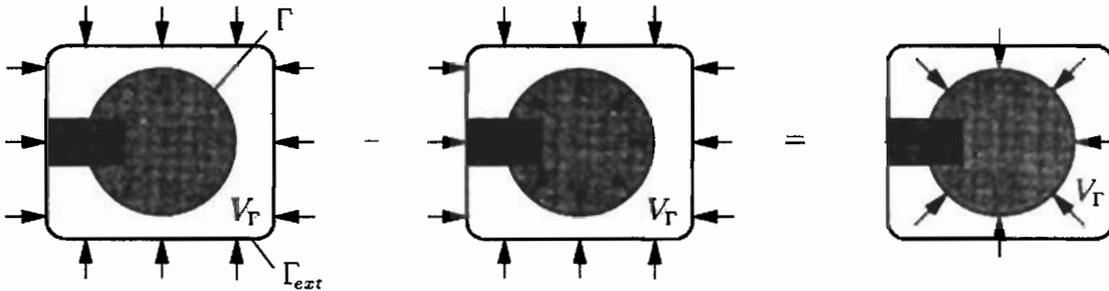


Abb. 5.3: Zur Berechnung des Integrals G_1 mit einer raumfesten Oberfläche Γ_{ext}

Das geschilderte Vorgehen beschränkt die Anwendbarkeit einer Untersuchung der Scherbandausbreitung auf solche Fälle, für welche der Verlauf der Scherbandausbreitung im voraus bekannt ist. Außerdem erfüllt die Einführung eines raumfesten Integrationsbereiches bei der Analyse der Scherbandausbreitung nicht den gewünschten Zweck. Im Gegensatz

zur Rißausbreitung mit spannungsfreien Rioberflchen erhält man bei einem Scherband nicht nur an der Spitze große Gradienten, sondern auch an den seitlichen Rändern $\partial\mu^\pm$, an denen das Scherband gemeinsame Grenzen mit dem umgebenden Material bildet. Es ist allerdings anzunehmen, daß die auftretenden Gradienten kleiner sind als bei einem Riproblem, da hier keine Materialtrennung, sondern lediglich ein anderes Materialverhalten auftritt. Die numerische Auswertung des Oberflächenintegrals aus Gleichung (5.11) im Rahmen einer FE-Simulation erwies sich zudem als instabil, so daß hier eine andere Vorgehensweise gewählt wird.

Um die Gradienten an den seitlichen Rändern zu umgehen, wird der Integrationsbereich V_ϵ vor die Scherbandspitze gelegt. Hiermit wird gleichzeitig erreicht, daß das in [Die89] ermittelte singuläre Verhalten einiger Größen an der Scherbandspitze außerhalb des Integrationsbereiches liegt, so daß die Gültigkeit des Integralsatzes von Gauß im gesamten Gebiet V_ϵ vorausgesetzt werden kann. Die Oberflächenintegrale aus (3.85) können dann auch direkt in die entsprechenden Volumenintegrale umgewandelt werden. Man ermittelt damit für G_1 den Ausdruck

$$G_1 = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{V_\epsilon} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{g}} \, dV. \quad (5.14)$$

Zur numerischen Auswertung dieses Integrals wird der Wert von $\tilde{\mathbf{g}}$ an jedem Gaußpunkt des FE-Netzes bestimmt. Hierzu wird zunächst mit

$$\rho g = \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_R - \rho \varphi \quad (5.15)$$

die spezifische freie Energie φ in (5.12) durch die spezifische Enthalpie g ersetzt. Für g wird dann der Ansatz

$$\begin{aligned} \rho g = & \frac{1}{2} \lambda_1 (\Theta - \Theta_0)^2 + \lambda_2 (\Theta - \Theta_0) \operatorname{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{2} \lambda_3 (\zeta) (\operatorname{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}})^2 + \frac{1}{2} \lambda_4 (\zeta) \operatorname{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^2 - \\ & \frac{1}{2} \mu_1 (\operatorname{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^0)^2 - \frac{1}{2} \mu_2 \operatorname{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{0^2} + \left(2 \mu_3 \|\underline{\boldsymbol{\sigma}}'\|^2 \sum_{\Lambda} \tilde{\mathbf{n}}_{\Lambda} \otimes \tilde{\mathbf{n}}_{\Lambda} \right) \cdot \underline{\mathbf{Z}}^0 + \frac{1}{2} \mu_4 \operatorname{tr} \underline{\mathbf{Z}}^{0^2} + \\ & \frac{1}{2} \mu_6 \Theta^{0^2} - \nu_2 \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\mathbf{X}}_T - \frac{1}{2} \nu_3 \kappa^2 + \nu_4 \kappa (\Theta - \Theta_0) - \frac{1}{2} \frac{k}{\tau_q \Theta} \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_q \cdot \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_q \end{aligned} \quad (5.16)$$

für die als thermodynamisches Potential verwendete Enthalpie mit den vereinfachenden Annahmen des Modells 1.2 eingesetzt. Schdigungseinflsse aus Porenbildung werden in dieser Formulierung aus Vereinfachungsgründen vernachlässigt. Die innere Variable $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_q$ wird in Zusammenhang mit der Einführung der Maxwell-Cattaneo-Gleichung zur Beschreibung der Wärmeleitung eingeführt und kann mit

$$\vec{\alpha}_q = -\frac{\tau_q}{k} \vec{q} \quad (5.17)$$

durch den Wärmestromvektor ersetzt werden ([Kos75]). Der Parameter λ_1 wird mit Hilfe der Beziehung (s. [Die89])

$$c_{\sigma\kappa} = \Theta \frac{\partial \eta}{\partial \Theta} = \Theta \frac{\partial^2 g}{\partial \Theta^2} = \frac{\Theta}{\rho} \lambda_1 - \frac{\tau_q}{\rho k \Theta^2} \vec{q} \cdot \vec{q} \quad (5.18)$$

durch die spezifische Wärmekapazität $c_{\sigma\kappa}$ ausgedrückt. Unter der Annahme einer adiabaten Prozeßführung erhält man schließlich für den Integranden aus (5.14)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{g} = \nabla \cdot \left\{ \left[-\frac{1}{2} \frac{\rho}{\Theta} c_{\sigma\kappa} (\Theta - \Theta_0)^2 + \frac{1}{2} \lambda_3(\zeta) (\text{tr} \underline{\sigma})^2 + \frac{1}{2} \lambda_4(\zeta) \text{tr} \underline{\sigma}^2 + \frac{1}{2} \mu_1 (\text{tr} \underline{\sigma}^0)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{2} \mu_2 \text{tr} \underline{\sigma}^{02} - \left(2 \mu_3 \|\underline{\sigma}'\|^2 \sum_{\Lambda} \vec{n}_{\Lambda} \otimes \vec{n}_{\Lambda} \right) \cdot \underline{Z}^0 - \frac{1}{2} \mu_4 \text{tr} \underline{Z}^{02} - \frac{1}{2} \mu_6 \Theta^{02} + \right. \right. \\ \left. \left. \nu_2 \underline{\sigma} \cdot \underline{X}_T + \frac{1}{2} \nu_3 \kappa^2 - \nu_4 \kappa (\Theta - \Theta_0) \right] \cdot \vec{e}_c - \underline{\sigma} \cdot \nabla \vec{u} \cdot \vec{e}_c \right\}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Nach der Bestimmung der Werte von \vec{g} an allen Gaußpunkten eines Elementes wird die Richtungsableitung an jedem Gaußpunkt näherungsweise zwischen benachbarten Gaußpunkten innerhalb eines Elementes numerisch ermittelt. ATLURI [Atl86] verwendet dieses Vorgehen zur Berechnung der Ableitung der spezifischen Formänderungsenergie bei einem Rißausbreitungsproblem.

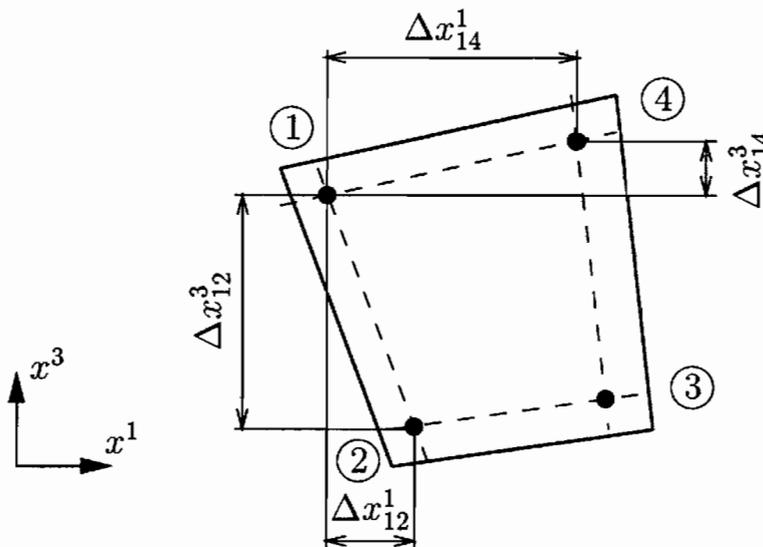


Abb. 5.4: Deformiertes finites Element mit Gaußpunkten

Für die Bestimmung der Richtungsableitungen des ersten Gaußpunktes $\textcircled{1}$ ergeben sich beispielsweise die beiden folgenden Gleichungssysteme (5.20) und (5.21) für den hier betrachteten axialsymmetrischen Fall:

$$\begin{aligned}\tilde{g}_1^{\textcircled{1}} + \Delta x_{12}^1 \tilde{g}_{1,1}^{\textcircled{1}} + \Delta x_{12}^3 \tilde{g}_{1,3}^{\textcircled{1}} &= \tilde{g}_1^{\textcircled{2}} \\ \tilde{g}_1^{\textcircled{1}} + \Delta x_{14}^1 \tilde{g}_{1,1}^{\textcircled{1}} + \Delta x_{14}^3 \tilde{g}_{1,3}^{\textcircled{1}} &= \tilde{g}_1^{\textcircled{4}}\end{aligned}\quad (5.20)$$

$$\begin{aligned}\tilde{g}_3^{\textcircled{1}} + \Delta x_{12}^1 \tilde{g}_{3,1}^{\textcircled{1}} + \Delta x_{12}^3 \tilde{g}_{3,3}^{\textcircled{1}} &= \tilde{g}_3^{\textcircled{2}} \\ \tilde{g}_3^{\textcircled{1}} + \Delta x_{14}^1 \tilde{g}_{3,1}^{\textcircled{1}} + \Delta x_{14}^3 \tilde{g}_{3,3}^{\textcircled{1}} &= \tilde{g}_3^{\textcircled{4}}\end{aligned}\quad (5.21)$$

Aus diesen Gleichungssystemen können die gesuchten Größen $\tilde{g}_{1,1}^{\textcircled{1}}$ und $\tilde{g}_{3,3}^{\textcircled{1}}$ bestimmt werden. Die Indizes kennzeichnen hierbei die Komponente des Vektors bzw. die Richtung der Ableitung, während Δx_{jk}^i den Abstand in i -Richtung zwischen den Gaußpunkten \textcircled{j} und \textcircled{k} beschreibt. Die Summation über alle Gaußpunkte des Bereiches V_ε liefert dann das Ergebnis des Volumenintegrals aus Gleichung (5.14).

Die Einbeziehung der Werte benachbarter Elemente zur Gradientenberechnung wäre numerisch erheblich aufwendiger, da in diesem Falle alle aktuellen Koordinaten und Werte des betrachteten Bereiches gespeichert werden müßten, um die Berechnung der Ableitungen nach der Auswertung des letzten Gaußpunktes dieses Gebietes durchführen zu können. Bei dem hier beschriebenen Vorgehen ist es demgegenüber lediglich erforderlich, die Werte an den Gaußpunkten eines Elementes zu speichern, so daß für jedes Element der Beitrag zu G_1 sofort berechnet werden kann. Die numerisch stabilen Ergebnisse rechtfertigen die Anwendung dieses Verfahrens.

Für die in Kapitel 6 durchgeführten numerischen Simulationen des Strukturverhaltens wird für das Integrationsvolumen V_ε ein torusförmiger Bereich vor der Scherbandspitze mit einem Radius von $1 \cdot 10^{-3}$ m verwendet. Ein Vergleich der ermittelten Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Makro-Scherbandes bei einer Variation dieses Parameters zeigt eine sehr gute Konvergenz für ansteigende Werte des Torusradius. Nach unten ist die Wahl der Größe des Integrationsvolumens durch die Diskretisierung der Struktur innerhalb des Schädigungsbereiches beschränkt. Hierbei muß sichergestellt werden, daß eine ausreichende Anzahl von Gaußpunkten zur Berechnung des Volumenintegrals herangezogen wird, um z.B. die aus der Gradientenberechnung resultierenden Ungenauigkeiten ausgleichen zu können.

5.3 Der Algorithmus zur Simulation der Makro-Scherbandausbreitung

Die Entstehung eines Makro-Scherbandes ist, wie in Kapitel 3 erläutert, an das Versagenskriterium gekoppelt. Bei Erreichen oder Überschreiten des kritischen Wertes des gerichteten Mikro-Scherband-Volumenanteils wird angenommen, daß die Mikro-Scherbänder innerhalb des repräsentativen Volumenelementes zu einem Makro-Scherband zusammenwachsen.

Zur Überprüfung des Versagenskriteriums wird deshalb nach Beendigung eines Zeitschrittes an jedem Gaußpunkt eine Eigenwertberechnung des Scherband-Schädigungstensors \underline{Z}^0 durchgeführt. Ist das Versagenskriterium an einem Gaußpunkt erfüllt, wird eine Umschaltung des Materialgesetzes für diesen Gaußpunkt vorgenommen.

Durch den ähnlichen Aufbau der konstitutiven Beziehungen des Kontinuums-Schädigungs-Modells und des Makro-Scherband-Materialgesetzes treten bei der Umschaltung, trotz großer Gradienten im Verhalten der internen Variablen, besonders der Spannung und der Temperatur (vgl. Kapitel 6), keine numerischen Probleme auf. Dieses numerisch gutmütige Verhalten ist darauf zurückzuführen, daß das Makro-Scherband-Materialgesetz durch Vereinfachungen und moderate Variation der Materialparameter aus dem Kontinuums-Schädigungs-Modell hervorgegangen ist.

In dem auf die erstmalige Umwandlung eines Gaußpunktes zu einem „Makro-Scherband-Gaußpunkt“ folgenden Zeitschritt wird über die Berechnung des Integrals G_1 mit (5.14) und die Auswertung der Gleichung (3.92) die Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnet, falls die „Fließbedingung“ (3.88) für eine instabile Ausbreitung des Makro-Scherbandes erfüllt ist. Die Richtung der Ausbreitung wird unter Berücksichtigung des aktuellen Spannungszustandes des betrachteten Gaußpunktes mit Hilfe der Gleichung (3.81b) bestimmt.

Die nachfolgenden Ausführungen zur instabilen Ausbreitung eines Makro-Scherbandes beschränken sich auf die Betrachtung des zuerst entstandenen Makro-Scherbandes. Hierbei wird vorausgesetzt, daß das zuerst entstandene Makro-Scherband einen dominierenden Einfluß auf das Deformations- und Schädigungsverhalten der Struktur hat. Davon unabhängig ist es durch die Erfüllung des Versagenskriteriums auch danach möglich, daß weitere Gaußpunkte außerhalb des Einflußbereiches dieses Makro-Scherbandes zu „Makro-Scherband-Gaußpunkten“ – im Sinne einer stabilen Ausbreitung – umgewandelt werden. Die Beschränkung auf die instabile Ausbreitung nur eines Makro-Scherbandes erfolgt auch aus Vereinfachungsgründen. Programmtechnisch ist die Berücksichtigung weiterer Makro-Scherbänder realisierbar.

Die Lage des ersten „Makro-Scherband-Gaußpunktes“ bildet für die weiteren Betrachtungen den Ausgangspunkt des sich ausbreitenden Makro-Scherbandes. Hierbei werden even-

tuelle Verschiebungen des Punktes durch Deformationen berücksichtigt. Mit der Kenntnis des Vektors der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist es am Ende eines Zeitschrittes möglich, die Lage der Makro-Scherbandspitze zu bestimmen. Die Ausbreitungsrichtung des Makro-Scherbandes wird als konstant während des gesamten Prozesses angenommen. Eine fortlaufende Aktualisierung der Ausbreitungsrichtung ließe sich durch die Berücksichtigung des Spannungszustandes vor der aktuellen Makro-Scherbandspitze realisieren. Hierzu müßte die Makro-Scherbandspitze zunächst einem Element des FE-Netzes zugeordnet werden. Anschließend könnten dann durch Interpolation die Werte des Spannungstensors an der Makro-Scherbandspitze ermittelt werden. Da auch mit der konstanten Ausbreitungsrichtung bereits die aus Experimenten bekannte Scherbandentwicklung gut nachgebildet werden kann (vgl. Kapitel 7), wird bisher auf diese Erweiterung verzichtet.

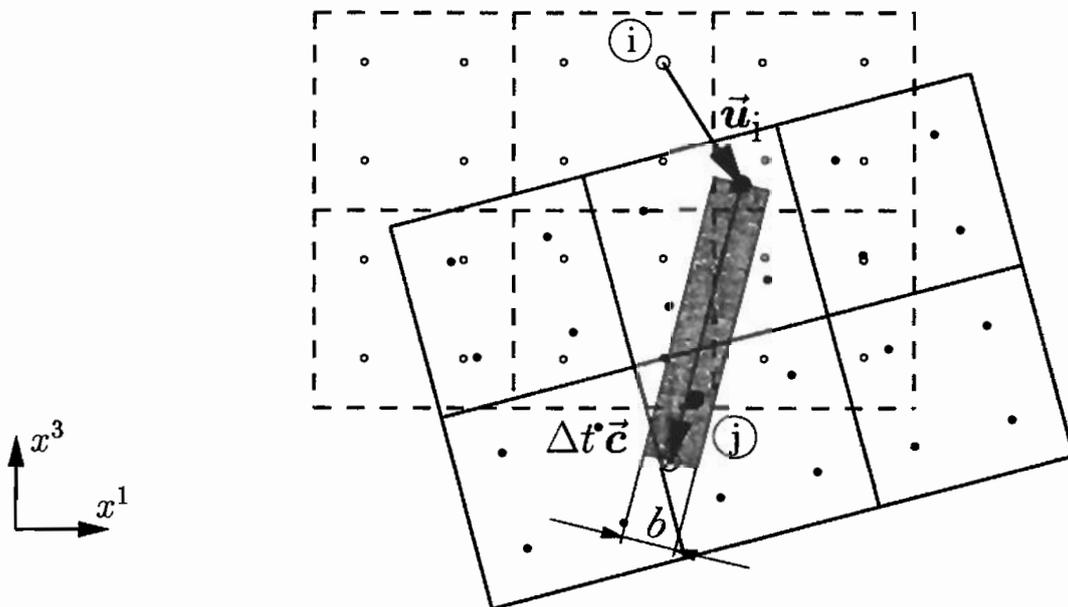


Abb. 5.5: Ausschnitt aus einem FE-Netz mit „Makro-Scherband-Gaußpunkten“

Mit der Bestimmung der Lage der Makro-Scherbandspitze ist es dann möglich, einen Einflußbereich des Makro-Scherbandes festzulegen. Innerhalb dieses Einflußbereiches sollen alle Gaußpunkte umgewandelt werden. Hierzu wird ein orthogonaler Abstand $\frac{b}{2}$ von dem Vektor vom aktualisierten Ausgangspunkt \textcircled{i} zur Makro-Scherbandspitze \otimes definiert. Dieses Vorgehen wird in Abb. 5.5 verdeutlicht. Der Gaußpunkt \textcircled{j} innerhalb des dunkel unterlegten Einflußbereiches würde in der gezeigten Situation zu einem „Makro-Scherband-Gaußpunkt“ umgewandelt. Im nächsten Zeitschritt würde dementsprechend das Makro-Scherband-Materialgesetz für diesen Punkt zur Anwendung kommen.

Die Breite b des Einflußbereiches legt damit implizit die Dicke des entstehenden Makro-Scherbandes fest. Die Scherbanddicke wird in einer Reihe von Veröffentlichungen als zusätzliche Materialfunktion eingeführt. Grundlage der Überlegungen, die zur Festlegung einer solchen Größe führen, sind häufig Stabilitätsuntersuchungen an dem zugrundegelegten Materialmodell. Experimentelle Untersuchungen der Breite der durch ein Makro-Scherband geschädigten Zone weisen eine starke Abhängigkeit dieser Größe von dem untersuchten Material und der aufgetragenen Beanspruchung nach. Ein allgemeingültiger Zusammenhang zwischen den genannten Größen ist bisher allerdings nicht zu erkennen. Die Untersuchungen zu dieser Fragestellung beschränken sich aufgrund der Komplexität des Zusammenhanges häufig auf eine spezielle Versuchsanordnung und vereinfachende Annahmen bezüglich des Materialverhaltens (vgl. BAI und DODD [BD92]).

Übereinstimmend wird über eine Vergrößerung der Scherbanddicke mit steigender Wärmeleitfähigkeit des untersuchten Materials und sinkender Deformationsgeschwindigkeit berichtet (z.B. [BD92], [ZNC94]). Der Hintergrund für diese beiden Abhängigkeiten liegt in der Definition des Makro-Scherbandes als ein Bereich stark erhöhter Temperatur im Vergleich zu dem umgebenden Material. Bei einer hohen Wärmeleitfähigkeit des Materials erscheint dieser Bereich naturgemäß größer als bei einer geringen Wärmeleitfähigkeit. Der Zusammenhang mit der Deformationsgeschwindigkeit ist umgekehrt proportional, da eine hohe Belastungsgeschwindigkeit dem Material weniger Zeit läßt, die entstehenden Temperaturkonzentrationen an die Umgebung abzuführen, so daß sich der Bereich des Scherbandes auf eine schmale Zone konzentriert.

Beispielhaft seien hier einige Angaben zur Berechnung der Scherbanddicke 2δ aus der Literatur angegeben. Es wird die Notation aus der Darstellung in [BD92] verwendet.

DODD und BAI [DB85] geben als Maß für die Scherbanddicke

$$\delta = \sqrt{\frac{\lambda \Theta_*}{\beta \tau_* \dot{\gamma}_*}} \quad (5.22)$$

an. Die mit einem $*$ gekennzeichneten Größen in Gleichung (5.22) sollen Werte innerhalb des Scherbandes kennzeichnen. WU und FREUND [WF84] ermitteln aus numerischen Simulationen die empirischen Zusammenhänge

$$\delta = 18.3 \frac{c_0}{\dot{\gamma}_0} \sqrt{\frac{U + u^*}{c_0}} \quad \text{bzw.} \quad \delta = \frac{0.014 c_0^2}{\dot{\gamma}_0 (U + u^*)} \quad (5.23)$$

für eine lineare bzw. logarithmische Dehnratenabhängigkeit des Materialverhaltens.

MERZER [Mer92] identifiziert die Dicke des Scherbandes mit einer Zone, in der Wärmediffusion zu beobachten ist:

$$\delta \approx \sqrt{\kappa t} \approx \sqrt{\kappa \frac{\gamma_*}{\dot{\gamma}_*}} . \quad (5.24)$$

Die dargestellten Zusammenhänge sollen die Verschiedenartigkeit der Ansätze hervorheben und auf die Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der exakten Definition der Scherbandzone hinweisen. So ist beispielsweise auch in Abb. 2.3c der Bereich der lokalisierten plastischen Deformation nicht klar von dem umgebenden Material zu trennen.

In einer realistischen Simulation der Ausbreitung eines Scherbandes sollte die Scherbanddicke nicht als belastungs- und materialabhängige Größe explizit vorgegeben werden, sondern implizit aus der Berechnung der Deformation und des Temperaturverlaufes resultieren. Dies erfordert unter anderem die vollständige Berücksichtigung des Wärmeleitungsproblems sowie eine sehr feine Diskretisierung in der Umgebung des Scherbandes.

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen wird die Größe der Einflußzone auf $b = 4 \cdot 10^{-4}$ m festgelegt. Dieser Wert erscheint relativ groß gewählt, da er im oberen Bereich beobachteter Scherbanddicken ($2\delta = 1 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-4}$ m) in metallischen Werkstoffen liegt ([BD92]). Die Wahl dieser Größe muß in Zusammenhang mit der Diskretisierung des FE-Netzes gesehen werden: b sollte sinnvollerweise so groß gewählt werden, daß die hohen Gradienten an den Rändern der Einflußzone abgebildet werden können. Bei der in den Beispielen zur Simulation des Strukturverhaltens verwendeten Diskretisierung der Struktur durch 4-Knotenelemente mit bilinearem Ansatz und der minimalen Elementgröße von $1 \cdot 10^{-4}$ m x $3.7 \cdot 10^{-4}$ m, erscheint die Festlegung eines kleineren Einflußbereiches nicht sinnvoll. Eine feinere Diskretisierung wird aus Gründen der Beschränkung der Rechenzeit nicht vorgenommen.

Auch die bisherige Beschränkung auf die Berechnung näherungsweise adiabater Prozesse macht die Einführung einer konstanten Breite des Einflußbereiches plausibel. Die Breite b soll hier nicht als eine „internal length scale“ Variable verstanden werden, wie sie häufig zur Simulation eines Lokalisierungs- oder Versagensproblems eingesetzt wird (z.B. [Tve82]), sondern lediglich als numerische Hilfsgröße, die einen Algorithmus zur Umwandlung der Materialeigenschaften ermöglicht. Die Breite des entstehenden Makro-Scherbandes kann dann, wie oben erwähnt, beispielsweise durch den Bereich erhöhter Temperaturen bzw. großer Schubverformungen aus den Simulationsergebnissen festgelegt werden, ohne sie im vorhinein explizit vorzugeben. Bei entsprechender Diskretisierung und Berücksichtigung aller thermischen Effekte können damit sinnvolle Ergebnisse erwartet werden.

Das nachfolgende Flußdiagramm in Abb. 5.6 soll den Ablauf des Programmes zur Berechnung der Makro-Scherbandausbreitung verdeutlichen.

