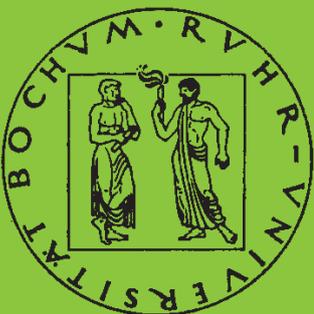


Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

Stephan Weng

**Ein Evolutionsmodell zur mechanischen
Analyse biologischer Strukturen**

Heft Nr. 110



RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

INSTITUT FÜR MECHANIK
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Stephan Weng

Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse
biologischer Strukturen

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 110

DEZEMBER 1997

Herausgeber:
Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum
Schriftenreihe
Universitätsstr. 150
D - 44780 Bochum

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Technische Mechanik der Ruhr-Universität Bochum.

Für die Betreuung der Arbeit und die Übernahme des Referates danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. O. T. Bruhns. Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Waller danke ich für sein Interesse und für die Übernahme des Koreferates.

Für die Unterstützung, die freundliche Atmosphäre und die offenen Gespräche danke ich allen aktuellen und ehemaligen Angehörigen des Lehrstuhls.

Schließlich möchte ich mich bei meiner Familie für Ihre Unterstützung und Ihren Zuspruch recht herzlich bedanken. Ihr ist diese Arbeit gewidmet.

Bochum, Dezember 1997

Stephan Weng

Referenten: Prof. Dr.-Ing. O. T. Bruhns
Prof. Dr.-Ing. H. Waller

Tag der Einreichung: 21.10.1997
Tag der mündlichen Prüfung: 18.12.1997

©1997 Dr.-Ing. Dipl.-Wirtsch.-Ing. Stephan Weng
Am Rechteck 4
D - 44795 Bochum

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung des Werkes (Fotokopie, Mikrokopie oder DV-Verarbeitung) oder von Teilen daraus bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors.

Zusammenfassung

Unter Berücksichtigung der funktionalen Anpassung wird die Änderung der Gestalt und der anisotropen Materialeigenschaften von Knochen in Form einer Evolutionsgleichung formuliert, um damit ein Mittel zur Vorhersage des Knochenverhaltens, z. B. bei Implantation von Prothesen, zu schaffen. Der entwickelte Ansatz wurde in das kommerzielle Finite Element Programm MARC implementiert. Damit kann die Dichteveränderung des Knochens, in Form der Veränderung der elastischen Eigenschaften, die Umorientierung der inneren Struktur, in Form der Ausrichtung der Spongiosabälkchen bzw. die Umorientierung der Knochenlamellen entlang der Hauptbeanspruchungsrichtung und der Flächenumbau in Form der Veränderung der Knochengeometrie dargestellt werden. Anhand von zwei- und drei dimensional Finite Element Modellen des proximalen Femurs wurden gute physikalisch sinnvolle Ergebnisse erzielt. Klinische Beobachtungen konnten simuliert werden. Es wurde gezeigt, daß die funktionale Anpassung der Natur im Sinne einer Optimierung der höchsten Festigkeit bei geringem Materialeinsatz auch als Hilfsmittel der Konstruktion zum Einsatz kommen kann. Die vorgestellte Evolutionsgleichung diente dabei als Mittel zur Strukturoptimierung technischer Bauteile.

Summary

The material properties and the shape of a bone can be changed through an adaptive functional behaviour of the bone. This reaction is described through an evolution law. The stimulus for the adaptation is controlled through mechanical loadings. With this mathematical formulation it is possible to predict the bone behaviour with and without implants under variable mechanical loading conditions. This was shown in the finite element (FE) simulations. It is also possible to use this model for shape and mechanical strength optimization to minimise the amount of used material.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Einführung in die Problemstellung	1
2	Biomechanische Betrachtung des physiologischen und pathologischen Femurs	3
2.1	Medizinische Grundlagen und Beschreibung des Systems Femur	4
2.2	Funktionale Knochenstruktur und funktionale Adaptivität	12
2.3	Physikalische Eigenschaften von Knochengewebe	19
2.3.1	Möglichkeiten der Bestimmung der physikalischen Eigenschaften des Knochengewebes	21
2.3.2	Mechanische Eigenschaften von kortikalem Knochengewebe	23
2.3.3	Mechanische Eigenschaften von trabekulärem Knochengewebe	30
2.4	Belastungen des Becken - Bein - Skeletts – speziell des Femurs	40
2.5	Biomechanische Aspekte der Prothesenlockerung am proximalen Femur	50
3	Modelle zur Beschreibung des mechanisch bedingten Knochenumbaus	56
3.1	Adaptive Elastizität nach Cowin et al.	56
3.1.1	Die Theorie des Oberflächenumbaus	56
3.1.2	Die Theorie des inneren Umbaus	58
3.1.3	Trabekulärer Knochenumbau im Rahmen der adaptiven Elastizität	60
3.2	Stanford Theorie des isotropen Knochenumbaus	62
3.3	Isotrope Knochenumbautheorie nach der Gruppe um Huiskes	67
3.4	Transversal Isotropes Knochenumbaumodell nach Rakotomanana et al.	71
3.5	Additive Aufspaltung des Steifigkeitstensors nach Jacobs et al.	73
3.6	Analyse und Vergleich der vorgestellten Knochenumbaumodelle	76
3.7	Modellentwicklung der anisotropen Evolution des Steifigkeitstensors zur Beschreibung des adaptiven Knochenumbaus	89

4	Numerische Anwendungen der adaptiven Umbautheorien	96
4.1	Numerische Umsetzung der Modelle zur Knochenumbautheorie	96
4.2	FE - Simulation des 2 - D proximalen Femurmodells	101
4.3	FE - Simulation des Knochen - Implantat - Systems	112
4.4	FE - Simulation des 3 - D proximalen Femurmodells	115
4.5	FE - Simulation zur Strukturoptimierung technischer Konstruktionen . . .	119
5	Zusammenfassung und Ausblick	122
A	Anhang	125
A.1	Vergleich verschiedener Finite Element Modelle	125
A.2	Implementierung des Modells in MARC	142
	Literaturverzeichnis	145

1. Einleitung und Einführung in die Problemstellung

Der Knochen als biologische Struktur wird von MATTHECK als ein High-Tech-Produkt beschrieben, als der Superlativ eines funktionell an die mechanischen Erfordernisse angepaßten Leichtbaudesigns, das im Hinblick auf minimales Gewicht und höchste Festigkeit optimiert ist [Mat93]. Lebender Knochen ist als biologisch reaktives Gewebe anzusehen, das seine Struktur der vorherrschenden Belastung anpassen kann. Während in den Ingenieurwissenschaften „totes“ Material so überdimensioniert wird, daß alle möglichen Belastungen aufgenommen werden können, kann die Natur Strukturen mit weniger Sicherheitsreserven bauen und diese gegebenenfalls durch adaptive Prozesse der Knochenbildung abstützen [Per92]. Neben der Herausforderung, das Verhalten des Produkts Knochen zu analysieren und zu verstehen, besteht die Möglichkeit, die Bauweise biologischer Strukturen auf technische Konstruktionen zu übertragen. Dies kann zur Befriedigung der gestiegenen Anforderungen an Sicherheit, Qualität und an eine notwendige Kostenreduktion genutzt werden. Besonders in der Medizintechnik, z. B. bei der Entwicklung von Implantaten, sind die Kenntnisse des Knochenverhaltens unabdingbare Voraussetzung zur Konstruktion von langlebigen Prothesen. Der Hüftgelenkersatz durch eine Totalendoprothese z. B. zählt, mit steigender Tendenz, zu den häufigsten Operationen in der orthopädischen Chirurgie. In Deutschland werden ca. 100.000 künstliche Hüftgelenke pro Jahr implantiert [JS95]. Eine schwedische Studie schätzt die Anzahl der jährlichen Hüftgelenkoperationen auf mehr als 800.000 weltweit, von denen sich ungefähr 2 bis 11 Prozent in relativ kurzer Zeit postoperativ wieder lockern [MHAJ93]. Um die damit verbundenen Revisionen und den volkswirtschaftlichen Schaden zu reduzieren, ist man bei der Entwicklung von Implantaten auf Möglichkeiten zur Vorhersage der Adaption des Knochens an seine veränderte Umgebung angewiesen.

Durch ihre vitale Anpassungsfähigkeit unterscheiden sich die biologischen Strukturen grundlegend von technischen Bauteilen. Als lebende Materialien verändern sie durch Wachstum gezielt ihre Gestalt und ihre Materialeigenschaften. Die Vorstellung, daß das Gewebe, das im wesentlichen mechanische Funktionen zu erfüllen hat, auch in seiner Entwicklung und Differenzierung durch mechanische Reize gesteuert wird, geht auf ROUX (1881) zurück [Rou81]. Die detaillierten Spezifikationen der einzelnen Reizqualitäten waren jedoch elastomechanisch widersprüchlich. Erst PAUWELS (1960) gelang es, eine bis heute unwidersprochene Theorie der kausalen Histogenese der Gewebe des Bewegungsapparates und der funktionalen Anpassung vorzustellen [Pau60].

Es bleibt festzuhalten, daß es sich bei Knochen um ein hochkomplexes, multifunktionales

Gewebe handelt, das in eine große Anzahl von sich gegenseitig beeinflussenden biochemischen, biophysikalischen und biologischen Prozessen eingebettet ist. Überraschenderweise scheint die Mehrheit dieser Prozesse irgendwie zu mechanischen und geometrischen Eigenschaften des Knochens in Relation zu stehen [Roe87].

Unter Berücksichtigung der funktionalen Anpassung ist es das Ziel dieser Arbeit, die Änderung der Gestalt und der anisotropen Materialeigenschaften von Knochen in Form einer Evolutionsgleichung zu formulieren, um damit ein Mittel zur Vorhersage des Knochenverhaltens, z. B. bei Implantation von Prothesen, zu schaffen. Als Betrachtungsobjekt wird der proximale Femur gewählt. Durch das Fehlen analytischer Lösungen stellen die computerunterstützten Analysen, d. h. die Anwendung der Evolutionsgleichung auf den Femur durch Implementierung in ein Finite Element Programm, die Grundlage für den hier vorgestellten interdisziplinären Lösungsansatz dar.

Dazu wird zunächst in Kapitel 2 der Knochen als Struktur betrachtet. Hierbei werden die medizinischen Grundlagen von Knochen im allgemeinen sowie des Femurs im speziellen beschrieben. Desweiteren wird die funktionale Adaptivität der Knochenstruktur am physiologischen und am pathologischen proximalen Femur erläutert. Bei der pathologischen Betrachtung reduziert sich die Beschreibung auf die biomechanischen Aspekte der Prothesenlockerung am proximalen Femur. Da sich nach ROESLER Knochen nicht nur als eine Struktur, sondern auch als Material und System beschreiben läßt [Roe87], werden die Materialeigenschaften von Knochengewebe diskutiert. Zur Beschreibung des Knochens als System und Komplettierung der notwendigen Kenntnisse werden zur Umsetzung und Anwendung des Modells in ein Finite Element Programm die Belastungen des Femurs erläutert. Hierbei stützen sich die Ausführungen jeweils auf den aktuellen Stand der Literatur.

Im dritten Kapitel werden aus der Literatur bekannte und in der Fachwelt als bedeutend angesehene Ansätze beschrieben, miteinander verglichen und diskutiert. Die hieraus gewonnenen Erkenntnisse werden in Zusammenhang mit den zuvor gemachten Ausführungen zur Entwicklung eines neuen Modells zur Beschreibung der anisotropen Evolution des Steifigkeitstensors und damit des adaptiven Knochenumbaus genutzt. Nachdem alle notwendigen Daten für eine Realisierung in einem Finite Element Programm vorgestellt wurden, erfolgt im vierten Kapitel die numerische Umsetzung und die Anwendung der adaptiven Umbautheorie an verschiedenen Knochenmodelle und an einem Knochen-Implantat-Modell. Gleichzeitig wird an zwei leicht nachvollziehbaren Beispielen der Einsatz der Methode zur Strukturoptimierung technischer Konstruktionen gezeigt. Die Arbeit schließt mit der Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick.

2. Biomechanische Betrachtung des physiologischen und pathologischen Femurs

Das Skelett ist in erster Linie ein mechanisches Organ, dessen Aufgabe es ist, Kräfte von einem Teil des Körpers zu einem anderen Teil zu übertragen. Pathologische Fälle rühren in erster Linie aus mechanischen Defekten in Regionen des Knochens [Mar84]. Anhand von radiologischen Untersuchungen zeigen viele klinische Studien z. B. die signifikante Knochenresorption nach der Implantation einer Hüftendoprothese bei gleichzeitiger Hypertrophie des Knochengewebes an anderer Stelle [EB88], [SR92]. Die Knochenresorption manifestiert sich in einer Verringerung der Knochendichte in großen Regionen rund um das Implantat, während an der Implantatspitze eine Erhöhung der Knochendichte und ein Verwachsen von Knochenregionen feststellbar ist. Auf lange Sicht hat diese Situation erhebliche Auswirkungen auf die Belastung und Stabilität der Implantate. Bei jährlich weltweit mehr als 800.000 Hüftgelenkoperationen versagen ungefähr 2 bis 11 Prozent der Prothesen nach 10 Jahren [MHAJ93].

Solange klinische Untersuchungen die einzige Möglichkeit darstellen, Langzeituntersuchungen zum implantatinduzierten Knochenumbau durchzuführen, bleibt die Zeitspanne des Informationsrückflusses für Implantatdesigner sehr lang. In den meisten Fällen scheitern klinische Untersuchungen jedoch an den hierdurch verursachten erheblich hohen Kosten, an der Dauer der Untersuchung selbst sowie an ethischen Aspekten.

Die Tatsache, daß mit Hilfe von Computern schnell und genau mathematische und/oder logische Formulierungen in beliebiger Kombination abgearbeitet werden können, erweitert die Möglichkeit der Abbildung der Realität durch eine Modellbildung und Simulation auf alles, was sich - in welcher Form auch immer - formalisieren und damit rechenfähig darstellen läßt. Insbesondere bei der Abbildung biologischer Vorgänge in Modellen, die Verhalten beschreiben und möglichst auch Hinweise auf notwendige Änderungen oder Einwirkungen geben sollten, werden mit Hilfe der Verhaltenssimulation die Nachteile von klinischen Untersuchungen relativiert [Bos92]:

- Die Kosten der Modellerstellung und Simulation sind im allgemeinen nur ein Bruchteil dessen, was bei ähnlich umfassender Untersuchung mit realen oder analogen physikalischen Modellen aufzuwenden wäre.
- Der zeitliche Ablauf des dynamischen Verhaltens, hier des Knochenumbaus, kann erheblich gerafft oder verkürzt werden, so daß es zu einem schnelleren Informationsrückfluß kommt.

- Der Mensch, verstanden als reales System, wird keinerlei Risiko ausgesetzt. Messungen oder Eingriffe am realen System sind nicht notwendig. Eine Dynamik, die zur Systemzerstörung z.B. des Implantat-Knochen-Verbundes führen würde, hinterläßt keine physischen und psychologischen Konsequenzen und somit auch keine zu beachtenden ethischen Aspekte.

Die Hauptschwierigkeit bei der Modellbildung und der Analyse von biologischen Systemen liegt generell in der Tatsache begründet, daß vielmehr Variationen der zur Modellbildung benötigten Parameter vorliegen als bei traditionellen technischen Systemen. Die notwendigen Parameter sind unbekannt oder lassen sich nach heutigem Stand nicht bestimmen. Diese Schwierigkeit wird deutlich, wenn man sich vor Augen hält, daß z.B. der Knochen ein inhomogenes Material mit anisotropen Materialeigenschaften ist, die durch Wachstumsprozesse zeitlich variieren. Die in dieser Arbeit benötigten Materialparameter und die bis zum heutigen Zeitpunkt bekannten physikalischen Eigenschaften des Knochengewebes werden in Kapitel 2.3 beschrieben. Zuvor werden jedoch medizinische Fachbegriffe erläutert, die im folgenden für das zu betrachtende Objekt des Femurs von Bedeutung sind, vgl. Kapitel 2.1.

Die experimentellen Untersuchungen sind jedoch notwendig zur Messung der im Modell benötigten Parameter, die die biologischen Signale auf die Stimulation regeln und regulieren [HD91]. Desweiteren müssen die numerischen Ergebnisse verifiziert werden, was zur Zeit qualitativ z. B. an pathologischen Fällen vorgenommen werden kann. Möglichkeiten in Bezug auf den Femur werden ebenfalls in Kapitel 2.2 aufgezeigt.

Die Finite-Element-Methode ist eine viel genutzte Technik zur Spannungsanalyse von mechanisch belasteten Bauteilen. Sie hat sich zur häufigst verwendeten Methode bei der Unterstützung von Studien in der Implantattechnik entwickelt [HC83]. Bei Benutzung der Finite-Element-Methode müssen u. a. die Höhe und Richtungen der angreifenden Kräfte, die Materialparameter, die Geometrie als auch die Fixierungsbedingungen zwischen Implantat und Knochen bekannt sein [HWD89]. Die in dieser Arbeit benutzten Belastungen werden in Kapitel 2.4 vorgestellt. Gleichzeitig wird der aktuelle Stand der Technik bei der Bestimmung der Belastung des Femurs vorgestellt.

Abschließend werden einige biomechanische Aspekte der Prothesenlockerung am proximalen Femur betrachtet, vgl. Kapitel 2.5.

2.1 Medizinische Grundlagen und Beschreibung des Systems Femur

Im folgenden werden die in der Medizin üblichen Bezeichnungen für die verschiedenen Richtungen bezogen auf den menschlichen Körper verwendet. Hierbei wird als Trans-

versalebene eine horizontale Querschnittsebene, als Frontalebene eine Ebene parallel zur Körperlängsachse und zum Gesichtsfeld und als Sagittalebene, die eine zur Transversalebene und Frontalebene senkrecht stehende Ebene bezeichnet. Die Bezeichnungen der Richtungen sind in der folgenden Abbildung dargestellt.

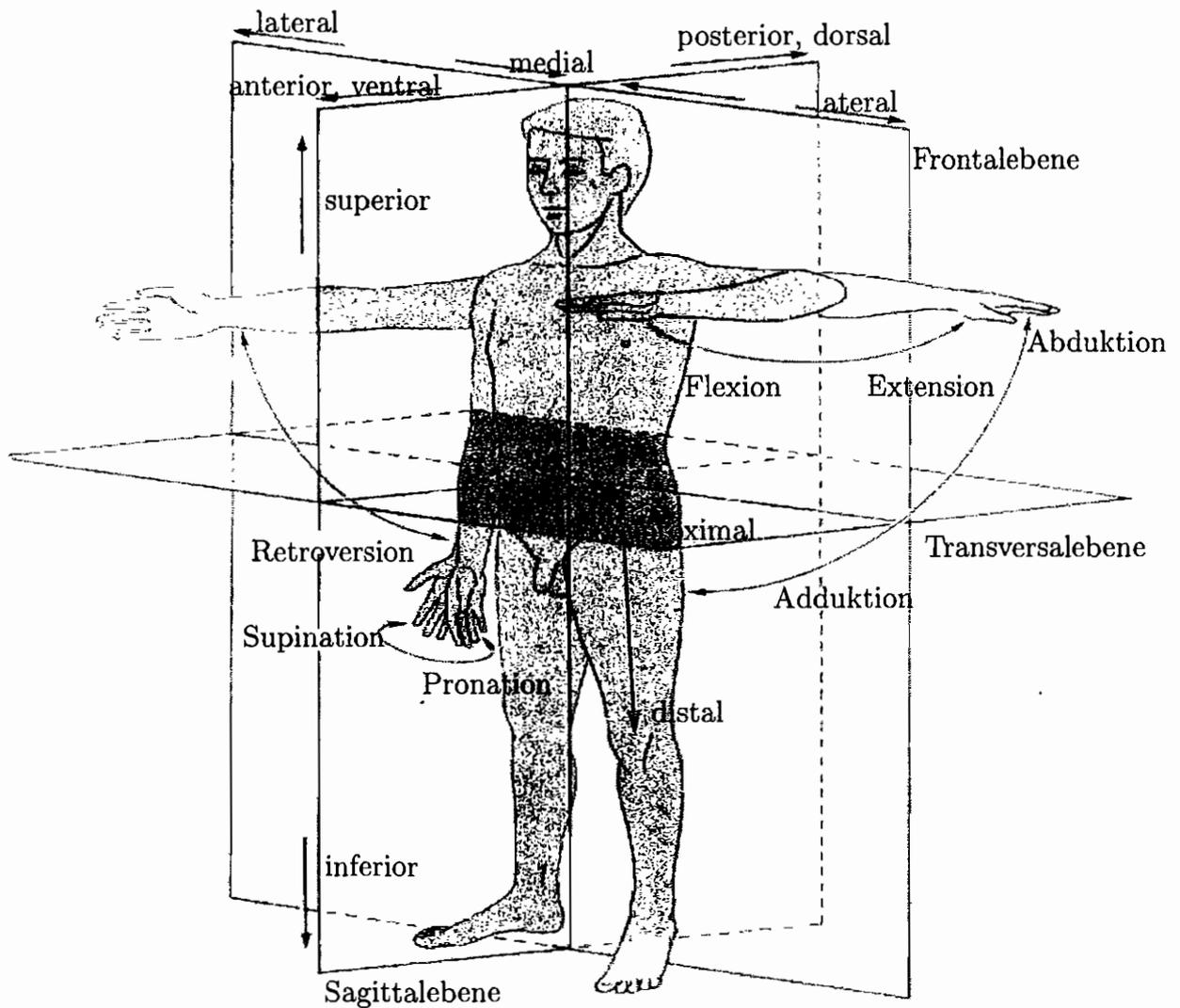


Abb. 2.1: Übersichtsschema über die Hauptebenen des Körpers und die Grundbewegungen der Gliedmaßen. Modifiziert übernommen aus [BGF⁺85].

Das Körperzentrum ist der Rumpf. Eine Orientierung hin zum Körperzentrum wird proximal und eine vom Körperzentrum weg wird distal genannt. Für Röhrenknochen, speziell für den Femur, sind die Bezeichnungen endostal (zur Knochenmarkhöhle hin) und periostal (zur Knochenoberfläche hin) zu unterscheiden.