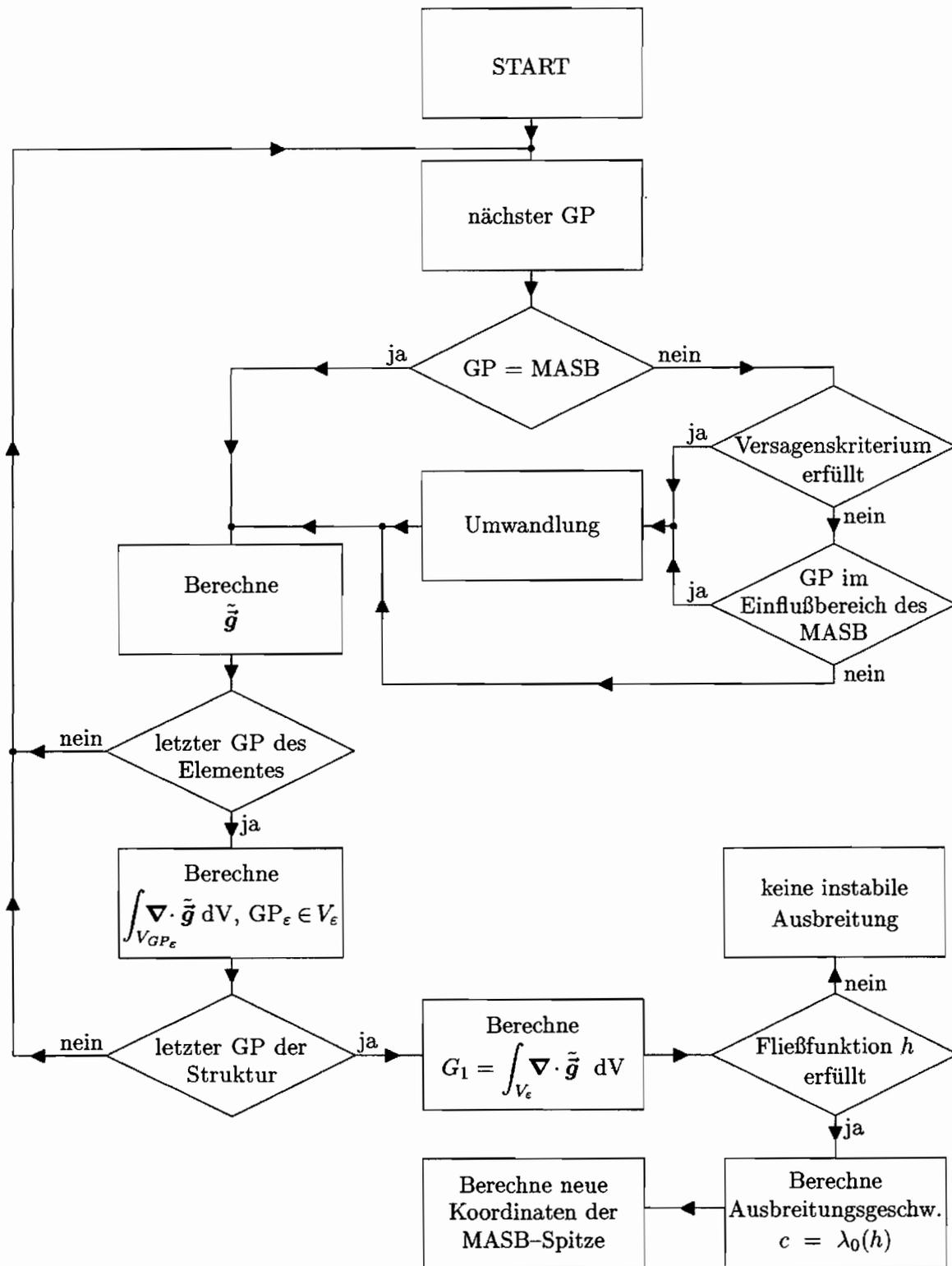


Abb. 5.6: Zum Algorithmus der Simulation der Scherbandausbreitung

6. Numerische Simulation des Materialverhaltens

Im folgenden werden einige Ergebnisse der FE-Simulation homogener Zug- und Druckexperimente vorgestellt, die das Materialverhalten simulieren sollen. Die gute Übereinstimmung der FE-Ergebnisse mit der eindimensionalen Stoffgesetzintegration wurde von MITTELBACH [Mit95] für das Kontinuums-Schädigungs-Modell gezeigt. Aufgrund der moderaten Änderungen der Materialparameter des Scherband-Schädigungstensors ergeben sich keine gravierenden Abweichungen von dem in [Mit95] gezeigten Materialverhalten (vgl. Kapitel 4), so daß hier auf einen Vergleich mit der eindimensionalen Stoffgesetzintegration verzichtet wird. Die verwendete axialsymmetrische Struktur mit Einheits-Querschnittsfläche und einer einaxialen Belastung durch vorgegebene Verschiebungen u ist in Abb. 6.1 dargestellt.

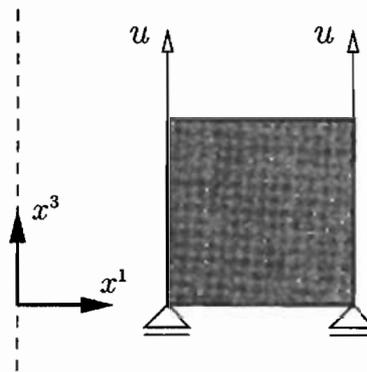


Abb. 6.1: Axialsymmetrische FE-Struktur für den Zug-/Druckversuch

Zunächst wird das Verhalten des Scherbandmaterials in einem Zugversuch für die Deformationsgeschwindigkeiten $\dot{\varepsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4$ und $10^5 \frac{1}{s}$ bis zu einer Dehnung $\varepsilon \approx 14\%$ gezeigt. Das zugrundeliegende Differentialgleichungssystem ist im Anhang B.2 zusammengestellt, die Materialfunktionen und -parameter sind im Anhang A.2 zu finden. Die Spannungs- und Verzerrungsgrößen werden jeweils auf die Fließspannung und die zugehörige Fließdehnung des Kontinuums-Schädigungs-Modells bei quasistatischen Prozessen, d.h. $\sigma_f = 300 \text{ MPa}$ und $\varepsilon_f = 1.42857 \cdot 10^{-3}$, normiert (vgl. Kapitel 4).

In Abb. 6.2 ist der geschwindigkeitsabhängige Spannungsverlauf des Scherbandmaterials zu erkennen. Mit wachsender Deformationsgeschwindigkeit steigen die Proportionalitätsgrenze und das Spannungsniveau im plastischen Bereich an. Der Anstieg beträgt

ungefähr 30% über die zehn Dekaden der Deformationsgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeitsabhängigkeit ist damit im Vergleich zum Kontinuums-Schädigungs-Modell deutlich geringer ausgeprägt modelliert. Das Scherbandmaterial zeigt ein leicht verfestigendes Verhalten.

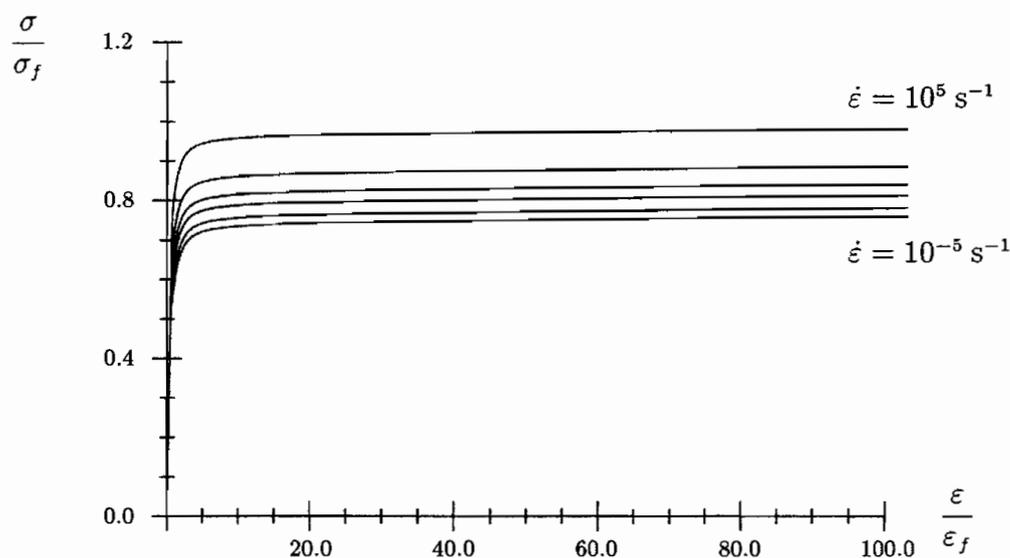


Abb. 6.2: Axialspannung für $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Scherbandmaterial, Zugversuch

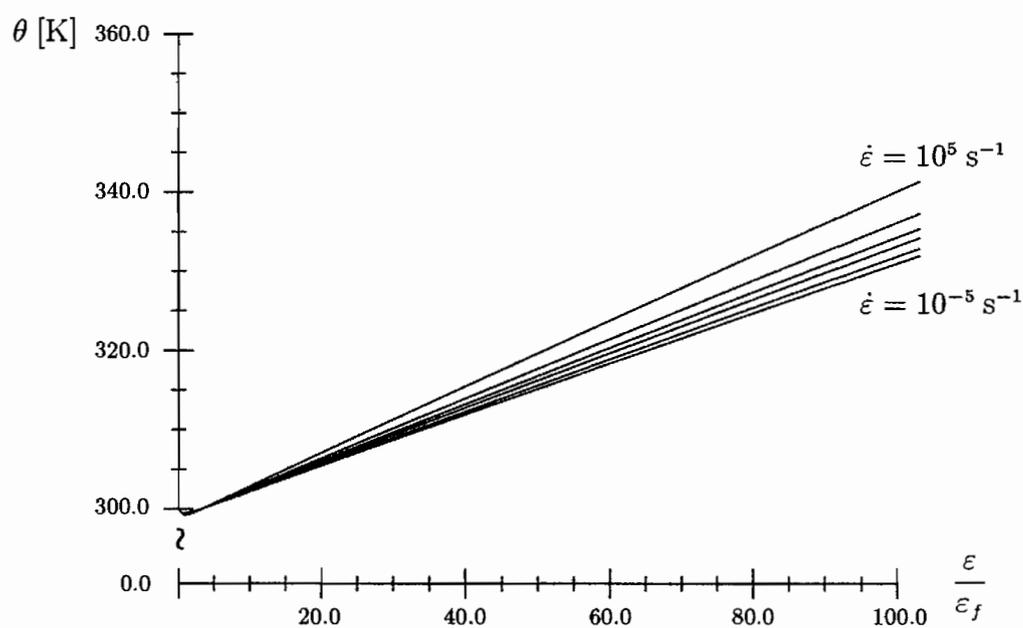


Abb. 6.3: Temperaturentwicklung für $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Scherbandmaterial, Zugversuch

Die Temperaturentwicklung in Abb. 6.3 zeigt ein zunehmendes Temperaturniveau mit steigender Deformationsgeschwindigkeit. Bei einer Dehnung von $\varepsilon \approx 14\%$ erkennt man für $\dot{\varepsilon} = 10^5 \frac{1}{s}$ einen Anstieg von der Ausgangstemperatur $\Theta_0 = 300 \text{ K}$ auf über 340 K .

Ein Vergleich zwischen Zug- und Druckbeanspruchung des Scherbandmaterials ist in den folgenden Abbildungen 6.4 und 6.5 dargestellt. Die Ergebnisse der Druckversuche sind strichpunktiert dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden nur die Ergebnisse der Versuche für $|\dot{\varepsilon}| = 10^{-5} \frac{1}{s}$ und $|\dot{\varepsilon}| = 10^5 \frac{1}{s}$ gezeigt.

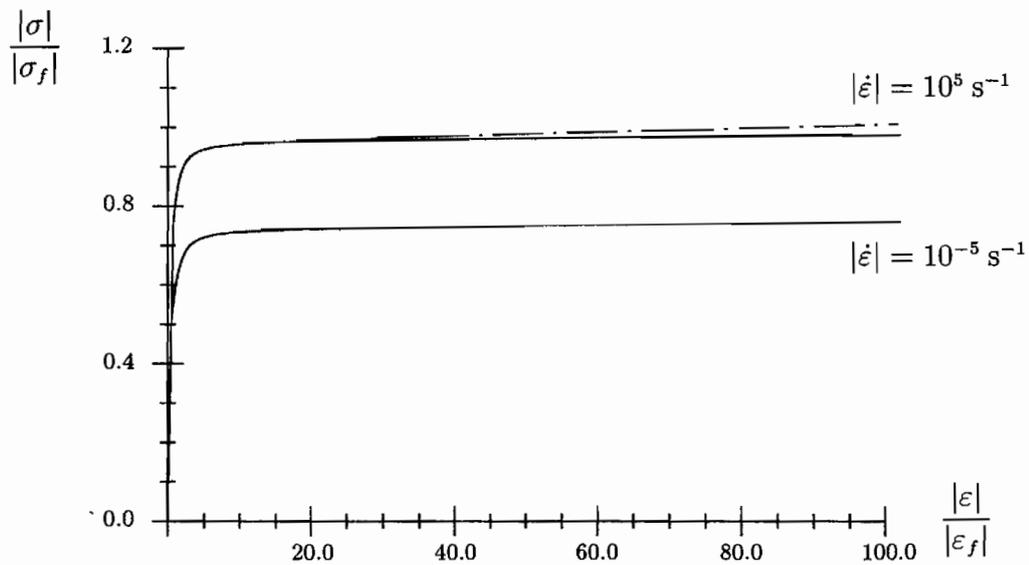


Abb. 6.4: Axialspannung für $|\dot{\varepsilon}| = 10^{-5}, 10^5 \frac{1}{s}$, Scherbandmaterial, Vergleich Zugversuch (durchgezogen) / Druckversuch (strichpunktiert)

Der Verlauf der Spannungen zeigt hier ein geringfügig höheres Niveau für den Druckversuch. Dieses Verhalten ist mit der FE-Modellierung der homogenen Versuche zu erklären. Die Verschiebungen werden in gleichmäßigen Schritten mit $u = konst.$ aufgebracht (vgl. Abb. 6.1). Durch die Wahl des Zeitschrittes kann dann die gewünschte Deformationsgeschwindigkeit realisiert werden. Durch dieses Vorgehen ergibt sich bei der Berechnung der Belastungsgeschwindigkeit bezogen auf die jeweils aktuelle Länge des Körperelementes beim Zugversuch ein leicht abnehmender Wert der Belastungsgeschwindigkeit mit fortschreitender Versuchsdauer, während die Belastungsgeschwindigkeit des Druckversuches entsprechend zunimmt. Für einen nominellen Wert von $|\dot{\varepsilon}| = 10^5 \frac{1}{s}$ ergeben sich damit bei einer Dehnung $|\varepsilon| = 14\%$ reale Belastungsgeschwindigkeiten von $|\dot{\varepsilon}_{zug}| \approx 8.77 \cdot 10^4 \frac{1}{s}$ bzw. $|\dot{\varepsilon}_{druck}| \approx 1.16 \cdot 10^5 \frac{1}{s}$.

Der Temperaturverlauf zeigt ein deutlich höheres Temperaturniveau für den Druckversuch. Dieses Verhalten resultiert neben dem oben erwähnten Grund hauptsächlich aus dem anfänglichen Temperaturabfall im elastischen Bereich beim Zugversuch.

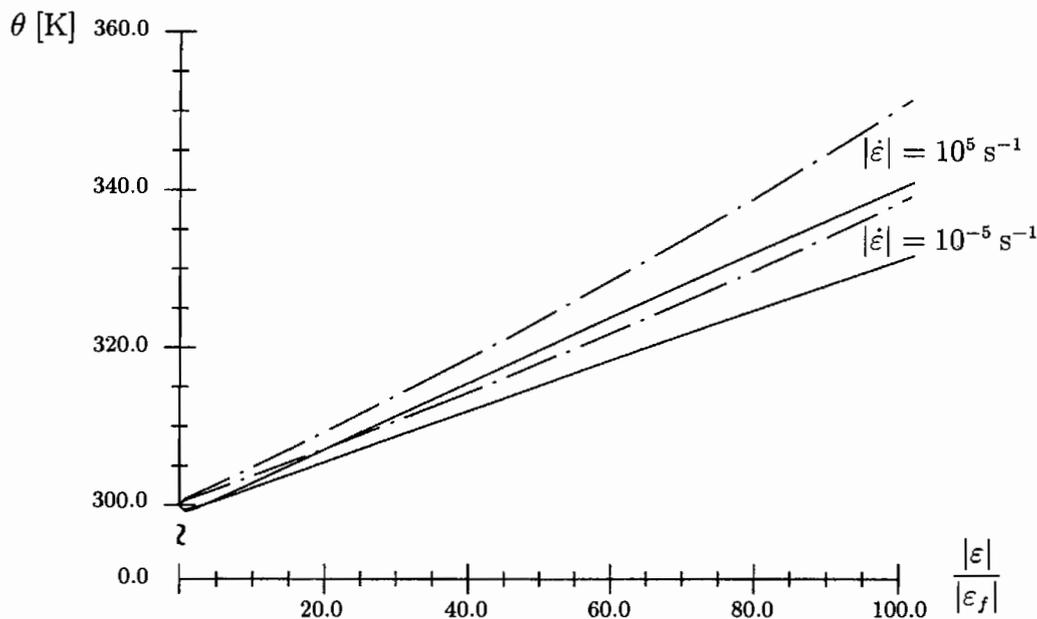


Abb. 6.5: Temperaturentwicklung für $|\dot{\epsilon}| = 10^{-5}, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Scherbandmaterial, Vergleich Zugversuch (durchgezogen) / Druckversuch (strichpunktiert)

Die Abbildungen 6.6 bis 6.9 zeigen die Verläufe von Axialspannung, Temperatur, Schädigungsvariable Z^0 und Spannungskonzentration σ^0 bei Berücksichtigung des Versagenskriteriums für den homogenen Zugversuch. Bei diesen Simulationen wird zunächst das Kontinuums-Schädigungs-Modell für das axialsymmetrische Körperelement verwendet. Bei Erreichen des kritischen Wertes des Mikro-Scherband-Volumenanteils erfolgt ein Wechsel auf das Materialmodell für Makro-Scherbänder. Die strichpunktierten Linien deuten das Verhalten des Kontinuums-Schädigungs-Modells ohne Berücksichtigung des Versagenskriteriums an.

In den Spannungs- und Temperaturplots wird die stärkere Geschwindigkeitsabhängigkeit des Kontinuums-Schädigungs-Modells gegenüber dem in den Abbildungen 6.2 und 6.3 gezeigten Verhalten des Makro-Scherband-Modells verdeutlicht. Nach dem Zeitpunkt des Wechsels der Materialbeschreibung ist ein starker Abfall der Spannungs- (Abb. 6.6) und ein starker Anstieg der Temperaturverläufe (Abb. 6.7) für die Versuche mit hoher Belastungsgeschwindigkeit zu erkennen.

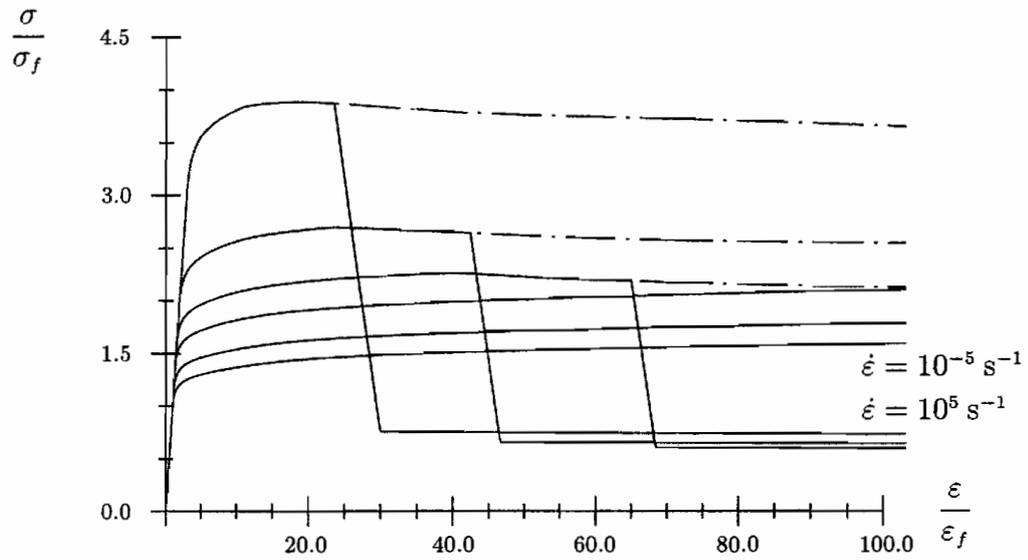


Abb. 6.6: Axialspannung für $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Materialumschaltung, Zugversuch

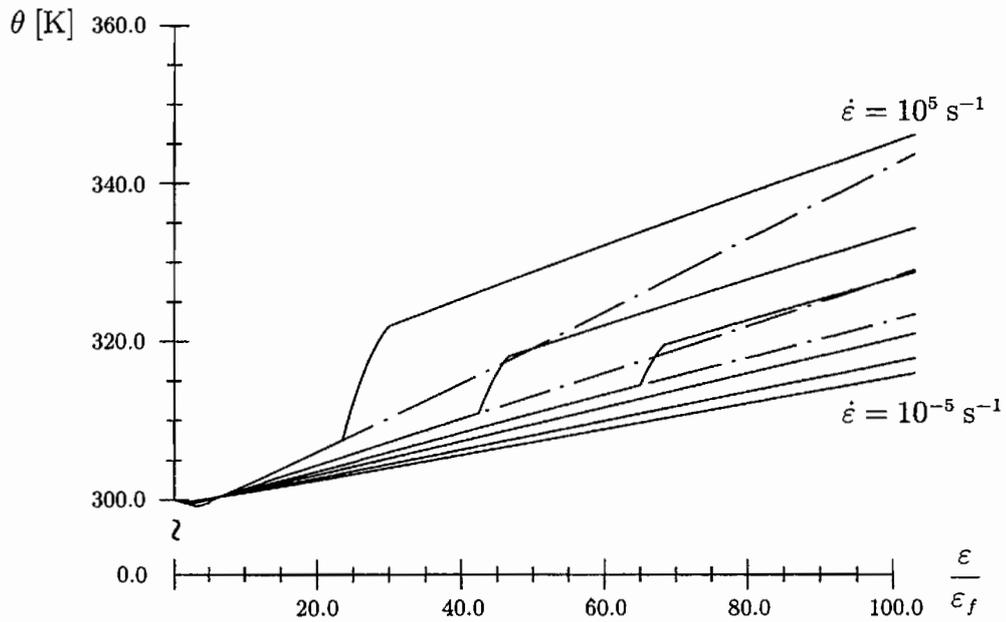


Abb. 6.7: Temperaturentwicklung für $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Materialumschaltung, Zugversuch

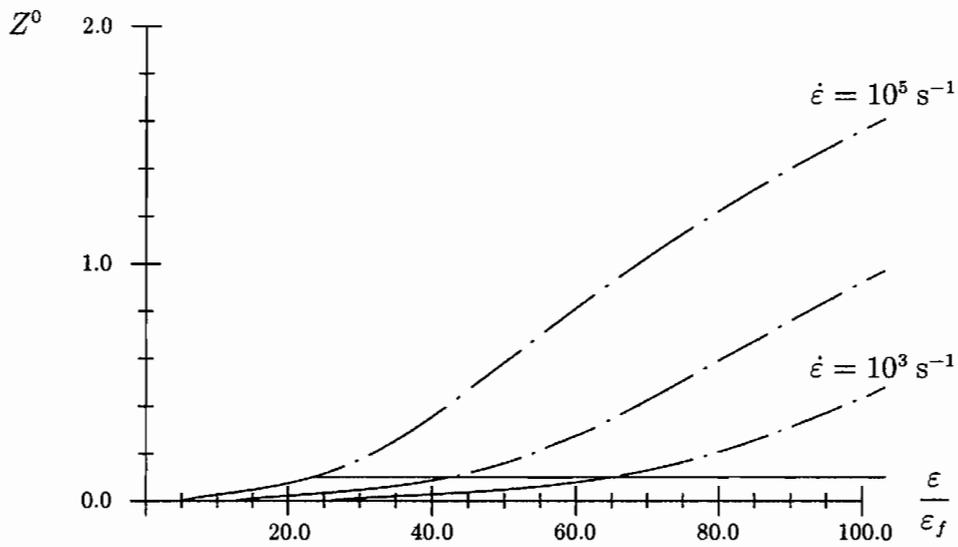


Abb. 6.8: Schädigungsvariable Z^0 für $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Materialumschaltung, Zugversuch

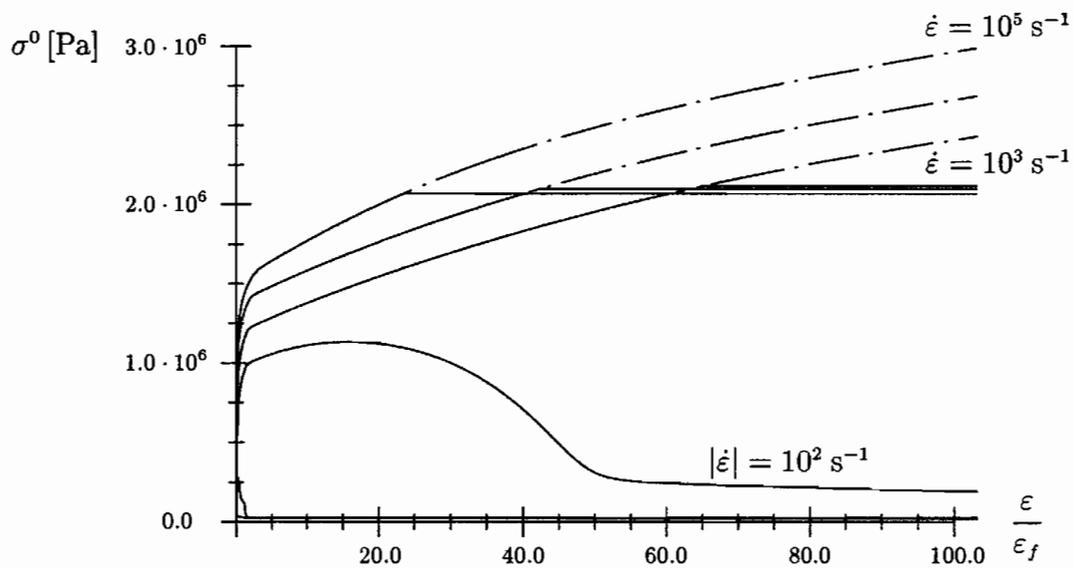


Abb. 6.9: Spannungskonzentration σ^0 für $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Materialumschaltung, Zugversuch

Die Schädigungsvariable Z^0 und die Spannungskonzentration σ^0 zeigen nach der Erfüllung des Versagenskriteriums in den Versuchen mit $\dot{\varepsilon} = 10^3, 10^4$ und $10^5 \frac{1}{\text{s}}$ einen konstanten Verlauf, da für das Scherbandmaterial keine Schädigungsentwicklung berücksichtigt wird. Bei Versuchen mit Belastungsgeschwindigkeiten $|\dot{\varepsilon}| \lesssim 5 \cdot 10^2 \frac{1}{\text{s}}$ werden die Spannungs- und Temperaturkonzentrationen durch Versetzungsbewegungen schnell genug abgebaut, so daß es nicht zu einer Schädigungsentwicklung kommt. Dementsprechend erfolgt bei diesen Versuchen keine Umschaltung der Materialbeschreibung.

Der Effekt des Abbaus der Spannungskonzentrationen ist am Beispiel des Zugversuches mit $\dot{\varepsilon} = 10^2 \frac{1}{\text{s}}$ in Abb. 6.9 gut zu erkennen. Der Wert der Spannungskonzentration steigt zunächst steil auf ungefähr $1.1 \cdot 10^6$ Pa an, um dann ähnlich schnell wieder abzufallen. Die Prozesse für $\dot{\varepsilon} = 10^{-5}$ und $10^0 \frac{1}{\text{s}}$ zeigen nur sehr schwache Spannungskonzentrationsbildung, die rasch abgebaut wird. Die Kurven dieser Versuche verlaufen ab $\varepsilon \approx 3\%$ parallel zur Abszisse auf einem Niveau $\sigma^0 < 5 \cdot 10^4$ Pa und sind dementsprechend schwer zu erkennen. Aufgrund des Abbaus der Spannungskonzentration zeigen die Versuche mit $\dot{\varepsilon} = 10^{-5}, 10^0$ und $10^2 \frac{1}{\text{s}}$ in Abb. 6.8 keine Schädigungsentwicklung, so daß das Versagenskriterium bei diesen Versuchen nicht erfüllt werden kann.