In dieser Arbeit wird der Knochenumbau am Femur, der zu der Gruppe der langen Röhrenknochen gehört, betrachtet. Die Beschreibung beschränkt sich im wesentlichen auf den proximalen Teil. Obwohl der Schaft, das Mittelstück des Femurs, welches auch Diaphyse genannt wird, leicht nach vorn gebogen ist, ist der Femur der längste Knochen des Körpers. Er bestimmt am meisten die individuelle Körpergröße. Die Einteilung des Femurs erfolgt in drei Bereiche:

- Ephiphyse: Gelenkende; proximale und distale Endstücke der langen Röhrenknochen
- Metaphyse: Abschnitt des Röhrenknochens zwischen Diaphyse und Ephiphyse
- Diaphyse: Mittelstück der Röhrenknochen

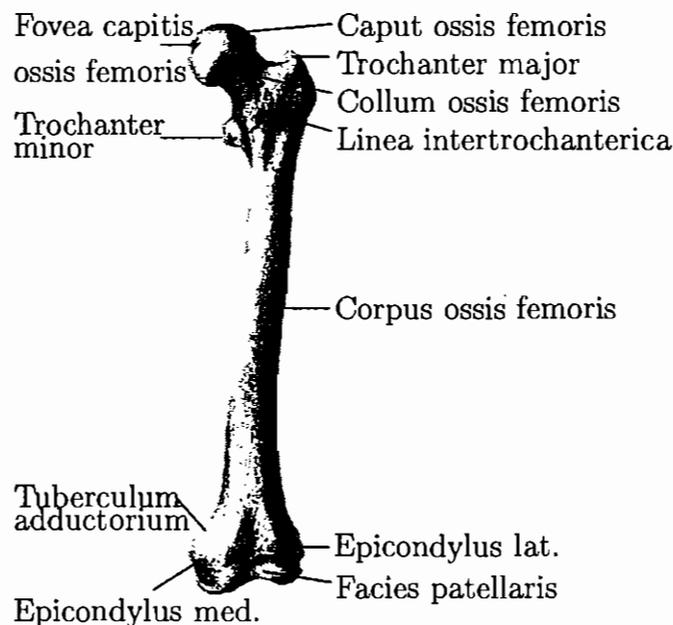


Abb. 2.2: Linker Femur von ventral.

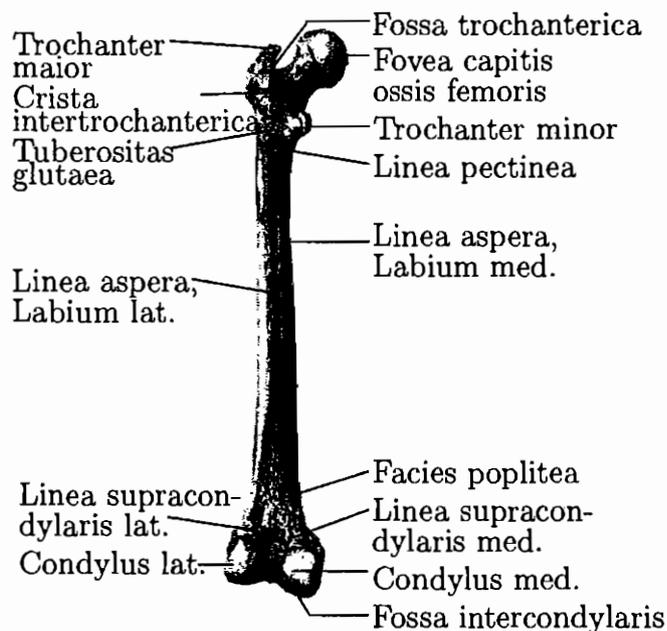


Abb. 2.3: Linker Femur von dorsal.

Wie die Leisten an einem profilierten Träger in der Technik wirkt die Linea aspera querschnittsparend, gleichzeitig dient sie als Ansatz für Muskelursprünge. Das distale und das proximale Ende des Femurs sind zur gelenkigen Verbindung und zum Ansatz von Muskeln besonders ausgestaltet.

Der Gelenkkopf, Caput ossis femoris, ist kugelförmig und trägt unterhalb seiner Mitte eine kleine Grube, Fovea capitis ossis femoris, in der das Ligament capitis femoris ansetzt. Der Gelenkkopf ist in die Hüftpfanne, Acetabulum, eingebettet. In diesem Gelenk liegt die Druckübertragungs- und Führungsfläche im Bereich der überknorpelten Facies lunata vor. Als Kugelgelenk ist das Hüftgelenk um unendlich viele Achsen beweglich, die durch den Mittelpunkt der Kugel gehen. Durch die Vielfalt der Muskelwirkungen und die Führung des Bänderapparates wird die Bewegungsvielfalt eingeschränkt.

Der schräg aufwärts gerichtete Schenkelhals, Collum ossis femoris, verbindet den Kopf mit dem Schaft und bildet ein mechanisch wichtiges Tragglied. Der Winkel, den die Längsachse des Schenkelhalses mit der Schaftachse bildet, Collum-Diaphysenwinkel, beträgt 120 bis 130°, die Variationsbreite etwa 23°. Dort, wo der Schenkelhals sich vergrößernd in den Schaft übergeht, ist der Knochen ringsum von einem Kranz von Rauigkeiten und Muskelhöckern umgeben, die im Strahlungsmittelpunkt des Kegels der Hüftmuskeln liegen. Unter diesen ragen auf der Rückseite zwei mächtige Knochenhebel, die Rollhügel, Trochanter major und minor, hervor. Sie sind posterior durch eine Knochenleiste, Crista intertrochanterica, anterior durch die niedrige Linea intertrochanterica verbunden. An der medialen Fläche des großen Rollhügels liegt eine Grube, die Fossa trochanterica. Die laterale Lippe der Linea aspera nimmt Richtung auf den Trochanter major und erhebt sich

zur Tuberositas glutea für den Ansatz des *M. gluteus maximus*.

Am distalen Ende des Femurs löst sich die Compacta des Schaftes in einen breiten spongiösen Knochenkörper auf, dessen Rinde sehr dünn ist und von zahlreichen kleinen Gefäßen durchsetzt wird.

Nachdem die äußere Struktur des Femurs dargelegt wurde, wird nun das Knochengewebe zunächst allgemein und schließlich auf den Femur bezogen charakterisiert. Knochengewebe kann nach verschiedenen Aspekten eingeteilt werden:

- Entwicklungsgeschichte:

- desmal: direkte Ossifikation, im Bindegewebe
- chondral: indirekte Ossifikation, Ersatzknochen, Knorpel - Vorstufe

Weitere Ausführungen sind dem Kapitel 2.2 zu entnehmen.

- Makroskopischer Beschreibungsansatz:

- Kompakta = Kortikalis: Dicht gepackte Knochensubstanz, die durch innere, lokalisierte Resorptionsvorgänge sich wieder in Spongiosa wandeln kann. Selbst in dieser dichtesten Knochenmatrix verbleibt ein Porenvolumen von 13 % [Sen93]. Wird das Volumen mit mehr als 70 % mit Knochengrundsubstanz ausgefüllt, so bezeichnet man diese Struktur als Kompakta [Gib85].
- Spongiosa: Die Spongiosa ist eine inhomogene poröse anisotrope Struktur [Cow86]. Der Ausdruck Spongiosa kennzeichnet eine lockere Anordnung von Bälkchen, die sich als schwammartiges Gerüstwerk feiner Knochenbälkchen darstellen. Die Dimension und Anordnung der Bälkchen variiert mit Lokalisation, Beanspruchung und Alter stark. Durch Anlagerung von Knochensubstanz können die Bälkchen verstärkt werden, was zu einer Verdichtung der Spongiosa führt. Betrachtet man den Ausschnitt des Bildes 2.4 genauer, so stellt sich die Spongiosa als ein Gewebe mit offenen und mit geschlossenen Zellen dar, vgl. hierzu auch GIBSON [Gib85]. Ein Übergang von der Spongiosa zur Kompakta ist möglich. Der biomechanische Zweck der Spongiosa liegt in der Abstützung der Kompakta gegenüber der Einleitung der Muskel- und Gelenkkräfte [Sen93].

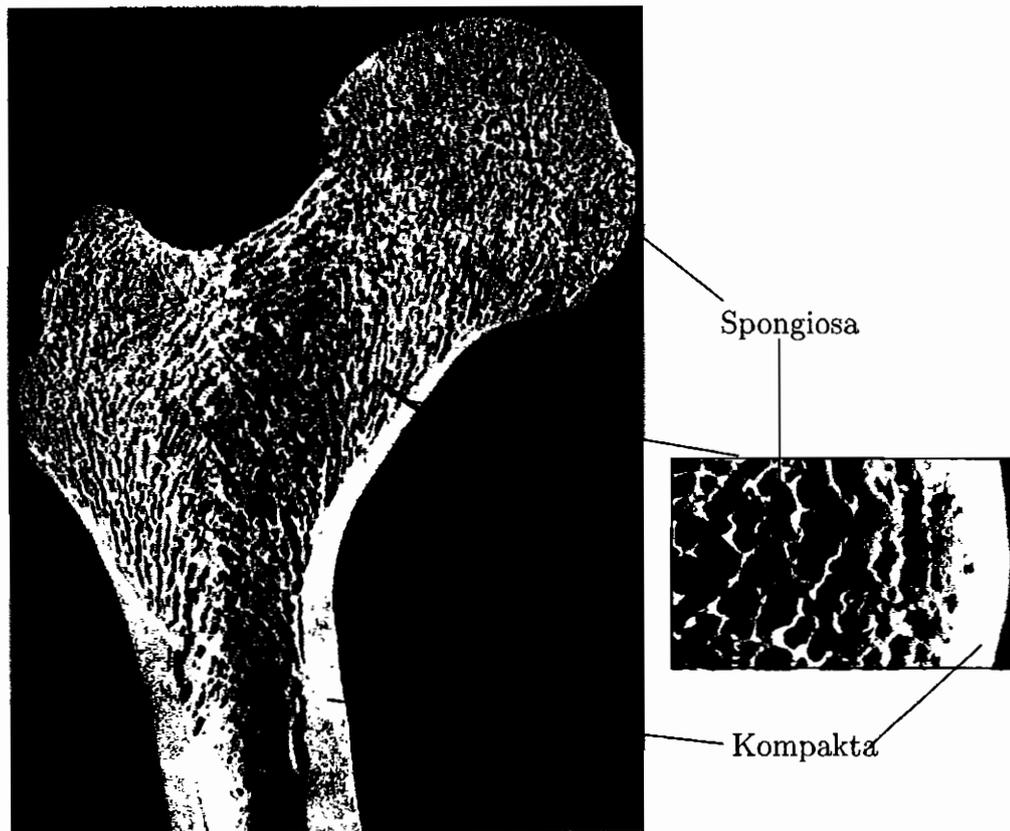


Abb. 2.4: Längsschnitt eines proximalen Femurs

- Organisatorischer / Mikroskopischer Beschreibungsansatz:
 - Faser- oder Geflechtknochen: Das bestehende Bindegewebe wird in die Struktur einbezogen. Diese Knochenstruktur enthält Fibrillen, die wie bei einem Bindegewebe angeordnet sind und auch mit dem Bindegewebe der Umgebung, dem Perisot (Knochenhaut), in Verbindung stehen. Diese Gewebsart kann als zu Knochen erstarrtes Bindegewebe angesehen werden, sie trifft man an Einstrahlungsstellen von Sehnen und Bändern und bei rasch ablaufenden Reparaturprozessen.
 - Lamellenknochen: Spezifisch angeordnete Struktur der kollagenen Fibrillen und Osteone. Diese Knochenart ist eine reifere Form der Knochenbildung. Die Anordnungen der Fibrillen folgt bestimmten Gesetzmäßigkeiten. In verschiedenen Schichten, z. T. abwechslungsweise in anderen Richtungen angeordnet, ergeben die Fibrillen zusammen mit dazwischen eingebauten mineralischem Anteil ein nach funktionellen Gesichtspunkten ausgerichtetes Verbundsystem. Die Verbindung zur Umgebung geschieht durch Faserbündel, die während der Knochenbildung mit eingemauert werden. Der Lamellenknochen erscheint in Form von Haupt- oder Generallamellen, Osteonen und Schaltlamellen. Zusammenhängende lamelläre Schichten, die die Kompakta gegen den Markraum

abschließen, heißen innere Generallamellen. Durch den inneren Umbau der Kompakta entstehen sekundäre Osteone. Es sind bis zu mehreren Millimeter lange, knapp einen halben Millimeter dicke Elemente, die aus konzentrisch angeordneten Lamellen bestehen und im Zentrum ein Gefäß aufweisen. Nach einem intensiven inneren Umbau bleiben von der ursprünglichen Struktur zwischen den einzelnen zirkulär orientierten Lamellen der neuen Osteone nur noch Bruchstücke übrig. Diese werden als Schaltlamellen bezeichnet. Der Hauptanteil sowohl der Kompakta als auch der Spongiosa besteht aus Lamellenknochen.

Die Gefäßversorgung des Knochengewebes erfolgt vorwiegend vom Markraum, aber auch vom Periost aus. In der Längsachse der Röhrenknochen verlaufen Gefäße im Zentrum der Osteone, in den Haversschen Kanälen. Sie weisen Querverbindungen zu anderen Osteonen auf, welche in den sog. Volkmannschen Kanälen verlaufen. Beide Kanalsysteme enthalten nur ein einziges Gefäß vom Kapillartyp.

Um das Schema vom Aufbau eines Knochens zu verdeutlichen, wurden drei Osteone teleskopartig auseinandergezogen. Damit läßt sich der unterschiedliche Steigungswinkel der Fibrillen in den Lamellen zeigen. Zum gleichen Zweck sind drei Lamellen der äußeren Generallamellen hochgezogen. Die Blutgefäße gelangen vom Periost durch Volkmannsche Kanäle in die Haversschen Kanäle. Die Markräume der Spongiosa sind schon als erweiterte Haverssche Kanäle dargestellt. Zur Darstellung des Haversschen Systems vgl. [SG87].

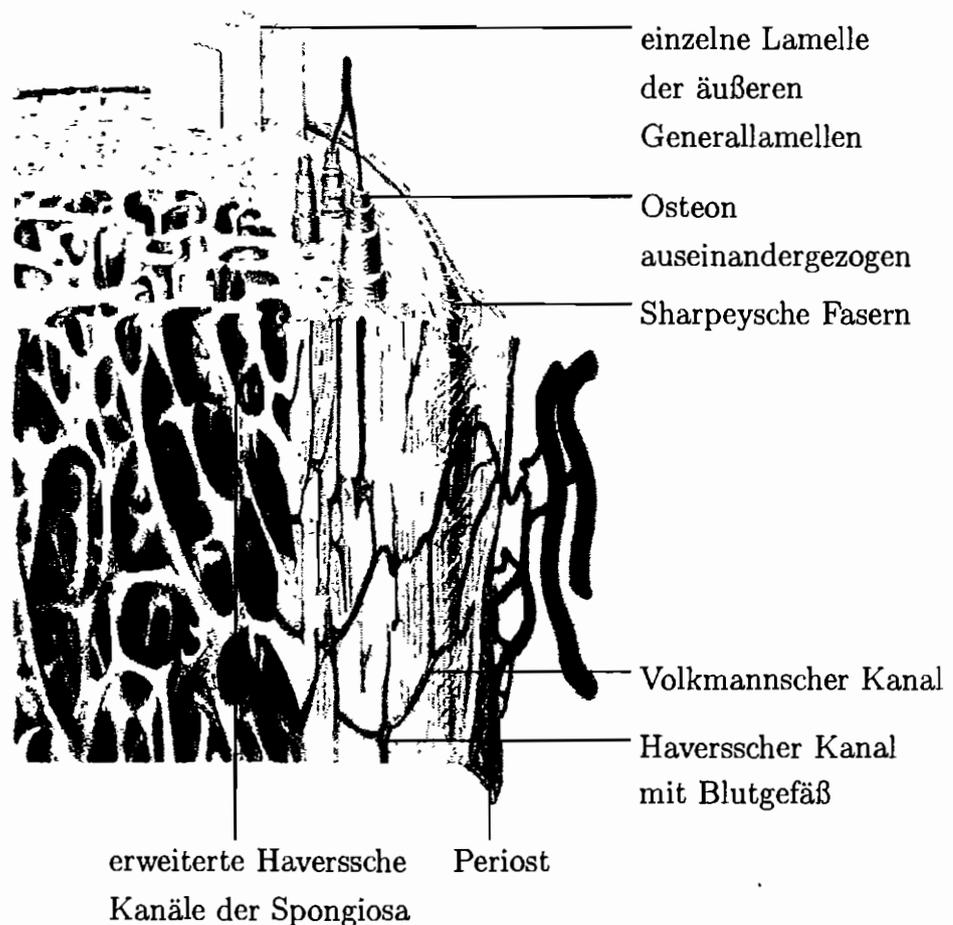


Abb. 2.5: Schema vom Aufbau eines Knochens

An allen freien Oberflächen, auch in den Hohlräumen im Inneren, sind verschiedene Knochenzellen zu finden. Es wird grundsätzlich zwischen drei knochenspezifischen Zellarten unterschieden:

- Osteoblasten: Knochenbildung
- Osteocyten: Versorgung, Calciumstoffwechsel
- Osteoklasten: Knochenresorption

Osteoblasten, die sich an Oberflächen befinden, entstehen lokal durch Differenzierung aus Elementen der Bindegewebsreihe, den Mesenchymzellen. Sie kommen überall dort vor, wo Knochenbildung stattfindet, also bei Wachstums-, Umbau- und Reparaturvorgängen. Sie sind epithelartig nebeneinander angeordnet und untereinander durch Cytoplasmafortsätze verbunden. Ihr größter Durchmesser beträgt 20 - 30 μm . Die Aufgabe dieser Zellen besteht im Aufbau von Knochengewebe. Sie scheiden kollagene Fibrillen und eine glykoproteinreiche Grundsubstanz aus. Dieses organische Gerüst des Knochens, das Osteoid, wird anschließend mineralisiert. Die Verkalkung geschieht ebenfalls durch Vermittlung

der Osteoblasten. Diese nehmen Calcium auf und geben es später wieder an das Osteoid ab. Dort wird es vorwiegend als Apatit eingebaut. Die Anbaurrate beträgt ungefähr $1 - 2 \mu\text{m} / 24 \text{ h}$. Sie ist abhängig von der Anzahl der Zellen pro Fläche und der Aktivität der Osteoblasten, die wiederum in Beziehung zum Zellvolumen und zur ausscheidenden Fläche steht. Bei der Produktion von Osteoid werden einzelne Osteoblasten eingeschlossen und kollagene Fibrillen der Umgebung ebenfalls eingemauert. Der Verbindung dieser einzelnen Zellen untereinander und mit den oberflächlichen Osteoblasten dient ein System dünner Zellfortsätze, die in feinen Verbindungsgängen, den Knochenkanälchen, Canaliculi, verlaufen.



Abb. 2.6: Osteoblasten auf einer Knochenoberfläche, aus [BGF⁺85]

Nach dem Einmauern der Osteoblasten werden diese Zellen Osteocyten genannt. In ihrem Aussehen verändern sie sich allmählich von der kuboiden Form der Osteoblasten zu einer flachgedrückten, längsovalen Form. Die Funktion der Osteocyten ergibt sich aus der großen Kontaktfläche zum mineralisierten Gewebe. Diese bietet sich an für die Mobilisation von Calcium aus dem Skelett einerseits und für das Abfangen von überflüssigem Calcium aus dem Serum andererseits.

Die dritte knochenspezifische Zellart, die Osteoklasten, sind vielkernige eosinophile Zellen, die Knochensubstanz abbauen. Sie liegen häufig in den von ihnen gebildeten Howship - Lakunen. Da die Osteoklasten von Blutzellen abstammen, sind sie in ihrer Entwicklung und Funktion völlig anders als die anderen Knochenzellen. Ihre Tätigkeit wird durch die Tätigkeit der Osteoblasten angeregt, indem diese die Oberfläche für die Osteoklasten vorbereiten. Die Osteoklasten kommunizieren mit den anderen Zellarten, die untereinander vernetzt sind, über chemische Botenstoffe [CMM91].

2.2 Funktionale Knochenstruktur und funktionale Adaptivität

Wie im vorherigen Kapitel dargestellt wurde, sind kompakter und spongiöser Knochen völlig unterschiedlicher Struktur. Die Untersuchungen des letzten Jahrhunderts waren darauf ausgelegt, die mechanischen Gründe für diesen Unterschied zu ermitteln. G. H. Meyer

[Mey67] veröffentlichte 1867 die Beobachtungen, daß die Spongiosa, die bis dahin „im Allgemeinen den Eindruck einer regellosen Häufung von Knochenbalken und Knochenplättchen“ machte, in ihrer Anordnung und Gestaltung gewisse „typische Verschiedenheiten“ aufweist. Desweiteren wurde die Vermutung geäußert, daß, wie es Fung [Fun93] präziser formulierte, der Knochen ihn an das Maximum - Minimum - Prinzip erinnere, wobei der Knochen einem Maximum an Belastung mit einem Minimum an Material und optimaler Bauweise begegne. Die Literatur wird jedoch nicht von Meyer und Culmann, die auf dem Gebiet der Biomechanik der Knochen wohl als erste kooperierten, dominiert, sondern von J. Wolff der zwei Jahre [Wol69] später diese Problematik aufgriff. In seinem detaillierter ausgeführten Aufsatz [Wol70] beschrieb er die Basis all seiner Überlegungen:

- Die perfekte mathematische Übereinstimmung der spongiösen Struktur im proximalen Ende des Femurs mit der Trajektoriendarstellung in Culmanns - Kran.
- Die statische Notwendigkeit der speziellen Struktur der Knochen.

Als ein Resultat seiner Untersuchungen kam er zu dem Schluß, daß ansteigender Druck nicht nur den Knochen beeinträchtigt, sondern daß er notwendig ist, um die Struktur zu erhalten und zu entwickeln [Zip92]. Wolff zeigte, daß die im proximalen Femur vorliegenden Spannungen und Dehnungen direkt aus der Architektur des Knochens abgeleitet werden können [Wol92].

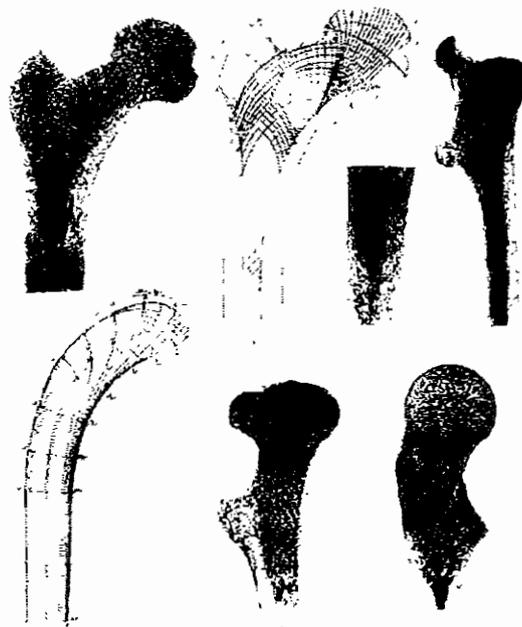


Abb. 2.7: Oben: Verschiedene Sektionen des proximalen Femurs und Rekonstruktion der spongiösen Struktur. Unten: Vereinfachte graphische Analyse des proximalen Femurs von Culmann, aus [Zip92], Original aus [Wol92]

Dabei wurde davon ausgegangen, daß eine hohe Dichte von Trajektorien gleichbedeutend ist mit einer hohen Spannung, verbunden mit der Notwendigkeit einer kompakten Struktur, und eine geringe Dichte eine spongiöse Struktur identifiziert. Die Korrelation zwischen der effektiven Spannung und der trabekulären Dichte impliziert, daß trabekulärer Knochen in hoher Dichte in Regionen vorliegt, in denen maximale Hauptspannungsdifferenzen vorliegen. Der Zusammenhang zwischen der Orientierung der Trabekel und den Hauptspannungsrichtungen impliziert eine Ausrichtung der Trabekel entlang der Hauptspannungsrichtungen, 45° zu der Ebene der maximalen Schubspannung. Diese beiden Ergebnisse führen zu der Wolffschen Hypothese, daß

- jeder Trabekel nach einer Ausrichtung strebt, die die auf ihn wirkende individuelle Biegung minimiert und
- daß die Dichte der Trabekel zu höheren Werten in Regionen mit hohen Hauptspannungsunterschieden strebt.