7. Ein Beispiel zur numerischen Simulation des Strukturverhaltens

Als Beispiele für die Simulation des Strukturverhaltens bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen unter Berücksichtigung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder sollen in diesem Kapitel die Ergebnisse der FE-Simulation verschiedener Durchschlagversuche („plugging test“) dargestellt werden.

Abb. 7.1 zeigt anhand eines axialsymmetrischen FE-Modells schematisch den Aufbau eines solchen Versuches. Ein Zylinder stößt mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten, hier im Bereich zwischen 30 m/s und 200 m/s auf eine am Rand eingespannte Kreisplatte. CHEN [Che92] simuliert einen ähnlichen Versuch an einer Kreisplatte aus hochfestem Stahl (HY100) mit Hilfe eines Bruchkriteriums, ohne Scherbandentwicklung zu berücksichtigen.

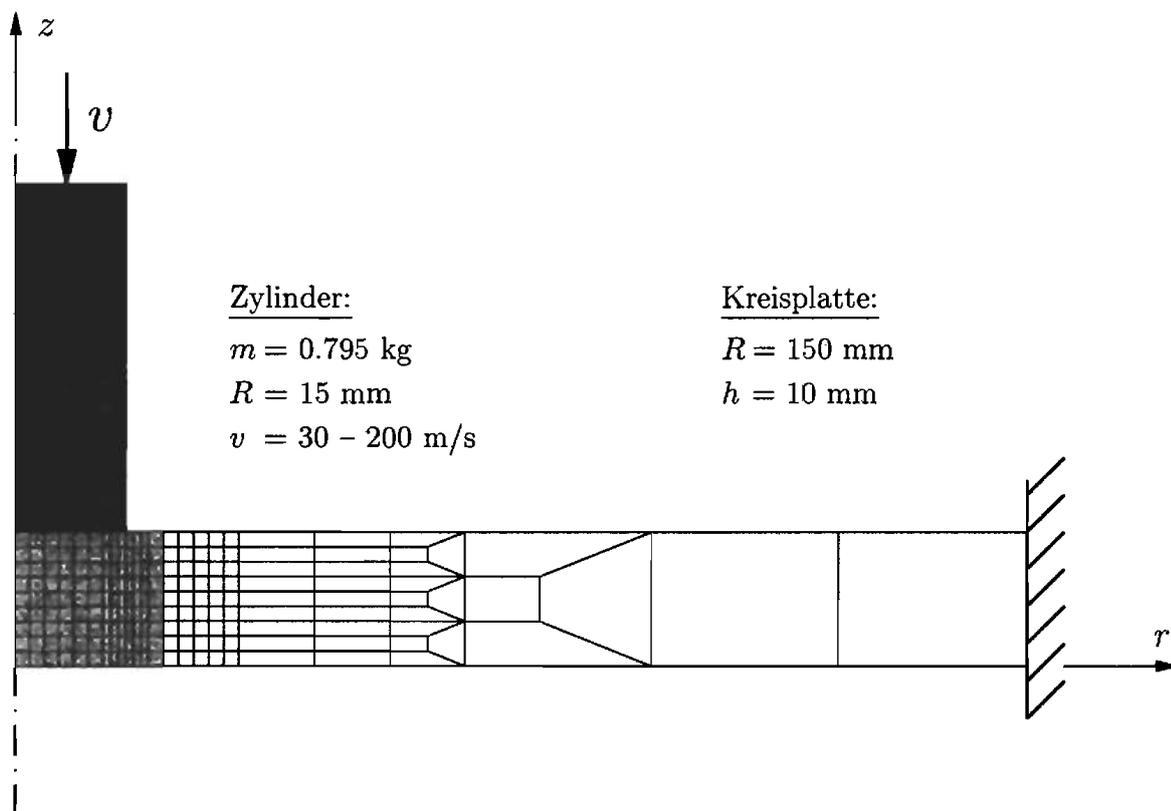


Abb. 7.1: FE-Modell eines Durchschlagversuches

Es wird eine adiabate Prozeßführung vorausgesetzt. Diese Annahme stellt aufgrund des schnellen Prozeßablaufes bei hohen Deformationsgeschwindigkeiten trotz der großen Temperaturgradienten in der unmittelbaren Umgebung des Scherbandes eine gute Näherung dar. Schädigungsentwicklung durch Porenbildung wird hier vernachlässigt.

Die Diskretisierung der Kreisplatte erfolgt durch 1395 isoparametrische 4-Knotenelemente. Im Bereich der hoch belasteten Aufprallzone und im Randbereich des auftreffenden Zylinders wurde, wie in Abb. 7.1 schematisch angedeutet, eine feine Diskretisierung gewählt.

Der auftreffende Zylinder wird durch ein viskoplastisches Materialmodell ohne Berücksichtigung von Schädigungsentwicklung modelliert. Hiermit soll im Vergleich zu der Annahme eines starren Zylinders in den Untersuchungen aus [For90], [Mit95] und [Nera] eine realistischere Modellierung gewährleistet werden (vgl. [Nerb]). Das Materialverhalten des Zylinders für verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten wird durch die Simulation eines homogenen Druckversuches (vgl. Kapitel 6) in Abb. 7.2 charakterisiert. Das Zylindermodell zeigt ein verfestigendes Materialverhalten mit geringer Geschwindigkeitsabhängigkeit. Die quasistatische Fließspannung beträgt 1340 MPa. Die Spannungs- und Dehnungswerte sind aus Gründen der Vergleichbarkeit wiederum auf die Fließspannung und die zugehörige Fließdehnung des quasistatischen Prozesses des Kontinuums-Schädigungs-Modells bezogen ($\sigma_f = 300$ MPa, $\varepsilon_f = 1.42857 \cdot 10^{-3}$). Die Materialparameter des Zylindermodells werden im Anhang A.3 angegeben.

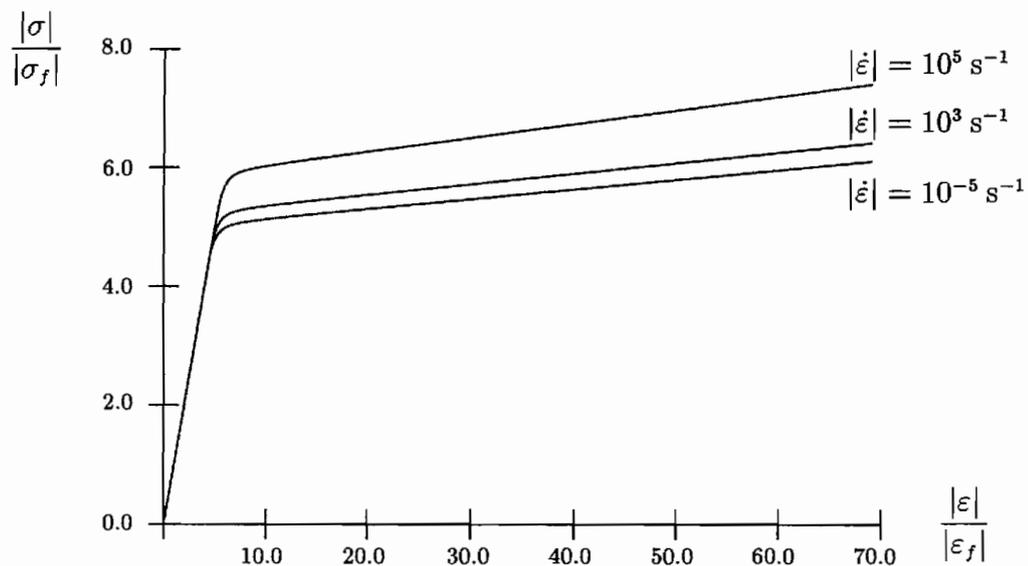


Abb. 7.2: Axialspannung für $|\dot{\varepsilon}| = 10^{-5}, 10^3, 10^5 \frac{1}{\text{s}}$, Zylindermodell, Druckversuch

In den nachfolgend gezeigten Simulationen soll das Deformations- und Schädigungsverhalten der Kreisplatte anhand dreier Versuche mit den Aufprallgeschwindigkeiten 30, 50 und 200 m/s untersucht werden. Hierzu werden die Verläufe der von Mises-Vergleichsspannung, der Temperatur und der Norm des Scherband-Schädigungs-Tensors $\|\underline{Z}^0\|$ in dem dunkel unterlegten Teil der Kreisplatte ($r = 0 - 20$ mm) dargestellt. Die Geschwindigkeit des Zylinders wird während der Versuchsdauer aufgezeichnet. Zu diesem Zweck wird die mittlere Geschwindigkeit eines Elementes aus den Knotenwerten berechnet. Es wird ein Element am oberen Rand des Zylinders gewählt, da dort im Vergleich zu den Elementen in der Nähe des Aufprallbereiches weniger starke Oszillationen der Geschwindigkeit zu erwarten sind.

Zunächst sollen hier die Ergebnisse des Versuches mit $v = 30$ m/s anhand der Abbildungen 7.3, 7.4 und 7.5 dargestellt und erläutert werden. In Abb. 7.3 wird die Entwicklung der von Mises-Vergleichsspannung, der Temperatur und der Norm des Scherband-Schädigungs-Tensors für die Zeitpunkte $t = 2 \mu\text{s}$ und $10 \mu\text{s}$ nach dem Aufprall des Zylinders dargestellt. Im Randbereich des auftreffenden Zylinders ($r = 15$ mm) erkennt man im oberen Bereich der Platte eine kleine Zone erhöhter Spannungen. Die Temperatur erscheint in der gezeigten Darstellung annähernd homogen. Die Darstellung der Schädigungsvariablen deutet eine kleine durch Scherbandbildung geschädigte Zone in diesem Bereich an.

Zum Zeitpunkt $t = 100 \mu\text{s}$ hat sich dieses Scherband geringfügig ausgebreitet, vor seiner Spitze ist eine Spannungserhöhung zu erkennen (Abb. 7.4). Die Temperatur im Scherband ist leicht gestiegen. In der Nähe der Symmetrieachse zeigen sich weitere Zonen mit Scherbandschädigung. Nach $t = 250 \mu\text{s}$ beobachtet man einen Spannungsabfall in der Scherbandzone und eine Ausdehnung des Bereiches der Spannungserhöhung vor der Scherbandspitze. Die Vergleichsspannung erreicht einen Maximalwert in diesem Bereich von ungefähr 750 MPa. Der Anstieg der Temperatur in dieser Zone beträgt ca. 100 K.

Der Belastungsprozeß ist nach $t = 250 \mu\text{s}$ abgeschlossen, da die Geschwindigkeit des Zylinders zu diesem Zeitpunkt das Vorzeichen wechselt (vgl. Abb. 7.5). Der Zylinder löst sich nachfolgend von der Kreisplatte und prallt zurück. Der über die Versuchsdauer schwankende Geschwindigkeitsverlauf ist auf die Auswirkungen von Wellenreflexionen zurückzuführen.

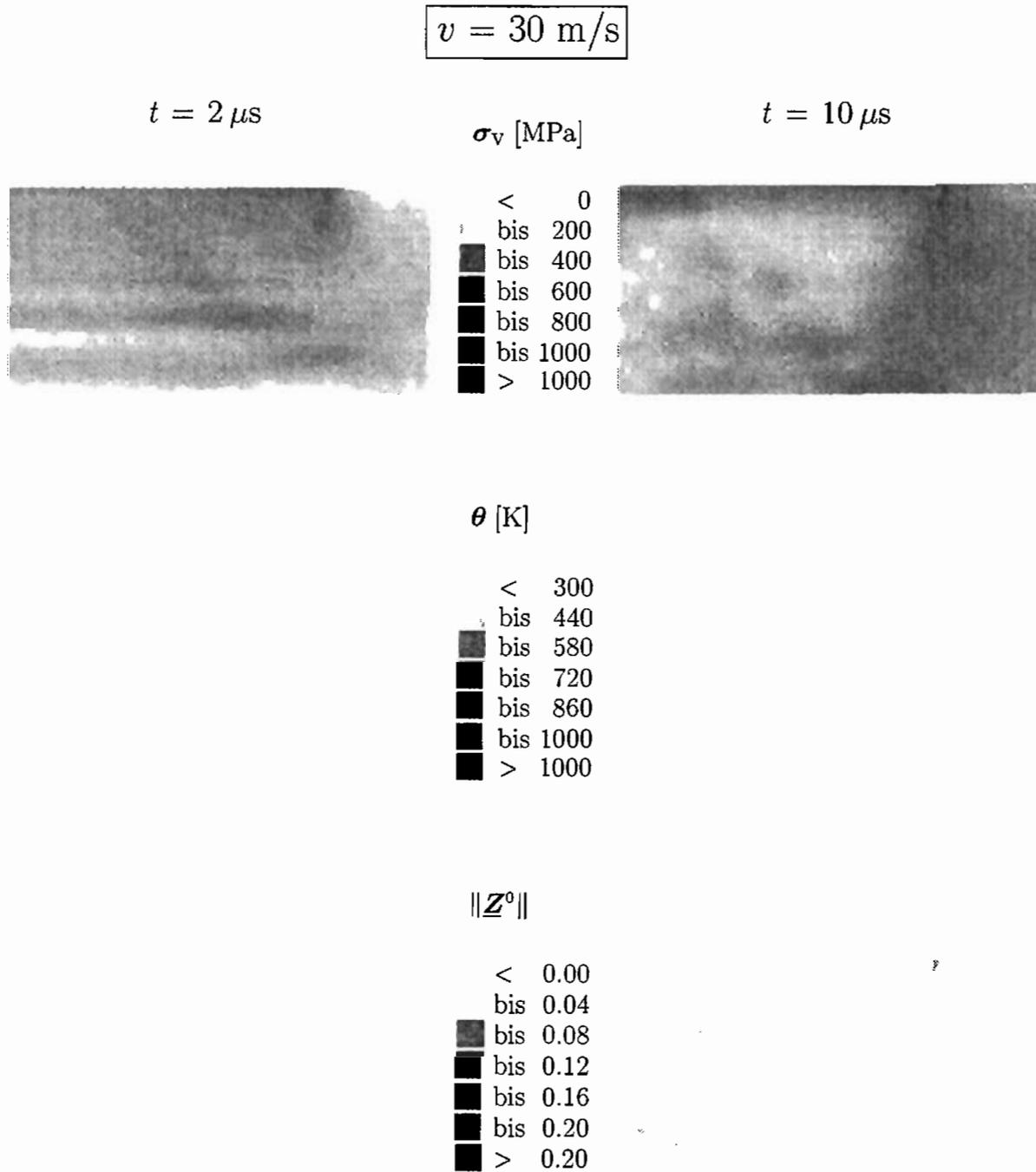


Abb. 7.3: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 30 \text{ m/s}$; $t = 2 \mu\text{s}$, $10 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

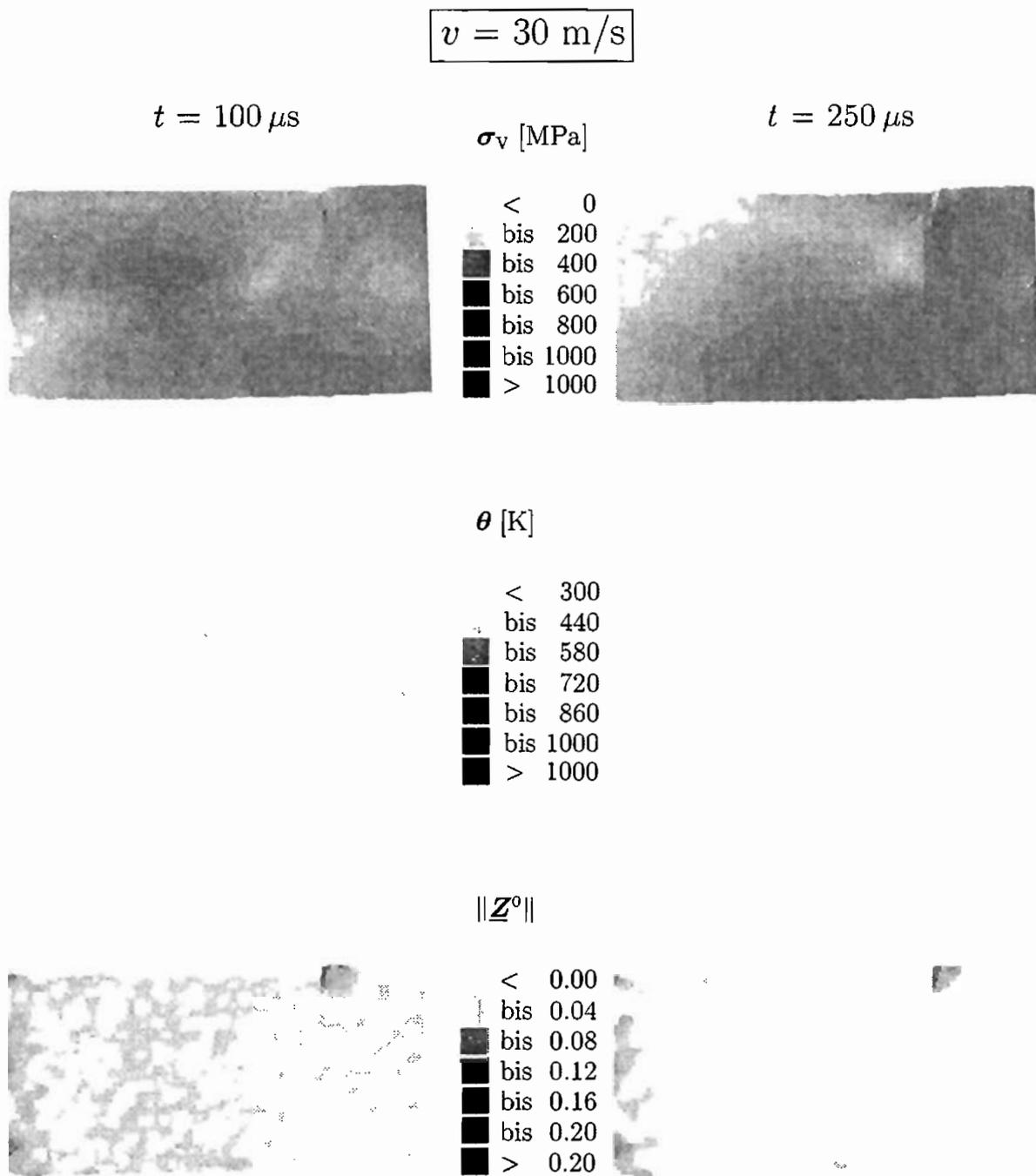


Abb. 7.4: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 30 \text{ m/s}$; $t = 100 \mu\text{s}$, $250 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

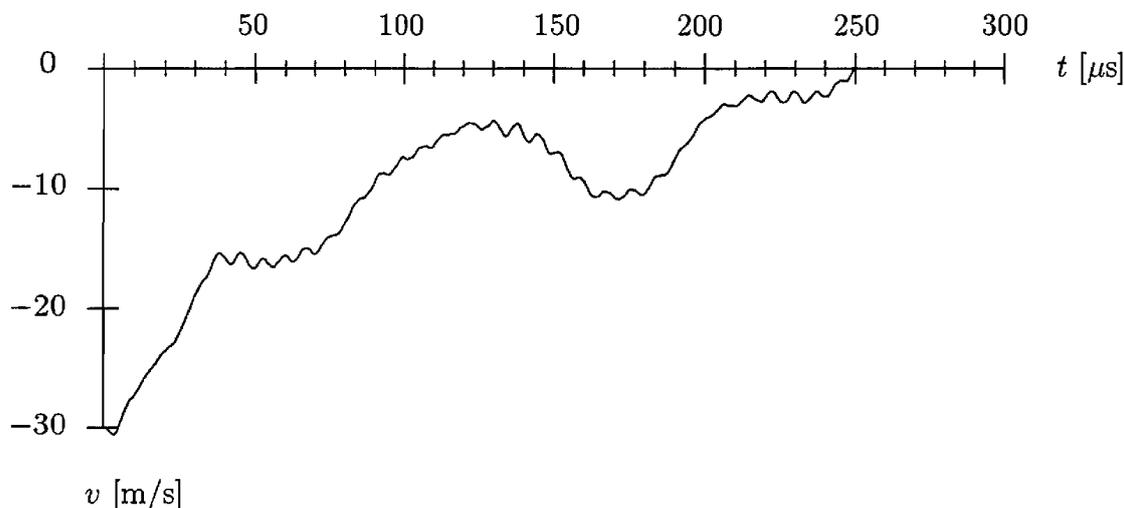


Abb. 7.5: Geschwindigkeit des Zylinders für den Durchschlagversuch mit $v = 30$ m/s

Die Abbildungen 7.6, 7.7 und 7.8 veranschaulichen das Verhalten der Kreisplatte bei einer Aufprallgeschwindigkeit von $v = 50$ m/s. Zunächst läßt Abb. 7.6 ein allgemein höheres Spannungs- und Temperaturniveau im Vergleich zu dem Versuch mit $v = 30$ m/s erkennen. Zum Zeitpunkt $t = 10$ μ s beobachtet man deutlicher als zuvor die Ausbildung eines Makro-Scherbandes im oberen Bereich der Platte bei $r = 15$ mm. Der charakteristische Spannungsabfall und der Temperaturanstieg in dieser Zone sind bereits zu erkennen. Die Darstellung der Schädigungsvariablen zeigt dementsprechend einen weiter ausgedehnten Bereich erhöhter Z^0 -Werte.

In Abb. 7.7 ist die Ausbildung eines Makro-Scherbandes bereits deutlich zu erkennen. Es hat sich annähernd in vertikaler Richtung durch die Platte ausgebreitet. Im vorliegenden Fall handelt es sich um eine stabile Ausbreitung des Makro-Scherbandes, da die „Fließbedingung“ für die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu keinem Zeitpunkt erfüllt wird. Vor der Scherbandspitze ist zum Zeitpunkt $t = 100$ μ s ein Spannungsmaximum von ungefähr 1000 MPa zu erkennen, das sich bis $t = 300$ μ s leicht zurückbildet. Im Bereich des Makro-Scherbandes beobachtet man wiederum einen deutlichen Abfall der Spannungen und einen Anstieg der Temperatur auf bis zu 700 K im mittleren Bereich des Scherbandes. Die Darstellung der Schädigungsvariablen zeigt auch im unteren Bereich der Kreisplatte Scherbandbildung, die vermutlich aus Zugbelastungen durch Wellenreflexionen resultiert. In diesen Bereichen der Platte beobachtet man in Experimenten das als „spalling“ bezeichnete Versagensverhalten, das durch die Berücksichtigung von Porenschädigung und Rißbildung beschrieben werden kann (vgl. [Mit95]).

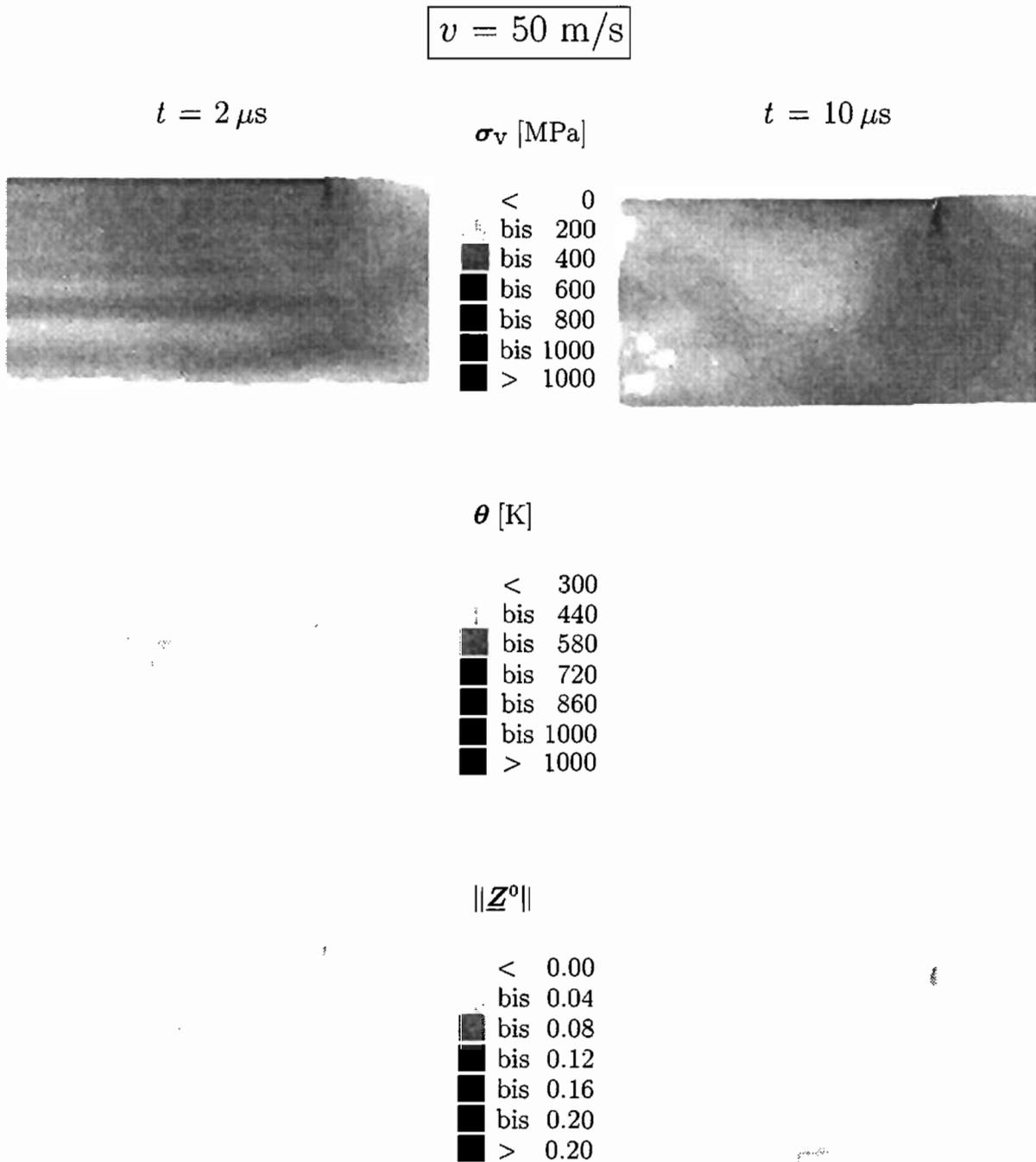


Abb. 7.6: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 50 \text{ m/s}$; $t = 2 \mu\text{s}$, $10 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

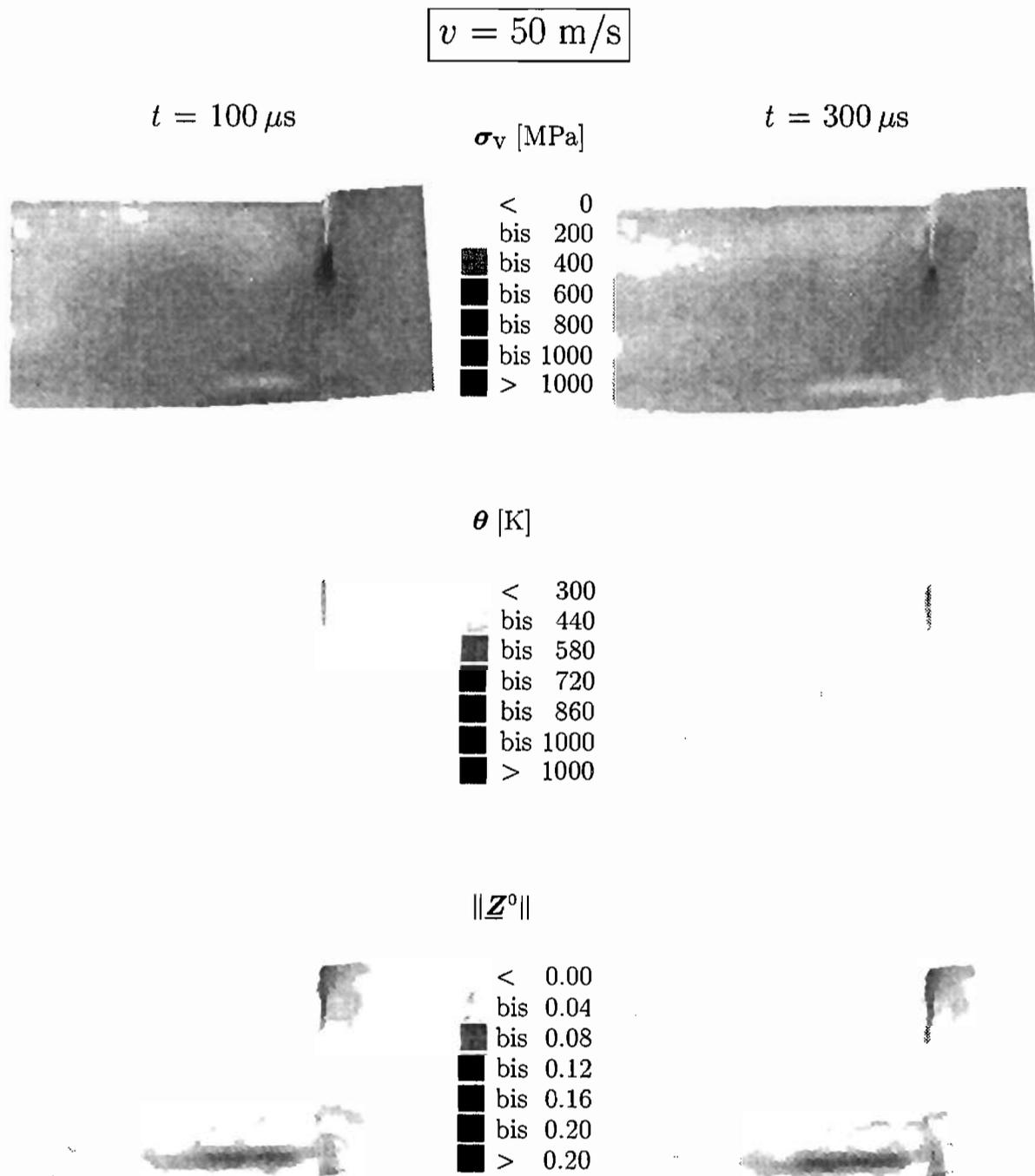


Abb. 7.7: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 50 \text{ m/s}$; $t = 100 \mu\text{s}$, $300 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

Die Abb. 7.8 zeigt, daß die Belastungsphase bei diesem Experiment nach $t = 300 \mu\text{s}$ bereits abgeschlossen ist. Die berechnete Zylindergeschwindigkeit ist zu diesem Zeitpunkt positiv. Eine fortschreitende Schädigung wird nicht beobachtet, das Scherband breitet sich nicht weiter aus. Die Möglichkeit zur Simulation dieses Scherbandarrestes stellt eine Erweiterung des in [Nera] verwendeten Modells dar, bei dem aus Vereinfachungsgründen nach der Entstehung eines Makro-Scherbandes mit einer konstanten Ausbreitungsgeschwindigkeit gerechnet wurde.