Einige Jahre später interpretierte Roux die Wolffschen Beobachtungen als ein Resultat einer funktionalen Adaption. Der Prozeß wurde von ihm als ein sich quantitativ selbst regulierender Mechanismus beschrieben [Rou81]. Im Gegensatz zu technischen Gebilden passen sich die Knochen der Belastung an und verändern ihre Gestalt. Diese Idee der funktionalen Adaption ist noch heute ein wichtiges und generelles Prinzip der Biologie [Roe81]. Dieses wiederum wurde von Wolff aufgegriffen [Wol84]. Als Result dieser Forschungen wurde die Frage, ob die Spongiosa als Struktur der Spannungstrajektorien ausgebildet ist, mit der Frage kombiniert, ob Druck-, Zug- oder Schubspannungen den funktionalen Stimulus zur Bildung der Spongiosa bilden. In der Folgezeit wurden diese Darstellungen (s. a. [Wol72], [Wol74], [Wol91]) unter dem Begriff des „Wolffschen Gesetzes“ subsummiert.

Eine erste geschlossene Darstellung der Wechselwirkungen zwischen mechanischer Funktion und morphologischer Gestaltung und die Entwicklung einer in sich widerspruchsfreien Theorie blieb jedoch Friedrich PAUWELS vorbehalten [Pau65], [Pau73]. Auch die Interpretation der funktionalen Anpassung im Sinne eines konsequenten Leichtbaus geht auf PAUWELS zurück. Während Baumaterialien der Technik unter der Einwirkung von Kräften lediglich elastisch und / oder plastisch verformt werden, der Beanspruchung je nach Festigkeit des Materials Widerstand leisten oder zu Bruch gehen, leisten biologische Materialien darüber hinaus zusätzlich einen Widerstand durch ihre differenzierte Anpassung an die funktionalen Erfordernisse.

Das Resultat der Eliminierung der normalen funktionalen Belastung ist eine Knochenatrophie, man vergleiche diesen Umstand anhand von bettlägerigen Patienten und Astronauten, die der Schwerelosigkeit ausgesetzt sind [BS91]. Besonders deutlich wird dieses biologische Verhalten bei der Betrachtung des Krafttrainings zur Vergrößerung der Muskelmasse oder der Muskelatrophie im Falle längerer Ruhephasen durch Verletzungen. Nach

Knochenbrüchen wird im Heilungsprozeß an stark beanspruchten Bereichen Material angebaut und weniger stark beanspruchte Bereiche bauen sich ab. Der Organismus behält nur das erforderliche Maß an Material, er spart somit Gewicht und Energie. Das Ergebnis dieses Verhaltens entspricht den Zielen, die man mit einer technischen Leichtbaukonstruktion verfolgt. Den Untersuchungen von PAUWELS ist zu entnehmen, daß sich Knochen in einem permanenten Umbauprozess befindet. Auf diesen nehmen mechanische Beanspruchungen ständig Einfluß. Natürlich spielen auch andere Faktoren, wie z. B. hormonelle Faktoren, beim Auf- und Abbau eine Rolle, dem mechanischen Faktor wird jedoch die entscheidende Rolle zugewiesen [BS91]. PAUWELS geht dabei von einem Fließgleichgewicht aus, einem ständigen Auf- und Abbau von Knochenmaterial bei dynamisch sich auf den Körper verändernden Lasten, deren Größe sich in gewissen Grenzen bewegt. Erst bei Belastungen außerhalb dieser Grenzen kommt es zur Atrophie bzw. Hypertrophie. Anschaulich wurde dieses Verhalten von Kummer in [Kum92] und [BGF⁺85] dargestellt, vgl. n. Abbildung und [Rub84]. Das Verhalten wird mit dem eines technischen Reglers gleichgesetzt.

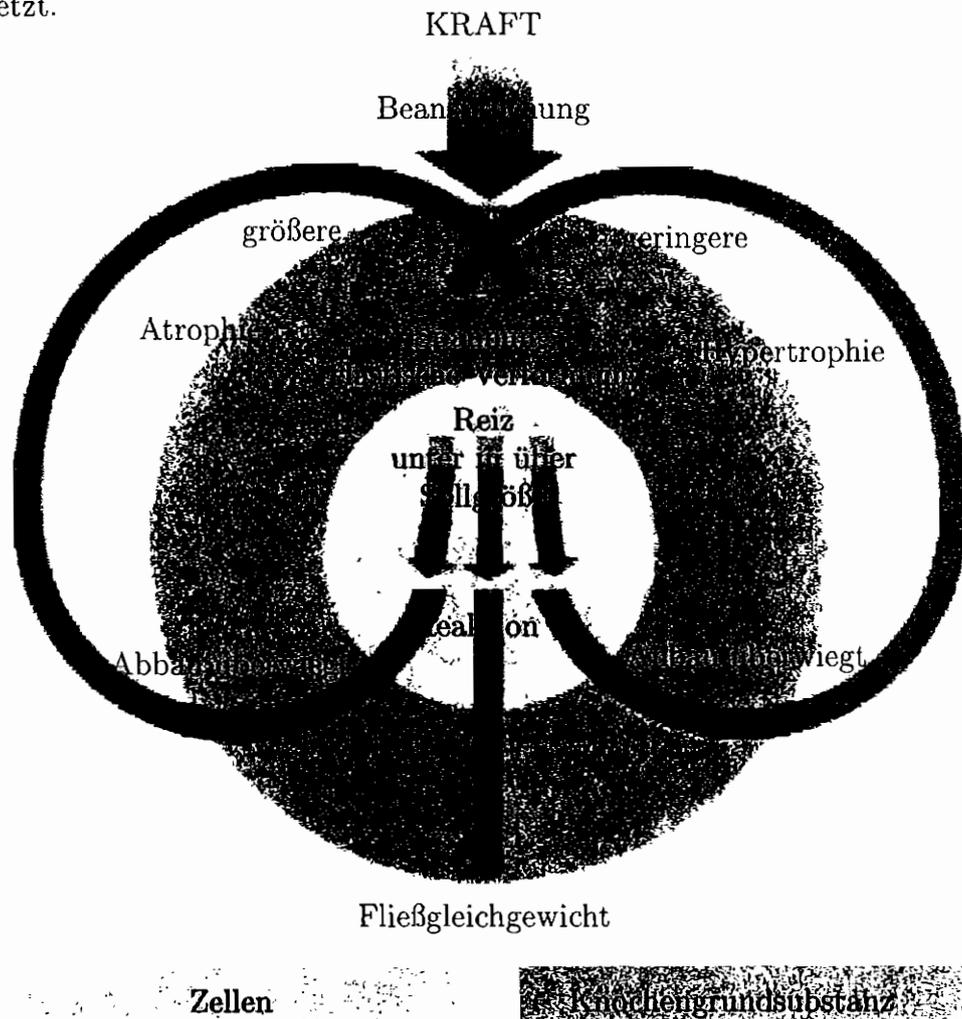


Abb. 2.8: Knochenreaktion auf mechanische Beanspruchung, aus [BGF⁺85]

Jede Belastung, die durch eine von außen einwirkende Kraft hervorgerufen wird, führt demnach zu einer Beanspruchung des Knochens, vor allem seiner Grundsubstanz. Diese wird elastisch verformt und in ihr treten dementsprechende Spannungen auf. Als Regelgröße wird aufgrund des Hookeschen Gesetzes die Spannung angesehen, obwohl die Verformungen als unmittelbarer Reiz für alle an der Knochenbildung beteiligten Zellen anzusehen sind. Wenn ein bestimmter Spannungswert, die Sollgröße, überschritten wird, befindet sich nach der PAUWELSSchen Theorie der Knochen im Fließgleichgewicht, d. h. der stets ablaufende Auf- und Abbau von Knochengewebe gleicht sich aus.

Durch z. B. geringere körperliche Aktivität oder durch Reduktion des Körpergewichts sinkt die Spannung unter den Sollwert. Der Knochen decalzifiziert. Infolgedessen und im weiteren Verlauf überwiegt der Abbau von Knochengewebe gegenüber der nie auszuschließen Neubildung. Durch die Decalzifikation wird der Knochen als Ganzes schwächer und in seiner Gesamtmasse reduziert. Dadurch wird die Steifigkeit verringert und die Spannungen steigen wieder an. Ist die Beanspruchung so groß, daß die Spannungen über den Sollwert ansteigen, so werden zunächst mehr Calciumsalze in das Knochengewebe eingelagert. Bei längerer Zeit anhaltendem Spannungsanstieg überwiegt die Neubildung von Osteoid, die Menge des Knochengewebes nimmt zu. Dieser Vorgang wurde von PAUWELS als Aktivitätshypertrophie bezeichnet [Pau73]. Verschiedene Beobachtungen an biologischen Experimenten und den Verläufen klinischer Fälle weisen darauf hin, daß der Vorgang der Aktivitätshypertrophie nicht auch bei beliebig großen Spannungen vorliegt. Es konnte festgestellt werden, daß bei fortgesetztem erheblichen Spannungsanstieg der Knochen nach der ersten Phase der Zunahme der Röntgendichte durch Einlagerung von Calciumsalzen in eine Destruktionsphase übergeht, in der paradoxerweise Knochengewebe abgebaut wird. Der Begriff der Osteolyse kennzeichnet dieses Verhalten.

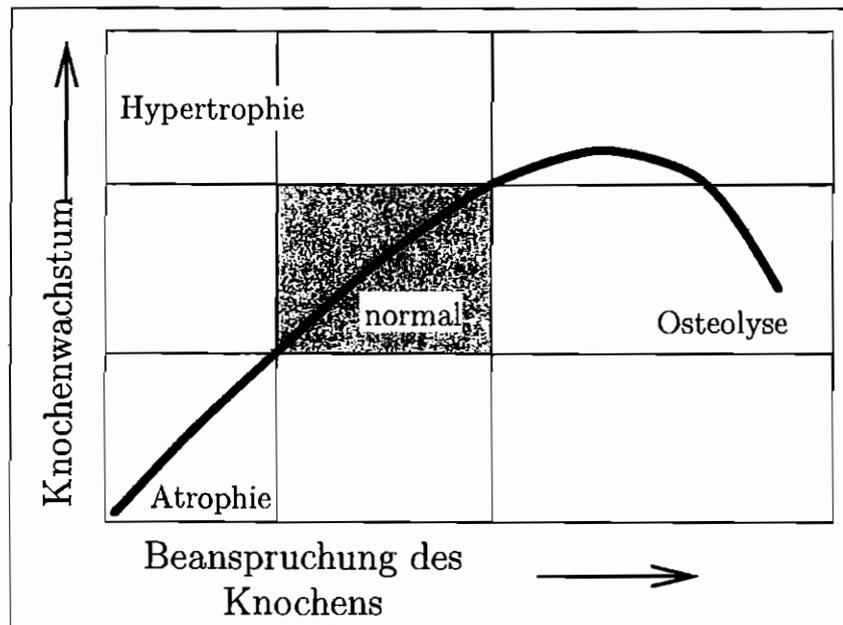


Abb. 2.9: Zusammenhang zwischen mechanischer Beanspruchung und Knochenreaktion, aus [Sen93]

Ob der eingeführte Sollwert für alle Menschen gleich ist, ob er bei ein und demselben Individuum in den verschiedenen Lebensaltern oder auch zur selben Zeit in allen Körperregionen gleich groß ist, wird in der späteren Diskussion über „site-“ bzw. „non site specific“ aufgegriffen. Zu bemerken ist, daß diese Frage Gegenstand der Forschung ist.

Aus dem geschilderten Regelvorgang ergibt sich zwangsläufig, daß z. B. ein Spongiosabälkchen durch Gewebeaufbau an den Stellen höherer Spannungen und durch Abbau an Stellen geringerer Spannungen so lange umgebaut werden muß, bis die Spannungen in ihm überall gleich groß sind und dem Sollwert entsprechen. Dann ist das Spongiosabälkchen so ausgerichtet, daß die Wirkungslinie der belastenden Kraft genau mit seiner Längsachse zusammenfällt. Wenn alle Spongiosabälkchen des Knochens auf diese Weise in jeweils axiale Beanspruchung eingestellt werden, so resultiert ein räumliches Fachwerk, das auch als Ganzes die maximale Festigkeit mit einem Minimum an Baumaterial erreicht, also eine Leichtbaukonstruktion darstellt.

Desweiteren verfügt der Knochen offenbar über die Möglichkeit, auf die wechselnde Größe der mechanischen Beanspruchung mit einer lokalen Änderung seiner Materialdichte zu reagieren [Mar84], [MB89], [Mar91]. Dieses kann durch eine Veränderung der Porosität, dem Verhältnis der Hohlräume - Haverssche und Volkmannsche Kanäle - zur Grundsubstanz, als auch durch unterschiedliche Kalksalzeinlagerungen geschehen. Beide Möglichkeiten regulieren die in der Volumeneinheit des Knochengewebes enthaltene Mineralsalzmenge, die für die spezifische Festigkeit des Knochens im wesentlichen verantwortlich ist.

Grundlage der beschriebenen funktionalen Anpassung des Knochengewebes ist die Vorstellung, daß der Zellstoffwechsel eines noch weitgehend indifferenten Muttergewebes (Mesenchym) durch mechanische Einflüsse in spezifischer Weise verändert wird, wobei sich zugleich die Zellen morphologisch umgestalten. Für die Theorie der kausalen Histogenese ist wichtig, daß durch die Beanspruchungen Zug, Druck und Schub im Material Dehnungen auftreten [BGF⁺85]. Nach Untersuchungen von HERT [HLL71] und WOO [WAC⁺76], die die funktionale Anpassung unter intermittierender Last untersuchten, muß zwischen Zug und Druck nicht unterschieden werden, da beide Belastungen gleiche Wirkung erzielten. Aufgrund der genannten Belastungsarten differenzieren sich die Mesenchymzellen primär zu Fibroblasten und produzieren Tropokollagen. Weitere Deformationen führen zur Parallelisierung der Tropokollagenmoleküle in Richtung der Hauptdehnungsrichtungen und damit zur Fibrillenbildung. Einen ganz anderen Einfluß auf das mesenchymale Gewebe hat dem gegenüber hydrostatischer Druck [BGF⁺85]. Aus Versuchen in der Gewebezüchtung ist bekannt, daß sich Zellen verschiedener Gewebe unter künstlich erzeugtem hydrostatischen Druck abrunden und mehr oder weniger Kugelform annehmen. Die Mesenchymkomplexe expandieren dadurch durch lebhaftere Zellvermehrung. Hierdurch tritt in der Randzone und deren unmittelbarer Umgebung Dehnung auf, die schließlich zur Fibrillenbildung führt [BGF⁺85].

Letztendlich lassen sich ebenfalls Veränderungen der Knochengometrie aufgrund veränderter Beanspruchung beobachten. Explizit wird auf diese Form der Anpassung im Kapitel „Biomechanische Aspekte der Prothesenlockerung am proximalen Femur“ eingegangen.

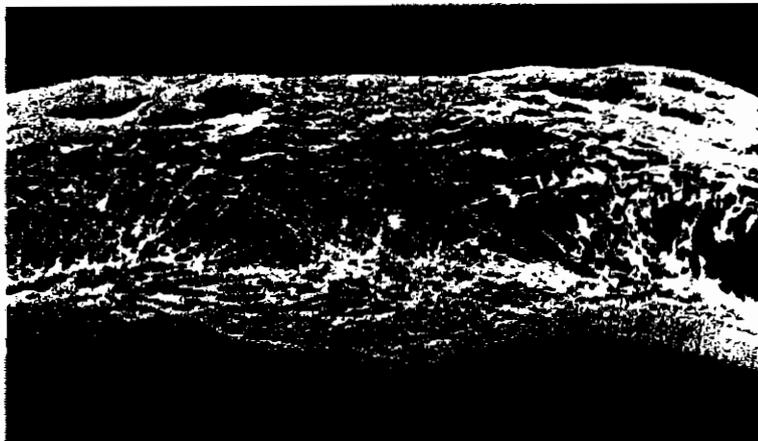


Abb. 2.10: Veränderung der Querschnittsform der Kortikalis aufgrund veränderter Beanspruchung, aus [BGF⁺85]

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß drei funktionale Anpassungsmechanismen auf veränderte mechanische Zustände beobachtet werden können:

- Umorientierung der inneren Struktur
Ausrichtung der Spongiosabälkchen, bzw. eine Orientierung der Knochenlamellen in Hauptspannungsrichtung

- Dichteumbau
Änderung der elastischen Eigenschaften aufgrund von Hydroxylapatiteinlagerungen in die Kollagenfasermatrix
- Veränderung der Knochengometrie
Ein Flächenumbau aufgrund von Osteoblasten- und Osteoklastenaktivitäten

2.3 Physikalische Eigenschaften von Knochengewebe

Die Beschreibung des Materialverhaltens der am Femur beteiligten Strukturen ist außerordentlich kompliziert. Biologische Materialien sind in der Regel mikrostrukturiert und elastisch anisotrop. Die in dieser Arbeit relevanten Materialien sind kompakter und spongiöser Struktur. Voraussetzung zur Beschreibung des Materialverhaltens mikrostrukturierter Materialien in einem FE - Modell ist die Ermittlung von Tensoren, in denen Inhomogenitäten homogenisiert werden und ein homogenes Ersatzmaterial definiert wird. Diese Kennwerte wie Dichte, Elastizitätsmodul oder Querkontraktionszahl entsprechen den scheinbaren (apparenten) Kennwerten des inhomogenen Materials. Dabei wird, obwohl der mikrostrukturelle Aufbau des betrachteten Materials sehr komplex ist, ein Volumenelement im Sinne einer kontinuumsmechanischen Modellbildung betrachtet. Dieses Volumenelement muß groß genug sein, um die mikrostrukturellen Unterschiede zu verschmieren, aber auch klein genug, um es als Punkt im Sinne der Kontinuumsmechanik ansehen zu können.

Eine möglichst eindeutige Bestimmung dieser Materialkennwerte des menschlichen Femurs ist nach wie vor Stand der Forschung. Ein Vergleich der bis heute veröffentlichten Materialkennwerte ist nicht konsequent durchzuführen, da sowohl die Versuchsbedingungen und die Versuchsziele als auch die Ausgangsbedingungen sehr stark variieren. Allein bei der Betrachtung der Abhängigkeiten des Elastizitätsmoduls von der Knochenart [CKCG90], [Mar91], der Dichte [AR88], [CH77], [CKCG90], [Cur90], [KGW⁺94], [Kel94], [SB88], vom Mineralgehalt des Knochens [BZHK75], [Cur69a], [Cur69b], [Cur88a], [Cur88b], [SB88], von der Porosität [Cur87], [Cur88b], [SB88] und vom Alter des Knochens [Mar84], [KH93] zeigen sich erhebliche Unterschiede in den Ergebnissen. Es lassen sich die folgenden Einflußgrößen auf die mechanischen Materialeigenschaften des Knochens angeben.

$$E = E(\text{Porosität, Mineralisierungsgrad, Dichte, Knochenarchitektur, Schäden}) \quad (2.1)$$

Die Mehrheit der veröffentlichten Materialkennwerte wurde auf der Grundlage bestimmt, daß für eine definierte Spongiosa- oder Kortikalisstruktur (meist Zylinder oder Quader) die Moduli angegeben wurden. Da Knochen aber keine homogene Struktur besitzt, können die auf diese Art ermittelten Werte nicht als Kennwerte des Materials an sich, sondern nur als solche der zugrundeliegenden Struktur aufgefaßt werden. LINDE et al. [LHM92] wiesen die Abhängigkeit der Materialkennwerte von der Probengeometrie nach. RHO et

al. [RAT93] zeigten, daß der E - Modul einer Spongiosastruktur bedeutend geringer als der eines einzelnen Trabekels ist und somit der Größe der Proben eine besondere Bedeutung zukommt.

Betrachtet man ferner die Auswirkungen der unterschiedlichen Versuchsbedingungen auf die Ergebnisse, so wird deutlich, daß man zur Zeit nur auf qualitative Aussagen zurückgreifen kann. Gegenüber den Aussagen von CARTER und HAYES in [CH77] und deren benutzten Literaturquellen, wonach es sich in Bezug auf die mechanischen Eigenschaften des kortikalen Knochengewebes um dichteres trabekuläres Gewebe handelt, stellen RICE et al. [RCB88] und RHO et al. [RAT93] dieses in Frage. Ein unterschiedliches Verhalten in Bezug auf einen Anstieg bzw. eine Verringerung der Porosität der Gewebearten wird von MARTIN [Mar84] beschrieben. Dies ist u. a. Grundlage einiger der später noch vorzustellenden Materialgesetze.

Sowohl trabekulärer als auch kompakter Knochen ist porös. Da die Osteoblasten und -klasten das Skelet nur verändern können, wenn ihnen eine Oberfläche zur Anlagerung zur Verfügung steht, kommen Umbauvorgänge im Gegensatz zum trabekulären Knochengewebe beim kortikalen nur in den Haverschen Kanälen vor [Mar84]. Die folgende Abbildung verdeutlicht den Prozeß eines Anstiegs der Porosität im kortikalen und trabekulären Gewebe.

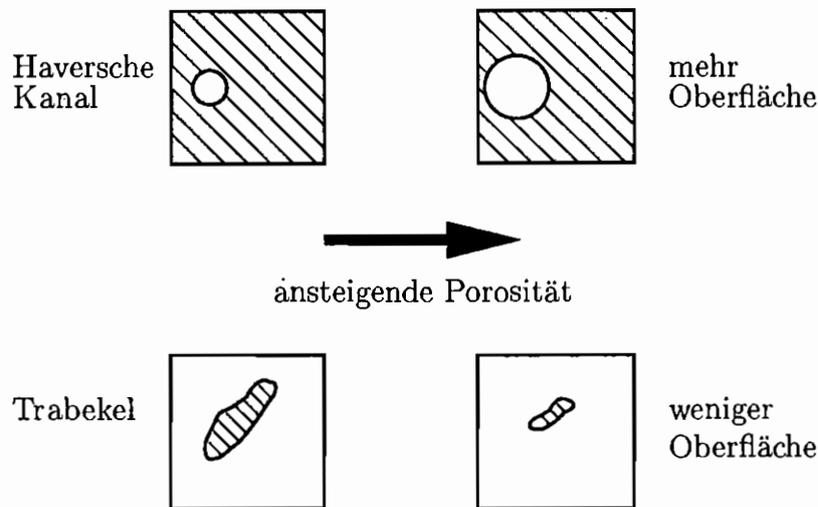


Abb. 2.11: Porositätsanstieg im Knochengewebe nach MARTIN [Mar84]. Die Knochenmatrix ist schraffiert dargestellt.

Somit ist die zur Verfügung stehende Knochenoberfläche abhängig von der das Gewebe differenzierenden Porosität. Nach MARTIN folgen alle menschlichen Probenkörper ohne signifikanten Unterschied zwischen gesunden und kranken Probenstücken und der anatomischen Lage ihrer Entnahme derselben s_A - p -Kurve. p bezeichnet die Porosität und s_A die spezifische Oberfläche mm^{-1} , definiert als Schnittfläche durch die Knochenmatrix dividiert durch das Volumen der Knochenmatrix.

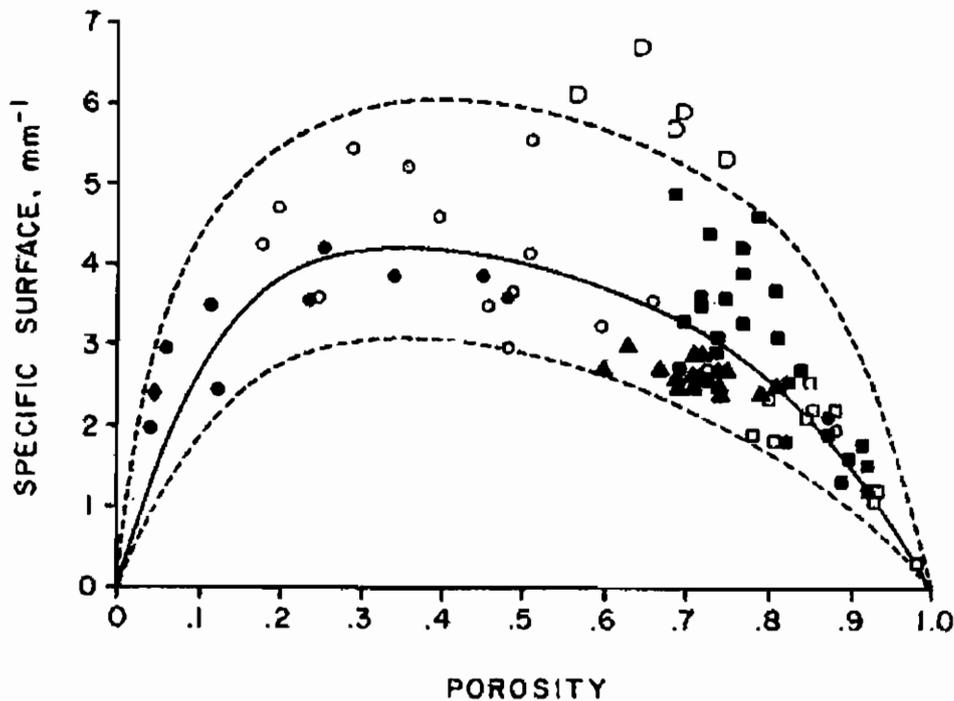


Abb. 2.12: Spezifische s_A - p -Kurven nach MARTIN [Mar84]. Ausgemalte Symbole: gesunder Knochen; offene Symbole: krankhafter Knochen; Kreise: menschlicher Femur; Quadrate: Rippe; Dreiecke: Wirbelkörper

Diesen empirischen Zusammenhang gibt MARTIN als Gleichung gemäß

$$s_A = 32,3p - 93,9p^2 + 134p^3 - 101p^4 + 28,8p^5 \quad (2.2)$$

an [Mar84].

Die wesentlichen Ergebnisse bzgl. der Materialparameter beider Gewebearten werden im folgenden in Form einer Literaturzusammenfassung vorgestellt.

2.3.1 Möglichkeiten der Bestimmung der physikalischen Eigenschaften des Knochengewebes

Die unterschiedlichen Versuchsbedingungen sind der entscheidende Faktor für die voneinander abweichenden Werkstoffparameter. Man unterscheidet grundsätzlich zwei verschiedene Arten von Meßverfahren:

- Meßverfahren auf extrahierten Knochen, also außerhalb des Organismus durchgeführte Verfahren (**in vitro**) und
- Meßverfahren, die auf den Knochen im lebenden Körper (**in vivo**) angewendet werden.

Bei *in vitro* Untersuchungen wurde im wesentlichen auf die aus der Materialprüfung bekannten Verfahren [Hor89] der Druck- und Zugversuche zurückgegriffen. Die Knochenproben werden hierbei in eine Prüfmaschine eingespannt. Durch eine definierte Druck- und/oder Zugbelastung, die über die Prüfmaschine aufgebracht wird, werden die Verzerungen z.B. über Extensometer aufgenommen. Als Vorteil dieses Verfahrens ist die einfache Durchführung zu nennen. Nachteilig wirkt sich hierbei die Einspannung der Proben auf die dadurch auftretende Verfälschung der Meßergebnisse aus. Sowohl bei Druck- und Zugversuchen als auch bei Biegeversuchen [CVCT96] spielt die Wahl des Probenkörpers eine erhebliche Rolle, insbesondere da Keaveny et al. [KBGH93] für trabekulären Knochen nachgewiesen haben, daß sowohl die Werkstoffparameter als auch die Bruchspannung von der Probengeometrie abhängig sind. Daß der Größe der Proben insbesondere im trabekulären Bereich eine besondere Bedeutung zukommt, zeigten u.a. Rho et al. [RAT93] daran, daß der Elastizitätsmodul einer Spongiosastruktur geringer als der eines einzelnen Trabekels ist. Dies ist dahingehend nicht verwunderlich, als daß die Anisotropie und die Heterogenität des Knochens [BCW81] eine exakte Bestimmung der Werkstoffparameter erschweren, denn diese sind in hohem Maße ortsabhängig.

Ein weiteres Verfahren innerhalb der *in vitro* Untersuchungen ist die Ultraschallmeßmethode. Da es sich um eine zerstörungsfreie Werkstoffuntersuchungsmethode handelt, lassen sich unter Verwendung von ein und derselben kleinen Probe mehrere Werkstoffparameter des anisotropen Knochengewebes bestimmen. Dieses Verfahren beruht auf dem Zusammenhang zwischen einem schwingenden Kontinuum und den elastischen Kenngrößen eines Werkstoffs $E = \rho v^2$, wobei v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen ist.

Da diese Meßverfahren *in vitro* eingesetzt werden, muß sichergestellt werden, daß sich das Knochenmaterial in der Zeit von der Entnahme bis zur Prüfung nur unwesentlich verändert, so daß die ermittelten Kennwerte nicht verfälscht werden. In der Medizin werden Körperteile zur Konservierung klassischer Weise in Formalin eingelegt. Das Formaldehyd ändert jedoch das Verhältnis der Grundsubstanzen. Unter mechanischen Betrachtungen ist somit die Konservierungsmethode unbrauchbar. Ashman [Ash91] empfiehlt die Lagerung des Knochens in einer Salzlache. Dieses Verfahren stellt sicher, daß sich das Verhältnis der Grundsubstanzen zueinander und damit die mechanischen Eigenschaften des Knochengewebes nicht entscheidend ändern, so daß die ermittelten Materialparameter nicht verfälscht werden.

Da nach McElhaney [McE66] und Evans [Eva73] Knochenmaterial viskoelastisches Materialverhalten aufweist, können die mit den oben beschriebenen Verfahren ermittelten Kenngrößen nur verglichen werden, wenn die Dehnungsgeschwindigkeiten gering gehalten werden, damit die viskoelastischen Anteile vernachlässigbar klein bleiben. Liegen die Dehnungsraten im Bereich zwischen $0.0001 \text{sec}^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 0.01 \text{sec}^{-1}$, so haben diese keinen großen Einfluß auf die Veränderung der Elastizitätsparameter [BF80].

2.3.2 Mechanische Eigenschaften von kortikalem Knochengewebe

Wie der weiteren Darstellung zu entnehmen ist, wurde und wird Knochenmaterial von vielen Autoren als isotropes Material betrachtet. EVANS [Eva73] beschrieb 1973 ausführlich die anisotropen Eigenschaften von Knochenmaterial. Messungen, die LANG 1970 [Lan70] mit der Ultraschallmethode durchführte, zeigten erstmals, daß trockener Rinderknochen transversal isotrope Eigenschaften besitzt. Von REILLY und BURSTEIN wurde dieses 1974 und 1975 [RB74], [RB75] auch für den menschlichen Knochen bestätigt. VAN BUSKIRK und ASHMAN [BCW81] erweiterten die Annahme, indem sie orthotropes Materialverhalten mit neun unabhängigen Materialkonstanten annahmen und dieses mit Hilfe der Ultraschallmethode verifizieren konnten. Gleichzeitig stellten sie die Hypothese auf, daß Knochen inhomogen ist. Diese Hypothese wurde von ASHMAN et al. [ACVR84] für den menschlichen Femur und den Femur von Rindern bestätigt.

Für eine mechanische Beschreibung von kortikalem Knochengewebe bleibt aufgrund der Darstellung der folgenden Ergebnisse festzuhalten, daß das kortikale Knochengewebe mit einem transversal isotropen Materialmodell hinreichend genau beschrieben werden kann. Das Materialgesetz sollte zusätzlich viskoelastische Eigenschaften aufweisen, wie die Abhängigkeit der Materialparameter von der Dehnungsgeschwindigkeit und eine zeitabhängige Relaxation. Plastische Materialeigenschaften konnten bei kortikalem Knochengewebe nicht nachgewiesen werden, es sind allerdings inhomogene Materialparameter zu erwarten. Eine fehlende Standardisierung der Versuchsbedingungen und der Probenkörper erschwert die Vergleichbarkeit der Datensätze. Da die Materialparameter von Alter, Konstitution und Geschlecht des Spenders abhängen, existieren keine absoluten Materialparameter.

Um die dargestellten Ergebnisse, deren Beschreibung nach dem untersuchten Materialverhalten gruppiert ist, miteinander vergleichen zu können, wurden folgende Abkürzungen verwendet. Sollten Versuche an einem anderen Röhrenknochen als dem Femur vorgenommen worden sein, ist dieses ausdrücklich gekennzeichnet. Die Vergleichbarkeit der tierischen Knochen mit menschlichem Knochenmaterial zeigt sich in den jeweiligen Tabellen.

2.3.2.1 Isotropie

Die ersten veröffentlichten Untersuchungen am Knochengewebe wurden unter der Annahme eines isotropen Materialverhaltens durchgeführt. DEMPSTER und LIDDICOAT [DL52] haben zwar 1952 Knochenmaterial auf transversale Isotropie untersucht, konnten jedoch keine Richtungsabhängigkeit der Materialkennwerte feststellen. Erst die Arbeit von LANG [Lan70] markierte einen Wendepunkt in den Forschungsansätzen. Gerade an den Arbeiten aus den Anfängen der Biomechanik lassen sich sehr deutlich die Probleme bei der Bestimmung der Materialparameter und die daraus resultierenden Unterschiede zwischen

Abkürzung	Beschreibung
M_x	mechanische Tests unter Belastung in Richtung der Längsachse
U	Ultraschall
$X = Z, D, B$	Zug, Druck, Biegung
hum	menschlicher Femur
bov	Rinderfemur
F	fresh / frisch
E	emblamed / einbalsamiert
R	rewetted / wiederbefeuchtet

Tabelle 2.1: Verwendete Abkürzungen der Versuchsbeschreibungen.

den Meßergebnissen erläutern. Tabelle 2.2 faßt die Ergebnisse einiger Arbeiten zusammen.

Versuch	E	σ_B	Versuchsbedingung
[DL52], Man ¹ , M_D , R	14,1		Bewegung der Prüfmaschine, Zylinder
[DL52], Man ¹ , M_D , R	8,69	131	Bewegung der Prüfmaschine, Würfel
[SKB65], Cow M_D , E^2	16,5	219	Bewegung der Prüfmaschine
[SKB65], Cow M_Z , E^2	17,2	129	Bewegung der Prüfmaschine
[MB65], Cow M_D , ?	24,1		Abstand der Platten, $\dot{\epsilon} = 0,1s^{-1}$
[MB65], Cow M_Z , ?	20,5		Abstand der Platten, $\dot{\epsilon} = 3,0s^{-1}$
[SH66], Man M_B , ?	15,5	181	
[SH66], Man M_Z , ?	6,0	86,5	Bewegung der Prüfmaschine
[Ko,53], ,Man M_Z , ?	17,3	122	optische Meßwertaufnahme
[BCFR72], Man, M_Z , ?	14,1	172	Extensometer, $\dot{\epsilon} = 0,1s^{-1}$

E in GPa, σ_b in MPa

¹ Proben in Tibia, Femur und Humerus

² Proben in 50% Alkohollösung

Tabelle 2.2: Isotrope Materialparameter

DEMPSTER und LIDDICOAT [DL52] kommen bei Variation der Probenform zu Ergebnissen für die Elastizitätskonstante, die um den Faktor 1,6 voneinander abweichen. Zum einen wurden kleine Würfel mit einer Kantenlänge von circa 5 cm einer Druckbeanspruchung ausgesetzt, im weiteren wurden größere, zylinderförmige Proben verwendet. Durch die kaum zu vermeidenden Unebenheiten an den Probenoberflächen sowie durch selbst geringfügige Abweichungen der Parallelität von gegenüberliegenden Seiten entsteht ein inhomogener Spannungszustand. Desweiteren erfährt die Probe bei Druckbeanspruchung eine seitliche Dehnung, den Poisson - Effekt, der nicht berücksichtigt wurde.

In der Arbeit von SWEENEY et al. [SKB65] dient die Bewegung der Prüfmaschine als Maß für die Verformung der Knochenprobe. Es wurde jedoch nicht berücksichtigt, daß die Prüfmaschine selbst eine Elastizität aufweist. Sowohl in dieser als auch in der Untersuchung von DEMPSTER und LIDDICOAT [DL52] sprechen die Autoren von sehr langsamen bzw. langsamen Dehnungsgeschwindigkeiten. Knochengewebe weist jedoch viskoelastische Eigenschaften auf, s. a. Kapitel „Viskoelastizität“, [MB65]. Nur SWEENEY et al. [SKB65] konnten keinen Unterschied zwischen Druck- und Zugbelastung feststellen. Nach REILLY und BURNSTEIN [RB74] gibt es dazu für kleine Deformationen auch keinen theoretischen Grund. MCELHANEY et al. [MB65] legen zwar anderes Verhalten nahe, leider spielt jedoch hierbei die Probenform eine erhebliche Rolle, da die Experimente an langen, dünnen Proben durchgeführt wurden, die unter Belastung zur Biegung neigen. Die Parameter, zum einen bestimmt aus Biegung, zum anderen bestimmt aus Zugversuchen, weichen um den Faktor zwei voneinander ab [SH66].

2.3.2.2 Transversale Isotropie und Orthotropie

Die erste vollständige Untersuchung an kortikalem Knochengewebe wurde 1970 von LANG [Lan70] veröffentlicht. Die aus der Anatomie abgeleitete Annahme auf transversale Isotropie der Diaphyse wurde durch die Untersuchungen von ASHMAN et al. [ACVR84] und VAN BUSKIRK et al. [BCW81] bestätigt. Ihre Untersuchungen auf orthotropes Materialverhalten ergaben keine gravierenden Unterschiede in den transversalen und radialen Materialparametern, s. Tabelle 2.3.

Versuch	E_1	E_2	E_3	G_{23}	G_{13}	G_{12}	ν_{23}	ν_{13}	ν_{12}
[ACVR84], Man, U	12,0	13,4	20	6,23	5,61	4,53	0,235	0,222	0,376
[BCW81], Cow, U	11,6	14,6	21,9	6,99	6,29	5,29	0,205	0,109	0,302

E_i und G_{jk} in GPa

Tabelle 2.3: Orthotrope Materialparameter

Die aus verschiedenen Untersuchungen stammenden Materialwerte sind in der Tabelle 2.4 einander gegenübergestellt.

Die voneinander abweichenden Materialparameter erklären sich u. a. durch Unterschiede in den Deformationsgeschwindigkeiten. Die Tendenzen lassen sich jedoch mathematisch wie folgt angeben:

$$E_3 > E_2 \geq E_1 \quad ; \quad G_{23} > G_{13} \geq G_{12} \quad ; \quad \nu_{12} > \nu_{23} \geq \nu_{13} \quad (2.3)$$

Nach YANSON [YKS74] erklärt sich der geringfügig niedrigere Materialwert E_1 in radialer Richtung gegenüber dem in transversaler Richtung E_2 durch die Lage der Volkmannschen Kanäle und einer daraus resultierenden größeren Permeabilität in radialer Richtung. Entsprechend den dargestellten Kennwerten scheint die Annahme einer transversalen Isotropie eine ausreichende Nahrung darzustellen.

Versuch			E	E'	G	ν	ν'
[RB75],	Man,	M	11,5	17,0	3,3	0,58	0,46
[YK76],	Man,	U	18,8	27,4	8,71	0,312	0,281
[RB75],	Cow,	M	10,2	22,6	3,6	0,51	0,36
[Bur83],	Cow,	M	13,3	18,1	5,0	0,22	
[AF76],	Cow,	U	6,97	20,9	6,9	0,55	0,44
[Lan70],	Man ¹ ,	U	11,3	22,0	5,4	0,397	0,482

E, E' und G in GPa

¹ Probe von *Phalanx* (Finger od. Zehenglied)

$E := E_1 = E_2$; $E' := E_3$; $G := G_{31} = G_{23}$; $\nu := \nu_{12} = \nu_{21}$; $\nu' := \nu_{31} = \nu_{32}$

Tabelle 2.4: Transversal isotrope Materialparameter

2.3.2.3 Viskoelastizität

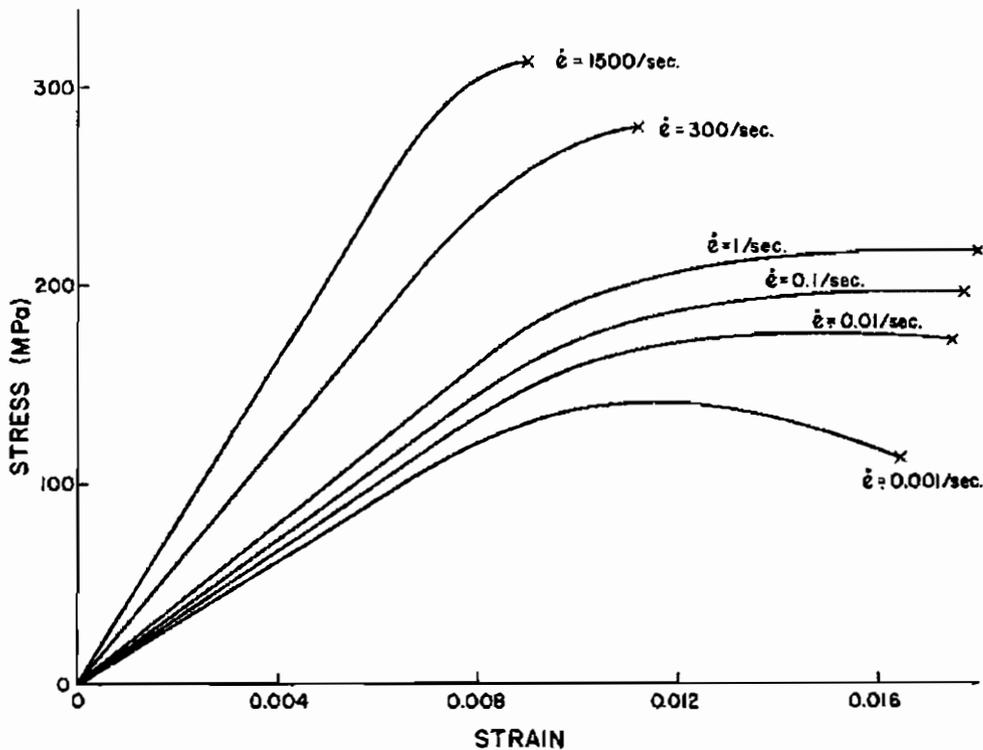


Abb. 2.13: Viskoelastisches Materialverhalten von kortikalem Knochengewebe nach MCELHANEY [McE66]

Kortikales Knochengewebe weist eine zunehmende Steifigkeit bei steigenden Deformationsgeschwindigkeiten auf. Diese Eigenschaft wurde unter der Annahme isotropen Materialverhaltens von MCELHANEY et al. [MB65] beschrieben. Die Versuche wurden an menschlichen, konservierten Femora unter Druckbelastung durchgeführt. HIGHT und BRAN-

DEAU [HB83] verwendeten diese und weitere Datensätze zur Identifikation der Parameter des Ramberg - Osgood Materialgesetzes.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{c\dot{\varepsilon}^d} + a\sigma^n \dot{\varepsilon}^b \quad (2.4)$$

Es ließ sich feststellen, daß der Faktor a sehr klein gegenüber c ist. Für den physiologisch relevanten Bereich von $\dot{\varepsilon}$ (langsames Gehen: $\dot{\varepsilon} = 0,001\text{sec}^{-1}$; lebhaft Bewegung: $\dot{\varepsilon} = 0,01\text{sec}^{-1}$) kann dabei der Ausdruck $a\sigma^n \dot{\varepsilon}^b$ vernachlässigt werden. Es gilt:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = c\dot{\varepsilon}^d \quad (2.5)$$

Die aus verschiedenen Veröffentlichungen stammenden Parametersätze sind der Tabelle 2.5 zu entnehmen.

Versuch	c	d	a	n	b
[McE66], Man, M_D , E	24,50	0,06707	$2,02 \cdot 10^{-18}$	6,534	-0,3740
[Woo71], ,Man M_Z , F	15,21	0,05670	$1,37 \cdot 10^{-18}$	7,662	-0,4127
[CPW74], Cow, M_Z , F	11,69	0,01798	$4,09 \cdot 10^{-106}$	45,25	-2,336

Tabelle 2.5: Parameter des Ramberg - Osgood - Materialgesetzes, berechnet von HIGHT und BRANDEAU [HB83] aus veröffentlichten Datensätzen.

Da der Ausdruck $a\sigma^n \dot{\varepsilon}^b$ die plastische Deformation des Materials beschreibt, ergibt sich nach dieser Auswertung, daß kortikales Knochengewebe kein plastisches Materialverhalten aufweist.

2.3.2.4 Maximalfestigkeit

Innerhalb dieses Abschnitts werden Materialwerte vorgestellt, die zu den technischen Größen Bruchfestigkeit σ_B , Bruchdehnung ε_B und Streckgrenze σ_S bzw. $\varepsilon_{0,2}$ korrespondieren.

Die Bruchfestigkeit unter der Annahme isotropen Materialverhaltens ist der Tabelle 2.2 zu entnehmen. Die Werte variieren analog zu den ermittelten E - Modulen stark. Die möglichen Ursachen für die Schwankungen zwischen den einzelnen Datensätzen wurden bereits in Abschnitt 2.3.2.1 beschrieben und sind auf die Bruchfestigkeit zu übertragen. Als Tendenz bleibt festzuhalten, daß die Druckbruchfestigkeit σ_B^- größer ist als die Zugbruchfestigkeit σ_B^+ . Für eine angenommene transversale Isotropie sind ausführliche Datensätze von REILLY und BURSTEIN [RB75] und von CEZAYIRLIOGLU et al. [CBDH85] veröffentlicht worden. Diese wurden von COWIN et al. [CBA87] zusammengefaßt und gemittelt, siehe Tabelle 2.6 und 2.7.