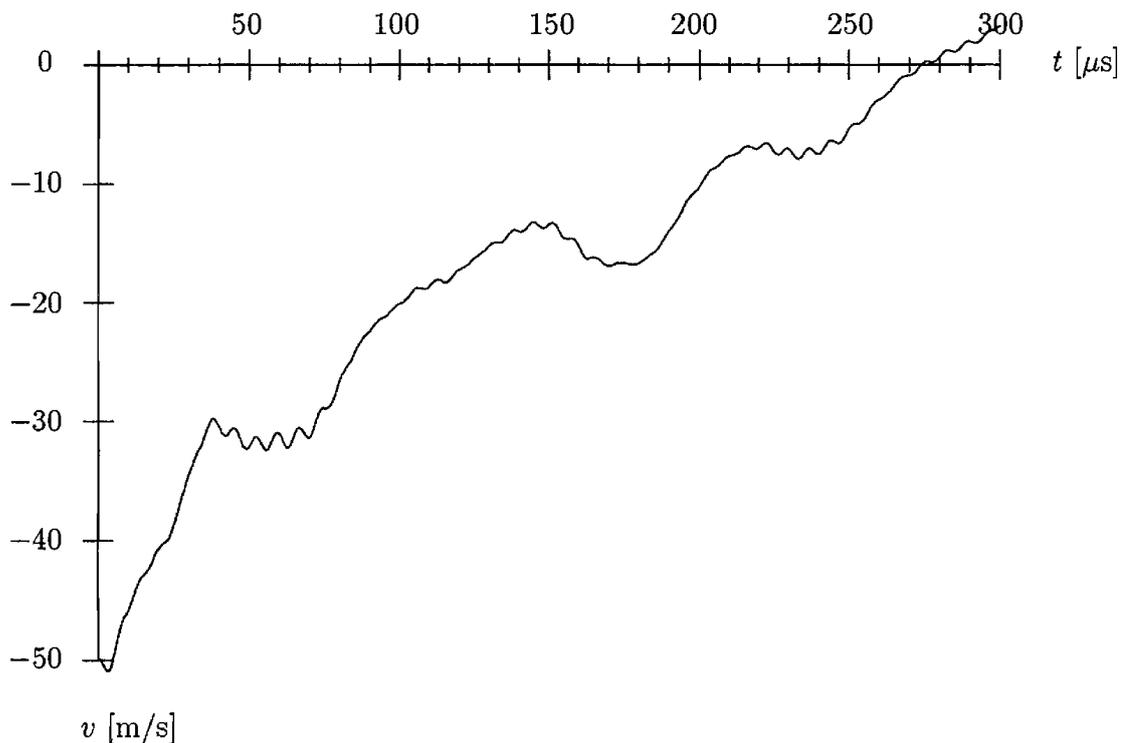


Abb. 7.8: Geschwindigkeit des Zylinders für den Durchschlagversuch mit $v = 50 \text{ m/s}$

Der Vorzeichenwechsel der Geschwindigkeit des Zylinders für den Durchschlagversuch mit $v = 50 \text{ m/s}$ erfolgt nach ungefähr $275 \mu\text{s}$. Der Verlauf der Zylindergeschwindigkeit in Abb. 7.8 zeigt im Vergleich mit Abb. 7.5 einen qualitativ sehr ähnlichen Verlauf. Die beiden Kurven verlaufen annähernd parallel verschoben zueinander. Die Zeitpunkte, zu denen der Zylinder aufgrund der Wellenreflexionen in Aufprallrichtung beschleunigt wird, stimmen sehr genau überein.

Die Ergebnisse des Durchschlagversuches mit $v = 200$ m/s sind in den Abbildungen 7.9, 7.10 und 7.11 für die Zeitpunkte $t = 0.5, 1, 2, 5, 10$ und $20 \mu\text{s}$ dargestellt.

In Abb. 7.9 erkennt man im Spannungsplot die durch die Platte hindurchlaufende Druckwelle bei einer Aufprallgeschwindigkeit von $v = 200$ m/s. Das Spannungsniveau erreicht im Zentrum der Druckwelle Werte von über 1000 MPa. Bereits zum Zeitpunkt $t = 1 \mu\text{s}$ ist im Randbereich des Zylinders eine Makro-Scherbandzone zu beobachten, vor deren Spitze ein Spannungsmaximum von ca. 1600 MPa zu erkennen ist. Die Temperatur erreicht in dieser Zone einen Wert von 400 K.

Nachfolgend breitet sich dieses Makro-Scherband wie in dem zuvor gezeigten Versuch annähernd in vertikaler Richtung aus (vgl. Abb. 7.10). Die Ausbreitungsrichtung ist leicht zur Plattenmitte geneigt. Nach $5 \mu\text{s}$ hat sich das Scherband zu gut einem Drittel über die Plattenhöhe ausgebreitet. Die Spannungsumlagerung von der Scherbandzone in die Umgebung des Scherbandes ist deutlich zu erkennen. Vor der Scherbandspitze erreicht die Vergleichsspannung lokal einen Maximalwert von ungefähr 2000 MPa.

In Abb. 7.11 ist die weitere Ausbreitung des Makro-Scherbandes zu beobachten. Zum Zeitpunkt $t = 20 \mu\text{s}$ ist das Scherband durch die gesamte Plattenbreite hindurchgelaufen. Die Deformation lokalisiert in der schmalen Zone des Scherbandes, die übrigen Bereiche zeigen nur geringe Deformationen. Die Temperatur steigt auf Werte von 1200 K in der Mitte der Scherbandzone. Die Entwicklung der Schädigung bleibt fast ausschließlich auf den schmalen Bereich des Makro-Scherbandes beschränkt. Deutlich zu erkennen ist das Abgleiten des von dem Zylinder getroffenen Bereiches der Platte. Hiermit wird das Ausstanzen eines zylinderförmigen Teils der Kreisplatte angedeutet.

Die Berechnung des Versuches wurde nicht über $t = 20 \mu\text{s}$ hinaus fortgesetzt, da die großen Deformationen innerhalb der Scherbandzone bei einer weiteren Belastung aufgrund der großen Verzerrungen der Elemente in diesem Bereich keine genauen Ergebnisse erwarten lassen. Für weitergehende Berechnungen wäre es sinnvoll, das vorliegende Modell mit einem Bruchkriterium zu koppeln, um die vollständige Perforation der Kreisplatte simulieren zu können.

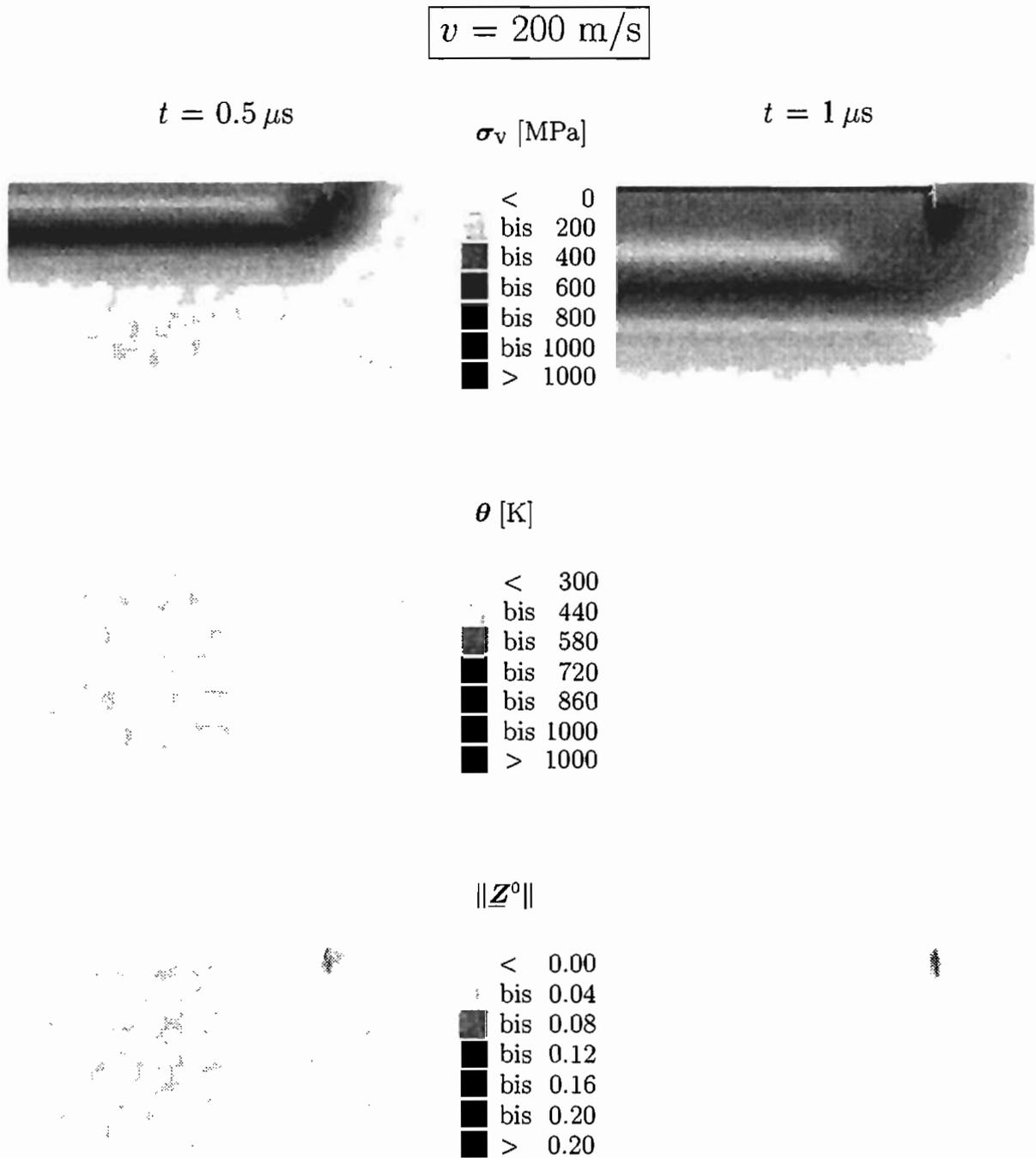


Abb. 7.9: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 200 \text{ m/s}$; $t = 0.5 \mu\text{s}$, $1 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

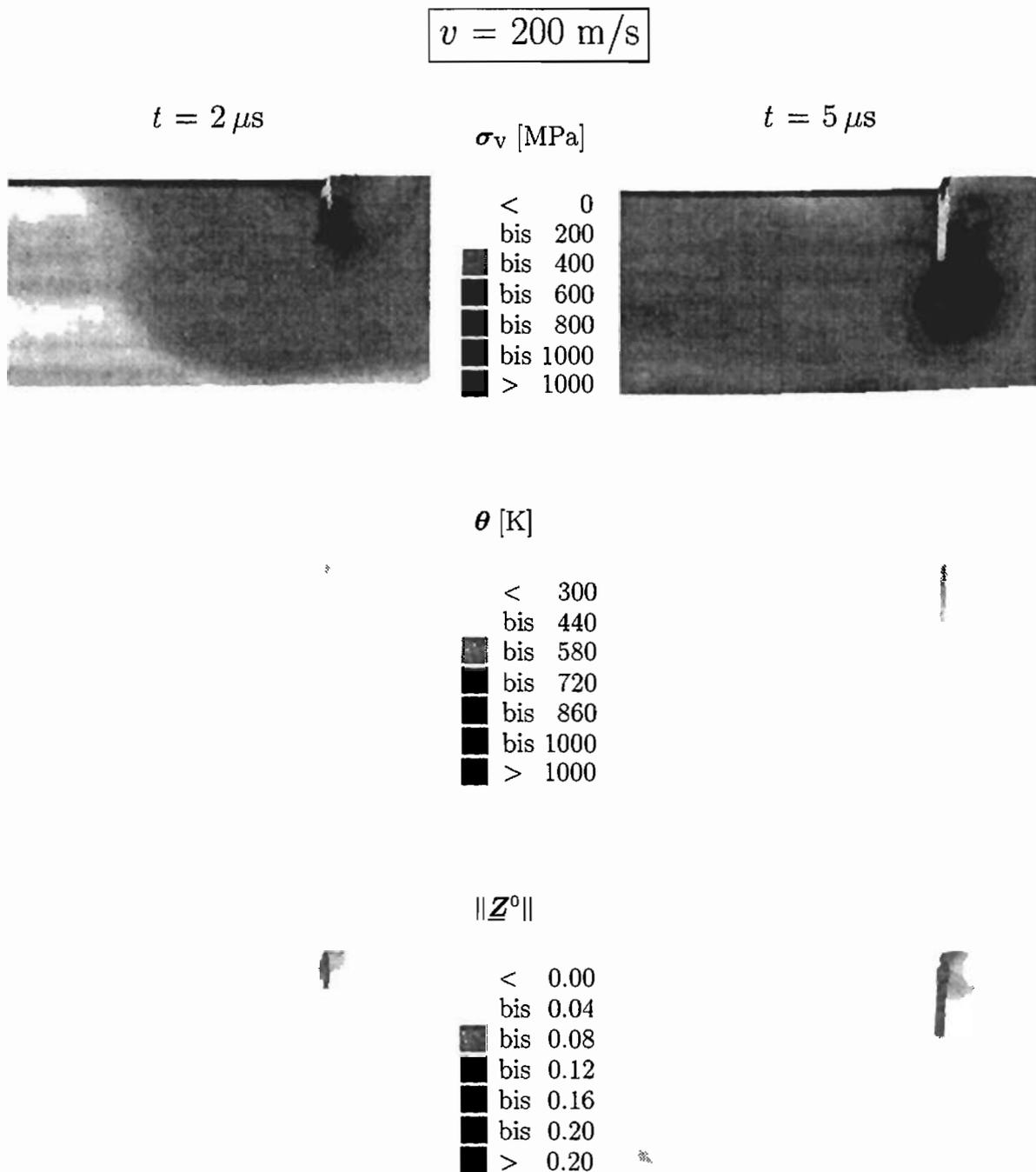


Abb. 7.10: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 200 \text{ m/s}$; $t = 2 \mu\text{s}, 5 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

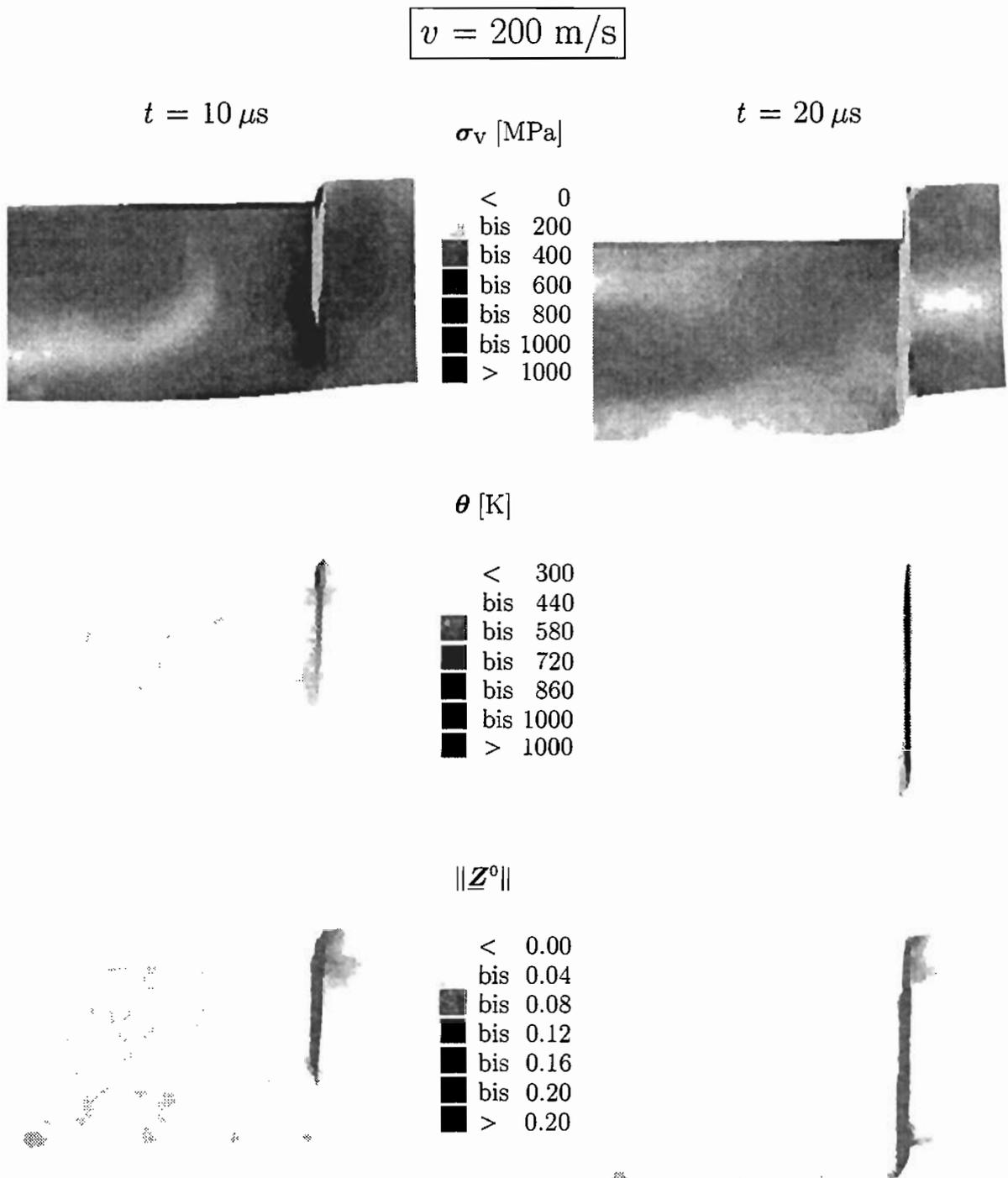


Abb. 7.11: Vergleichsspannung, Temperatur und Scherbandschädigung für den Durchschlagversuch mit $v = 200 \text{ m/s}$; $t = 10 \mu\text{s}, 20 \mu\text{s}$; $r = 0 - 20 \text{ mm}$

Abb. 7.12 zeigt den Verlauf der Geschwindigkeit des Zylinders für den Durchschlagversuch mit $v = 200$ m/s. Innerhalb des Versuchszeitraumes von $20 \mu\text{s}$ fällt die Geschwindigkeit auf 178 m/s ab. Damit hat der Zylinder, nachdem das Scherband sich über die gesamte Plattenhöhe ausgebreitet hat, noch ca. 80% seiner kinetischen Energie. Aufgrund des geringen Widerstandes des Scherbandmaterials ist nicht zu erwarten, daß im weiteren Verlauf ein wesentlicher Teil dieser Energie abgebaut werden kann. Damit wird die stark reduzierte Energieaufnahmefähigkeit einer durch Scherbandbildung geschädigten Struktur verdeutlicht.

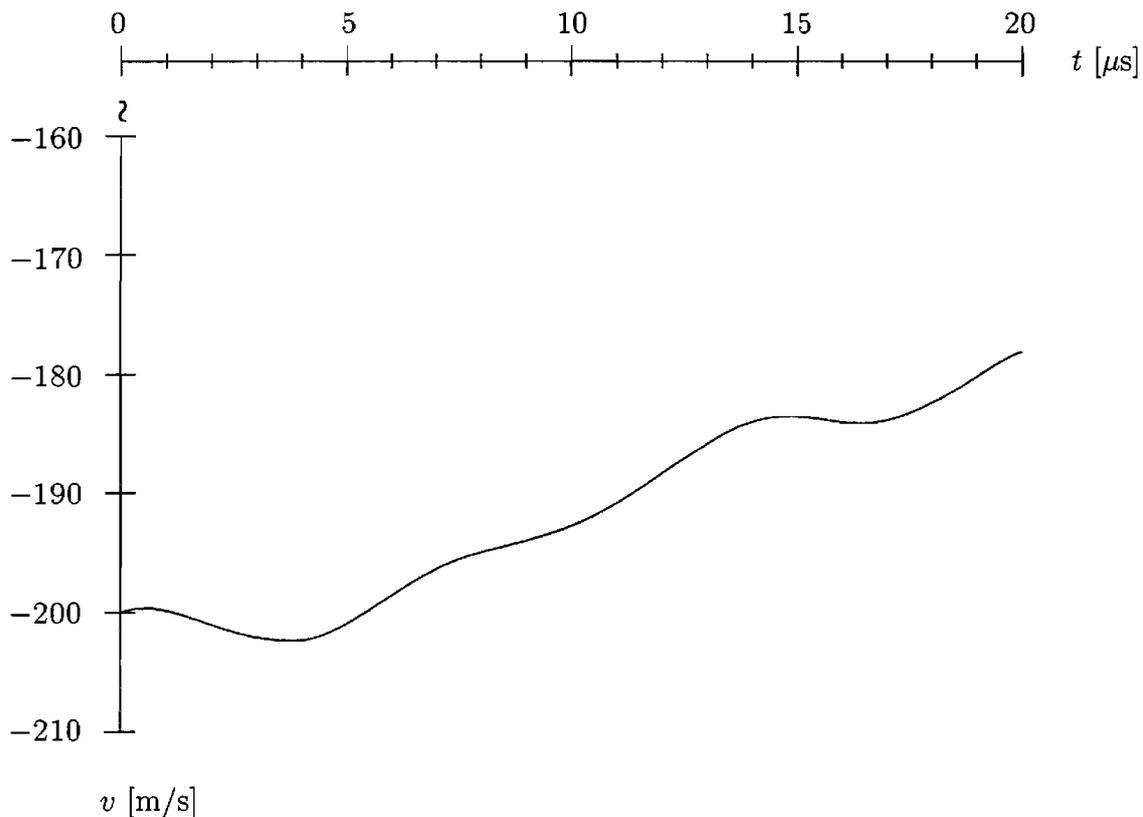


Abb. 7.12: Geschwindigkeit des Zylinders für den Durchschlagversuch mit $v = 200$ m/s

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Makro-Scherbandes schwankt stark über den Versuchszeitraum, wie in Abb. 7.13 zu erkennen ist. Sie steigt zunächst ab $t \approx 0.3 \mu\text{s}$ steil auf ca. 800 m/s an und oszilliert nachfolgend bis $t = 2 \mu\text{s}$ um 700 m/s. Anschließend erfolgt ein erneuter steiler Anstieg auf ungefähr 950 m/s. Zwischen $t = 6$ und $7 \mu\text{s}$ sinkt die Ausbreitungsgeschwindigkeit auf Null. Im Zeitraum bis $t = 12.5 \mu\text{s}$ breitet sich die Scherbandzone lediglich stabil aus. Hieran schließt sich wiederum eine Phase instabiler Ausbreitung mit $c \approx 990$ m/s bis ca. $t = 17 \mu\text{s}$ an. Zu diesem Zeitpunkt erreicht das Makro-Scherband den

unteren Rand der Platte. Der Wechsel zwischen stabiler und instabiler Ausbreitung ist, wie auch der Verlauf der Zylindergeraden, durch die zeitweise Entlastung der Spannungserhöhung vor der Scherbandspitze infolge reflektierter Zugwellen zu erklären. Die Ausschläge der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Zeitraum zwischen $17 \mu\text{s}$ und $20 \mu\text{s}$ sind auf das Vorgehen bei der Auswertung des Volumenintegrals (5.14) zurückzuführen. Durch die Lage der Scherbandspitze am unteren Rand der Platte bedingt, umfaßt das Integrationsgebiet hier nur noch wenige Elemente des FE-Netzes. Eine Änderung der Zahl der berücksichtigten Gaußpunkte durch die fortschreitende Deformation der Platte kann somit leicht zu großen Schwankungen des Wertes des Volumenintegrals führen.

Außer den hier dargestellten Versuchsergebnissen wurden bisher unter anderem Versuche mit Aufprallgeschwindigkeiten $v = 60 \text{ m/s}$ und $v = 100 \text{ m/s}$ durchgeführt. Für $v = 60 \text{ m/s}$ wird über einen Zeitraum von $250 \mu\text{s}$ eine stabile Ausbreitung des Makro-Scherbandes bis zu einer Länge von ungefähr 7 mm beobachtet. Der Versuch mit $v = 100 \text{ m/s}$ zeigt lediglich in einem Zeitintervall zwischen ca. 2 und $4 \mu\text{s}$ eine instabile Ausbreitung mit einer maximalen Geschwindigkeit $c = 700 \text{ m/s}$. Anschließend breitet sich das Scherband bis $t \approx 40 \mu\text{s}$ stabil über die gesamte Plattenhöhe aus. Der Verlauf der Ausbreitungsgeschwindigkeit für $v = 100 \text{ m/s}$ ist in Abb. 7.13 zusätzlich strichpunktiert eingezeichnet.

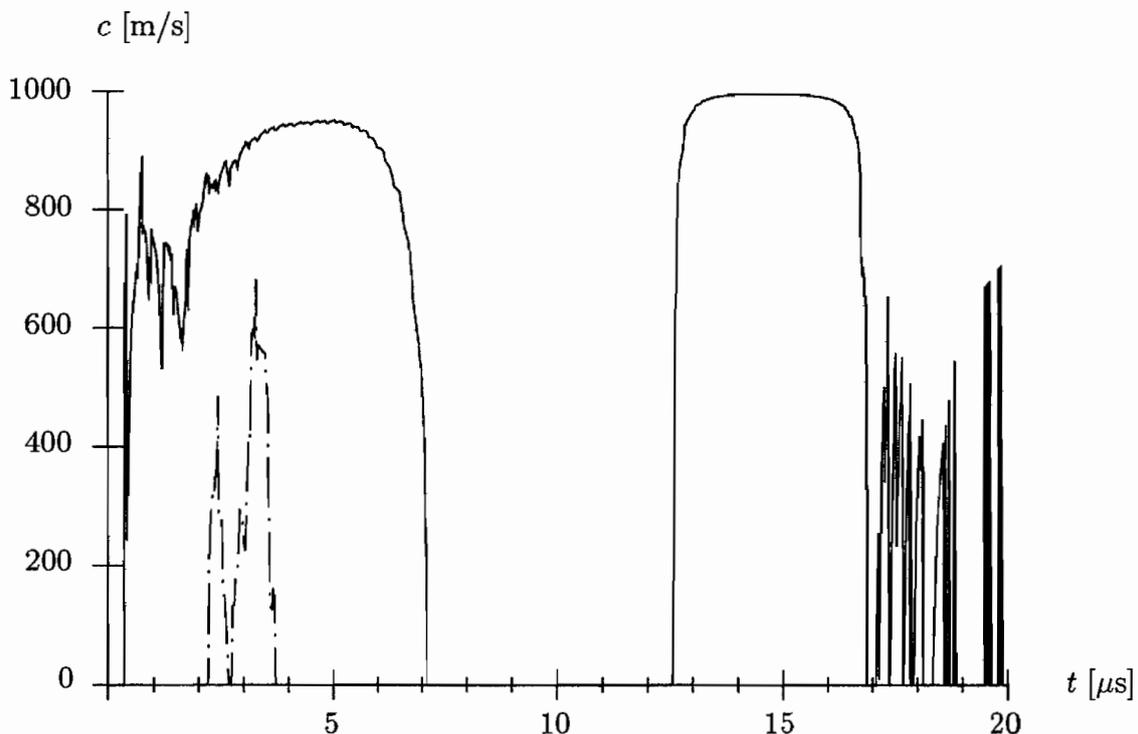


Abb. 7.13: Ausbreitungsgeschwindigkeit des Makro-Scherbandes für die Durchschlagversuche mit $v = 100 \text{ m/s}$ (strichpunktiert) und $v = 200 \text{ m/s}$ (durchgezogen)

Abschließend wird in Abb. 7.14 das unterschiedliche Deformationsverhalten der gesamten Kreisplatte für die hier gezeigten Versuche verdeutlicht. Bei geringen Aufprallgeschwindigkeiten kann die Platte die Aufprallenergie vollständig durch plastische Deformation großer Bereiche aufnehmen. Für $v = 200$ m/s dagegen lokalisiert die Deformation nach sehr kurzer Zeit in der schmalen Scherbandzone. Hierdurch wird die Energieaufnahmefähigkeit der Platte deutlich herabgesetzt, der Zylinder erfährt nur noch wenig Widerstand. Dieses Verhalten resultiert in dem hier angedeuteten Ausstanzen eines zylinderförmigen Teils der Kreisplatte. Der Zylinder erfährt in allen berechneten Versuchen nur sehr geringe Deformationen.

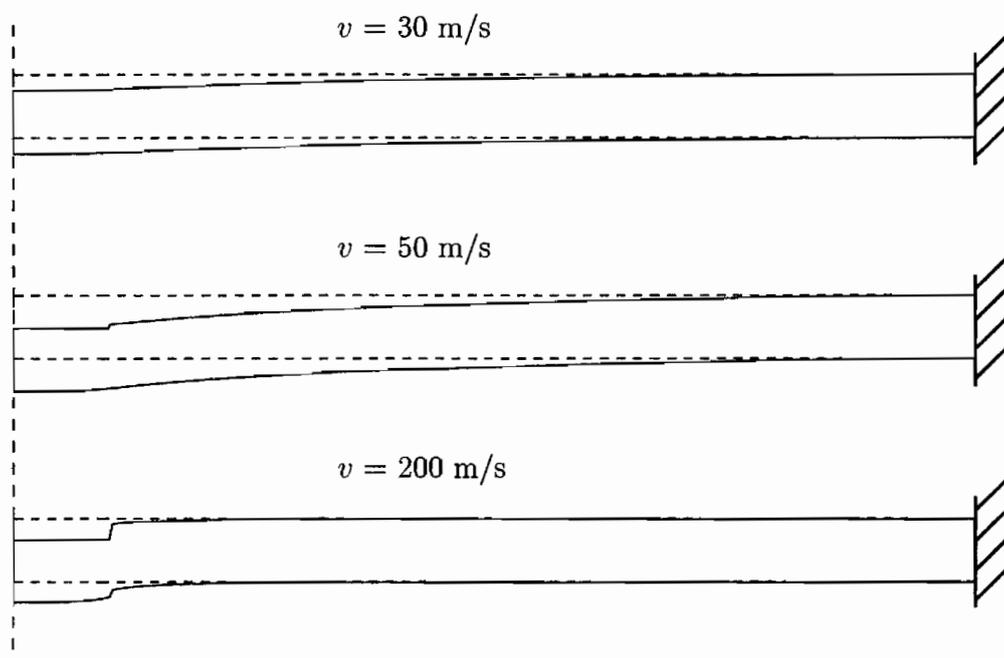


Abb. 7.14: Deformation der Kreisplatte für die Durchschlagversuche mit $v = 30$ m/s (zum Zeitpunkt $t = 250 \mu\text{s}$), 50 m/s ($t = 300 \mu\text{s}$) und 200 m/s ($t = 20 \mu\text{s}$)

Zusammenfassend kann man feststellen, daß das Deformations- und Versagensverhalten einer Kreisplatte beim Durchschlagversuch durch das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Materialmodell qualitativ sehr gut wiedergegeben werden kann. Für steigende Aufprallgeschwindigkeiten beobachtet man eine stetig wachsende Ausbreitung des Makroscherbandes. Während die Ausbreitung bei geringen Aufprallgeschwindigkeiten stabil erfolgt, ermittelt man bei größeren Aufprallgeschwindigkeiten eine instabile Scherbandausbreitung mit Geschwindigkeiten bis annähernd 1000 m/s.

Die Richtung der Ausbreitung gibt das experimentell beobachtete Verhalten des Ausstanzens eines zylinderförmigen Teils der Kreisplatte sehr gut wieder. Der herausgestanzte Teil der Kreisplatte hat dabei annähernd denselben Radius wie der auftreffende Zylinder ([KP85], [Zuk87]). Die hier gezeigten Simulationen berechnen einen Winkel der Ausbreitungsrichtung, der zwischen 1.3° und 1.5° von der Vertikalen abweicht. Hierbei wird in allen Versuchen eine Abweichung in Richtung der Symmetrieachse beobachtet. Der Spannungsabfall und die Temperaturerhöhung in der Scherbandzone können ebenfalls qualitativ gut wiedergegeben werden.

Anhand der Ergebnisse weiterer – hier nicht gezeigter – Versuche kann die Grenzgeschwindigkeit für die Perforation der Kreisplatte auf einen Bereich der Aufprallgeschwindigkeit zwischen $v = 60$ m/s und $v = 70$ m/s eingegrenzt werden. Eine genauere Eingrenzung kann im Rahmen einer Parameterstudie vorgenommen werden. CHEN [Che92] stellt in seinen Experimenten und numerischen Studien eine Grenzgeschwindigkeit von 94 m/s für eine Kreisplatte mit identischen Abmessungen aus hochfestem Stahl (HY100) mit einer Fließspannung von 1034 MPa und einer Zylindermasse von 1.592 kg fest. Ein Vergleich mit den hier ermittelten Resultaten kann wegen der qualitativen Modellierung durch ein Vergleichsmaterial nicht gezogen werden.

Eine ähnliche Aussage gilt für Vergleiche mit Angaben aus der Literatur bezüglich der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Scherbandzone oder des Temperaturanstieges innerhalb des Scherbandes. So berichten BATRA und PENG [BP96] über eine durchschnittliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von 71 m/s und eine Temperatur von bis zu 1400°C bei der Simulation eines Ausstanzvorganges mit einer konstanten Stempelgeschwindigkeit von 50 m/s. Bei den in Kapitel 2 erwähnten Experimenten an angerissenen Platten reichen die ermittelten Ausbreitungsgeschwindigkeiten eines Makro-Scherbandes über einen sehr weiten Bereich von 67 – 1200 m/s (BATRA und NECHITAILO [BN97], ZHOU ET AL. [ZRR96b]).

8. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Materialmodell zur Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen Werkstoffen entwickelt. Aufbauend auf das Kontinuums-Schädigungs-Modell von BRUHNS, DIEHL und FORNEFELD wurde eine neue mikromechanische Interpretation des Scherbandschädigungstensors vorgestellt. Auf der Basis dieser Interpretation wurde ein physikalisch begründetes Versagenskriterium abgeleitet. Das Stoffgesetz zur Beschreibung des Makro-Scherbandverhaltens wurde auf die Beschreibung großer Deformationen erweitert. Der Nachweis der thermodynamischen Konsistenz konnte ausgehend von dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik in Form der Clausius-Duhem-Ungleichung geführt werden. Zur Modellierung einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Makro-Scherbänder wurde ein Ansatz vorgestellt, der eine obere Schranke für die Ausbreitungsgeschwindigkeit beinhaltet. Die Anpassung der Materialparameter erfolgte aufgrund fehlender experimenteller Meßdaten durch die Definition eines Vergleichsmaterials, das eine Klasse metallischer Werkstoffe repräsentiert. Durch die Implementierung des Stoffgesetzes in ein FE-Programm kann das Materialverhalten unter Berücksichtigung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder simuliert werden. Die Simulation des Durchschlagversuches belegt die Anwendbarkeit des Modells für die Strukturberechnung dynamisch belasteter Bauteile.

Der Scherbandschädigungstensor wurde als gerichteter Volumenanteil der Mikro-Scherbänder am Gesamtvolumen eines repräsentativen Volumenelementes interpretiert. Das hieraus abgeleitete Versagenskriterium soll den Zeitpunkt der Entstehung eines Makro-Scherbandes bestimmen. Das Versagenskriterium wurde mit dem größten Eigenwert des Scherbandschädigungstensors formuliert und legt einen maximalen Mikro-Scherbandvolumenanteil in einer Richtung fest. Über diesen Wert hinaus kann die Mikroschädigung im Sinne der Kontinuumstheorie nicht mehr innerhalb des repräsentativen Volumenelementes homogenisiert werden. Nach der Entstehung eines Makro-Scherbandes beschreibt eine sogenannte Fragmentierungstheorie die Ausbreitung eines Scherbandes mit Methoden der Bruchmechanik.

Die konstitutiven Beziehungen der Makro-Scherbänder sind aus dem Kontinuums-Schädigungs-Modell abgeleitet. Hierbei wurde aus Vereinfachungsgründen auf die Modellierung von Schädigungseinflüssen und Strukturänderungen für das Scherbandmaterial verzichtet. Diese Art der Modellierung ist für den Wechsel der Materialbeschreibung bei Erreichen des Versagenskriteriums im Verlaufe einer Simulation von großer Bedeutung. Aufgrund der ähnlichen Struktur der Materialbeschreibung ergeben sich keine numerischen Probleme bei der Materialumschaltung, obwohl hierbei große Gradienten der Variablen in kurzen Zeiträumen beschrieben werden.

In Zusammenhang mit der vorgestellten Interpretation des Schädigungstensors und dem daraus abgeleiteten Versagenskriterium wurden einige Materialparameter des Kontinuums-Schädigungs-Modells neu angepaßt. Die Anpassung erfolgte unter der Zielvorgabe, die Struktur und das Verhalten des Kontinuums-Schädigungs-Modells, soweit möglich, unverändert zu belassen. Die Ermittlung der Stoffgesetzparameter des Makro-Scherband-Modelles wurde aufgrund fehlender experimenteller Meßdaten qualitativ vorgenommen, so daß das makroskopisch beobachtbare Verhalten adiabatischer Scherbänder in metallischen Werkstoffen wiedergegeben werden kann.

Die Berechnung der Ausbreitungsgeschwindigkeit basiert auf der Auswertung eines Volumenintegrals vor der Scherbandspitze. Dieses Integral enthält Informationen über den Spannungs- und Schädigungszustand, die Versetzungsdichte und die Temperatur sowie einen Beitrag aus Oberflächenkräften. Es wurde ein Konzept zur Berechnung des Integralausdruckes vorgestellt, das – zusammen mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Algorithmus zur Simulation der Makro-Scherbandausbreitung – numerisch stabile Ergebnisse liefert.

Die präsentierten Ergebnisse der verschiedenen Durchschlagversuche zeigen für das Deformations- und Versagensverhalten der untersuchten Kreisplatte eine qualitativ sehr gute Übereinstimmung mit experimentell ermittelten Ergebnissen und sind physikalisch plausibel. Das makroskopisch beobachtete Verhalten kann bezüglich der Ausbreitungsrichtung, des Spannungsabfalls in der Scherbandzone und des Temperaturanstieges in diesem Bereich wiedergegeben werden. Mit steigender Aufprallgeschwindigkeit wurde eine stetig fortschreitende Schädigung durch die Ausbreitung eines Makro-Scherbandes festgestellt. Bei geringen Aufprallgeschwindigkeiten beobachtet man hierbei eine stabile Scherbandausbreitung durch einen Teil der beaufschlagten Platte. Dieses Verhalten wechselt bei höheren Aufprallgeschwindigkeiten zu einem zeitweise instabilen Scherbandfortschritt und führt zur Ausbreitung der Schädigung durch die gesamte Plattenhöhe.

Ansatzpunkte für mögliche Erweiterungen des Materialmodells liegen zum einen in der Entwicklung einer Modellierung für die Rißbildung, zum anderen in der Berücksichtigung von Phasentransformationen, um das Scherbandverhalten genauer erklären zu können. Insbesondere erscheinen die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Schädigungsmechanismen und Strukturänderungen als ein interessantes Feld für zukünftige Arbeiten. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Anpassung des Modells an reale Materialien. Diese Anpassung kann allerdings erst nach Vorliegen einer umfangreichen experimentellen Untersuchung eines Werkstoffes vorgenommen werden. Auf dem Gebiet der numerischen Umsetzung können die Berücksichtigung der vollständigen thermomechanischen Kopplung und der Einbau einer adaptiven Netzgenerierung als Erweiterungsmöglichkeiten genannt werden.

A. Zusammenstellung der Materialfunktionen und Parameter

A.1 Kontinuums–Schädigungs–Modell

Die nachfolgend aufgeführten Materialfunktionen und Parameter entsprechen der in [Die89] als Modell 1.2LD bezeichneten Version des Kontinuums–Schädigungs–Modells. Die mit \star gekennzeichneten Parameter sind gegenüber den Darstellungen in [For90] und [Mit95] geändert (vgl. Kapitel 4.1). Es werden die folgenden Abkürzungen verwendet:

$$\zeta := \frac{1}{\mathcal{J}_e} \|\underline{Z}^0\|$$

$$\varsigma := \frac{1}{\mathcal{J}_e} \|\underline{\sigma}^0\|$$

$$\varepsilon := \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \|\underline{\varepsilon}_{VL}^0\|$$

1) Materialfunktionen zur Beschreibung thermisch aktivierter Versetzungsmechanismen:

- Fließflächenradius g_T

$$g_T(\kappa, \Theta, u) = \Gamma_{T1}^{(0)}(\kappa, \Theta) \Gamma_{T1}^{(1)}(\kappa, \Theta) \Gamma_{T2}(u)$$

$$\Gamma_{T1}^{(0)}(\kappa, \Theta) = g_{T0} \left\{ 1 - \chi_{gt4} \arctan \left[\chi_{gt5} \left(\frac{\Theta}{\Theta_0} - 1 \right) \right] \right\} \left(1 + \frac{\chi_{gt1} \kappa + \chi_{gt3} \kappa^2}{1 + \chi_{gt2} \kappa} \right)^2$$

$$\Gamma_{T1}^{(1)}(\kappa, \Theta) = 1 - \chi_{gt9} \arctan \left[\chi_{gt10} \kappa \left(\frac{\Theta}{\Theta_0} - 1 \right) \right]$$

$$\Gamma_{T2}(u) = \chi_{gt6} + \frac{\chi_{gt7}}{u^{\chi_{gt8}}}$$

$$\chi_{gt1} = 1.6 \cdot 10^{-7}$$

$$\chi_{gt4} = 0.33$$

$$\chi_{gt7} = 0.1196$$

$$\chi_{gt10} = 10^{-8}$$

$$\chi_{gt2} = 1.8 \cdot 10^{-6}$$

$$\chi_{gt5} = 2$$

$$\chi_{gt8} = 0.517$$

$$g_{T0} = 6 \cdot 10^{16}$$

$$\chi_{gt3} = 3.44 \cdot 10^{-15}$$

$$\chi_{gt6} = -0.253$$

$$\chi_{gt9} = 0.64$$

- Gleichgewichtswert der Prozeßgeschwindigkeit u_{EQ}

$$u_{EQ}(PG) = u_0 - 2(u_0 - u_\infty)(U(PG))^2 + (u_0 - u_\infty)(U(PG))^4$$

mit:
$$U(PG) = \frac{1}{\chi_{u2}} \log(1 + \chi_{u3} PG)$$

$$\begin{aligned} u_0 &= 10^{-2} & u_\infty &= 0.0 \\ \chi_{u3} &= 2.6034 \cdot 10^4 & \chi_{u2} &= 10.177 \end{aligned}$$

- Überspannungsfunktion Φ_T

$$\Phi_T(\mathcal{F}_T) = 1 - e^{(-\chi_{t6} \mathcal{F}_T)}$$

$$\mathcal{F}_T = \frac{\frac{1}{\mathcal{J}_e} \sqrt{(\underline{\sigma}' - \underline{X}_T) \cdot (\underline{\sigma}' - \underline{X}_T)} - \sqrt{g_T}}{\sqrt{g_T}}$$

$$\chi_{t6} = 25$$

- plastische Verzerrungsrate γ_T

$$\gamma_T(\kappa, u) = \chi_{t7} u_{EQ}^{-1}(u) (\chi_{t1} + \chi_{t2} e^{-\chi_{t3} \kappa} + \chi_{t4} e^{-\chi_{t5} \kappa})$$

$$u_{EQ}^{-1}(u) = \frac{1}{\chi_{u3}} \left[-1 + 10^{\chi_{u2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{u_0 - u}{u_0 - u_\infty}}} \right]$$

$$\begin{aligned} \chi_{t1} &= 1.47 & \chi_{t2} &= -0.4387 & \chi_{t3} &= 9.424 \cdot 10^{-6} \\ \chi_{t4} &= 0.3008 & \chi_{t5} &= 5.6233 \cdot 10^{-7} & \chi_{t7} &= 0.83283 \end{aligned}$$

- Materialfunktion c_T

$$c_T(\kappa) = \chi_{ct6} (e^{C(\kappa)} - 1)$$

$$C(\kappa) = \chi_{ct1} + \chi_{ct2} e^{-\chi_{ct3} \kappa} + \chi_{ct4} e^{-\chi_{ct5} \kappa}$$

$$\begin{array}{lll} \chi_{ct1} = 0.832 & \chi_{ct2} = 3.535 & \chi_{ct3} = 1.099 \cdot 10^{-6} \\ \chi_{ct4} = 3.687 & \chi_{ct5} = 4.68 \cdot 10^{-7} & \chi_{ct6} = 10^7 \end{array}$$

- Funktion $K(\kappa, \Theta)$

$$K(\kappa, \Theta) \equiv K(\kappa) = \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_{max}}\right)$$

$$\kappa_{max} = 1.0 \cdot 10^9$$

2) Materialfunktionen zur Beschreibung der Schädigung:

- Materialfunktionen aus der Evolutionsgleichung für $\underline{\sigma}^0$

$$d_1(\varsigma, u) = \chi_{s01} e^{-\chi_{s02} u - \chi_{s03} \varsigma}$$

$$d_2(\varsigma) = \chi_{s04} e^{-\chi_{s05} \varsigma}$$

$$d_3(\varsigma) = \frac{\chi_{s06}}{(1 + \chi_{s07} \varsigma)^{\chi_{s08}}}$$

$$d_4(\varsigma) = \frac{\chi_{s17}}{(1 + \chi_{s18} \varsigma)^{\chi_{s19}}}$$

$$d_5(\varsigma) = \frac{\chi_{s09}}{(1 + \chi_{s10} \varsigma)^{\chi_{s11}}}$$

$$m(\varsigma, \varepsilon) = \frac{\chi_{s12} \varepsilon}{(1 + \chi_{s13} \varsigma)^{\chi_{s14}} (1 + \chi_{s15} \varepsilon)^{\chi_{s16}}}$$

$$\begin{array}{lll} \chi_{s01} = 13 & \chi_{s02} = 10^3 & \chi_{s03} = 7 \cdot 10^{-6} \\ \chi_{s04} = 6 \cdot 10^{-8} & \chi_{s05} = 2.3 \cdot 10^{-5} & \\ \chi_{s06} = 10^5 & \chi_{s07} = 3.5 \cdot 10^{-5} & \chi_{s08} = 5.5 \\ \chi_{s09} = 1.2 & \chi_{s10} = 6.6 \cdot 10^{-3} & \chi_{s11} = 2 \\ \chi_{s12} = 2 \cdot 10^7 & \chi_{s13} = 2 \cdot 10^{-6} & \chi_{s14} = 3 \\ \chi_{s15} = 1 & \chi_{s16} = 1 & \\ \chi_{s17} = 5 \cdot 10^{-3} & \chi_{s18} = 1 \cdot 10^{-7} & \chi_{s19} = 16 \end{array}$$

- Materialfunktionen aus der Evolutionsgleichung für \underline{z}^0

$$h_Z(\Theta^0) = \frac{h_{Z0}}{1 + \chi_{Z1} \Theta^0}$$

$$d_Z(\zeta, g_Z) = \frac{d_{Z0}}{(1 + \chi_{Z2} \zeta)^{\chi_{Z3}}} \arctan(g_Z)$$

$$g_Z = \frac{G_Z}{h_{Z0}}$$

$$G_Z = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'} - \frac{1}{\mathcal{J}_e} \nu_Z \operatorname{tr} \underline{\sigma}^0 - h_Z \geq 0$$

$$\begin{array}{lll} \nu_Z = 3 \cdot 10^4 & h_{Z0} = 1.75 \cdot 10^{12} & d_{Z0} = 0.35555555 \cdot 10^{-18} \star \\ \chi_{Z1} = 2 & \chi_{Z2} = 0.8 & \chi_{Z3} = 3 \end{array}$$

- Materialfunktionen aus der Evolutionsgleichung für $\underline{\epsilon}_{DS}^0$

$$h_{DS}(\zeta) = \frac{h_{DS0}}{1 + \frac{2}{\pi} \chi_{Z4} \arctan(\chi_{Z5} \zeta)}$$

$$d_{DS}(\zeta, g_{DS}) = \frac{d_{DS0} \zeta}{1 + \chi_{Z6} \zeta} \arctan(\chi_{Z7} g_{DS})$$

$$g_{DS} = \frac{G_{DS}}{h_{DS0}}$$

$$G_{DS} = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'} - \frac{1}{\mathcal{J}_e} \nu_{DS} \operatorname{tr} \underline{\sigma}^0 - h_{DS} \geq 0$$

$$\begin{array}{lll} \nu_{DS} = 3 \cdot 10^4 & h_{DS0} = 3.5 \cdot 10^{12} & d_{DS0} = 1.1022705 \cdot 10^{-14} \star \\ \chi_{Z4} = 35 & \chi_{Z5} = 1 & \chi_{Z6} = 0.3 \star \\ \chi_{Z7} = 10^2 & & \end{array}$$

- Materialfunktionen aus der Evolutionsgleichung für ξ

$$h_{DP}(\Theta^0) = \frac{h_{DP0}}{1 + \chi_{\xi 0} \Theta^0}$$

$$d_{DP1}(\Theta, \underline{\sigma}^0, \Theta^0, \xi) = (\vartheta_1(\Theta) + \vartheta_2(\Theta) \xi) \arctan\left(\frac{G_{DP}}{\chi_{\xi 1}}\right)$$

$$d_{DP2}(\Theta, \underline{\sigma}^0, \Theta^0) = \vartheta_3(\Theta) \arctan\left(\frac{G_{DP}}{\chi_{\xi 2}}\right)$$

$$G_{DP} = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \sqrt{\underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} \nu_{DP} \operatorname{tr} \underline{\sigma}^0 - h_{DP} \geq 0$$

$$\begin{array}{lll} \nu_{DP} = 1.39 \cdot 10^{-2} & h_{DP0} = 1.33 \cdot 10^6 & \vartheta_3(\Theta) = 6 \cdot 10^{-5} \\ \vartheta_1(\Theta) = 2.2 \cdot 10^{-6} & \vartheta_2(\Theta) = 4.5 \cdot 10^{-5} & \chi_{\xi 3} = 3 \cdot 10^7 \\ \chi_{\xi 0} = 8.7 & \chi_{\xi 1} = 4.2 \cdot 10^7 & \end{array}$$