Versuch	$\sigma_{0,2}^{+'}$	$\sigma_{0,2}^{-'}$	$\sigma_{0,2}^{+}$	$\sigma_{0,2}^{-}$	$\tau_{0,2}$
[CBA87] ¹ , Cow	141	196	-	150	50
[CBA87] ¹ , Man	115	182	-	151	54
[RB75], Man	133	193	51	133	68

σ und τ in MPa

' longitudinal, - Druck, + Zug

¹ zusammengestellt von [CBA87] aus Datensätzen von [RB75] und [CBDH85]

Tabelle 2.6: Streckgrenze

Versuch	$\sigma_B^{+'}$	$\sigma_B^{-'}$	σ_B^{+}	σ_B^{-}	τ_B	$\epsilon_B^{+'}$	$\epsilon_B^{-'}$	ϵ_B^{+}	ϵ_B^{-}	φ_B
[CBA87] ¹ , Cow	156	237	50	178	73	3,24	2,53	0,67	5,17	22,40
[CBA87] ¹ , Man	133	195	50	133	69	2,93	2,20	0,72	4,62	18,90

σ und τ in MPa, φ_b in %, φ in °

' longitudinal, - Druck, + Zug

¹ zusammengestellt von [CBA87] aus Datensätzen von [RB75] und [CBDH85]

Tabelle 2.7: Maximalfestigkeit

Die ermittelten Datensätze unterscheiden sich u. a. in den verwendeten Dehngeschwindigkeiten. CEZAYIRLIOGLU et al. [CBDH85] verwenden Dehngeschwindigkeiten von $0,01 \text{ sec}^{-1}$ bis $0,06 \text{ sec}^{-1}$, REILLY und BURSTEIN [RB75] bei Zugversuchen $\dot{\epsilon} = 0,025 \text{ sec}^{-1}$ und bei Torsionsversuchen variiert $\dot{\epsilon}$ zwischen $0,005 \text{ sec}^{-1}$ und $0,5 \text{ sec}^{-1}$. CEZAYIRLIOGLU et al. [CBDH85] definierte im Gegensatz zu der üblichen Weise eine 0,3 % - Streckgrenze. COWIN et al. [CBA87] stellten desweiteren fest, daß die Bruchfestigkeit einer Altersabhängigkeit unterliegt. Demnach ist σ_B beim menschlichen Femur vom 30. bis zum 60. Lebensjahr nahezu konstant und fällt ab dem 70. Lebensjahr stark ab. Viskose Abhängigkeiten werden von CARTER und CALER [CC83] beschrieben. Demnach läßt sich die longitudinale Bruchdehnung in Abhängigkeit von der Dehnungsgeschwindigkeit beschreiben.

$$\sigma_B^{+} = 147\dot{\epsilon}^{0,055} \text{ MPa} \quad (2.6)$$

2.3.2.5 Inhomogenitäten

Die beschriebenen Untersuchungen gehen von der Annahme aus, daß die Materialparameter im Bereich der Diaphyse des Femurs homogen sind. Eingehende Untersuchungen von VAN BUSKIRK und Ashman [BCW81] widerlegen diese Annahme.

Betrachtet wurden 5 verschiedene Ebenen, longitudinale Koordinate / Gesamtlänge des Femurs, $z/l = 0,3; 0,4; 0,5; 0,6$ und $0,7$. In jeder Ebene wurden aus den anterioren, medialen, posterioren und lateralen Quadranten jeweils 3 Proben in den Hauptachsenrichtun-

gen (radial, longitudinal, transversal) entnommen und mit Hilfe der Ultraschallmethode untersucht. Die somit ermittelten Materialparameter sind der Tabelle 2.8 zu entnehmen.

$\frac{z}{l}$	0,3				0,4				0,5				
	a	m	p	l	a	m	p	l	a	m	p	l	
E ₁	9,37	11,6	11,5	14,9	11,3	13,1	16,0	11,5	13,6	14,1	13,0	14,0	...
E ₂	10,5	15,3	13,4	14,5	13,4	16,7	16,7	13,1	15,2	14,6	13,8	15,6	...
E ₃	22,1	15,4	16,4	22,2	23,4	24,1	23,4	20,0	22,8	25,1	21,5	20,8	...
G ₂₃	6,09	6,23	6,28	6,67	5,97	6,97	6,12	6,30	6,45	6,56	6,19	5,96	...
G ₁₃	5,14	6,07	5,61	6,19	5,93	6,35	6,03	6,10	5,88	5,19	5,65	5,51	...
G ₁₂	4,70	4,86	4,81	4,95	4,19	5,47	5,75	4,54	4,35	4,66	4,94	5,03	...
ν_{23}	0,13	0,27	0,34	0,29	0,11	0,11	0,25	0,17	0,14	0,21	0,30	0,22	...
ν_{13}	0,18	0,43	0,39	0,22	0,22	0,24	0,22	0,29	0,26	0,18	0,20	0,29	...
ν_{12}	0,57	0,24	0,19	0,36	0,45	0,40	0,32	0,41	0,41	0,45	0,38	0,38	...

	0,6				0,7			
	a	m	p	l	a	m	p	l
...	8,35	14,2	13,3	12,9	12,7	15,5	14,3	14,8
...	10,0	14,5	14,6	14,6	15,0	14,2	16,2	16,5
...	17,5	22,9	22,1	24,5	18,4	22,7	23,1	21,4
...	7,09	6,41	8,56	6,06	7,56	6,00	6,75	6,34
...	5,07	6,07	6,13	6,01	5,71	6,50	6,22	5,69
...	4,58	4,63	4,66	4,46	3,96	4,75	5,36	4,16
...	0,17	0,23	0,25	0,19	0,27	0,29	0,22	0,29
...	0,25	0,18	0,21	0,18	0,28	0,12	0,23	0,25
...	0,47	0,41	0,36	0,41	0,27	0,41	0,36	0,24

Tabelle 2.8: Inhomogenität orthotroper Materialparameter, aus [BCW81]

Es treten Schwankungen innerhalb einer Ebene und innerhalb eines Quadranten auf, bei den E - Modulen bis zu 40 %, bei den Gleitmodulen bis zu 30 % und bei den Querkontraktionszahlen bis zu 70 %. Eine statistische Analyse ist der Tabelle 2.9 zu entnehmen.

Über die Versuchsbedingungen ist leider wenig bekannt. Da die Untersuchungen von ASHMAN mitgetragen wurden, ist von seiner vorgeschlagenen Konservierungsmethode auszugehen, die im allgemeinen keine gravierenden Verfälschungen liefert, so daß die Werte als relativ exakt anzusehen sind. Demnach gilt für kortikales Knochengewebe eine ausgeprägte Inhomogenität.

[BCW81]	E_1	E_2	E_3	G_{23}	G_{13}	G_{12}	ν_{23}	ν_{13}	ν_{12}
\bar{x}	13,1	14,42	21,49	6,53	5,85	4,74	0,223	0,241	0,375
x_{min}	8,35	10	15,4	5,96	5,07	3,96	0,11	0,12	0,19
x_{max}	16	16,7	25,1	8,56	6,5	5,75	0,34	0,43	0,57
σ	1,899	1,736	2,611	0,616	0,390	0,439	0,066	0,070	0,087

E_i und G_{jk} in GPa

\bar{x} , x_{min} , x_{max} und σ über alle Quadranten in allen Ebenen

Tabelle 2.9: Statistische Auswertung der Inhomogenität orthotroper Materialparameter

2.3.3 Mechanische Eigenschaften von trabekulärem Knochengewebe

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben wurde, stellt sich die Spongiosa als eine inhomogene poröse anisotrope Struktur dar. Die wichtigste zu treffende Feststellung ist, daß sowohl die elastischen Eigenschaften als auch die Festigkeit sehr stark von der scheinbaren Dichte abhängen [CH77]. Diese scheinbare Dichte ρ ist nach CARTER und HAYES das Produkt der Dichte des Materials des individuellen Trabekel ρ_t und des Volumenanteils V_f des Knochens im jeweiligen Volumenkörper.

$$\rho = \rho_t V_f \quad (2.7)$$

Der Volumenanteils V_f des Knochens im jeweiligen Volumenkörper beträgt für porösen trabekulären Knochen 0.05 bis 0.60 für dichten trabekulären Knochen [Sny91]. Für menschlichen trabekulären Knochen liegt die Dichte für feuchtes Gewebe ungefähr zwischen 1.6 und 2.0 g/cm³ [GRR70], [Sny91]. Die Frage nach der Beziehung zwischen den mechanischen Eigenschaften und der scheinbaren Dichte ist jedoch nach wie vor nicht beantwortet [KH93]. GALANTE et al. geben eine lineare Beziehung zwischen der Druckfestigkeit und der Dichte an, CARTER und HAYES eine quadratische und für die Beziehung zwischen dem Elastizitätsmodul und der Dichte eine kubische Beziehung.

$$E = 3790 \epsilon^{0,06} \rho^3 \quad (2.8)$$

$$\sigma^- = 68 \epsilon^{0,06} \rho^2 \quad (2.9)$$

Zu berücksichtigen ist dabei, daß GALANTE et al. sich ausschließlich auf trabekulären und CARTER und HAYES auf trabekulären als auch auf kortikalen Knochen beziehen. Die Beziehung von CARTER und HAYES wird heute als eine Art Benchmark angesehen, so geben RICE et al. an, daß für trabekulären Knochen eine quadratische Beziehung den Zusammenhang am besten wiedergibt [RCB88], vgl. auch Abbildung 2.14. Ein Unterschied zwischen dem Elastizitätsmodul unter Zug und Druck konnte nicht festgestellt werden, jedoch ermittelte ROHL et al. eine höhere Bruchspannung im Zug- gegenüber der im Druckversuch [RLL⁺91].

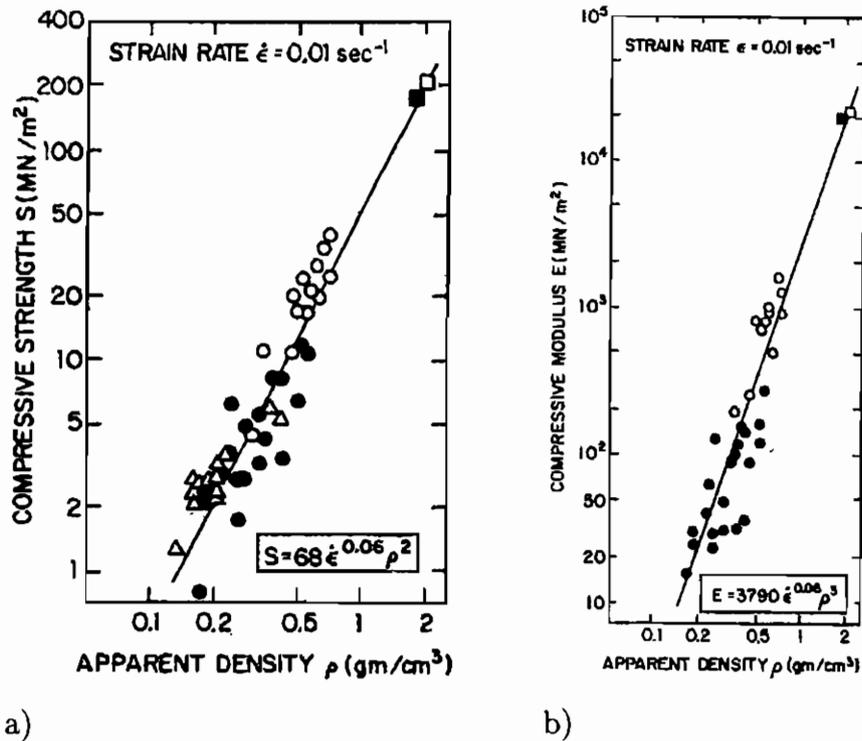


Abb. 2.14: a) Druckfestigkeit - Dichte b) Elastizitätsmodul - Dichte, aus [CH77].

Allgemein wird angenommen, daß der Elastizitätsmodul des trabekulären Knochengewebes ungefähr 20 - 30 % geringer ist als der des kortikalen Knochengewebes [KH93]. Da es schwierig ist für einen heterogenen und anisotropen Körper die Querkontraktionszahl zu messen, wurde der Bestimmung der Querkontraktionszahl des trabekulären Knochens wenig Aufmerksamkeit geschenkt. CARTER und HAYES [CH77] demonstrierten, daß der Elastizitätsmodul und die Festigkeit nur eine geringe Abhängigkeit von der Dehnungsrate aufweisen. Außer für sehr hohe Dehnungsraten gibt es keinen Beweis für eine Versteifung durch das Knochenmark [CH77].

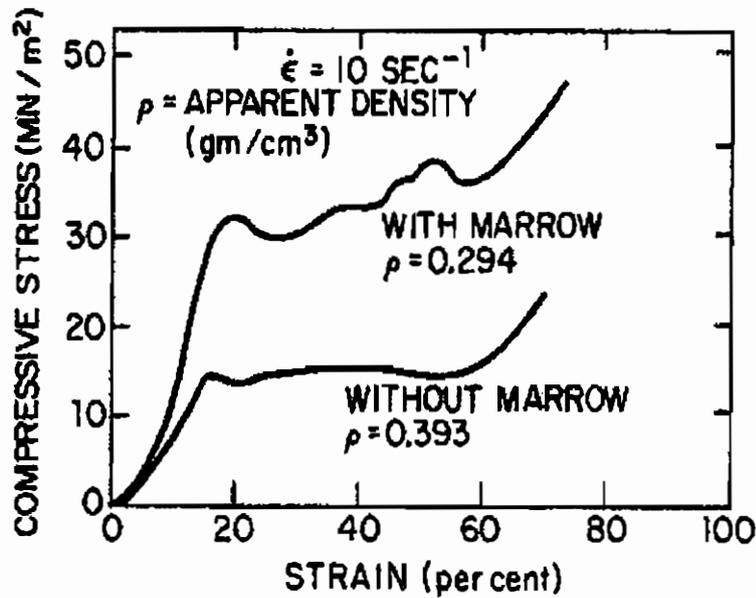


Abb. 2.15: Repräsentative Spannungs - Dehnungskurve für einen Probenkörper mit und ohne Knochenmark bei einer Dehnungsrate von 10 1/s, vgl. [CH77].

Die Anhängigkeit der Spannungs - Dehnungskurve von der Dichte ist in Abbildung 2.16 dargestellt. Steigt die Dichte an, so kommt es ebenfalls zu einem Anstieg des Tangentenmoduls und der Bruchspannung. Bei kleinen Dehnungen verläuft die Spannungs-Dehnungskurve linear elastisch.

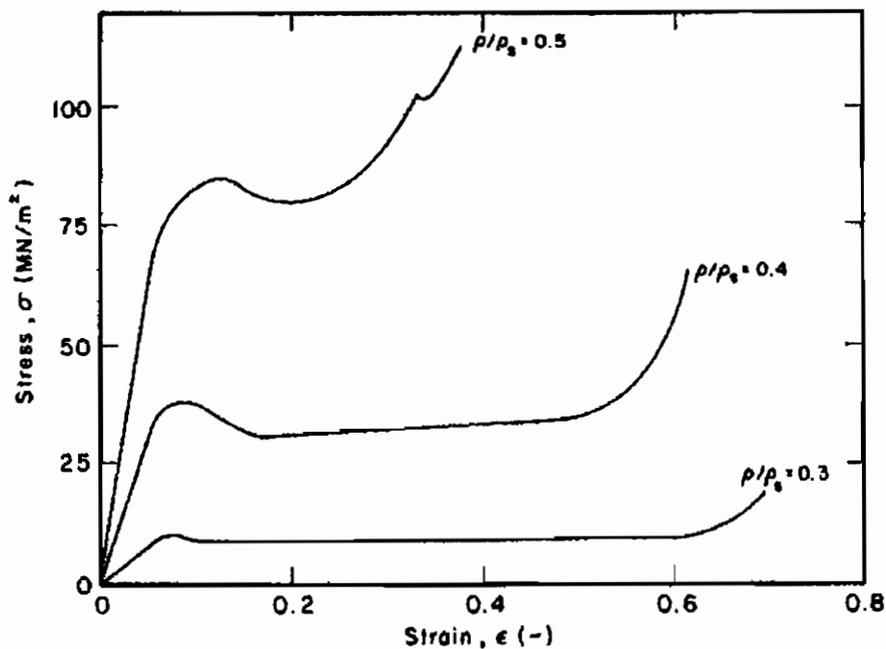


Abb. 2.16: Spannungs - Dehnungskurve für trabekulären Knochen, vgl. [Gib85].

Unter Benutzung eines Gewebetensors [Cow86] oder anderer stereologischer Maße für die Architektur des Knochens ist es möglich, die elastischen Eigenschaften des trabekulären Knochens aus den Informationen der 3 - dimensional stereologischen Analyse der Mikrostruktur zu bestimmen. Diese Möglichkeit wird im folgenden an den Arbeiten von COWIN erläutert.

Im Rahmen des trabekulären Knochenumbaus setzt COWIN ein quantitatives stereologisches Maß des mikrostrukturellen Aufbaus der Trabekel und Poren der Spongiosa in Beziehung zu den elastischen Konstanten des Gewebes. Dieses Maß wird durch den noch zu erläuternden Gewebetensor dargestellt, der durch 2 - dimensionale Schnitte oder Projektionen die 3 - dimensional geometrischen Eigenschaften des Materials beschreibt. WHITEHOUSE [Whi74] gibt für die durchschnittliche Distanz L , entlang einer Linie, den Wert der Anzahl der Schnittpunkte dieser Linie mit den Grenzflächen Knochen/Knochenmark bzw. Knochen/Poren dividiert durch die Länge der Testlinie an.

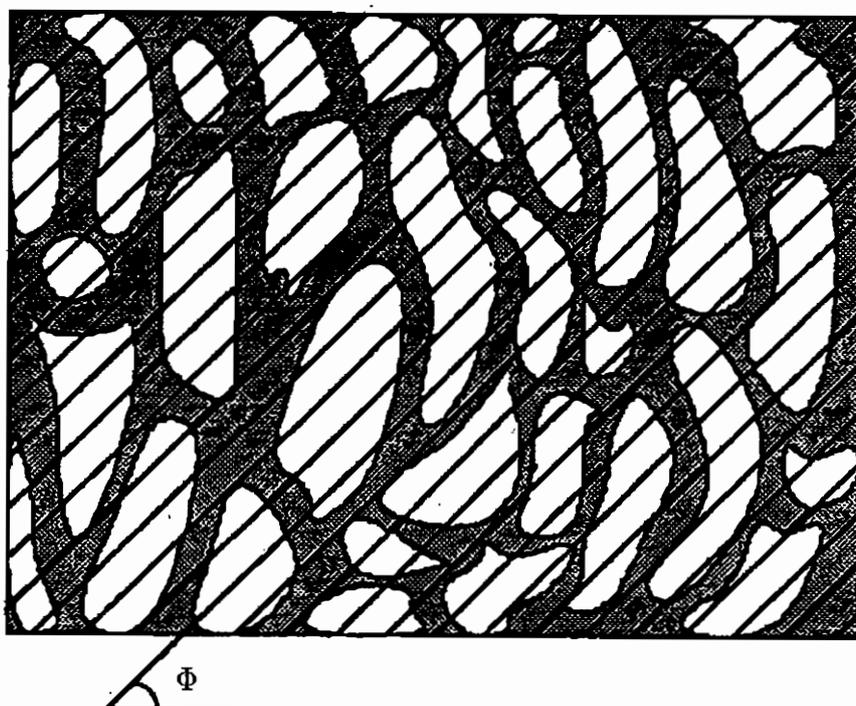


Abb. 2.17: Testlinien über einem Ausschnitt der Spongiosa.

Der Wert der durchschnittlichen Distanz L ist eine Funktion des Winkels Φ , d. h. der Neigung der Linien, entlang derer der Abstand zwischen zwei Grenzflächen gemessen wird. WHITEHOUSE [Whi74] zeigte, daß sich bei einer Darstellung der durchschnittlichen Distanz L über dem Winkel Φ , mit dem die Testlinien rotieren, eine Ellipse ergibt, vgl. Abbildung 2.18.

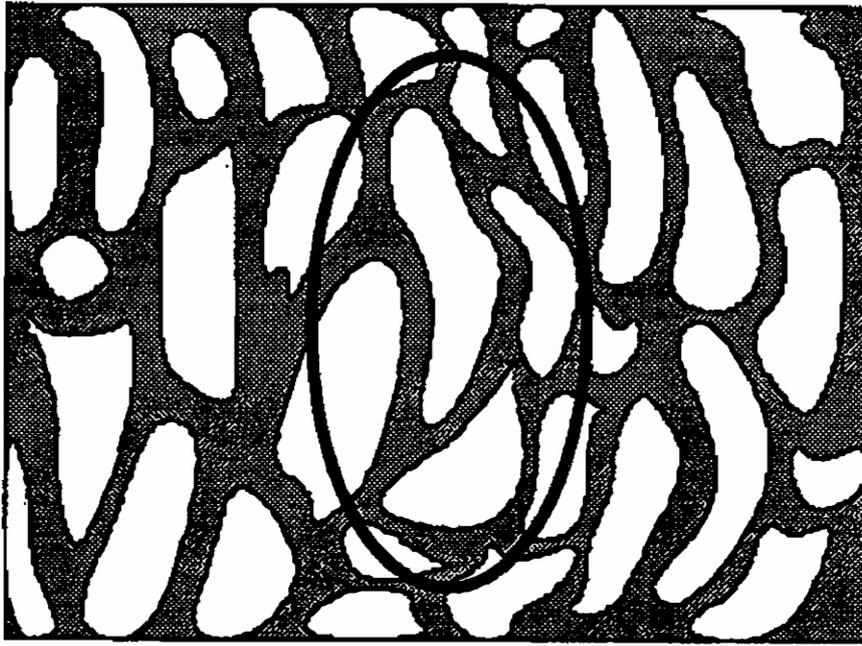


Abb. 2.18: Darstellung der sich aus der Rotation der Testlinien ergebenden Ellipse.

Die für die Ellipse ermittelten Daten korrespondieren ungefähr zu folgender Gleichung:

$$\frac{1}{L^2(\Phi)} = M_{11} \cos^2 \Phi + M_{22} \sin^2 \Phi + 2M_{12} \sin \Phi \cos \Phi. \quad (2.10)$$

M_{11} , M_{22} und M_{12} sind Konstanten, die sich aus der Referenzlinie, bei der der Winkel Φ konstant ist, ergeben. Die Indizierungen beziehen sich auf die Koordinatenachsen x_1, x_2 . HARRIGAN und MANN [HM84] ermittelten, daß für 3 - dimensionale Strukturen die durchschnittliche Distanz L durch ein Ellipsoid dargestellt und dadurch durch einen positiv definiten Tensor 2. Stufe dargestellt werden kann. Die Konstanten M_{ij} stellen die Komponenten des Tensors \mathbf{M} dar. Sie stehen zur durchschnittlichen Distanz $L(\mathbf{n})$ über den Normalenvektor \mathbf{n} in Richtung der Testlinien über

$$\frac{1}{L^2(\mathbf{n})} = M_{ij} n_i n_j \quad (2.11)$$

in Verbindung.

COWIN setzt den Gewebetensor \mathbf{H} zu \mathbf{M} laut Gleichung 2.12 in Beziehung.

$$\mathbf{H} = \mathbf{M}^{-1/2} \quad (2.12)$$

Da \mathbf{M} positiv definit und symmetrisch ist, ist die Wurzel aus der Inversen des Tensors \mathbf{M} definiert. Der Gewebetensor kann über die von HARRIGAN und MANN in [HM84] beschriebene Methode für ein kubisches Stück Spongiosa gemessen werden, indem auf den drei

orthogonalen Flächen jeweils die Ellipse aus der durchschnittlichen Länge der Variation der Richtung der Testlinien bestimmt wird. Aus diesen drei Ellipsen, die die Projektionen des Ellipsoides auf die jeweilige Fläche darstellen, wird der Gewebetensor konstruiert.