- Materialfunktionen aus der Evolutionsgleichung für $\underline{\varepsilon}_{VL}^0$

$$\Phi_{VL}(G_V) = G_V = \frac{\frac{1}{\mathcal{J}_e} \sqrt{\underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'}} - \sqrt{h_V}}{\sqrt{h_V}}$$

$$\gamma_{VL} = 0.6124 \quad h_V = 3 \cdot 10^9$$

- Materialfunktionen aus der Evolutionsgleichung für Θ^0

$$d_{\Theta V}(u, \Theta^0, G_V) = T_1(u) \left(1 - \frac{T_2(u) \Theta^0}{1 + T_2(u) \Theta^0}\right) G_V$$

$$T_1(u) = \chi_{\Theta 1} (1 + \chi_{\Theta 2} e^{-\chi_{\Theta 3} u})$$

$$T_2(u) = \chi_{\Theta 4} u^{\chi_{\Theta 5}}$$

$$\begin{array}{lll} \chi_{\Theta 1} = 10^{-2} & \chi_{\Theta 2} = 7.5 \cdot 10^4 & \chi_{\Theta 3} = 5 \cdot 10^2 \\ \chi_{\Theta 4} = 2 \cdot 10^{14} & \chi_{\Theta 5} = 4 & \end{array}$$

3) Materialfunktionen zur Beschreibung des thermoelastischen Verhaltens:

- Materialfunktionen zur Beschreibung des Einflusses der Schädigung auf das thermoelastische Verhalten

$$\omega(\zeta, \underline{\sigma}) = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \frac{k_1}{2(1 + k_2 \zeta)^2 \zeta} (\lambda_{3/0} (\text{tr } \underline{\sigma})^2 + \lambda_{4/0} \text{tr } \underline{\sigma}^2)$$

$$\frac{\lambda_3(\zeta)}{\lambda_{3/0}} = \frac{\lambda_4(\zeta)}{\lambda_{4/0}} = 1 + \frac{k_1 \zeta}{1 + k_2 \zeta}; \quad \lambda_{3/0} = \frac{-\nu}{E}; \quad \lambda_{4/0} = \frac{1 + \nu}{E} = \frac{1}{2G}$$

$$\begin{array}{lll} k_1 = 300 & E = 2.1 \cdot 10^{11} & (\lambda_{3/0} = -1.4338821 \cdot 10^{-12}) \\ k_2 = 1000 & \nu = 0.301115242 & (\lambda_{4/0} = 6.1957868 \cdot 10^{-12}) \end{array}$$

- Materialfunktion aus der Differentialgleichung von u

$$PG = \max \left\{ 0, |D_{EW}|_{\max} + \chi_{u1} \dot{\Theta} \right\}$$

$$c = 5 \cdot 10^4 \quad \alpha = 10^{-4} \quad \chi_{u1} = 10^{-5}$$

- Parameter aus der Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{array}{lll} \rho = 7.5 \cdot 10^3 & \lambda_2 = 10^{-5} & c_{\sigma\kappa} = 480 \\ \tau_q = 2.53 \cdot 10^{-8} & k = 12 & \mu_1 = 6.76 \cdot 10^{-9} \\ \mu_2 = 6.76 \cdot 10^{-9} & \mu_3 = 3.5 \cdot 10^{-17} & \mu_4 = 10^7 \\ \mu_6 = 1.1 \cdot 10^8 & \nu_2 = 1.677 \cdot 10^{-12} & \nu_3 = 5 \cdot 10^{-11} \\ \nu_4 = 1.66 \cdot 10^{-4} & & \end{array}$$

4) Materialfunktionen für den inelastischen Spin

$$\Phi_{TW}(\mathcal{F}_T) = \Phi_T(\mathcal{F}_T)$$

$$\gamma_{TW}(u) = \chi_{t10} u_{EQ}^{-1}(u)$$

$$\chi_{t10} = 0.979$$

A.2 Makro–Scherband–Modell

1) Materialfunktionen zur Beschreibung thermisch aktivierter Versetzungsmechanismen:

- Fließflächenradius g_{MT}

$$g_{MT}(\Theta_M, u_M) = \Gamma_{MT1}^{(0)}(\Theta_M) \Gamma_{MT2}(u_M)$$

$$\Gamma_{MT1}^{(0)}(\Theta_M) = g_{MT0} \left\{ 1 - \chi_{Mgt4} \arctan \left[\chi_{Mgt5} \left(\frac{\Theta_M}{\Theta_{M0}} - 1 \right) \right] \right\}$$

$$\Gamma_{MT2}(u_M) = \chi_{Mgt6} + \frac{\chi_{Mgt7}}{u_M^{\chi_{Mgt8}}}$$

$$\begin{array}{lll} \chi_{Mgt4} = 0.33 & \chi_{Mgt5} = 2 & \chi_{Mgt6} = -0.760043 \\ \chi_{Mgt7} = 0.953555 & \chi_{Mgt8} = 0.135549 & g_{MT0} = 1.5 \cdot 10^{16} \end{array}$$

- Gleichgewichtswert der Prozeßgeschwindigkeit u_{MEQ}

$$u_{MEQ}(PG_M) = u_{M0} - 2(u_{M0} - u_{M\infty})(U_M(PG_M))^2 + (u_{M0} - u_{M\infty})(U_M(PG_M))^4$$

mit:
$$U_M(PG_M) = \frac{1}{\chi_{Mu2}} \log(1 + \chi_{Mu3} PG_M)$$

$$\begin{array}{ll} u_{M0} = 10^{-2} & u_{M\infty} = 0.0 \\ \chi_{Mu3} = 2.6034 \cdot 10^4 & \chi_{Mu2} = 10.177 \end{array}$$

- Überspannungsfunktion Φ_{MT}

$$\Phi_{MT}(\mathcal{F}_{MT}) = 1 - e^{(-\chi_{Mt6} \mathcal{F}_{MT})}$$

$$\mathcal{F}_{MT} = \frac{\frac{1}{\mathcal{J}_e} \sqrt{\underline{\sigma}'_M \cdot \underline{\sigma}'_M} - \sqrt{g_{MT}}}{\sqrt{g_{MT}}}$$

$$\chi_{Mt6} = 25$$

- plastische Verzerrungsrate γ_{MT}

$$\gamma_{MT}(u_M) = \chi_{Mt7} u_{MEQ}^{-1}(u_M)$$

$$u_{MEQ}^{-1}(u_M) = \frac{1}{\chi_{Mu3}} \left[-1 + 10^{\chi_{Mu2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{u_{M0} - u_M}{u_{M0} - u_{M\infty}}}} \right]$$

$$\chi_{Mt7} = 2.0$$

2) Materialfunktionen zur Beschreibung des thermoelastischen Verhaltens:

- Materialfunktionen zur Beschreibung des Einflusses der Schädigung auf das thermoelastische Verhalten (wird beibehalten mit $\zeta = \zeta(t^*) = \zeta^*$!)

$$\omega_M(\zeta^*, \underline{\sigma}_M) = \frac{1}{J_e^2} \frac{k_{M1}}{2(1 + k_{M2} \zeta^*)^2 \zeta^*} (\lambda_{M3/0} (\text{tr} \underline{\sigma}_M)^2 + \lambda_{M4/0} \text{tr} \underline{\sigma}_M^2)$$

$$\frac{\lambda_{M3}(\zeta^*)}{\lambda_{M3/0}} = \frac{\lambda_{M4}(\zeta^*)}{\lambda_{M4/0}} = 1 + \frac{k_{M1} \zeta^*}{1 + k_{M2} \zeta^*} ;$$

$$\lambda_{M3/0} = \frac{-\nu_M}{E_M} ; \quad \lambda_{M4/0} = \frac{1 + \nu_M}{E_M} = \frac{1}{2G_M}$$

$$\begin{array}{lll} k_{M1} = 300 & E_M = 2.1 \cdot 10^{11} & (\lambda_{M3/0} = -1.4338821 \cdot 10^{-12}) \\ k_{M2} = 1000 & \nu_M = 0.301115242 & (\lambda_{M4/0} = 6.1957868 \cdot 10^{-12}) \end{array}$$

- Materialfunktion aus der Differentialgleichung von u

$$PG_M = \max \left\{ 0, |D_{MEW}|_{\max} + \chi_{Mu1} \dot{\Theta}_M \right\}$$

$$c_M = 5 \cdot 10^4 \quad \alpha_M = 10^{-4} \quad \chi_{Mu1} = 10^{-5}$$

- Parameter aus der Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{array}{lll} \rho_M = 7.5 \cdot 10^3 & \lambda_{M2} = 10^{-5} & c_{M\sigma\kappa} = 120 \\ \tau_{Mq} = 2.53 \cdot 10^{-8} & k_M = 12 & \end{array}$$

3) Materialfunktionen zur Beschreibung der Ausbreitung eines Makro-Scherbandes:

- Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{\chi_{c1} h}{1 + \chi_{c2} h}, \quad \text{falls} \quad h = G_1 - 2\gamma > 0$$

$$\chi_{c1} = 5 \cdot 10^{-1} \quad \chi_{c2} = 5 \cdot 10^{-4} \quad 2\gamma = 4 \cdot 10^3$$

- Volumenintegral G_1

$$\begin{aligned} G_1 = & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{V_\varepsilon} \nabla \cdot \left(\rho \varphi \vec{e}_c - \underline{\sigma} \cdot (\nabla \vec{u}) \cdot \vec{e}_c \right) dV + \\ & \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{V_\varepsilon} \nabla \cdot \left(\rho_M \varphi_M \vec{e}_c - \underline{\sigma}_M \cdot (\nabla \vec{u}_M) \cdot \vec{e}_c \right) dV \end{aligned}$$

A.3 Zylindermodell

Das Materialverhalten des Zylinders beim Durchschlagversuch wird mit den unter A.1 dargestellten Materialfunktionen unter Vernachlässigung aller Schädigungseffekte beschrieben. Abweichend von A.1 werden für das viskoplastische Verhalten die folgenden Größen festgelegt:

$$\begin{array}{lll} \chi_{Zgt6} = 0.92034 & \chi_{Zgt7} = 0.0210453 & \chi_{Zgt8} = 0.378106 \\ \chi_{Zgt9} = 0.0 & \chi_{Zgt10} = 0.0 & g_{ZT0} = 1.2 \cdot 10^{18} \\ \chi_{Zt7} = 2.0 & & \end{array}$$

B. Aufbereitung der Materialmodelle für große Deformationen und axialsymmetrische Probleme in Zylinderkoordinaten

B.1 Kontinuums-Schädigungs-Modell

Additive Aufspaltung des Tensors der Verzerrungsgeschwindigkeiten \underline{D} :

$$\underline{D} = \underline{D}_e + \underline{D}_i$$

$$\underline{D}_e = \text{sym}(\overset{\nabla}{\underline{V}}_e \cdot \underline{V}_e^{-1}) \approx \mathcal{J}_e^{-1} \overset{\nabla}{\underline{V}}_e \approx \mathcal{J}_e^{-2} \overset{\nabla}{\underline{E}}_e$$

$$\text{mit: } \mathcal{J}_e \stackrel{\cdot}{=} \det \underline{V}_e \Rightarrow \mathcal{J}_e^2 = \det \underline{V}_e^2 = \det(\underline{\mathbf{1}} + 2 \underline{E}_e) \approx 1 + 2(\text{tr} \underline{E}_e)$$

$$\underline{D}_i = \underline{D}_{VT} + \underline{D}_{DS} + \underline{D}_{DP}$$

GREENSches Verzerrungsmaß:

$$\underline{E}_e = \frac{1}{2} (\underline{V}_e^2 - \underline{\mathbf{1}})$$

Reversible Verzerrung \underline{E}_e unter Voraussetzung thermoelastischen Materialverhaltens:

$$\underline{E}_e \approx (\lambda_2 (\Theta - \Theta_0) + \lambda_3 (\text{tr} \underline{S}_K)) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_4 \underline{S}_K$$

$$\overset{\nabla}{\underline{E}}_e \approx \lambda_2 \dot{\Theta} \underline{\mathbf{1}} + \lambda_3 (\text{tr} \overset{\nabla}{\underline{S}}_K) \underline{\mathbf{1}} + \lambda_4 \overset{\nabla}{\underline{S}}_K$$

Der reversible Anteil des Tensors der Verzerrungsgeschwindigkeiten lautet:

$$\begin{aligned} \underline{D}_e &\approx \mathcal{J}_e^{-2} \overset{\nabla}{\underline{E}}_e \\ &\approx \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \lambda_2 \dot{\Theta} \underline{\mathbf{1}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \lambda_3 (\text{tr} \overset{\nabla}{\underline{S}}_K) \underline{\mathbf{1}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \lambda_4 \overset{\nabla}{\underline{S}}_K \\ &\approx \frac{1}{\mathcal{J}_e^3} \lambda_2 \dot{\Theta} \underline{\mathbf{1}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e^3} \lambda_3 (\text{tr} \overset{\circ}{\underline{\sigma}}) \underline{\mathbf{1}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e^3} \lambda_4 \overset{\circ}{\underline{\sigma}} \end{aligned}$$

Durch Umformung erhält man eine Bestimmungsgleichung für $\underline{\underline{\sigma}}^{\square}$:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\square} \frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}^{\square}) \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{D}} - \underline{\underline{D}}_{VT} - \underline{\underline{D}}_{DS} - \underline{\underline{D}}_{DP} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \dot{\Theta} \underline{\underline{1}}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\square 11} \left(\frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \right) + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \left(\underline{\underline{\sigma}}^{\square 22} (x^1)^2 + \underline{\underline{\sigma}}^{\square 33} \right) = D^{11} - D_{VT}^{11} - D_{DS}^{11} - D_{DP}^{11} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \dot{\Theta}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\square 22} \left(\frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \right) + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \frac{1}{(x^1)^2} \left(\underline{\underline{\sigma}}^{\square 11} + \underline{\underline{\sigma}}^{\square 33} \right) = D^{22} - D_{VT}^{22} - D_{DS}^{22} - D_{DP}^{22} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2 (x^1)^2} \dot{\Theta}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\square 33} \left(\frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \right) + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \left(\underline{\underline{\sigma}}^{\square 11} + \underline{\underline{\sigma}}^{\square 22} (x^1)^2 \right) = D^{33} - D_{VT}^{33} - D_{DS}^{33} - D_{DP}^{33} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \dot{\Theta}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\square 13} \frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} = D^{13} - D_{VT}^{13} - D_{DS}^{13}$$

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik lautet für adiabate Prozesse unter Vernachlässigung volumenverteilter Wärmequellen:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} + \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e} \Theta (\text{tr } \underline{\underline{\nabla}}) - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e} \Theta (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) (\text{tr } \underline{\underline{D}}_e) &= \frac{1}{\mathcal{J}_e} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{D}}_{DS} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{D}}_{DP} \\ &+ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left(1 - \frac{\nu_3 K \kappa}{\mathcal{J}_e} - \frac{\nu_4 K \Theta_0}{\mathcal{J}_e} - \frac{\nu_2 c_T}{\mathcal{J}_e^2} \right) \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{D}}_{VT} + \mu_6 \Theta^0 [d_{\Theta V}]_V + \mu_1 \frac{m}{\mathcal{J}_e^2} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}^0)^2 \\ &+ \mu_2 \frac{m}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\underline{\sigma}}^0 \cdot \cdot \underline{\underline{\sigma}}^0 + (\vartheta_1 + \vartheta_2 \xi) [d_{DP1}]_{DP} \langle LC_{DP1} \rangle_{DP1} + \vartheta_3 \xi^2 [d_{DP2}]_{DP} \langle LC_{DP1} \rangle_{DP2} \\ &+ \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \left(\frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} (\underline{\underline{\sigma}}')^2 + (\mu_4 + \omega) \underline{\underline{Z}}^0 \right) \cdot \cdot \left(\underline{\underline{Z}}^0 - \underline{\underline{Z}}^0 (\text{tr } \underline{\underline{D}}_e) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} &= \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left[\sigma^{11} D_{DS}^{11} + \sigma^{22} D_{DS}^{22} (x^1)^4 + \sigma^{33} D_{DS}^{33} + 2 \sigma^{13} D_{DS}^{13} \right] + \mu_6 \Theta^0 [d_{\Theta V}]_V \\
&+ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left[\sigma^{11} D_{VT}^{11} + \sigma^{22} D_{VT}^{22} (x^1)^4 + \sigma^{33} D_{VT}^{33} + 2 \sigma^{13} D_{VT}^{13} \right] \left[1 - \frac{\nu_3 K \kappa}{\mathcal{J}_e} - \frac{\nu_4 K \Theta_0}{\mathcal{J}_e} - \frac{\nu_2 c_T}{\mathcal{J}_e^2} \right] \\
&+ \left(\vartheta_1 + \vartheta_2 \xi + \frac{1}{3 \mathcal{J}_e (1 - \xi)} \left[\sigma^{11} + \sigma^{22} (x^1)^2 + \sigma^{33} \right] \right) [d_{DP1}]_{DP} \left\langle LC_{DP1}(\underline{\sigma}) \right\rangle_{DP1} \\
&+ \left(\vartheta_3 \xi - \frac{1}{3 \mathcal{J}_e (1 - \xi)} \left[\sigma^{11} + \sigma^{22} (x^1)^2 + \sigma^{33} \right] \right) \xi [d_{DP2}]_{DP} \left\langle LC_{DP1}(\underline{\sigma}) \right\rangle_{DP2} \\
&+ \mu_1 \frac{m}{\mathcal{J}_e^2} \left[\sigma^{011} + \sigma^{022} (x^1)^2 + \sigma^{033} \right]^2 - \frac{\lambda_2 \Theta}{\mathcal{J}_e} \left[\bar{\sigma}^{11} + \bar{\sigma}^{22} (x^1)^2 + \bar{\sigma}^{33} \right] \\
&+ \mu_2 \frac{m}{\mathcal{J}_e^2} \left[(\sigma^{011})^2 + (\sigma^{022})^2 (x^1)^4 + (\sigma^{033})^2 + 2 (\sigma^{013})^2 \right] \\
&+ \frac{d_Z}{\mathcal{J}_e^2} \left\{ \left[\frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} \left((\sigma'^{11})^2 + (\sigma'^{13})^2 \right) + (\mu_4 + \omega) Z^{011} \right]^2 \right. \\
&+ \left[\frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} (\sigma'^{22})^2 (x^1)^2 + (\mu_4 + \omega) Z^{022} \right]^2 (x^1)^4 + \left[\frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} \left((\sigma'^{13})^2 + (\sigma'^{33})^2 \right) + (\mu_4 + \omega) Z^{033} \right]^2 \\
&\left. + 2 \left[\frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} \left(\sigma'^{11} \sigma'^{13} + \sigma'^{13} \sigma'^{33} \right) + (\mu_4 + \omega) Z^{013} \right]^2 \right\} \left\langle\left\langle LC_Z(\underline{\sigma}) \right\rangle\right\rangle
\end{aligned}$$

Dies läßt sich auch verkürzt schreiben als:

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} &= \Theta_1 + \Theta_2 \left\langle\left\langle LC_Z(\underline{\sigma}) \right\rangle\right\rangle + \Theta_3 \left\langle LC_{DP1}(\underline{\sigma}) \right\rangle - \frac{\lambda_2 \Theta}{\mathcal{J}_e} \left[\bar{\sigma}^{11} + \bar{\sigma}^{22} (x^1)^2 + \bar{\sigma}^{33} \right] \\
&+ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left[\sigma^{11} D_{DS}^{11} + \sigma^{22} D_{DS}^{22} (x^1)^4 + \sigma^{33} D_{DS}^{33} + 2 \sigma^{13} D_{DS}^{13} \right]
\end{aligned}$$

Verzerrungsrate \underline{D}_{DS} :

$$\underline{D}_{DS} = [d_{DS}]_{DS} \lll LC_{DS} \rrr \frac{\underline{\sigma}'}{\|\underline{\sigma}'\|}$$

$$D_{DS}^{11} = A_0 \lll LC_{DS}(\underline{\sigma}) \rrr \sigma'^{11}$$

$$D_{DS}^{22} = A_0 \lll LC_{DS}(\underline{\sigma}) \rrr \sigma'^{22}$$

$$D_{DS}^{33} = A_0 \lll LC_{DS}(\underline{\sigma}) \rrr \sigma'^{33}$$

$$D_{DS}^{13} = A_0 \lll LC_{DS}(\underline{\sigma}) \rrr \sigma'^{13}$$

$$\text{mit: } A_0 = \frac{[d_{DS}]_{DS}}{\sqrt{(\sigma'^{11})^2 + (\sigma'^{22})^2 (x^1)^4 + (\sigma'^{33})^2 + 2(\sigma'^{13})^2}}$$

Fließbedingung G_{DS} :

$$G_{DS} = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'} - \frac{\nu_{DS}}{\mathcal{J}_e} (\text{tr } \underline{\sigma}^0) - h_{DS}$$

$$G_{DS} = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \left\{ (\sigma^{0,11})^2 + (\sigma^{0,22})^2 (x^1)^4 + (\sigma^{0,33})^2 + 2(\sigma^{0,13})^2 \right\} \\ - \frac{\nu_{DS}}{\mathcal{J}_e} (\sigma^{0,11} + \sigma^{0,22} (x^1)^2 + \sigma^{0,33}) - h_{DS}$$

Belastungsbedingung LC_{DS} :

$$LC_{DS} = LC_Z = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} \underline{\sigma}^{0'} - \nu_Z \underline{\mathbf{1}} \right) \cdot \left(\underline{\sigma}^0 + m \underline{\sigma}^0 \right) \\ = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} \underline{\sigma}^{0'} - \nu_Z \underline{\mathbf{1}} \right) \cdot \left(\underline{\underline{D}} \cdot \underline{\sigma} + K d_5 (\underline{\sigma} \cdot \underline{D}_{VT}) \underline{\sigma}^0 \right)$$

Durch Ausmultiplizieren und Umsortieren läßt sich die Belastungsbedingung LC_Z auf folgende Form bringen:

$$LC_Z = LC_{Z1} \underline{\sigma}^{11} + LC_{Z2} \underline{\sigma}^{22} + LC_{Z3} \underline{\sigma}^{33} + LC_{Z4} \underline{\sigma}^{13} + LC_{Z0}$$

$$\begin{aligned}
LC_Z &= \bar{\sigma}^{11} \left\{ \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,11} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \right) \left(d_1 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,11} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,11} + 2 d_4 \xi \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,13} \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) \right\} \\
&+ \bar{\sigma}^{22} \left\{ \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,22} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e (x^1)^2} \right) \left(d_1 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,22} (x^1)^2 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,22} (x^1)^2 + 2 d_4 \xi \right) (x^1)^4 \right\} \\
&+ \bar{\sigma}^{33} \left\{ \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,33} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \right) \left(d_1 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,33} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,33} + 2 d_4 \xi \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,13} \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) \right\} \\
&+ \bar{\sigma}^{13} \left\{ \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,11} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \right) \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) + \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,33} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \right) \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,13} \left(d_1 + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 (\sigma^{0,33} + \sigma^{0,11}) + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 (Z^{0,11} + Z^{0,33}) + 2 d_4 \xi \right) \right\} \\
&+ d_5 \dot{\kappa} \left\{ \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,11} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \right) \sigma^{0,11} + \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,22} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e (x^1)^2} \right) \sigma^{0,22} (x^1)^4 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,33} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \right) \sigma^{0,33} + \frac{4}{\mathcal{J}_e^2} \sigma^{0,13} \sigma^{0,13} \right\}
\end{aligned}$$

Verzerrungsrate \underline{D}_{DP} :

$$\underline{D}_{DP} = \frac{\dot{\xi}}{3(1-\xi)} \underline{\mathbf{1}}$$

$$D_{DP}^{11} = D_{DP}^{22} (x^1)^2 = D_{DP}^{33} = (A_6 - A_7) LC_{DP1}(\underline{\bar{\sigma}})$$

$$\text{mit: } A_6 = \frac{\langle [d_{DP1}]_{DP} \rangle_{DP1}}{3(1-\xi)} \quad A_7 = \frac{\xi \langle [d_{DP2}]_{DP} \rangle_{DP2}}{3(1-\xi)}$$

$$A_8 = (A_6 - A_7)$$

Aus diesen Evolutionsgleichungen resultiert das nachfolgende Gleichungssystem, welches zur Bestimmung der Raten in jedem Zeitschritt gelöst werden muß:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}]^{\sigma\sigma} & [\mathbf{A}]^{\sigma\Theta} & [\mathbf{A}]^{\sigma D} \\ [\mathbf{A}]^{\Theta\sigma} & [\mathbf{A}]^{\Theta\Theta} & [\mathbf{A}]^{\Theta D} \\ [\mathbf{A}]^{D\sigma} & [\mathbf{A}]^{D\Theta} & [\mathbf{A}]^{DD} \end{bmatrix}_{9 \times 9} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}^{\sigma 11} \\ \dot{\sigma}^{\sigma 22} \\ \dot{\sigma}^{\sigma 33} \\ \dot{\sigma}^{\sigma 13} \\ \dot{\Theta} \\ D_{DS}^{11} \\ D_{DS}^{22} \\ D_{DS}^{33} \\ D_{DS}^{13} \end{bmatrix}_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} v_{1,1} - D_{VT}^{11} - A_8 LC_{DP10} \\ \frac{v_1}{(x^1)^3} - D_{VT}^{22} - \frac{A_8}{(x^1)^2} LC_{DP10} \\ v_{3,3} - D_{VT}^{33} - A_8 LC_{DP10} \\ \frac{1}{2} (v_{1,3} + v_{3,1}) - D_{VT}^{13} \\ \Theta_1 + \Theta_2 LC_{Z0} + \Theta_3 LC_{DP10} \\ A_0 \sigma'^{11} LC_{DS0} \\ A_0 \sigma'^{22} LC_{DS0} \\ A_0 \sigma'^{33} LC_{DS0} \\ A_0 \sigma'^{13} LC_{DS0} \end{bmatrix}_{9 \times 1}$$

mit: $[\mathbf{A}]^{\sigma D} = [\mathbf{1}]_{4 \times 4}$ $[\mathbf{A}]^{DD} = [\mathbf{1}]_{4 \times 4}$
 $[\mathbf{A}]^{\Theta\Theta} = [\mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa}]_{1 \times 1}$ $[\mathbf{A}]^{D\Theta} = [\mathbf{0}]_{4 \times 1}$

$$[\mathbf{A}]^{\sigma\Theta} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \\ \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2 (x^1)^2} \\ \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \\ 0 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad [\mathbf{A}]^{\Theta D} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\mathcal{J}_e} \sigma^{11} \\ -\frac{1}{\mathcal{J}_e} \sigma^{22} (x^1)^4 \\ -\frac{1}{\mathcal{J}_e} \sigma^{33} \\ -\frac{2}{\mathcal{J}_e} \sigma^{13} \end{bmatrix}_{1 \times 4}$$

$$[\mathbf{A}]^{\Theta\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathcal{J}_e} \lambda_2 \Theta - \Theta_2 LC_{Z1} - \Theta_3 LC_{DP11} \\ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \lambda_2 \Theta (x^1)^2 - \Theta_2 LC_{Z2} - \Theta_3 LC_{DP12} \\ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \lambda_2 \Theta - \Theta_2 LC_{Z3} - \Theta_3 LC_{DP13} \\ -\Theta_2 LC_{Z4} - \Theta_3 LC_{DP14} \end{bmatrix}_{1 \times 4}$$

$$[\mathbf{A}]^{D\sigma} = \begin{bmatrix} -A_0 \sigma'^{11} LC_{DS1} & -A_0 \sigma'^{11} LC_{DS2} & -A_0 \sigma'^{11} LC_{DS3} & -A_0 \sigma'^{11} LC_{DS4} \\ -A_0 \sigma'^{22} LC_{DS1} & -A_0 \sigma'^{22} LC_{DS2} & -A_0 \sigma'^{22} LC_{DS3} & -A_0 \sigma'^{22} LC_{DS4} \\ -A_0 \sigma'^{33} LC_{DS1} & -A_0 \sigma'^{33} LC_{DS2} & -A_0 \sigma'^{33} LC_{DS3} & -A_0 \sigma'^{33} LC_{DS4} \\ -A_0 \sigma'^{13} LC_{DS1} & -A_0 \sigma'^{13} LC_{DS2} & -A_0 \sigma'^{13} LC_{DS3} & -A_0 \sigma'^{13} LC_{DS4} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{A}]^{\sigma\sigma} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\lambda_4 + \lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} + A_8 LC_{DP11} & \frac{\lambda_3 (x^1)^2}{\mathcal{J}_e^3} + A_8 LC_{DP12} & \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} + A_8 LC_{DP13} & A_8 LC_{DP14} \\ \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3 (x^1)^2} + \frac{A_8}{(x^1)^2} LC_{DP11} & \frac{\lambda_4 + \lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{A_8}{(x^1)^2} LC_{DP12} & \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3 (x^1)^2} + \frac{A_8}{(x^1)^2} LC_{DP13} & \frac{A_8}{(x^1)^2} LC_{DP14} \\ \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} + A_8 LC_{DP11} & \frac{\lambda_3 (x^1)^2}{\mathcal{J}_e^3} + A_8 LC_{DP12} & \frac{\lambda_4 + \lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} + A_8 LC_{DP13} & A_8 LC_{DP14} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