Ausgehend von der Annahme, Knochengewebe als orthotropes, linear elastisches Material zu modellieren

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (2.13)$$

wird angenommen, daß die Anisotropie der Spongiosa sich ausschließlich durch die trabekuläre Struktur darstellt. Das Material selbst wird als isotrop angesehen. Da die elastischen Eigenschaften stark von der scheinbaren Dichte abhängig sind, stellt sich \mathbf{C} als Funktion des Gewebetensors \mathbf{H} und des Volumenanteils des Festkörpers ξ dar. ξ ergibt sich aus dem Quotient des Volumens des Festkörpers zum Volumen des betrachteten Gewebes. Damit läßt sich der Spannungstensor σ als isotrope Tensorfunktion des Dehnungstensors ε , des Gewebetensors \mathbf{H} und des Volumenanteils des Festkörpers ξ darstellen

$$\sigma = \sigma(\xi, \varepsilon, \mathbf{H}), \quad (2.14)$$

mit der Eigenschaft

$$\mathbf{Q} \sigma \mathbf{Q}^T = \sigma(\xi, \mathbf{Q} \varepsilon \mathbf{Q}^T, \mathbf{Q} \mathbf{H} \mathbf{Q}^T) \quad (2.15)$$

für alle orthogonalen Tensoren \mathbf{Q} .

Mit Hilfe der Tensorgeneratoren läßt sich σ wie folgt darstellen.

$$\sigma = f_1 \mathbf{1} + f_2 \mathbf{H} + f_3 \mathbf{H}^2 + f_4 \varepsilon + f_5 \varepsilon^2 + f_6 (\mathbf{H} \varepsilon + \varepsilon \mathbf{H}) + f_7 (\mathbf{H}^2 \varepsilon + \varepsilon \mathbf{H}^2) + f_8 (\mathbf{H} \varepsilon^2 + \varepsilon^2 \mathbf{H}) + f_9 (\mathbf{H}^2 \varepsilon^2 + \varepsilon^2 \mathbf{H}^2) \quad (2.16)$$

f_i für $i = 1, \dots, 9$ lassen sich als Funktionen der zehn Invarianten

$$\text{tr} \mathbf{H}, \text{tr} \mathbf{H}^2, \text{tr} \mathbf{H}^3, \text{tr} \varepsilon, \text{tr} \varepsilon^2, \text{tr} \varepsilon^3, \text{tr} \mathbf{H} \varepsilon, \text{tr} \mathbf{H}^2 \varepsilon, \text{tr} \mathbf{H} \varepsilon^2, \text{tr} \mathbf{H}^2 \varepsilon^2 \quad (2.17)$$

darstellen.

Da σ linear in ε und σ Null sein soll, wenn ε gleich Null ist, ergibt sich für σ :

$$\sigma = \mathbf{I} (a_1 \text{tr} \varepsilon + a_2 \text{tr} \mathbf{H} \varepsilon + a_3 \text{tr} \mathbf{H}^2 \varepsilon) + \mathbf{H} (d_1 \text{tr} \varepsilon + b_1 \text{tr} \mathbf{H} \varepsilon + b_2 \text{tr} \mathbf{H}^2 \varepsilon) + \mathbf{H}^2 (d_2 \text{tr} \varepsilon + d_3 \text{tr} \mathbf{H} \varepsilon + b_3 \text{tr} \mathbf{H}^2 \varepsilon) + f_4 \varepsilon + f_6 (\mathbf{H} \varepsilon + \varepsilon \mathbf{H}) + f_7 (\mathbf{H}^2 \varepsilon + \varepsilon \mathbf{H}^2). \quad (2.18)$$

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ und d_1, d_2, d_3 sind Funktionen der Invarianten $\text{tr} \mathbf{H}, \text{tr} \mathbf{H}^2, \text{tr} \mathbf{H}^3$. Aufgrund der Symmetriebedingungen des Steifigkeitstensors

$$C_{ijkl} = C_{jikl}, \quad C_{ijkl} = C_{ijlk}, \quad C_{ijkl} = C_{klij}, \quad (2.19)$$

die aus der Symmetrie des Spannungstensors, der Symmetrie des Dehnungstensors und der thermodynamischen Anforderung, daß keine Arbeit erzeugt wird, wenn das elastische Material durch einen geschlossenen Belastungszyklus beansprucht wird, resultieren.

Daraus ergibt sich mit $d_1 = a_2$, $d_2 = a_3$ und $d_3 = b_2$ für den Spannungstensor

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = & a_1 \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + a_2 (H_{ij} \varepsilon_{kk} + \delta_{ij} H_{km} \varepsilon_{km}) \\ & + a_3 (\delta_{ij} H_{kq} H_{qm} \varepsilon_{km} + \varepsilon_{kk} H_{iq} H_{qj}) + b_1 H_{ij} H_{km} \varepsilon_{km} \\ & + b_2 (H_{ij} H_{kq} H_{qm} \varepsilon_{km} + H_{is} H_{sj} H_{km} \varepsilon_{km}) + b_3 (H_{is} H_{sj} H_{kq} H_{qm} \varepsilon_{km}) \\ & + f_4 \varepsilon_{ij} + f_6 (H_{ik} \varepsilon_{kj} + H_{kj} \varepsilon_{ki}) + f_7 (H_{ir} H_{rk} \varepsilon_{kj} + H_{kr} H_{rj} \varepsilon_{ki}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

und aus Gleichung 2.13 für den Steifigkeitstensor

$$\begin{aligned} C_{ijkl} = & a_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + a_2 (H_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ij} H_{km}) \\ & + a_3 (\delta_{ij} H_{kq} H_{qm} + \delta_{kl} H_{iq} H_{qj}) \\ & + b_1 H_{ij} H_{kl} + b_2 (H_{ij} H_{kq} H_{qm} + H_{is} H_{sj} H_{km}) \\ & + b_3 (H_{is} H_{sj} H_{kq} H_{qm}) + \frac{f_4}{2} (\delta_{ki} \delta_{mj} + \delta_{mi} \delta_{kj}) \\ & + \frac{f_6}{2} (H_{ik} \delta_{mj} + H_{kj} \delta_{mi} + H_{im} \delta_{kj} + H_{mj} \delta_{ki}) \\ & + \frac{f_7}{2} (H_{ir} H_{rk} \delta_{mj} + H_{kr} H_{rj} \delta_{mi} + H_{ir} H_{rm} \delta_{kj} + H_{mr} H_{rj} \delta_{ik}). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Der Steifigkeitstensor bildet Materialsymmetrien der Isotropie, transversalen Isotropie und Orthotropie ab. Zur Darstellung dieses Sachverhalts wird der Gewebetensor in dessen Hauptachsensystem mit den Eigenvektoren H_{11} , H_{22} und H_{33} dargestellt. Als Resultat ergeben sich die folgenden neun Komponenten des Steifigkeitstensors. Alle anderen sind Null.

$$\begin{aligned} C_{1111} = & a_1 + f_4 + 2(a_2 + f_6) H_{11} + (2a_3 + b_1 + 2f_7) H_{11}^2 + 2b_2 H_{11}^3 + b_3 H_{11}^4 \\ C_{2222} = & a_1 + f_4 + 2(a_2 + f_6) H_{22} + (2a_3 + b_1 + 2f_7) H_{22}^2 + 2b_2 H_{22}^3 + b_3 H_{22}^4 \\ C_{3333} = & a_1 + f_4 + 2(a_2 + f_6) H_{33} + (2a_3 + b_1 + 2f_7) H_{33}^2 + 2b_2 H_{33}^3 + b_3 H_{33}^4 \\ C_{1122} = & a_1 + a_2(H_{11} + H_{22}) + a_3(H_{11}^2 + H_{22}^2) + b_1 H_{11} H_{22} \\ & + b_2(H_{11} H_{22}^2 + H_{11}^2 H_{22}) + b_3 H_{11}^2 H_{22}^2 \\ C_{1133} = & a_1 + a_2(H_{11} + H_{33}) + a_3(H_{11}^2 + H_{33}^2) + b_1 H_{11} H_{33} \\ & + b_2(H_{11} H_{33}^2 + H_{11}^2 H_{33}) + b_3 H_{11}^2 H_{33}^2 \\ C_{2233} = & a_1 + a_2(H_{22} + H_{33}) + a_3(H_{22}^2 + H_{33}^2) + b_1 H_{22} H_{33} \\ & + b_2(H_{22} H_{33}^2 + H_{22}^2 H_{33}) + b_3 H_{22}^2 H_{33}^2 \\ C_{1212} = & \frac{f_4}{2} + \frac{f_6}{2} (H_{11} + H_{22}) + \frac{f_7}{2} (H_{11}^2 + H_{22}^2) \\ C_{1313} = & \frac{f_4}{2} + \frac{f_6}{2} (H_{11} + H_{33}) + \frac{f_7}{2} (H_{11}^2 + H_{33}^2) \\ C_{2323} = & \frac{f_4}{2} + \frac{f_6}{2} (H_{22} + H_{33}) + \frac{f_7}{2} (H_{22}^2 + H_{33}^2) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Wenn zwei Eigenwerte gleich sind, so reduziert sich die Symmetrie auf eine transversale Isotropie, und wenn alle drei Eigenwerte gleich sind, ergibt sich eine isotrope Materialsymmetrie. Es kann gezeigt werden, daß unter Vernachlässigung aller nichtlinearen Terme eine Darstellung der orthotropen Symmetrie nicht mehr möglich ist.

In [Cow86], [Cow85] und [Cow91] zeigt COWIN die Entwicklung für die Funktionen $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ und f_4, f_6, f_7 in Abhängigkeit des Volumenanteils des Festkörpers ξ und der Invarianten des Gewebetensors $tr \mathbf{H}, tr \mathbf{H}^2, tr \mathbf{H}^3$. Vernachlässigt werden dabei

Ausdrücke mit einer Potenz größer zwei. Es ergeben sich die folgenden neun Funktionen:

$$\begin{aligned}
 a_1(\xi, 1, II, IIII) &= g_1(\xi) + g_2(\xi)I + g_3(\xi)I^2 + g_4(\xi)II \\
 a_2(\xi, 1, II, IIII) &= g_5(\xi) + g_6(\xi)I \\
 a_3(\xi, 1, II, IIII) &= g_7(\xi) \\
 b_1(\xi, 1, II, IIII) &= g_8(\xi) \\
 b_2(\xi, 1, II, IIII) &= 0 \\
 b_3(\xi, 1, II, IIII) &= 0 \\
 f_4(\xi, 1, II, IIII) &= h_1(\xi) + h_2(\xi)I + h_3(\xi)I^2 + h_4(\xi)II \\
 f_6(\xi, 1, II, IIII) &= h_5(\xi) + h_6(\xi)I \\
 f_7(\xi, 1, II, IIII) &= h_7(\xi)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

mit

$$I = \text{tr} \mathbf{H}, \quad II = \frac{1}{2} \left((\text{tr} \mathbf{H})^2 - \text{tr} \mathbf{H}^2 \right), \quad III = \frac{1}{6} \left((\text{tr} \mathbf{H})^3 - 3 \text{tr} \mathbf{H} \text{tr} \mathbf{H}^2 + 2 \text{tr} \mathbf{H}^3 \right) \tag{2.24}$$

Experimentelle Untersuchungen von CARTER und HAYES [CH77] und TURNER et al. [TCR⁺90] zeigen auf, daß die Funktionen $g_i(\xi)$ und $h_i(\xi)$ quadratisch oder kubisch proportional zu ξ sind. Es kann gezeigt werden, daß die Werte des Gewebetensors \mathbf{H} in eine Richtung ansteigen, wenn der Elastizitätsmodul dieser Richtung ansteigt. Somit werden höhere Werte von \mathbf{H} assoziiert mit höheren Elastizitätswerten und niedrigeren Werten des Tensors \mathbf{M} . TURNER et al. [TCR⁺90] bestimmten experimentell mit Hilfe der Ultraschallmethode die orthotropen Elastizitätsmodule, die strukturelle Dichte $\rho = \gamma\xi$ und die Komponenten des Gewebetensors an 11 Spongiosastücken von Rinderfemora und an 75 Stücken der menschlichen proximalen Tibia. Die in der Abbildung 2.19 dargestellten Daten werden am besten für die Rinderfemora durch

$$\begin{aligned}
 E_i &= -1639 + 592\rho^2 + (3079 + 3941\rho^2) H_i + (6985 + 13997\rho^2) H_i^2 \\
 &\quad (R^2 = 0.80, n = 30) \\
 G_{ij} &= -363 + 59\rho^2 + (319 + 339\rho^2) (H_i + H_j) + (557 + 1438\rho^2) (H_i^2 + H_j^2) \\
 &\quad (R^2 = 0.86, n = 33)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

und für die menschliche Tibia durch

$$\begin{aligned}
 E_i &= -285 + 489\rho^2 + (904 + 3429\rho^2) H_i + (1737 + 21000\rho^2) H_i^2 \\
 &\quad (R^2 = 0.76, n = 55) \\
 G_{ij} &= -47 + 266\rho^2 + (105 + 590\rho^2) (H_i + H_j) + (128 + 1806\rho^2) (H_i^2 + H_j^2) \\
 &\quad (R^2 = 0.81, n = 128)
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

abgebildet. Ermittelt wurden die Gleichungen mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

Steht der Gewebetensor, als stereologisches Maß der Mikrostruktur, für jeden Knochenbereich zur Verfügung, so läßt sich mit Hilfe der oben angegebenen Gleichungen der Steifigkeitstensor festlegen. Jedoch spielen Faktoren wie anatomische Lage, Probenkörper,

Alter, Belastungsrichtungen und mögliche krankhafte Zustände bei der Bestimmung und für die Materialkennwerte des Knochens selbst eine so große Rolle [KH93], daß auch die Ermittlung mit obigen Gleichungen immer unter Angabe und Berücksichtigung der jeweiligen Einflußfaktoren vorgenommen werden muß. Es ist nicht klar, inwieweit der Ansatz von MARTIN in diese von COWIN entwickelte Theorie integriert werden kann [Cow86]. Ebenso wenig erfolgte bis heute eine konkrete Umsetzung dieses Ansatzes in Form einer numerischen Simulation. TURNER et al. [TCR⁺90] ermittelten durch Messungen des Gewebetensors mit Hilfe der Gleichungen 2.25 und 2.26 die orthotropen elastischen Konstanten für die Spongiosa von menschlichen Knochen und von Rinderknochen. Die Ergebnisse in Abhängigkeit von der Dichte sind den folgenden Abbildungen zur Orientierung zu entnehmen. Bei diesen Untersuchungen stellten TURNER et al. fest, daß quadratische und kubische Funktionen zwischen den elastischen Konstanten und der Dichte die Werte besser wiedergeben als lineare Funktionen [TCR⁺90].

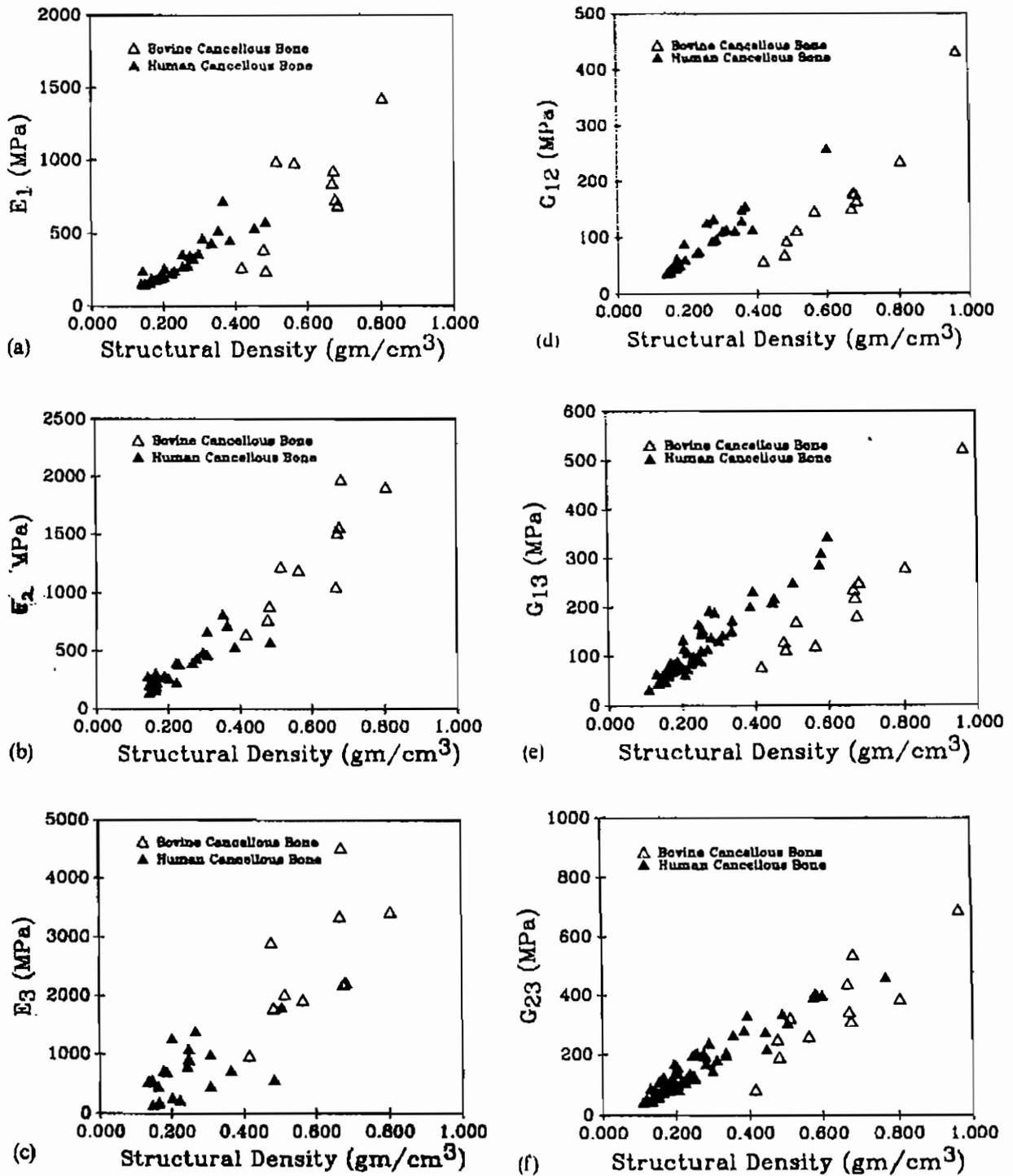


Abb. 2.19: Vergleich zwischen den elastischen Konstanten des menschlichen Knochens und denen des Rinds in Abhängigkeit von der Dichte, vgl. [TCR⁺90].

Eine qualitative Darstellung der Steifigkeitsverteilung über den menschlichen proximalen Femur, die die Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften von der anatomischen Lage wiedergibt, ist in Abbildung 2.20 dargestellt.

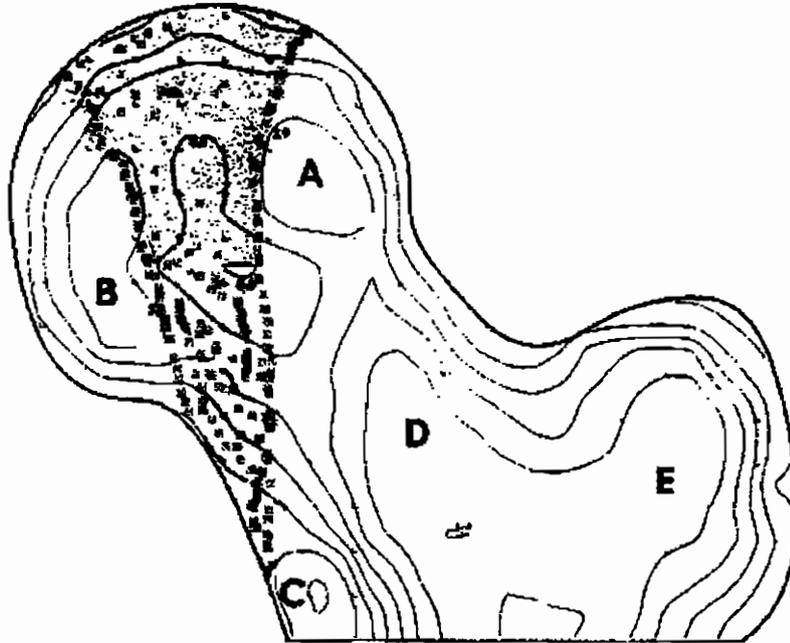


Abb. 2.20: Konturplot der Elastizitätsmodule für einen Längsschnitt durch den proximalen Femur, vgl. [BF80].

Im leicht schattierten Bereich liegen die Elastizitätswerte in der Größenordnung 4800 bis 6900 MN/m². Der Bereich korrespondiert nach Bild 2.4 mit der Hauptausrichtung der Trabekelstruktur. Der höchste Steifigkeitswert 9700 MN/m² der Trabekelstruktur befindet sich im Punkt C. Auch dieser korrespondiert zu der sowohl im Röntgenbild als auch im Bild 2.4 dargestellten hohen Dichte der Struktur. Die Punkte A, B, D (Wardsche Dreieck) und E stellen Bereiche dar, in denen wesentlich geringere Steifigkeitswerte vorliegen. Im Wardschen Dreieck liegen die Werte unterhalb von 1400 MN/m².

2.4 Belastungen des Becken - Bein - Skeletts – speziell des Femurs

Die äußere Belastung des Knochens im allgemeinen und des Femurs im speziellen durch statische und dynamische Kräfte ist in ihrem individuellen zeitlichen, qualitativen und quantitativen Verlauf zufällig und nur sehr schwer zu erfassen [Gru92]. Die wirksamen äußeren Kräfte unterteilen sich in Gelenk- und Muskelkräfte. Muskeln stellen meist über

mehrere Umlenkpunkte geführte Verbindungen zwischen flächigen Muskelursprüngen und -ansätzen dar. Die Muskeln können entsprechend ihrer anatomischen Wirkungsweise nur Zugkräfte aufnehmen. Durch sie werden Biegemomente im Knochen erheblich reduziert.

Die natürliche Muskelanordnung ist danach ausgerichtet, daß einzelne Muskelzüge mehrere Funktionen übernehmen können. Es sind mehr Muskeln als unbedingt nötig zur jeweiligen Fortbewegung vorhanden. Entsprechend stellt das System ein statisch unbestimmtes Tragwerk dar. Die unbekanntes Kräfte lassen sich nicht mehr aus einfachen Gleichgewichtsbedingungen ermitteln. Zusatzbedingungen sind notwendig, um die fehlenden Gleichungen zu ersetzen.

Die große Zahl der am gesamten Becken - Bein - Skelett angreifenden Muskelzüge sind den beiden folgenden Abbildungen zum größten Teil als idealisierte Linienzüge zu entnehmen, vgl. a. [RSS79a] und [RSS80]. Die Idealisierung beschränkt sich auf 42 Hauptmuskeln, wovon 31 in den beiden Abbildungen dargestellt sind.