CAUCHY-Spannungsrate $\dot{\underline{\sigma}}$:

$$\dot{\underline{\sigma}} = \dot{\underline{\sigma}}^{\square} + (\underline{\mathbf{W}} - \underline{\mathbf{W}}_i) \cdot \underline{\sigma} - \underline{\sigma} \cdot (\underline{\mathbf{W}} - \underline{\mathbf{W}}_i) + \underline{\sigma} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{11} = \dot{\sigma}^{\square 11} + \sigma^{13} (v_{1,3} - v_{3,1}) - 2 \sigma^{13} W_{i3}^1 + \sigma^{11} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{22} = \dot{\sigma}^{\square 22} - \frac{2}{x^1} v_1 \sigma^{22} + \sigma^{22} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{33} = \dot{\sigma}^{\square 33} + \sigma^{13} (v_{3,1} - v_{1,3}) - 2 \sigma^{13} W_{i3}^1 + \sigma^{33} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{13} = \dot{\sigma}^{\square 13} + \frac{1}{2} \sigma^{11} (v_{3,1} - v_{1,3}) + \frac{1}{2} \sigma^{33} (v_{1,3} - v_{3,1}) + (\sigma^{11} - \sigma^{33}) W_{i3}^1 + \sigma^{13} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

Verzerrungsrate \underline{D}_{VT} :

$$\underline{D}_{VT} = \gamma_T [\Phi_T]_T \frac{\underline{\sigma}' - \underline{X}_T}{\|\underline{\sigma}' - \underline{X}_T\|} , \quad F_T = \frac{1}{J_e^2} (\underline{\sigma}' - \underline{X}_T) \cdot \cdot (\underline{\sigma}' - \underline{X}_T) - g_T$$

$$D_{VT}^{11} = A_1 (\sigma'^{11} - X_T^{11})$$

$$D_{VT}^{22} = A_1 (\sigma'^{22} - X_T^{22})$$

$$D_{VT}^{33} = A_1 (\sigma'^{33} - X_T^{33})$$

$$D_{VT}^{13} = A_1 (\sigma'^{13} - X_T^{13})$$

$$\text{mit: } A_1 = \frac{\gamma_T [\Phi_T]_T}{\sqrt{(\sigma'^{11} - X_T^{11})^2 + (\sigma'^{22} - X_T^{22})^2 (x^1)^4 + (\sigma'^{33} - X_T^{33})^2 + 2(\sigma'^{13} - X_T^{13})^2}}$$

Kinematischer Verfestigungstensor \underline{X}_T :

$$\dot{\underline{X}}_T = J_e c_T \underline{D}_{VT} + (\underline{W} - \underline{W}_i) \cdot \underline{X}_T - \underline{X}_T \cdot (\underline{W} - \underline{W}_i) + \underline{X}_T (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{X}_T^{11} = J_e c_T A_1 (\sigma'^{11} - X_T^{11}) + X_T^{13} (v_{1,3} - v_{3,1}) - 2 X_T^{13} W_{i3}^1 + X_T^{11} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{X}_T^{22} = J_e c_T A_1 (\sigma'^{22} - X_T^{22}) - \frac{2}{x^1} v_1 X_T^{22} + X_T^{22} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{X}_T^{33} = J_e c_T A_1 (\sigma'^{33} - X_T^{33}) + X_T^{13} (v_{3,1} - v_{1,3}) + 2 X_T^{13} W_{i3}^1 + X_T^{33} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{X}_T^{13} = J_e c_T A_1 (\sigma'^{13} - X_T^{13}) + \frac{1}{2} (X_T^{11} - X_T^{33}) (v_{3,1} - v_{1,3}) + (X_T^{11} - X_T^{33}) W_{i3}^1 + X_T^{13} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

Versetzungsdichte κ :

$$\dot{\kappa} = K \underline{\sigma} \cdot \cdot \underline{D}_{VT}$$

$$\dot{\kappa} = K A_1 \left(\sigma^{11} (\sigma'^{11} - X_T^{11}) + \sigma^{22} (\sigma'^{22} - X_T^{22}) (x^1)^4 + \sigma^{33} (\sigma'^{33} - X_T^{33}) + 2 \sigma^{13} (\sigma'^{13} - X_T^{13}) \right)$$

Maß der Prozeßgeschwindigkeit u :

$$\ddot{u} = -c_1 (\alpha + PG) \dot{u} - \frac{c_1^2}{4} (\alpha + PG)^2 (u - u_{EQ}(PG))$$

$$\dot{u} = v$$

$$\dot{v} = -c_1 (\alpha + PG) v - \frac{c_1^2}{4} (\alpha + PG)^2 (u - u_{EQ}(PG))$$

mit: $PG = \max \left\{ 0, |D_{EW}|_{\max} + \chi_{u1} \dot{\Theta} \right\}$

plastischer Spin \underline{W}_i :

$$\underline{W}_i = \gamma_{TW} [\Phi_{TW}]_T \frac{\underline{X}_T \cdot \underline{\sigma}' - \underline{\sigma}' \cdot \underline{X}_T}{\|\underline{\sigma}'\| \|\underline{X}_T\|}$$

$$W_{i3}^1 = -W_{i1}^3 = \frac{A_2 (X_T^{11} \sigma'^{13} + X_T^{13} \sigma'^{33} - X_T^{13} \sigma'^{11} - X_T^{33} \sigma'^{13})}{\sqrt{(\sigma'^{11})^2 + (\sigma'^{22})^2 (x^1)^4 + (\sigma'^{33})^2 + 2(\sigma'^{13})^2}}$$

mit: $A_2 = \frac{\gamma_{TW} [\Phi_{TW}]_T}{\sqrt{(X_T^{11})^2 + (X_T^{22})^2 (x^1)^4 + (X_T^{33})^2 + 2(X_T^{13})^2}}$

Temperaturkonzentration Θ^0 :

$$\dot{\Theta}^0 = [d_{\Theta V}]_V$$

$$G_V = \frac{\frac{1}{J_e} \sqrt{\underline{\sigma}^{0i} \cdot \underline{\sigma}^{0i}} - \sqrt{h_V}}{\sqrt{h_V}}$$

Spannungskonzentrationstensor $\underline{\sigma}^0$:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\sigma}}^0 &= d_1 \underline{\dot{\sigma}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 (\underline{\sigma}^0 \cdot \underline{\dot{\sigma}} + \underline{\dot{\sigma}} \cdot \underline{\sigma}^0) + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 (\underline{Z}^0 \cdot \underline{\dot{\sigma}} + \underline{\dot{\sigma}} \cdot \underline{Z}^0) + 2 d_4 \xi \underline{\dot{\sigma}} \\ &+ K d_5 (\underline{\sigma} \cdot \underline{\underline{D}}_{VT}) \underline{\sigma}^0 - m \underline{\sigma}^0 + (\underline{W} - \underline{W}_i) \cdot \underline{\sigma}^0 - \underline{\sigma}^0 \cdot (\underline{W} - \underline{W}_i) + \underline{\sigma}^0 (\text{tr } \underline{D}_e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{011} &= d_1 \dot{\sigma}^{11} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 (\dot{\sigma}^{11} \sigma^{011} + \dot{\sigma}^{13} \sigma^{013}) + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 (\dot{\sigma}^{11} Z^{011} + Z^{013} \dot{\sigma}^{13}) + 2 d_4 \xi \dot{\sigma}^{11} \\ &+ d_5 \dot{\kappa} \sigma^{011} - m \sigma^{011} + \sigma^{013} (v_{1,3} - v_{3,1}) - 2 \sigma^{013} W_{i3}^1 + \sigma^{011} (\text{tr } \underline{D}_e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{022} &= d_1 \dot{\sigma}^{22} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{022} \dot{\sigma}^{22} (x^1)^2 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{022} \dot{\sigma}^{22} (x^1)^2 + 2 d_4 \xi \dot{\sigma}^{22} + d_5 \dot{\kappa} \sigma^{022} \\ &- m \sigma^{022} - \frac{2 v_1}{x^1} \sigma^{022} + \sigma^{022} (\text{tr } \underline{D}_e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{033} &= d_1 \dot{\sigma}^{33} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 (\dot{\sigma}^{13} \sigma^{013} + \dot{\sigma}^{33} \sigma^{033}) + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 (\dot{\sigma}^{13} Z^{013} + Z^{033} \dot{\sigma}^{33}) + 2 d_4 \xi \dot{\sigma}^{33} \\ &+ d_5 \dot{\kappa} \sigma^{033} - m \sigma^{033} + \sigma^{013} (v_{3,1} - v_{1,3}) + 2 \sigma^{013} W_{i3}^1 + \sigma^{033} (\text{tr } \underline{D}_e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{013} &= d_1 \dot{\sigma}^{13} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 (\dot{\sigma}^{13} (\sigma^{011} + \sigma^{033}) + \sigma^{013} (\dot{\sigma}^{11} + \dot{\sigma}^{33})) + 2 d_4 \xi \dot{\sigma}^{13} + d_5 \dot{\kappa} \sigma^{013} \\ &- m \sigma^{013} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 (\dot{\sigma}^{13} (Z^{011} + Z^{033}) + Z^{013} (\dot{\sigma}^{11} + \dot{\sigma}^{33})) + \frac{1}{2} \sigma^{011} (v_{3,1} - v_{1,3}) \\ &+ \frac{1}{2} \sigma^{033} (v_{1,3} - v_{3,1}) + \sigma^{011} W_{i3}^1 - \sigma^{033} W_{i3}^1 + \sigma^{013} (\text{tr } \underline{D}_e) \end{aligned}$$

Scherbandschädigungstensor \underline{Z}^0 :

Anmerkung: Für axialsymmetrische Probleme wird das Evolutionsgesetz für \underline{Z}^0 in der Form aus [For90] und [Mit95] verwendet. Bei der Überprüfung des Versagenskriteriums erfolgt nach der Lösung des Eigenwertproblems für \underline{Z}^0 eine Transformation des Eigenvektors, der dem größten Eigenwert des Schädigungstensors zugeordnet ist, entsprechend der Ermittlung der Hauptschubspannungsrichtungen aus dem Spannungstensor. Mit der Berücksichtigung des aktuellen Spannungszustandes wird dann eine Auswahl zwischen den beiden so ermittelten gleichberechtigten Hauptrichtungen von \underline{Z}^0 getroffen, um die Orientierung des Makro-Scherbandes festzulegen (vgl. Kap. 3.2.1, 3.3.2).

$$\dot{\underline{Z}}^0 = [d_z]_z \langle\langle LC_z \rangle\rangle \left\{ \frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} (\underline{\sigma}')^2 + (\mu_4 + \omega) \underline{Z}^0 \right\} + (\underline{W} - \underline{W}_i) \cdot \underline{Z}^0 - \underline{Z}^0 \cdot (\underline{W} - \underline{W}_i) + \underline{Z}^0 (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{Z}^{011} = A_3 \left\{ \frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} \left((\sigma'^{11})^2 + (\sigma'^{13})^2 \right) + (\mu_4 + \omega) Z^{011} \right\} + Z^{013} (v_{1,3} - v_{3,1}) - 2 Z^{013} W_{i3}^1 + Z^{011} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{Z}^{022} = A_3 \left\{ \frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} (\sigma'^{22})^2 (x^1)^2 + (\mu_4 + \omega) Z^{022} \right\} - \frac{2}{x^1} v_1 Z^{022} + Z^{022} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{Z}^{033} = A_3 \left\{ \frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} \left((\sigma'^{13})^2 + (\sigma'^{33})^2 \right) + (\mu_4 + \omega) Z^{033} \right\} + Z^{013} (v_{3,1} - v_{1,3}) - 2 Z^{013} W_{i3}^1 + Z^{033} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

$$\dot{Z}^{013} = A_3 \left\{ \frac{\mu_3}{\mathcal{J}_e} (\sigma'^{11} \sigma'^{13} + \sigma'^{13} \sigma'^{33}) + (\mu_4 + \omega) Z^{013} \right\} + \frac{1}{2} (Z^{011} - Z^{033}) (v_{3,1} - v_{1,3}) + (Z^{011} - Z^{033}) W_{i3}^1 + Z^{013} (\text{tr} \underline{D}_e)$$

mit: $A_3 = [d_z]_z \langle\langle LC_z \rangle\rangle$

$$G_Z = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\sigma}^{0'} \cdot \underline{\sigma}^{0'} - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} (\text{tr} \underline{\sigma}^0) - h_Z$$

$$G_Z = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \left\{ (\sigma^{0'11})^2 + (\sigma^{0'22})^2 (x^1)^4 + (\sigma^{0'33})^2 + 2 (\sigma^{0'13})^2 \right\} - \frac{\nu_z}{\mathcal{J}_e} (\sigma^{011} + \sigma^{022} (x^1)^2 + \sigma^{033}) - h_z$$

Porenvolumenanteil ξ :

$$\dot{\xi} = [d_{DP1}]_{DP} \langle LC_{DP1} \rangle_{DP1} - [d_{DP2}]_{DP} \xi \langle LC_{DP1} \rangle_{DP2}$$

$$\langle (\cdot) \rangle_{DP1} = \begin{cases} (\cdot), & \text{falls } LC_{DP1} > 0 \text{ und } \text{tr } \underline{\sigma}^0 > 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\langle (\cdot) \rangle_{DP2} = \begin{cases} (\cdot), & \text{falls } LC_{DP1} > 0 \text{ und } \text{tr } \underline{\sigma}^0 < 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$G_{DP} = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \sqrt{\underline{\sigma}^{0i} \cdot \underline{\sigma}^{0i}} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} \nu_{DP} (\text{tr } \underline{\sigma}^0) - h_{DP}$$

$$G_{DP} = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \sqrt{(\sigma^{0'11})^2 + (\sigma^{0'22})^2 (x^1)^4 + (\sigma^{0'33})^2 + 2 (\sigma^{0'13})^2} \\ + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} (\sigma^{011} + \sigma^{022} (x^1)^2 + \sigma^{033}) - h_{DP}$$

Durch Ausmultiplizieren und Umsortieren läßt sich die Belastungsbedingung LC_{DP1} auf folgende Form bringen:

$$LC_{DP1}(\underline{\sigma}) = LC_{DP11} \bar{\sigma}^{11} + LC_{DP12} \bar{\sigma}^{22} + LC_{DP13} \bar{\sigma}^{33} + LC_{DP14} \bar{\sigma}^{13} + LC_{DP10}$$

$$LC_{DP1} = \bar{\sigma}^{11} \left\{ \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0'11}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} \right) \left(d_1 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{011} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{011} + 2 d_4 \xi \right) \right. \\ \left. + \frac{2}{\mathcal{J}_e} \sigma^{0'13} \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{013} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{013} \right) \right\} + \bar{\sigma}^{22} \left\{ \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0'22}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e (x^1)^2} \right) \right. \\ \left. \left(d_1 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{022} (x^1)^2 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{022} (x^1)^2 + 2 d_4 \xi \right) (x^1)^4 \right\} \\ + \bar{\sigma}^{33} \left\{ \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0'33}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} \right) \left(d_1 + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{033} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{033} + 2 d_4 \xi \right) + \dots \right.$$

...

$$\begin{aligned}
& \dots + \frac{2}{\mathcal{J}_e} \sigma^{0,13} \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) \Big\} + \sigma^{0,13} \left\{ \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0,11}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} \right) \right. \\
& \left. \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) + \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0,33}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} \right) \left(\frac{2}{\mathcal{J}_e} d_2 \sigma^{0,13} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} d_3 Z^{0,13} \right) \right. \\
& \left. + \frac{2}{\mathcal{J}_e} \sigma^{0,13} \left(d_1 + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_2 (\sigma^{0,33} + \sigma^{0,11}) + \frac{1}{\mathcal{J}_e} d_3 (Z^{0,11} + Z^{0,33}) + 2 d_4 \xi \right) \right\} \\
& + d_5 \dot{\kappa} \left\{ \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0,11}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} \right) \sigma^{0,11} + \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0,22}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e (x^1)^2} \right) \sigma^{0,22} (x^1)^4 \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{\mathcal{J}_e} \frac{\sigma^{0,33}}{A_4} + \frac{\nu_{DP}}{\mathcal{J}_e} \right) \sigma^{0,33} + \frac{2}{\mathcal{J}_e} \sigma^{0,13} \sigma^{0,13} \right\}
\end{aligned}$$

mit:
$$A_4 = \sqrt{(\sigma^{0,11})^2 + (\sigma^{0,22})^2 (x^1)^4 + (\sigma^{0,33})^2 + 2 (\sigma^{0,13})^2}$$

Lokale versetzungsinduzierte Verzerrungsrate $\dot{\mathbf{A}}_{VL}$:

$$\dot{\mathbf{A}}_{VL} = \mathcal{J}_e^2 \gamma_{VL} [\Phi_{VL}]_V \frac{\underline{\sigma}^{0r}}{\|\underline{\sigma}^{0r}\|} + (\underline{\mathbf{W}} - \underline{\mathbf{W}}_i) \cdot \underline{\mathbf{A}}_{VL} - \underline{\mathbf{A}}_{VL} \cdot (\underline{\mathbf{W}} - \underline{\mathbf{W}}_i) + 2 \underline{\mathbf{A}}_{VL} (\text{tr} \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{A}_{VL}^{11} = A_5 \sigma^{0,11} + A_{VL}^{13} (v_{1,3} - v_{3,1}) - 2 A_{VL}^{13} W_{i3}^1 + 2 A_{VL}^{11} (\text{tr} \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{A}_{VL}^{22} = A_5 \sigma^{0,22} - \frac{2}{x^1} v_1 A_{VL}^{22} + 2 A_{VL}^{22} (\text{tr} \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{A}_{VL}^{33} = A_5 \sigma^{0,33} + A_{VL}^{13} (v_{3,1} - v_{1,3}) + 2 A_{VL}^{13} W_{i3}^1 + 2 A_{VL}^{33} (\text{tr} \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{A}_{VL}^{13} = A_5 \sigma^{0,13} + \frac{1}{2} (A_{VL}^{11} + A_{VL}^{33}) (v_{3,1} - v_{1,3}) + (A_{VL}^{11} - A_{VL}^{33}) W_{i3}^1 + 2 A_{VL}^{13} (\text{tr} \underline{\mathbf{D}}_e)$$

mit:
$$A_5 = \frac{\mathcal{J}_e^2 \gamma_{VL} [\Phi_{VL}]_V}{\sqrt{(\sigma^{0,11})^2 + (\sigma^{0,22})^2 (x^1)^4 + (\sigma^{0,33})^2 + 2 (\sigma^{0,13})^2}}$$

Die Komponenten des Tensors der Verzerrungsgeschwindigkeiten \underline{D} werden durch die Geschwindigkeiten der Körperpunkte v^α zum Zeitpunkt τ mit $t \leq \tau \leq t + \Delta t$ ausgedrückt. Die Spur von \underline{D} lautet dann:

$$\text{tr } \underline{D} = v_{1,1} + \frac{v_1}{x^1} + v_{3,3}$$

$$\text{tr } \underline{D}_e = \text{tr } \underline{D} - \text{tr } \underline{D}_i = \text{tr } \underline{D} - \frac{\dot{\xi}}{(1-\xi)} = \text{tr } \underline{D} - 3(A_6 - A_7) LC_{DP1}(\underline{\sigma})$$

Die Geschwindigkeitskomponenten der Körperpunkte werden mit dem isoparametrischen Ansatz und der Annahme ${}^\tau v^\alpha = \text{konst.}$ näherungsweise als Differenzenquotienten aus den Knotenkoordinaten \hat{x}_i^α bestimmt.

$$\begin{aligned} {}^\tau \vec{v} &= {}^\tau v^\alpha {}^\tau \vec{g}_\alpha = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\sum_{i=1}^N h_i(\xi, \eta) {}^\tau \hat{x}_i^\alpha \right) {}^\tau \vec{g}_\alpha \\ &\approx \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=1}^N h_i(\xi, \eta) ({}^{t+\Delta t} \hat{x}_i^\alpha - {}^t \hat{x}_i^\alpha) {}^\tau \vec{g}_\alpha \end{aligned}$$

Aus den Knotenkoordinaten \hat{x}_i^α lassen sich auch die Koordinaten der Körperpunkte x^α zum Zeitpunkt τ berechnen.

$$\begin{aligned} {}^\tau x^\alpha &= v^\alpha (\tau - t) + {}^t x^\alpha \\ &= \sum_{i=1}^N h_i(\xi, \eta) \left[{}^{t+\Delta t} \hat{x}_i^\alpha \frac{\tau - t}{\Delta t} + {}^t \hat{x}_i^\alpha \left(1 - \frac{\tau - t}{\Delta t} \right) \right] \end{aligned}$$

B.2 Makro-Scherband-Modell

Auf die besondere Kennzeichnung des Makro-Scherband-Modells durch den Index M wird hier verzichtet.

Bestimmungsgleichung für $\underline{\underline{\sigma}}^{\underline{\underline{\sigma}}}$:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\underline{\underline{\sigma}}} \frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}^{\underline{\underline{\sigma}}}) \underline{\mathbf{1}} = \underline{\mathbf{D}} - \underline{\mathbf{D}}_{VT} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \dot{\Theta} \underline{\mathbf{1}}$$

$$\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{11}} \left(\frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \right) + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \left(\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{22}} (x^1)^2 + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{33}} \right) = D^{11} - D_{VT}^{11} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \dot{\Theta}$$

$$\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{22}} \left(\frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \right) + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \frac{1}{(x^1)^2} (\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{11}} + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{33}}) = D^{22} - D_{VT}^{22} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2 (x^1)^2} \dot{\Theta}$$

$$\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{33}} \left(\frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \right) + \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} \left(\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{11}} + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{22}} (x^1)^2 \right) = D^{33} - D_{VT}^{33} - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \dot{\Theta}$$

$$\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{13}} \frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} = D^{13} - D_{VT}^{13}$$

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik lautet für adiabate Prozesse unter Vernachlässigung volumenverteilter Wärmequellen:

$$\mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} + \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e} \Theta (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}^{\underline{\underline{\sigma}}}) - \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e} \Theta (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e) = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \underline{\underline{\sigma}}^{\underline{\underline{\sigma}}} \cdot \underline{\mathbf{D}}_{VT}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} &= \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left[\sigma^{11} D_{VT}^{11} + \sigma^{22} D_{VT}^{22} (x^1)^4 + \sigma^{33} D_{VT}^{33} + 2 \sigma^{13} D_{VT}^{13} \right] \\ &\quad - \frac{\lambda_2 \Theta}{\mathcal{J}_e} \left[\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{11}} + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{22}} (x^1)^2 + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{33}} \right] \end{aligned}$$

Mit der verkürzten Schreibweise:

$$\mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa} \dot{\Theta} = \Theta_1 - \frac{\lambda_2 \Theta}{\mathcal{J}_e} \left[\underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{11}} + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{22}} (x^1)^2 + \underline{\sigma}^{\underline{\sigma}^{33}} \right]$$

Aus diesen Evolutionsgleichungen resultiert das nachfolgende Gleichungssystem, welches zur Bestimmung der Raten in jedem Zeitschritt gelöst werden muß:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}]^{\sigma\sigma} & [\mathbf{A}]^{\sigma\Theta} \\ [\mathbf{A}]^{\Theta\sigma} & [\mathbf{A}]^{\Theta\Theta} \end{bmatrix}_{5 \times 5} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}^{11} \\ \dot{\sigma}^{22} \\ \dot{\sigma}^{33} \\ \dot{\sigma}^{13} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} v_{1,1} - D_{VT}^{11} \\ \frac{v_1}{(x^1)^3} - D_{VT}^{22} \\ v_{3,3} - D_{VT}^{33} \\ \frac{1}{2}(v_{1,3} + v_{3,1}) - D_{VT}^{13} \\ \Theta_1 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[\mathbf{A}]^{\Theta\Theta} = [\mathcal{J}_e \rho c_{\sigma\kappa}]_{1 \times 1}$$

$$[\mathbf{A}]^{\sigma\Theta} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \\ \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2 (x^1)^2} \\ \frac{\lambda_2}{\mathcal{J}_e^2} \\ 0 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad [\mathbf{A}]^{\Theta\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathcal{J}_e} \lambda_2 \Theta \\ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \lambda_2 \Theta (x^1)^2 \\ \frac{1}{\mathcal{J}_e} \lambda_2 \Theta \\ 0 \end{bmatrix}_{1 \times 4}$$

$$[\mathbf{A}]^{\sigma\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_4 + \lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} & \frac{\lambda_3 (x^1)^2}{\mathcal{J}_e^3} & \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} & 0 \\ \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3 (x^1)^2} & \frac{\lambda_4 + \lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} & \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3 (x^1)^2} & 0 \\ \frac{\lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} & \frac{\lambda_3 (x^1)^2}{\mathcal{J}_e^3} & \frac{\lambda_4 + \lambda_3}{\mathcal{J}_e^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_4}{\mathcal{J}_e^3} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

CAUCHY-Spannungsrate $\dot{\underline{\sigma}}$:

$$\dot{\underline{\sigma}} = \dot{\underline{\sigma}} + \underline{\mathbf{W}} \cdot \underline{\sigma} - \underline{\sigma} \cdot \underline{\mathbf{W}} + \underline{\sigma} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{11} = \dot{\sigma}^{11} + \sigma^{13} (v_{1,3} - v_{3,1}) + \sigma^{11} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{22} = \dot{\sigma}^{22} - \frac{2}{x^1} v_1 \sigma^{22} + \sigma^{22} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{33} = \dot{\sigma}^{33} + \sigma^{13} (v_{3,1} - v_{1,3}) + \sigma^{33} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

$$\dot{\sigma}^{13} = \dot{\sigma}^{13} + \frac{1}{2} \sigma^{11} (v_{3,1} - v_{1,3}) + \frac{1}{2} \sigma^{33} (v_{1,3} - v_{3,1}) + \sigma^{13} (\text{tr } \underline{\mathbf{D}}_e)$$

Verzerrungsrate $\underline{\mathbf{D}}_{VT}$:

$$\underline{\mathbf{D}}_{VT} = \gamma_T [\Phi_T]_T \frac{\underline{\sigma}'}{\|\underline{\sigma}'\|} ,$$

$$F_T = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \underline{\sigma}' \cdot \underline{\sigma}' - g_T$$

$$D_{VT}^{11} = A_1 \sigma'^{11}$$

$$D_{VT}^{22} = A_1 \sigma'^{22}$$

$$D_{VT}^{33} = A_1 \sigma'^{33}$$

$$D_{VT}^{13} = A_1 \sigma'^{13}$$

$$\text{mit: } A_1 = \frac{\gamma_T [\Phi_T]_T}{\sqrt{(\sigma'^{11})^2 + (\sigma'^{22})^2 (x^1)^4 + (\sigma'^{33})^2 + 2 (\sigma'^{13})^2}}$$

Maß der Prozeßgeschwindigkeit:

$$\ddot{u} = -c_1 (\alpha + PG) \dot{u} - \frac{c_1^2}{4} (\alpha + PG)^2 (u - u_{EQ}(PG))$$

$$\dot{u} = v$$

$$\dot{v} = -c_1 (\alpha + PG) v - \frac{c_1^2}{4} (\alpha + PG)^2 (u - u_{EQ}(PG))$$

$$\text{mit: } PG = \max \left\{ 0, |D_{EW}|_{\max} + \chi_{u1} \dot{\Theta} \right\}$$

Literaturverzeichnis

- [AA94] J. Altenbach und H. Altenbach. *Einführung in die Kontinuumsmechanik*. B.G. Teubner Stuttgart, 1994.
- [AER87] A.T. Alpas, L. Edwards und C.N. Reid. Shear crack propagation in a nickel base metallic glass. *Acta metall.*, **35**(3): 787–796, 1987.
- [AG96] F. Armero und K. Garikipati. An analysis of strong discontinuities in multiplicative finite strain plasticity and their relation with the numerical simulation of strain localization in solids. *Int. J. Solids Structures*, **33**(20-22): 2863–2885, 1996.
- [And97] Dirk Klaus Anding. *Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **109**. Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- [AS80] L. Anand und W.A. Spitzig. Initiation of localized shear bands in plane strain. *J. Mech. Phys. Solids*, **28**: 113–128, 1980.
- [Atl86] S.N. Atluri. *Computational Methods in the Mechanics of Fracture*, Band 2, Kapitel 5, Seiten 121–165. Elsevier Science Publishers B.V., 1986.
- [Bat86] K.-J. Bathe. *Finite-Elemente-Methoden*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1986.
- [BD89] O.T. Bruhns und H. Diehl. An internal variable theory of inelastic behaviour at high rates of strain. *Arch. Mech.*, **41**(4): 427–460, 1989.
- [BD92] Y. Bai und B. Dodd. *Adiabatic Shear Localization – Occurrence, Theories and Applications*. Pergamon Press, 1992.
- [BDF91] O.T. Bruhns, H. Diehl und W. Fornefeld. A continuum damage theory for high strain rate deformations of metals with application to impact problems. In W.B. Krätzig et al., Herausgeber, *Structural Dynamics*, Proceedings EUROODYN '90, Band 1, Seiten 81–87. A.A. Balkema, Rotterdam/Brookfield, 1991.
- [BK92] R.C. Batra und C.H. Kim. Analysis of shear banding in twelve materials. *International Journal of Plasticity*, **8**: 425–452, 1992.
- [Bla87] T.Z. Blazynski, Herausgeber. *Materials at high strain rates*. Elsevier Applied Science Publishers Ltd, 1987.

- [BN97] R.C. Batra und N.V. Nechitailo. Analysis of failure modes in impulsively loaded pre-notched steel plates. *International Journal of Plasticity*, **13**(4): 291–308, 1997.
- [BP96] R.C. Batra und Z. Peng. Development of shear bands during the perforation of a steel plate. *Computational Mechanics*, **17**: 326–334, 1996.
- [Bra92] H. Braasch. *Ein Konzept zur Fortentwicklung und Anwendung viskoplastischer Werkstoffmodelle*. Dissertation, TU Braunschweig, 1992.
- [Bru91] O.T. Bruhns. Shear band formation in impact problems. In P. Wriggers und W. Wagner, Herausgeber, *Nonlinear computational mechanics*, Seiten 399–417. Springer-Verlag, 1991.
- [Bru93] O.T. Bruhns. Neue Materialgleichungen der Plastomechanik. *ZAMM*, **73**(4-5): T6–T19, 1993.
- [BS96] O.T. Bruhns und P. Schieße. A continuum model of elastic–plastic materials with anisotropic damage by oriented microvoids. *Eur. J. Mech.*, **15**(3): 367–396, 1996.
- [Cha92] J.-L. Chaboche. Damage induced anisotropy: On the difficulties associated with the active/passive unilateral condition. *International Journal of Damage Mechanics*, **1**(2): 148–171, 1992.
- [Che92] E.P. Chen. Numerical simulation of shear induced plugging in HY100 steel plates. *International Journal of Damage Mechanics*, **1**(1): 132–143, 1992.
- [CSS87] D.R. Curran, L. Seaman und D.A. Shockey. *Dynamic failure of solids*, Seiten 253–388. Physics Reports **147**. Elsevier Science Publishers B.V., 1987.
- [Daf83] Y.F. Dafalias. A missing link in the macroscopic constitutive formulation of large plastic deformations. In A. Sawczuk und G. Bianchi, Herausgeber, *Plasticity Today, Modelling, Methods and Applications*. Elsevier Applied Science Publishers, London and New York, 1983.
- [Daf85] Y.F. Dafalias. The plastic spin. *Journal of Applied Mechanics*, **52**: 865–871, 1985.
- [dB82] R. de Boer. *Vektor- und Tensorrechnung für Ingenieure*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
- [DB85] B. Dodd und Y. Bai. *Mat. Sci. Tech.*, **1**: 38–40, 1985.
- [DF90] H. Diehl und W. Fornefeld. Werkstoffverhalten bei hochdynamischer Beanspruchung. Interner Bericht, Teil 1–5, 1986–1990.

- [Die89] Herbert Diehl. *Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **66**. Ruhr-Universität Bochum, 1989.
- [Dor87] R. Dornmeval. *The Adiabatic Shear Phenomenon*. In T.Z. Blazynski, Herausgeber, *Materials at high strain rates*, Kapitel 2, Seiten 47–70. Elsevier Applied Science Publishers Ltd, 1987.
- [DP80] J.R. Dormand und P.J. Prince. A family of embedded Runge–Kutta formulae. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **6**: 19–26, 1980.
- [DP86] J.R. Dormand und P.J. Prince. A reconsideration of some embedded Runge–Kutta formulae. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **15**: 203–211, 1986.
- [For90] Werner Fornefeld. *Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums–Damage–Modells*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **73**. Ruhr-Universität Bochum, 1990.
- [Gio88a] J.H. Giovanola. Adiabatic shear banding under pure shear loading – Part I: Direct observation of strain localization and energy dissipation measurements. *Mechanics of Materials*, **7**: 59–71, 1988.
- [Gio88b] J.H. Giovanola. Adiabatic shear banding under pure shear loading – Part II: Fractographic and metallographic observations. *Mechanics of Materials*, **7**: 73–87, 1988.
- [GK87] D.E. Grady und M.E. Kipp. The growth of unstable thermoplastic shear with application to steady–wave shock compression in solids. *J. Mech. Phys. Solids*, **35**(1): 95–118, 1987.
- [GO96] G. Gioia und M. Ortiz. The two–dimensional structure of dynamic boundary layers and shear bands in thermoviscoplastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, **44**(2): 251–292, 1996.
- [Gur77] A.L. Gurson. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I – Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media. *Trans. ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, **99**: 2–15, 1977.
- [HDH87] K.A. Hartley, J. Duffy und R.H. Hawley. Measurement of the temperature profile during shear band formation in steels deforming at high strain rates. *J. Mech. Phys. Solids*, **16**: 283–301, 1987.

- [Irw72] C.J. Irwin. Metallographic interpretation of impacted ogive penetrators. Technischer Bericht R-652/72. DREV, Canada. 1972.
- [Jä79] F. Jähn. *Ein neues Verfahren zur Bestimmung der Fließspannungen von metallischen Werkstoffen bei höchsten Dehngeschwindigkeiten*. Dissertation. Universität Karlsruhe, 1979.
- [JS85] S. Jansson und U. Stigh. Influence of cavity shape on damage parameter. *Journal of Applied Mechanics*, **52**: 609–614, 1985.
- [Kac86] L.M. Kachanov. *Introduction to continuum damage mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht / Boston / Lancaster, 1986.
- [Kal90] J.F. Kalthoff. Transition in the failure behavior of dynamically shear loaded cracks. *Applied Mechanics Review*, **43**(5): 247–250, 1990.
- [Kle94] J.R. Klepaczko. Some results and new experimental technique in studies of adiabatic shear bands. *Arch. Mech.*, **46**(1–2): 201–229, 1994.
- [Kle96] J.R. Klepaczko. Plastic shearing at very high strain rates. In K. Kawata und J. Shiori, Herausgeber, *Constitutive relation in high/very high strain rates*, 1996.
- [KM87] S. Kuriyama und M.A. Meyers. Numerical Analysis of Adiabatic Shear Band in an Early Stage of Its Propagation. In K. Kawata und J. Shioiri. Herausgeber, *Macro- and micro-mechanics of high velocity deformation and fracture*. IUTAM Symposium, Tokyo 1985. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1987.
- [Kos75] W. Kosiński. One-dimensional shock waves in solids with internal state variables. *Archives of Mechanics*, **27**(3): 445–458, 1975.
- [KP85] M.F. Kanninen und C.H. Popelar. *Advanced Fracture Mechanics*. Oxford University Press, 1985.
- [Kra85] D. Krajcinovic. Continous Damage Mechanics Revisited: Basic Concepts and Definitions. *Journal of Applied Mechanics*, **52**: 829–834, 1985.
- [KW88] J.F. Kalthoff und S. Winkler. Failure mode transition at high rates of shear loading. In C.Y. Chiem, H.-D. Kunze und L.W. Meyer, Herausgeber, *Impact loading and dynamic behaviour of materials*, Band 1, Seiten 185–195. DGM Informationsgesellschaft, 1988.
- [Lee69] E.H. Lee. Elastic-plastic deformation at finite strains. *Journal of Applied Mechanics*, Seiten 1–6, 1969.

- [Leh84] Th. Lehmann. The constitutive law in thermoplasticity: An introduction. In Th. Lehmann, Herausgeber, *The constitutive law in thermoplasticity*, CISM Courses and Lectures **281**, Seiten 1–11, International Centre for Mechanical Sciences, Udine. Springer-Verlag Wien-New York, 1984.
- [Leh91] Th. Lehmann. Thermodynamical foundations of large inelastic deformations of solid bodies including damage. *International Journal of Plasticity*, **7**: 79–98, 1991.
- [Lem92] J. Lemaitre. *A Course on Damage Mechanics*. Springer-Verlag, 1992.
- [LL67] E.H. Lee und D.T. Liu. Finite-strain elastic-plastic theory with application to plane-wave analysis. *Journal of Applied Mechanics*, **38**(1): 19–27, 1967.
- [LL96] Y.-M. Liang und K.M. Liechti. On the large deformation and localization behaviour of an epoxy resin under multiaxial stress states. *Int. J. Solids Structures*, **33**(10): 1479–1500, 1996.
- [LNA82] L.L. Lisięcki, D.Q. Nelson und R.J. Asaro. Lattice rotations, necking and localized deformation in fcc single crystals. *Scripta Metallurgica*, **16**: 441–448, 1982.
- [LRS96] R. Larsson, K. Runesson und S. Sture. Embedded localization band in undrained soil based on regularized strong discontinuity – theory and FE-analysis. *Int. J. Solids Structures*, **33**(20-22): 3081–3101, 1996.
- [Man71] J. Mandel. *Plasticité classique et viscoplasticité*. CISM Courses and Lectures **97**, International Centre for Mechanical Sciences, Udine. Springer-Verlag New York, 1971.
- [Man74] J. Mandel. *Thermodynamics and Plasticity*. In J.J. Delgado Domingos, M.N.R. Nina, J.H. Whitelaw, Herausgeber, *Foundations of continuum thermodynamics*, Kapitel 15, Seiten 283–304. Macmillan, 1974.
- [MC87] A. Molinari und R.J. Clifton. Analytical characterization of shear localization in thermoviscoplastic materials. *Journal of Applied Mechanics*, **54**: 806–812, 1987.
- [MD88] A. Marchand und J. Duffy. An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel. *J. Mech. Phys. Solids*, **36**(3): 251–283, 1988.
- [Mer92] A.M. Merzer. Modelling of adiabatic shear band development from small imperfections. *J. Mech. Phys. Solids*, **30**(5): 323–338, 1992.
- [Mit95] Marc Mittelbach. *Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **100**. Ruhr-Universität Bochum, 1995.

- [MP85] G.L. Moss und D.S. Pritchard. Adiabatic shear band velocities. In J. Philibert. Herausgeber, *International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading, DYMAT 85, Paris*. les éditions de physique, Seiten C5-315 – C5-321, 1985.
- [MRR94] J.J. Mason, A.J. Rosakis und G. Ravichandran. Full field measurements of the dynamic deformation field around a growing adiabatic shear band at the tip of a dynamically loaded crack or notch. *J. Mech. Phys. Solids*, **42**(11): 1679–1697, 1994.
- [NA86] T. Nishioka und S.N. Atluri. *Computational Methods in the Mechanics of Fracture*, Band 2, Kapitel 10, Seiten 335–383. Elsevier Science Publishers B.V., 1986.
- [Nee89] A. Needleman. Dynamic shear band development in plane strain. *Journal of Applied Mechanics*, **56**: 1–9, 1989.
- [Nera] Th. Nerzak. A material model describing initiation and propagation of adiabatic shear bands. *ZAMM*. zur Veröffentlichung eingereicht.
- [Nerb] Th. Nerzak. Numerische Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder. *Technische Mechanik*. zur Veröffentlichung eingereicht.
- [NN92] S. Nemat-Nasser. Phenomenological theories of elastoplasticity and strain localization at high strain rates. *Applied Mechanics Review*, **45**(3): 19–45, 1992.
- [NT95] A. Needleman und V. Tvergaard. Analysis of a brittle–ductile transition under dynamic shear loading. *Int. J. Solids Structures*, **32**(17/18): 2571–2590, 1995.
- [Obr97] P. Obricht. VDI-NACHRICHTEN, Juli 1997.
- [PB85a] V.Z. Parton und V.G. Boriskovsky. *Dynamic fracture mechanics*, Band 1: Stationary Cracks. Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
- [PB85b] V.Z. Parton und V.G. Boriskovsky. *Dynamic fracture mechanics*, Band 2: Propagating Cracks. Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
- [PDB95] J. Pamin und R. De Borst. A gradient plasticity approach to finite element predictions of soil instability. *Arch. Mech.*, **47**(2): 353–377, 1995.
- [Pęc92] R.B. Pęczerski. Modelling of large plastic deformations based on the mechanism of micro–shear banding. Physical foundations and theoretical description in plane strain. *Arch. Mech.*, **44**: 563–584, 1992.
- [Pęc97] R.B. Pęczerski. Macroscopic measure of the rate of deformation produced by micro–shear banding. *Arch. Mech.*, **49**: 385–401, 1997.

- [Per90] P. Perzyna. Constitutive equations of dynamic plasticity. In M. Kleiber und J.A. König, Herausgeber, *Inelastic Solids and Structures*, 1990.
- [Rab69] Yu.N. Rabotnov. *Creep Problems in Structural Members*. North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, Band 7. North-Holland Publishing Company – Amsterdam/London, 1969.
- [RC95] K. Ravi-Chandar. On the failure mode transitions in polycarbonate under dynamic mixed-mode loading. *Int. J. Solids Structures*, **32**(6/7): 925–938, 1995.
- [Rec64] R.F. Recht. Catastrophic thermoplastic shear. *Journal of Applied Mechanics*, **31**: 189–193, 1964.
- [Rec73] I. Rechenberg. *Evolutionsstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. Friedrich Frommann Verlag, Stuttgart–Bad Cannstatt, 1973.
- [Ric69] J.R. Rice. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *J. Mech. Phys. Solids*, **17**: 201–217, 1969.
- [Rot91] Ulfert Rott. *Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **76**. Ruhr-Universität Bochum, 1991.
- [Sch75] H.-P. Schwefel. *Evolutionsstrategie und numerische Optimierung*. Dissertation, TU Berlin, 1975.
- [Sch91] W. Schatt. *Einführung in die Werkstoffwissenschaft*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 7. Auflage, 1991.
- [Sch94] Peer Schieße. *Ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **89**. Ruhr-Universität Bochum, 1994.
- [Sch95] H.-P. Schwefel. *Evolution and Optimum Seeking*. John Wiley & Sons, 1995.
- [Sch98] P. Schieße. Einige Bemerkungen zur Kettenregel bei Zeitableitungen objektiver Tensorfunktionen. *ZAMM*, 1998. zur Veröffentlichung angenommen.
- [SG97] Th. Seelig und D. Gross. Analysis of dynamic crack propagation using a time-domain boundary integral equation method. *Int. J. Solids Structures*, **34**(17): 2087–2103, 1997.
- [SHF94] E. Schöneburg, F. Heinzmann und S. Fedderson. *Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategien: Eine Einführung in Theorie und Praxis der simulierten Evolution*. Addison-Wesley GmbH, 1994.

- [Sim81] C. Simpson. *Ductile shear zones: A mechanism of rock deformation in the orthogneisses of the Maggia Nappe, Ticino, Switzerland*. Dissertation, ETH Zürich, 1981.
- [SR83] S.L. Semiatin und S.B. Rao. Shear localization during metall cutting. *Materials Science and Engineering*, **61**: 185–192, 1983.
- [TH93] Y. Tomita und T. Higo. Plane-strain flow localization in tension and compression of thermo-elasto-viscoplastic blocks under high rates of deformation. *Int. J. Mech. Sci.*, **35**(12): 985–994, 1993.
- [Tim87] S.P. Timothy. The structure of adiabatic shear bands in metals: A critical review. *Acta metall.*, **35**(2): 301–306, 1987.
- [Tve82] V. Tvergaard. Material failure by void coalescence in localized shear bands. *Int. J. Solids Structures*, **18**(8): 659–672, 1982.
- [TW90] R.L. Taylor und P. Wriggers. *FEAP, A Finite Element Analysis Program, Description and Users-Manual*, 1990.
- [Vin85] O. Vingsbo. Experimental studies of shear zones during chip formation in metal cutting. In J. Philibert, Herausgeber, *International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading, DYMAT 85, Paris*, les éditions de physique, Seiten C5–371 – C5–377, 1985.
- [WBS84] R.L. Woodward, B.J. Baxter und N.V.Y. Scarlett. Mechanisms of adiabatic shear plugging failure in high strength aluminium and titanium alloys. In J. Harding, Herausgeber, *Mechanical Properties at High Rates of Strain 1984*, Inst. Phys. Conf. Ser. **70**, Seiten 525–540, 1984.
- [WF84] F.H. Wu und L.B. Freund. Deformation trapping due to thermoplastic instability in one-dimensional wave propagation. *J. Mech. Phys. Solids*, **32**(2): 119–132, 1984.
- [WFS91] S.M. Walley, J.E. Field und N.A. Safford. A comparison of the high strain rate behaviour in compression of polymers at 300 K and 100 K. In J. Philibert, Herausgeber, *3rd International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading, DYMAT 91, Strasbourg*, les éditions de physique, Seiten C3–185 – C3–191, 1991.
- [Wic96] Andreas Wichtmann. *Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der Reckalterung*. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik **104**. Ruhr-Universität Bochum, 1996.
- [WW87] T.W. Wright und J.W. Walter. On stress collapse in adiabatic shear bands. *J. Mech. Phys. Solids*, **35**(6): 701–720, 1987.

- [YAY88] S. Yoshimura, S.N. Atluri und G. Yagawa. Generation phase analysis of dynamic and visco-plastic crack propagation in non-isothermal wide plates. In S.N. Atluri und G. Yagawa, Herausgeber, *Computational Mechanics '88*, 1988.
- [YSH97] W.-Y. Yan, Q.-P. Sun und K.-C. Hwang. A continuum analysis of transformation plastic localization in ceramics. *International Journal of Plasticity*, **13**(3): 201–213, 1997.
- [ZH44] C. Zener und J.H. Hollomon. Effect of strain rate upon plastic flow of steel. *Journal of Applied Physics*, **15**: 22–42, 1944.
- [ZNC94] M. Zhou, A. Needleman und R.J. Clifton. Finite element simulations of shear localization in plate impact. *J. Mech. Phys. Solids*, **42**(3): 423–458, 1994.
- [ZRR96a] M. Zhou, G. Ravichandran und A.J. Rosakis. Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates – II. Numerical simulations. *J. Mech. Phys. Solids*, **44**(6): 1007–1032, 1996.
- [ZRR96b] M. Zhou, A.J. Rosakis und G. Ravichandran. Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates – I. Experimental investigations of temperature signatures and propagation speed. *J. Mech. Phys. Solids*, **44**(6): 981–1006, 1996.
- [ZT89a] O.C. Zienkiewicz und R.L. Taylor. *The Finite Element Method*, Band 1. McGraw-Hill Book Company, 4. Auflage, 1989.
- [ZT89b] O.C. Zienkiewicz und R.L. Taylor. *The Finite Element Method*, Band 2. McGraw-Hill Book Company, 4. Auflage, 1989.
- [Zuk87] J.A. Zukas. *Stress Waves and Fracture*. In T.Z. Blazynski, Herausgeber, *Materials at high strain rates*, Kapitel 6, Seiten 219–242. Elsevier Applied Science Publishers Ltd, 1987.

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1 Theodor Lehmann:
Große elasto-plastische Formänderungen
- Nr. 2 Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts
- Nr. 3 Wolfgang Krings:
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
- Nr. 4 Burkhard Lücke:
Theoretische und experimentelle Untersuchung der zyklischen elastoplastischen Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 5 Knut Schwarze:
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter Profilmittellinie
- Nr. 6 Hubert Sommer:
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen Formänderungen
- Nr. 7 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung orthotroper Platten
- Nr. 8 Albert Meyers:
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnellaufenden Zentrifugenschalen
- Nr. 9 Berend Fischer:
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchung eines dickwandigen Zylinders bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 10 Wojciech Pietraszkiewicz:
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 11 Wilfried Ullenboom:
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung
- Nr. 12 Jürgen Güldenpfennig:
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter elastoplastischer Wellen
- Nr. 13 Pawel Rafalski:
Minimum Principles in Plasticity
- Nr. 14 Peter Hilgers:
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse
- Nr. 15 Hans-Albert Lauert:
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung von Spannungsrestriktionen
- Nr. 16 Martin Fritz:
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen

- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates
- Nr. 18 Uwe Kolberg:
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates
- Nr. 19 Heinz Antes:
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalenträgwerken
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods
- Nr. 21 Maria K. Duszek:
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung
- Nr. 23 Jürgen Preuss:
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen
- Nr. 25 Dieter Weichert:
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 27 Georg Zander:
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast
- Nr. 28 Pawel Rafalski:
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft
- Nr. 30 F.-J. Biehl:
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem
- Nr. 31 Maria K. Duszek:
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory
- Nr. 32 Reinhard Piltner:
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen
- Nr. 33 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzipie der Thermoplastizität
I. Wärmeausbreitung und Plastizität

- Nr. 34 Helmut Stumpf:
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells
- Nr. 35 Bernd Kaempf:
Ein Extremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente
- Nr. 36 Alfred Kraft:
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzipie der Thermoplastizität
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse
- Nr. 38 Klaus-Detlef Micklej:
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen
- Nr. 40 Ulrich Blix:
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode
- Nr. 41 Peter Becker:
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden
- Nr. 42 Dietmar Boucard:
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepassten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme
- Nr. 43 Uwe Zdebel:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz
- Nr. 44 Jan Kubik:
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent
- Nr.45 Horst J. Klepp:
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren
- Nr. 48 J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY
- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung

- Nr. 50 Ulrich Schmid:
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern
- Nr. 51 Jörg Frischbier:
Theorie der Stoßbelastung orthotroper Platten und ihre experimentelle Überprüfung am Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte
- Nr. 52 W. Tampczynski:
Strain history effect in cyclic plasticity
- Nr. 53 Dieter Weichert:
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:
Wellenausbreitung in akustischen Medien
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Finite strain theory of rods
- Nr. 57 Andreas Pape:
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken
- Nr. 59 Peihua Liu:
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen
- Nr. 61 Martin Pitzer:
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory
- Nr. 63 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:
Variational principles of fracture mechanics
- Nr. 65 Guido Obermüller:
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten
- Nr. 66 Herbert Diehl:
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder
- Nr. 67 Michael Geis:
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode
- Nr. 68 Günter Renker:
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme

- Nr. 69 Berthold Schieck:
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen
Materialien
- Nr. 70 Frank Szepan:
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen
unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung
- Nr. 71 Christian Scholz:
Ein Beitrag zur Gestaltungsoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen
- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory
- Nr. 73 Werner Fornfeld:
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen
metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells
- Nr. 74 J. Sączuk/H. Stumpf:
On statical shakedown theorems for non-linear problems
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua
- Nr. 76 Ulfert Rott:
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der
menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 78 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im
Maschinenbau
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter
Berücksichtigung der Monokristallanisotropie
- Nr. 83 J. Pohé:
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis
- Nr. 84 U. Kikillus:
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15
- Nr. 85 T. Guo:
Untersuchung des singulären Reißspitzenfeldes bei stationärem Reißwachstum in
verfestigendem Material

- Nr. 86 Achim Menne:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern
- Nr. 87 Uwe Folchert:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kupplungen
- Nr. 88 Jörg Körber:
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung
angewendet auf viskoplastische Materialmodelle
- Nr. 89 Peer Schieße:
Ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua
unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung
- Nr. 90 Egbert Schopphoff:
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 91 Christoph Beerens:
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:
Finite elastoplasticity with microstructure
- Nr. 93 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994
- Nr. 94 Armin Lenzen:
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von
Strukturveränderungen
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:
Mechanics of Irregular Shell Structures
- Nr. 96 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller
- Nr. 98 Ralf Podleschny:
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl
- Nr. 100 Marc Mittelbach:
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem
Kontinuums-Damage-Modell
- Nr. 101 Ulrich Hoppe:
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie
- Nr. 102 Marcus Otto:
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen
- Nr. 103 Horst Lanzerath:
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode
- Nr. 104 Andreas Wichtmann:
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der
Reckalterung

- Nr. 105 **Bjarne Fosså:**
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stählen
- Nr. 106 **Khanh Chau Le:**
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur
- Nr. 107 **Holger Behrens:**
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allgemeinen diskreten Modellansätzen
- Nr. 108 **Johannes Moosheimer:**
Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden
- Nr. 109 **Dirk Klaus Anding:**
Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze
- Nr. 110 **Stephan Weng:**
Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse biologischer Strukturen
- Nr. 111 **Michael Straßberger:**
Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit Hilfe piezo-keramischer Aktoren
- Nr. 112 **Hans-Jörg Becker:**
Simulation des Deformationsverhaltens polykristallinen Eises auf der Basis eines monokristallinen Stoffgesetzes
- Nr. 113 **Thomas Nerzak:**
Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen Werkstoffen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 113**