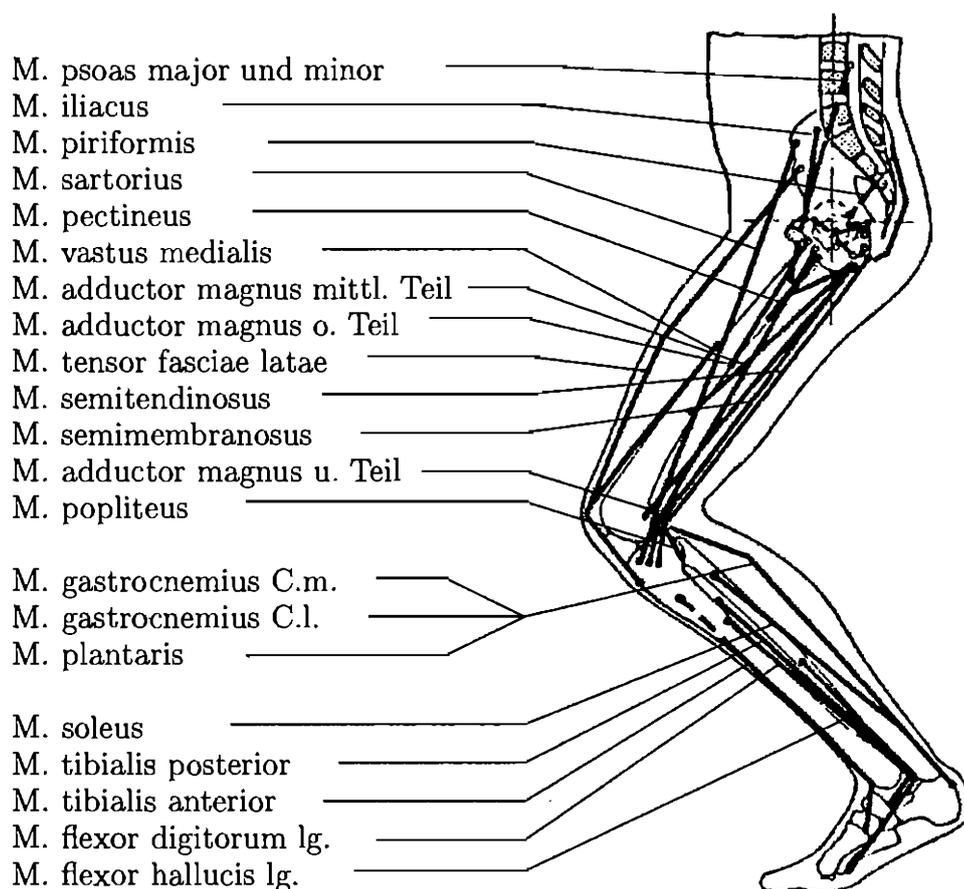


Abb. 2.21: Idealisierte Darstellung der Muskeln am Becken - Bein - Skelett; Sagitalebene, Ansicht von medial.

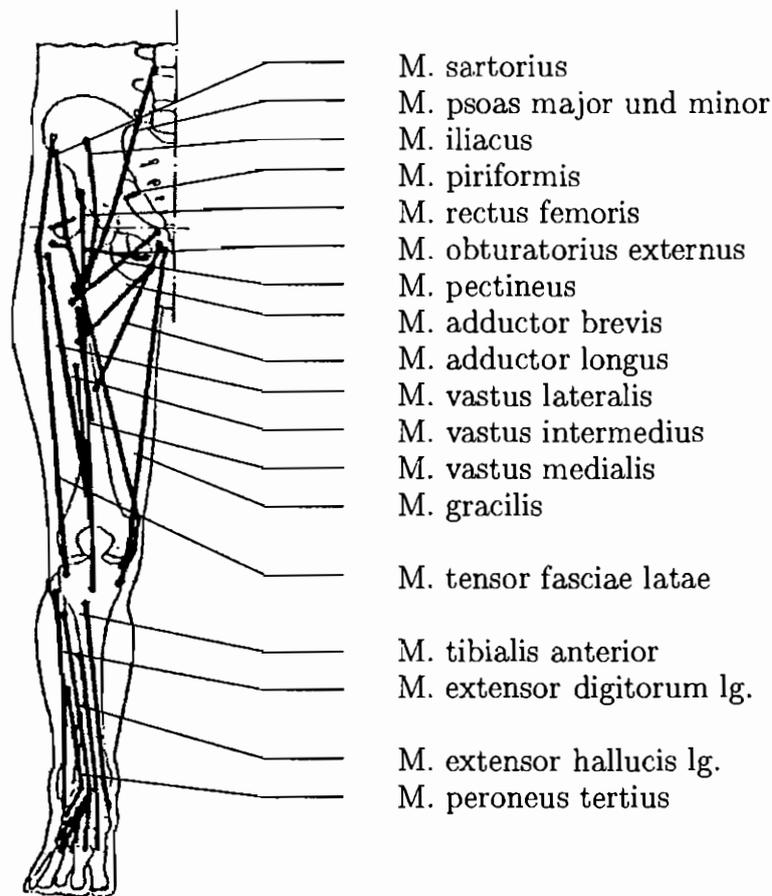


Abb. 2.22: Idealisierte Darstellung der Muskeln am Becken - Bein - Skelett; Frontalebene, Ansicht von ventral.

Da die beiden Ansichten nahezu alle Muskeln darstellen, wird auf die Ansicht von lateral und dorsal an dieser Stelle verzichtet. Aufgrund der durch die Nervenversorgung möglichen Funktionsgruppenbildung können die 42 Hauptmuskeln auf 16 Muskelgruppen reduziert werden. Die Aufteilung der einzelnen „Muskelgruppenkräfte“ kann z. B. auf die jeweiligen Muskeln der Gruppe über die Muskelquerschnittsfläche vorgenommen werden. Als unbekannte Kräfte ergeben sich durch diese Zusammenfassung 16 Muskelgruppenkräfte, im Hüft-, Sprung- und Kniegelenk jeweils 3 Kraftkomponenten, also insgesamt 25 Unbekannte. Das Hüft- und das Sprunggelenk ist ein Kugelgelenk, mit $2 * 6$, und das Kniegelenk ein Scharniergelenk, mit 4 Gleichgewichtsbedingungen. Damit ergibt sich eine statische Unbestimmtheit von 9.

Die idealisierende Darstellung wird der Natur allerdings nicht gerecht. Da Muskeln mehrere Ansätze und Ursprünge haben können, genügt nicht eine Wirkungslinie. Der Ort der Insertion ist aufgrund von unterschiedlichen Staturen nicht für alle Menschen gleich.

Dadurch verändern sich die jeweiligen Hebelarme und damit die Richtung der Wirkungslinien. Desweiteren verändern die Insertionsstellen während einer Bewegung ihre Lage zueinander, wodurch sich der Verlauf der Wirkungslinien ändert. Problematisch ist ebenfalls, daß Muskeln manchmal nur mit bestimmten Teilen an einer Bewegung beteiligt sind, also daß sie nicht bei jeder Bewegung voll beansprucht werden [Pla91]. Diese Muskelzüge strahlen nicht punktuell, sondern flächig in den Knochen ein. Exemplarisch ist dies in der folgenden Abbildung, für die Ansicht von ventral, dargestellt.

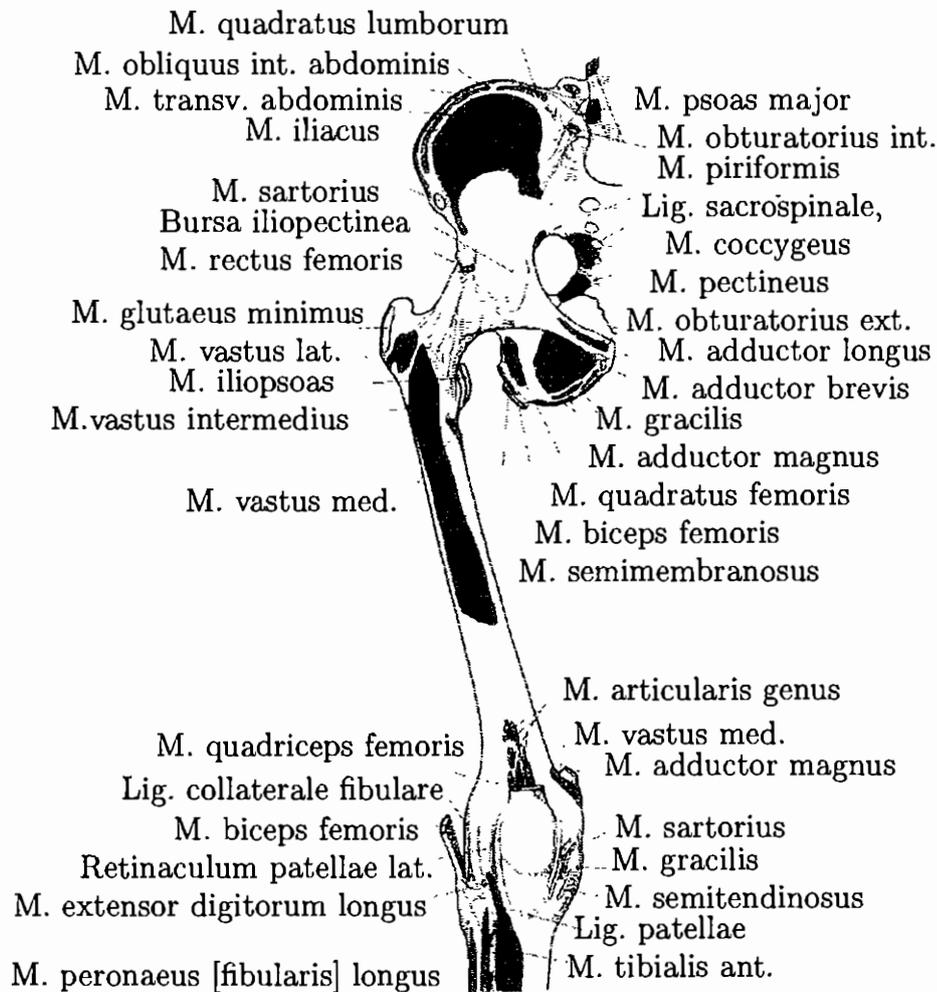


Abb. 2.23: Einstrahlungsgebiete der Muskeln am Femur / Becken; Ansicht von ventral, [Sob88].

Speziell für den proximalen Femur sind folgende Muskeln zu berücksichtigen, die in zwei Gruppen eingeteilt werden können:

- Muskeln, die am Femur inserieren
- Muskeln, die am Unterschenkel inserieren, jedoch, da sie am Becken entspringen, über oder unter dem Femur verlaufen und den Femur somit nur indirekt tangieren

Zu den am Femur inserierenden Muskeln gehören [CJAB78], [Sob88], [BGF⁺85], [Psc90]:

Adduktorengruppe

- M. adductor brevis
Adduktion, Außenrotation des Femurs
- M. adductor longus
Adduktion, Außenrotation u. Beugung des Femurs
- M. adductor magnus
Adduktion, Streckung u. Außenrotation des Femurs
- M. gracilis
Adduktion, Beugung u. Innenrotation des Femurs, Beugung u. Innenrotation des Unterschenkels
- M. pectineus
Beugung, Adduktion u. geringe Innenrotation des Femurs

Äußere Hüftmuskeln

- M. gluteus maximus
Streckung des Femurs, Ausrichtung des Beckens, Adduktion u. Außenrotation des Femurs, Streckung des Unterschenkels
- M. gluteus medius
Abduktion des Femurs
- M. gluteus minimus
Abduktion des Femurs
- M. tensor fasciae latae
Spannen der Fascia lata, Innenrotation u. Beugung im Hüftgelenk

Innere Hüftmuskeln

- M. iliopsoas
besteht aus 2 Teilen: M. psoas major & M. iliacus
- M. psoas major
Beugung, geringe Außen- u. Innenrotation, Adduktion, Seitenneigung der Wirbelsäule
- M. iliacus
Adduktion des Femurs

Außenroller

- M. piriformis
Außenrotation, Abduktion, Rückheben des Femurs, Neigung des Beckens zur Seite u. nach hinten

- M. obturatorius internus
Außenrotation des Femurs
- M. obturatorius externus
Außenrotation des Femurs u. Adduktion
- M. quadratus femoris
Außenrotation u. Adduktion
- M. gemellus superior
Außenrotation des Femurs
- M. gemellus inferior
Außenrotation des Femurs

Die über dem Oberschenkel verlaufenden Muskeln sind:

- M. sartorius
Beugung, Abduktion u. Außenrotation des Femurs, Beugung u. Innenrotation des Unterschenkels
- M. rectus femoris
Beugung des Femurs, Streckung des Unterschenkels
- M. quadriceps femoris
bestehend aus M. vastus intermedius, M. vastus lateralis und M. vastus medialis
Streckung des Unterschenkels

Die ischiokuralen Muskeln beugen das Knie und strecken die Hüfte, dazu gehören:

- M. biceps femoris
- M. semitendinosus
- M. semimembranosus

Aufgrund der hohen Anzahl von Muskeln ist es sehr schwierig, ihnen die entsprechende individuell verschiedene Kraft jeder einzelnen Phase während eines Gangzyklusses zuzuweisen. Entsprechend sind sowohl in Experimenten als auch in Finite Element Studien die den Femur belastenden Kräfte (Muskelkräfte, Reaktionskraft im Gelenk) einer großen Variation zwischen den verschiedenen Autoren unterworfen [TGA89], [PT90], [Hui90], [VHF93]. Gerade die den Femur belastenden Kräfte haben einen großen Einfluß auf den Knochenumbauprozess, deren Veränderung stellt sogar den den Umbauprozess auslösenden Faktor dar. Untersuchungen in einer Finiten Element Studie zeigten, daß allein die Variation der Gelenkkraft während eines Gangzyklusses zu erheblichen Veränderungen des Spannungszustandes führt [VSW77], [VDH90].

Die für das Hüftgelenk bedeutsamsten Lastfälle treten im Einbeinstand auf [SLGW91]. Zur Untersuchung dieses Falls wird in den meisten Untersuchungen eine vereinfachte Belastung des Femurs, die auf die Gelenkreaktionskraft und die Abduktorenmuskelkraft reduziert ist, angenommen. Diese Lastannahme, mit der die Knochenstrukturen im Femur erklärt werden konnten und mit der bis heute mit Hilfe der Finiten Element Methode Spannungsanalysen im Femur durchgeführt werden, beruht auf den Überlegungen von PAUWELS [Pau65] zum Einbeinstand.

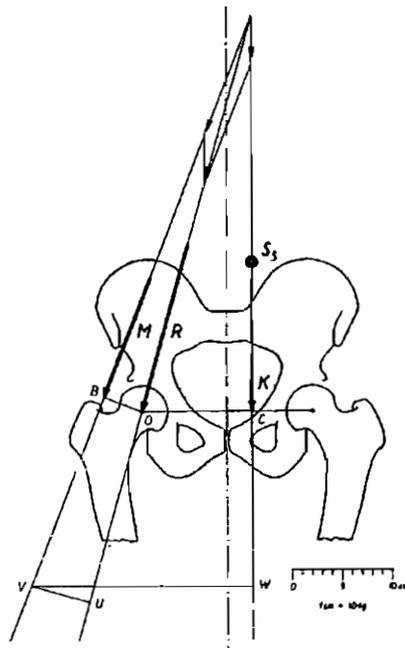


Abb. 2.24: PAUWELSScher Einbeinstand, [Pau65]

Mit Hilfe durchschnittlicher anatomischer Maße wurde die unbekannte Muskelkraft M aus dem resultierenden Drei - Kräfte - System bestimmt. Alle anderen Muskelkräfte, die in der Frontalebene wirken, wurden dabei vernachlässigt. Die Untersuchungen von PAUWELS ließen trotz erheblicher Vereinfachungen erkennen, daß die Muskeln auch bei der Bewegung der Glieder die jeweils erforderliche Zuggurtungswirkung der Muskeln für den Röhrenknochen bilden können und daß die statische Wirkung der Muskeln mit ihrer kinetischen gekoppelt ist [Pau50].

Mathematische Modellierungen werden genutzt, um die Kräfte für verschiedene Muskeln zu bestimmen. Unter Verwendung der linearen Programmierung [RSS79a], [RSS80], [CJAB78], [SA73], [SA75] und der nichtlinearen Programmierung [Sie94] wurde das Problem der statischen Unbestimmtheit mit Hilfe von Optimierungskriterien angegangen. Wie beschrieben, übersteigt die Zahl der Restriktionen die Zahl der unbekanntten Kräfte. Daher erfüllt eine unendliche Zahl von möglichen Lösungen alle Nebenbedingungen. Es

müssen weitere Bedingungen hinzugefügt werden, deren bestmögliche Erfüllung zu einer eindeutigen Lösung führt. Dieses geschieht in der Optimierungsrechnung mit Hilfe der sogenannten Zielfunktion. Dabei ist die Zielfunktion eine skalare Funktion der Variablen, der Muskelkräfte. Die optimale Lösung für eine Minimierungsaufgabe oder eine Maximierungsaufgabe besteht in derjenigen Wertekombination der Variablen, die zum Minimum der Zielfunktion in dem durch die Nebenbedingungen abgegrenzten Lösungsbereich führen. Die folgende Darstellung stellt den von Röhrle et al. durchgeführten Vergleich zur Optimierung von Leichtbaukonstruktionen dar [RSS79a]. Gleichzeitig werden die Voraussetzungen, die Zielfunktion und die Nebenbedingungen zur Lösung der Extremwertaufgabe erläutert.

- Zielfunktion:

$$C = \begin{matrix} \{c\}^t & \{x\} \\ (1 \cdot n) & (n \cdot 1) \end{matrix} = Min \quad (2.27)$$

- Nebenbedingungen:

$$\begin{matrix} [A] & \{x\} & \leq & \{r\} \\ (m \cdot n) & (n \cdot 1) & & (m \cdot 1) \end{matrix} \quad (2.28)$$

- Voraussetzungen:

$$m < n, \quad 0 \leq x_i \leq x_{i0} \quad (2.29)$$

	Optimierung von Leichtbaukonstruktionen	Berechnung von Muskel- und Gelenkkräften
[A]	Gradientenmatrix $\frac{\partial \sigma}{\partial F_i}, \dots, \frac{\partial \ddot{q}_i}{\partial F_i}$	Koeffizientenmatrix der Gleichgewichtsbedingungen mit geometrischen Daten
{x}	Änderung der Entwurfsvariablen $\Delta F_i, \dots, \Delta c_i$	Muskel- und Gelenkkräfte P_i, \dots, Q_i
{r}	Differenz zwischen Soll- und Istwerten $\Delta \sigma_i, \dots, \Delta \ddot{q}_i$	äußere Kräfte R_i, \dots
{c}	Gewichtsgradient $\frac{\partial G}{\partial F_i}, \dots$	Energiegradient $\frac{\partial E}{\partial F_i}, \dots$

Tabelle 2.10: Extremwertaufgabe in der Technik und Biomechanik, aus [RSS79a]

Von wesentlicher Bedeutung ist die Wahl der Minimalbedingung. Je nach Formulierung der Zielfunktion sind unterschiedliche Ergebnisse zu erwarten [SA73], [SA75], [RSS80]. Es sind eine Vielzahl von Minimalbedingungen vorstellbar. Röhrle et al. [RSS80] ermittelten in Variationsrechnungen, daß die Bedingung, daß die Muskelkräfte ein Minimum annehmen $\sum P_i = Min$, immer zu befriedigenden Ergebnissen führt. Problematisch bei

diesem Vorgehen ist, daß zu jedem Zeitpunkt einer Bewegung die geometrischen Bedingungen und die sich im Einsatz befindlichen Muskeln bekannt sein müssen. Beim Vergleich der Darstellung der an einer Bewegung beteiligten Muskeln anhand von anatomischen Lehrbüchern wird das mathematisch zu beschreibende Problem deutlich. Es besteht keine Einigkeit darüber, welche Muskeln z. B. bei der Beugung nach vorn oder bei der Streckung aktiv sind, vgl. [Cal94], [Pla91].

Ein weiteres Verfahren zur Bestimmung der Muskelkräfte stellen EMG - Messungen dar. Die Elektromyographie stellt im Elektromyogramm Aktionspotentiale dar, die von motorischen Endplatten der Muskeln ausgehen. Die neuromuskuläre Aktivität und die mechanische Kraftentfaltung eines Muskels sind miteinander verbunden. Das gemessene Aktionspotential läßt aber noch keine Aussagen über den Absolutwert der Muskelkraft zu. Zum Teil liegt dieses an der fehlenden Eichung, die eine *in vivo* Messung voraussetzt. Auch die Messung als solche ist nicht unproblematisch, weil sich die Aktionspotentiale der Muskeln überlagern. Außerdem sind nicht alle Muskeln für nicht invasive Verfahren zugänglich. Ferner hängen die gemessenen Werte auch von der Signalübertragung zwischen den motorischen Endplatten der Muskeln und den Elektroden ab. Diese Ableitungsbedingungen können weder genau ermittelt noch als konstant vorausgesetzt werden. Im Rahmen der Elektromyographie werden Oberflächen Elektroden auf die Haut des Probanden geklebt. Für eine Reihe von Muskeln gibt es gut definierte Zonen, in denen das Aktionspotential gemessen werden kann [Sie94]. Die erforderliche äußere Belastung wird gemessen, indem die während der Stützphase vom Boden auf den Fuß ausgeübten Kräfte und Momente von einer Kraftmeßplatte aufgenommen werden.

Die flächige Einstrahlung der Muskeln wird jedoch bis heute auf eine einzig an einem Punkt angreifende Kraft reduziert, vgl. [Dud96]. Die Gelenkreaktionskraft wurde u.a. von DAVY et al. [DKBB90], BERGMANN et al. [BGR90], [BGR91], [BGR93] während eines Gangzyklusses gemessen. Dazu wurde von BERGMANN et al. ein klinisch gebräuchliches Prothesenmodell so mit Dehnungsmeßstreifen und einer induktiv versorgten Telemetrie versehen, daß die drei Komponenten der räumlich wirkenden Hüftgelenkbelastung bestimmt werden konnten. Die Schwierigkeiten in der Bestimmung der Belastungen liegen in der Festlegung typischer Belastungssituationen und in der Erfassung der daraus resultierenden Muskel- und Gelenkkräfte, zudem wird aus ethischen Gesichtspunkten die meßtechnische Bestimmung der Belastung *in vivo* am Menschen oft abgelehnt.

Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die Belastungsfälle, die in verschiedenen Untersuchungen zur Simulation der Muskel- und Gelenkkraft in experimentellen und theoretischen Modellen angesetzt wurden. Dabei wurden die von COLGAN et al. [CTS⁺94] zitierten Fälle übernommen und um weitere ergänzt.

Untersuchung	Gelenk- kraft A	Richtung d. Gelenkkraft		Muskelkraft Abductor			Andere		
		B	C	D	E	F	G	H	I
lineare F.E. Modelle									
[RMBK83]	4.2 b.w.	12°	0°	74%	25°	0°	1	30%	4°
[CBJM80a]	0.31 b.w.	11°	0°	40%	11°	0°			
[FL86]	3.66 b.w.	26°	16°	41%			1	10%	
							2	38%	
[LAW+84]	3.1 b.w.	6°	0°	100%	21°	0°			
[PT90]	4.7 b.w.	11°	0°	42%	11°	0°	1	38%	9°
[CBJM80b]	0.31 b.w.	11°	0°						
nicht lineare F.E. Modelle									
[TGA89]	2.7 b.w.	16°	0°	74%	21°	0°			
[TGA89]	6.4 b.w.	4°	0°						
[HH91]	2.3 b.w.	11°	6.4°	60%	17°	-8.5°			
[HH91]	2.6 b.w.	162°	62°	37%	315°	35°	3	13°	
[BPRR88]	3.8 b.w.	-2.4°	1.3°	60%	9°	-10°	1	15%	9°
[Yet89]	1.5 b.w.	-7.4°	0°	16%	1°	0°			
[WHG90]	4.7 b.w.	13.5°	0°						
Experimentelle Modelle									
[JH80]	2.8 b.w.	15°	0°	71%	21°				
[CT83]	4.7 b.w.	6°	0°						
[MD85]	2.8 b.w.	7°	0°						
[WR88]	3.1 b.w.	11°	0°						

Tabelle 2.11: Gegenüberstellung verschiedener Belastungsfälle, vgl. [CTS+94].

Schlüssel:

A = Gelenkkraft, einwirkend auf den Femurkopf

B = Wirkungslinie der Gelenkkraft in der Frontalebene

C = Wirkungslinie der Gelenkkraft in der Sagitalebene

D = Abduktorenkraft in % der Gelenkkraft

E = Wirkungslinie der Abduktorenkraft in der Frontalebene

F = Wirkungslinie der Abduktorenkraft in der Sagitalebene

G = 1 = Il. tib.; 2 = Il. psoas; 3 = Extensor; Name anderer modellierter Muskeln

H = Muskelkraft in % der Gelenkkraft

I = Wirkungslinie der Muskelkraft in der Frontalebene

Für die Struktur des Knochens, die sich im Zuge des mechanisch stimulierten Knochenumbaus bildet, ist u. a. die gesamte Lastgeschichte verantwortlich. Die zeitliche Verteilung und

die Häufigkeit einzelner Belastungen sind von Relevanz. Die reine Betrachtung von Extrembelastungen, wie sie aus Situationen wie Springen und Stolpern resultieren, sind für die Schadensanalyse von Interesse. Neben der Ermittlung einer Lastgeschichte bereited die unterschiedliche Art und der Umfang der Aktivitäten von Personen, auch in bezug auf die Betrachtung von unterschiedlichen körperlichen Konstitutionen, erhebliche Probleme.

Viele zeitabhängige Knochenumbaualgorithmien beinhalten ex- oder implizit eine Belastungsgeschichte [BOC90a], [CHBK85], [HD91], [HWG⁺87]. Dieses resultiert aus der Idee, daß Knochen seine Struktur an eine Mittelung der Belastung bzw. an über die Zeit integrierte Belastungen adaptiert [CFW87], [HD91], [Fro82]. Die Belastungsgeschichte wurde dabei durch die Definition eines einzelnen Parameters zur Beschreibung der Belastung eines einzelnen repräsentativen Tages definiert. Der mathematische Algorithmus wurde formuliert als Ausdruck seines täglichen mechanischen Stimulus [CFW87], [WCS88]. Dieser Ansatz erwies sich in der Vorhersage einer Langzeitadaptation (Jahre) als effektiv.

Folge dieses täglichen mechanischen Stimulus ist, daß abrupte Änderungen der Belastung eine maximale Anpassung induzieren. In der Realität muß eine Zelldifferentiation und Rekrutierung stattfinden, um die Zellen zur Verfügung zu stellen, die die Anpassung hervorrufen können. Da dies nicht sofort möglich ist, existiert eine Periode des Übergangs von der relativen Ruhe zur vollen Aktivität der Zellen. Um die in der Realität vorliegende Zeitverzögerung zwischen dem Auftreten der Belastung und der Aktivierung eines Knochenumbauprozesses berücksichtigen zu können, wurde von LEVENSTON et al. eine Gedächtnisfunktion der zurückliegenden Belastung eingeführt [LBJC94], [LBCJ95].

2.5 Biomechanische Aspekte der Prothesenlockerung am proximalen Femur

In vielen Fällen sind lediglich die knorpeligen Gleitflächen des Femur - Kopfes durch Krankheit oder Verschleiß geschädigt, der Knochen selbst jedoch noch intakt. Die Idee der Wagner - Kappe liegt darin, daß man in solchen Fällen nicht den ganzen Femurkopf und -hals durch eine Prothese ersetzt, sondern lediglich mit Knochenzement eine Kappe auf den Gelenkkopf aufsetzt. Die nachfolgende Abbildung zeigt ein Foto eines Schnitts durch den Femurkopf und durch die Kappe. Die Abbildung zeigt den für diese Kappe typischen Umwandlungsprozeß des Knochens, der aufgrund der veränderten mechanischen Randbedingungen eingetreten ist. Im medialen und lateralen Bereich des Gelenkkopfes hat sich der Knochen abgebaut, er wurde nicht mehr ausreichend belastet. Lediglich der mittlere Teil des Gelenkkopfes ist erhalten geblieben. Dieser Umbauprozess wurde von Huiskes et al. [HSHS85] analysiert. Er stellte mit Hilfe der Finiten Element Methode fest, daß in Bereichen, in denen Knochenreduktion vorlag, wesentlich niedrigere Spannungen gegenüber den Bereichen mit Knochenaufbau bzw. -erhalt vorlagen. Da die Wagner - Kappe zu signifikanten Umbauprozessen führte, wird sie heute nicht mehr verwendet.



Abb. 2.25: Schnitt durch den Femurkopf und die darauf zementierte Wagner - Kappe, aus [Str86]

Der Hüftgelenkersatz durch eine Totalendoprothese zählt mit steigender Tendenz zu den häufigsten Operationen in der orthopädischen Chirurgie. In Deutschland werden pro Jahr ca. 100.000 künstliche Hüftgelenke implantiert [JS95]. Eine schwedische Studie schätzt die Anzahl der jährlichen Hüftgelenkoperationen auf mehr als 800.000 weltweit [MHAJ93]. Die verwendeten Totalendoprothesen unterscheiden sich in der Art der Verankerungsprinzipien. Die Indikationskriterien sind dabei die Knochenqualität, das biologische Alter des Patienten, sein Allgemeinzustand und eventuelle Begleiterkrankungen.

Das „klassische“ Verfahren ist die Verankerung mittels Knochenzement. Dieses wird bei hochbetagten Patienten mit schlechter Knochenqualität und eventuellen Begleiterkrankungen angewendet. Die Vorteile dieser Methode liegen darin, daß eine genaue Vorbereitung des Implantatbettes entfällt, die Anpassung an das unregelmäßige Knochenlager nahezu perfekt ist, und das Knochen - Implantat - System relativ schnell wieder belastet werden kann. Ein Nachteil liegt darin begründet, daß der Knochenzement in dieser Umgebung altert und somit die Festigkeit und Dauerfestigkeit relativ gering ist.

Bei der zementlosen Verankerung wird durch eine sehr genaue Vorbereitung des Implantatbettes ein Hohlraum im Knochen geschaffen, in den das Implantat dann eingeschlagen oder eingedrückt wird. Dadurch entsteht eine Primärstabilität, die mit dem Begriff „press-fit“ assoziiert ist. Durch Oberflächenstrukturierung oder Beschichtung des Implantats wird nach einiger Zeit eine zusätzliche Sekundärverankerung durch An- und Einwachsen des Knochens erzielt. Es stehen „gerade“ und „anatomische“ Schaftformen zur Verfügung. Stabilitätmessungen ergaben für beide Gruppen vergleichbare Werte bei den üblichen Belastungsarten, lediglich bei der Torsionsbelastung schnitten die mehr kantigen Geradschäfte gegenüber den gerundeten anatomischen Formen besser ab [JS95].

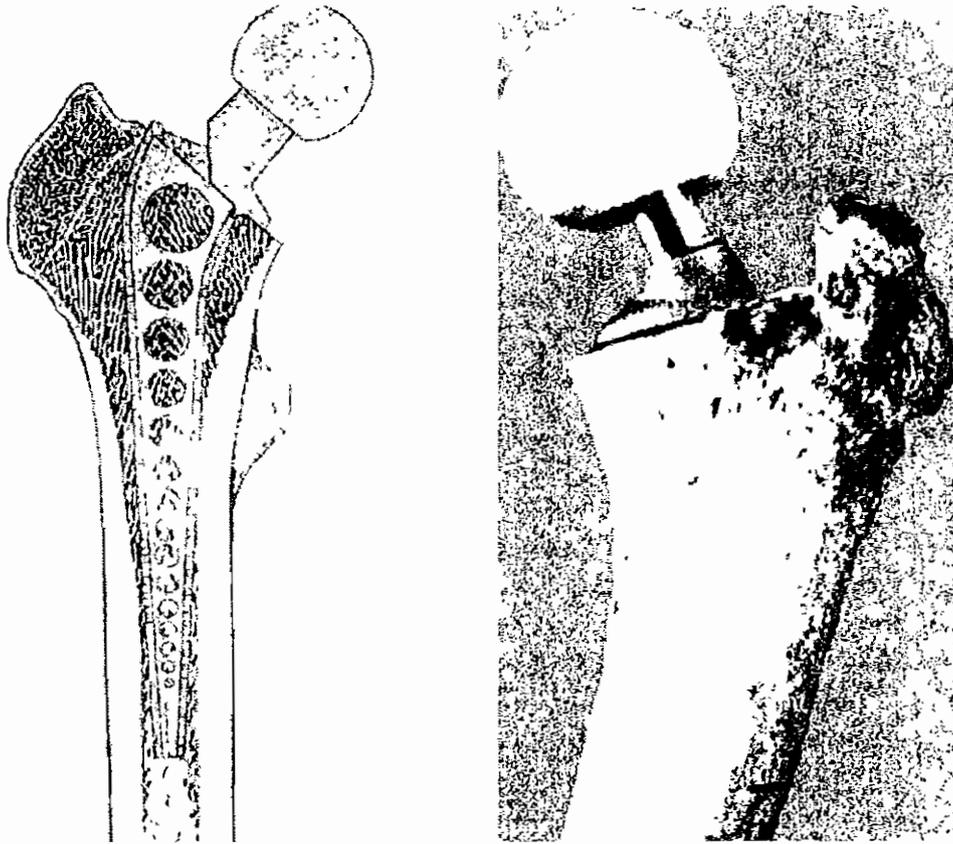


Abb. 2.26: links: Schematische Darstellung einer zementfreien Implantation, aus [BEN⁺90]; rechts: Am realen Femur implantierte Hüftendoprothese, aus [Hen90].

Als Grundlage einer schwedischen Studie [MHAJ93] dienen Daten von 92675 primären Hüftgelenkoperationen. Zusammenfassend lassen sich aus dieser Studie folgende Folgerungen ableiten:

- Die Frequenz der primären totalen Hüftarthroplastik nimmt stark zu.
- Die Anzahl der Revisionen nimmt trotz einer steigenden Anzahl von Risikopatienten ab.
- Die aseptische Lockerung ist das Hauptproblem bei Hüftimplantationen und umfaßt mehr als 80 Prozent der Revisionen. Tiefe Infektionen können effektiv verhütet werden.
- Niedriges Alter und männliches Geschlecht erhöhen das Risiko der aseptischen Lockerung.
- Es werden signifikante Unterschiede in dem Prothesenüberleben zwischen den drei Diagnosegruppen Osteoarthritis, rheumatische Arthritis und Hüftfraktur konstatiert.

- Der Prothesentyp ist für Erfolg oder Mißerfolg von enormer Bedeutung.
- Die verbesserte chirurgische Technik und Zementiertechnik führt zu signifikant besseren Resultaten. Die zementfreie Technik ist nicht so genau reproduzierbar wie die zementierte Technik.

Die Revisionsgründe lassen sich nach dieser Studie wie folgt prozentual angeben.

Revisionsgründe	Prozent
Aseptische Lockerung	79,0
Infektionen	9,7
Technische Fehler	5,9
Luxation	2,4
Knochenfraktur	1,0
Schmerzen	0,4
Sonstige Gründe	1,6

Tabelle 2.12: Prozentuale Aufteilung der Revisionsgründe.

Wie aus diesen Daten hervorgeht, stellt die aseptische Spätlockerung der Hüftendoprothese nach wie vor das zentrale Problem der Endoprothetik dar, dem bisher weder mit der Modifizierung des Verankerungskonzeptes noch mit Variationen des Schaftdesigns und der Oberflächengestaltung beizukommen war, s. a. [TOGH94]. Die Lockerungsrate 10 - 15 Jahre postoperativ beträgt - je nach Autor - zwischen 2 und 11 Prozent bei zementierten Hüftprothesen, für nicht zementierte Prothesen müssen Langzeitergebnisse abgewartet werden. Einer gängigen Hypothese zufolge gilt für die Langzeitstabilität eines Implantats, daß diese u.a. um so günstiger ausfällt, je weniger die Implantation in das Kraftflußgefüge des bestehenden Stützgewebes eingreift und je geringer deshalb die Umbauleistung ausfällt, die diesem Gewebe abverlangt wird. Sowohl bei der Diskussion des Designs mit Kragenaufsitz als auch einer proximalen bzw. distalen Verankerung der Prothese teilen sich die Ansichten in zwei Lager. Da nicht für alle Konzepte entsprechende Langzeitergebnisse vorliegen, muß eine Bewertung an dieser Stelle unterbleiben. Durch gezielte Gestaltung der Oberflächenstruktur der Prothese soll das Gewebe zu einem dauerhaften Verbund mit der Implantatoberfläche angeregt werden. Bis heute verfolgt man die Überlegung, wonach eine Implantatoberfläche um so günstiger sei, je mehr Oberfläche sie dem Gewebe anbiete und daher die spezifische Flächenlast erniedrige. Sowohl über das Schaftdesign sowie über die Oberflächengestaltung eines Implantats als auch von dessen dynamischer Beanspruchung wird die Reaktion des Knochens bestimmt. In welcher spezifischen Weise das Knochengewebe auf mechanische Beanspruchungen reagiert, war und ist Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen, wobei bis heute keine absolute Klarheit darüber herrscht, welche Belastungen unter welchen dynamischen Bedingungen einen stabilen Implantat-Knochen-Verbund gewährleisten [Ald90], [Bus90], [HLS90], [Pli89], [SAHF90], [Sch90], [TFM90].

Die Erfahrungen der Vergangenheit haben gezeigt, daß die aseptische Lockerung u. a. hervorgerufen wird durch eine distale Krafteinleitung. Es muß ein fester Sitz der Prothese im proximalen Teil des Femurs gewährleistet sein, damit die Krafteinleitung in den Knochen dort erfolgen kann. Bei Modellen, deren Fixation erst distal über den Prothesenstiel erfolgt, kam es zu einem „Stress - Shielding“ mit teilweise extremen Atrophien des proximalen Femurs. Die mechanischen Beanspruchungsänderungen korrelieren gut mit den zu beobachtenden Knochenumbaureaktionen. Besonders an der medialen Seite des proximalen Femurs kommt es zu einer Degeneration, während lateral nach wie vor die Beanspruchung durch die Muskelwirkung am Trochanter major vorliegt. Die zu beobachtende Veränderung am Fuß der Prothese wirkt sich sowohl endostal als auch auf der periostalen Seite aus. Es kommt zu einer Sockelbildung, die den Prothesenfuß umschließt und somit zu einer direkteren distalen Krafteinleitung führt. Dieser Vorgang entlastet zusätzlich den proximalen Teil, so daß es zu einer weiteren Resorption kommt.

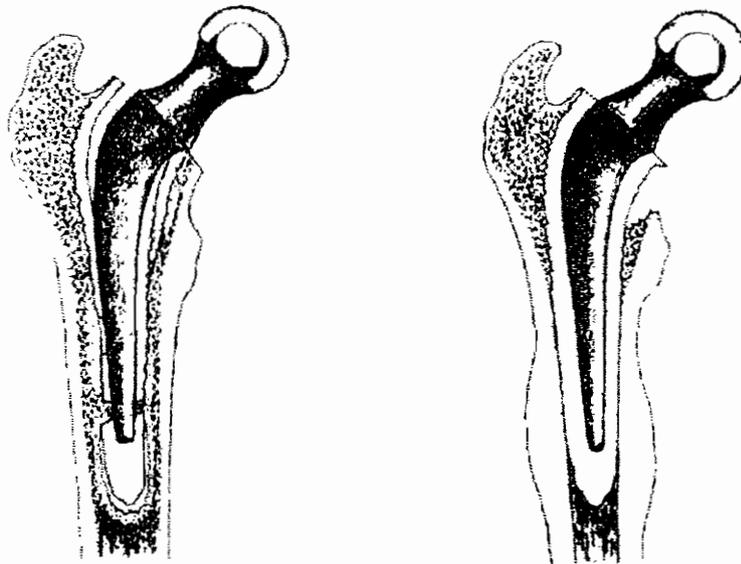


Abb. 2.27: links: Schematische Darstellung des Einwachsens der Prothesenspitze, aufgrund einer distalen Krafteinleitung; rechts: Schematische Darstellung einer Atrophie medial am proximalen Femur, aus [CGTS80].

Die für Implantate verwendeten Werkstoffe müssen besondere Anforderungen erfüllen. Diese betreffen deren mechanische Eigenschaften, Korrosionsbeständigkeit, tribologische Eigenschaften, Alterung, und sie dürfen keine Toxizität aufweisen.

- **Korrosion:**

Korrosion ist der Abtrag von Material durch chemische oder elektrochemische Einwirkung anderer Stoffe. In der Umgebung leitender ionenaufnehmender Materialien, wie sie Metalle darstellen, muß nach Eintauchen in eine Elektrolytlösung, wie z. B. Körperflüssigkeit, mit der Entwicklung komplexer elektrochemischer Vorgänge gerechnet werden. Bei Kombination verschiedener Metalle ist auch eine galvanische Korrosion möglich.

- **Toxizität**
Toxische Materialien sind solche, die eine unmittelbare schädigende Wirkung im Organismus entfalten (Allergien).
- **Tribologische Eigenschaften**
Reibung, Verschleiß und Abrieb beeinflussen die Lebensdauer des Implantates. Abriebprodukte können Fremdkörperreaktionen im Bindegewebe auslösen. Aufgrund der Reibung kann sich der Prothesenkopf erwärmen. Schon ein geringer Temperaturunterschied kann Zellschäden hervorrufen.
- **Alterung**
Alterung ist die Änderung oder der Qualitätsabfall von wichtigen Eigenschaften im Laufe der Zeit. Hiervon sind vor allem Kunststoffe betroffen, die durch Sterilisation, durch Strahleneinwirkung und im Milieu der Körperflüssigkeit altern.
- **Mechanische Eigenschaften**
Sowohl die Festigkeit als auch die Steifigkeit des Implantatwerkstoffes sollte möglichst mit der des Knochenmaterials übereinstimmen.

Materialien, die alle diese Eigenschaften erfüllen, sind zur Zeit noch unbekannt. Die wichtigsten Implantatwerkstoffe für Hüftimplantate sind rostfreier Stahl und Titanlegierungen. Der rostfreie Stahl ist ein hochreiner Chrom - Nickel - Molybdän Stahl, der durch nationale und internationale Normen qualifiziert ist, z. B. ISO 5832 - 1. Der Vorteil von reinem oder legiertem Titan liegt darin, daß Titan keinerlei toxische Elemente enthält und einen wesentlich geringeren Elastizitätsmodul als Stahl aufweist. Für die Kugelhöpfe von Hüftgelenkendoprothesen verwendet man häufig Keramik (Aluminiumoxidkeramik ISO 6474) wegen der hohen mechanischen Festigkeit und der guten tribologischen Eigenschaften bei der Paarung Keramik/Keramik bzw. Polyethylen/Keramik für Pfanne bzw. Kugelhkopf. Als Knochenzement wird im allgemeinen der Zweikomponentenkunststoff Polymethyl - Methacrylat (PMMA) verwendet. Nach wie vor gilt für die Implantatwerkstoffe, die für den Schaft verwendet werden, daß sie gegenüber Knochenmaterial eine zu hohe Zugfestigkeit und einen zu hohen Elastizitätsmodul aufweisen.

Eigenschaft	Stahl	CoCrMo - Leg.	Titan Leg.	Polyethylen	Al. - Oxid.
Zugfestigkeit [N/mm] ²	600 - 1200	700	900	43	270
E - Modul [kN/mm] ²	200	200	100	0,5	350
Streckgrenze [N/mm] ²	> 200	500	800		

Tabelle 2.13: Materialeigenschaften verschiedener Prothesenwerkstoffe.

3. Modelle zur Beschreibung des mechanisch bedingten Knochenumbaus

3.1 Adaptive Elastizität nach Cowin et al.

COWIN und HEGEDUS, [CH76b], entwickelten zur Beschreibung des Umbauverhaltens von kortikalem Knochen die Theorie der „Adaptiven Elastizität“. Diese Theorie versucht weniger die Beschreibung der Nachbildung der optimalen Struktur des Knochens, sondern in erster Linie das adaptive Verhalten des Knochens bei wechselnden Belastung zu beschreiben. Die Theorie liefert die Beziehung zwischen dem den ganzen Knochen belastenden Kräftesystem und dem auf der Gewebeebene vorliegenden Spannungszustand. Das Modell besteht aus einem porösen Medium mit zwei Komponenten: Einem porösen elastischen Festkörper, der die Matrixstruktur des Knochens inklusive der Knochenzellen repräsentiert und einem Perfusat, das die extrazelluläre Flüssigkeit und das Blutplasma, das durch die Matrixstruktur fließt, darstellt. COWIN und HEGEDUS nahmen an, daß die die Belastungen adaptierenden Eigenschaften des lebenden Knochens sich durch eine chemische Reaktion modellieren lassen, deren Rate durch die Dehnung des Gewebes gesteuert wird. Die Autoren entwickelten Integralgleichungen für ein modifiziertes Transporttheorem, den Drallsatz, die Energiebilanz und die Entropieungleichung. Als Annahmen wurden getroffen: konstante Temperatur, ein einheitlicher Referenzdehnungszustand und die einem nicht gedehnten Referenzzustand unterliegenden Volumenanteile des Materials. Da der zeitliche Unterschied zwischen dem Umbau und der Auslösung der Effekte sehr groß ist, werden quasistatische Prozesse unterstellt. Den Ausführungen von FROST [Fro64] folgend, unterscheiden auch COWIN und HEGEDUS zwischen Oberflächenumbau und Umbau im Inneren. Diese beiden Theorien werden in 3.1.1 und 3.1.2 getrennt voneinander behandelt. In [Cow86] wird die Idee der adaptiven Elastizität erweitert und auf den Umbauprozess von trabekulärem Knochen angewandt. Diese Ausführungen werden in Kapitel 3.1.3 vorgestellt.

3.1.1 Die Theorie des Oberflächenumbaus

In den Ausführungen zur Theorie des Oberflächenumbaus modellieren COWIN, FIROOZBAKHSI und VAN BUSKIRK in [CB79] und [CF81] den Knochen als linear elastischen Körper, dessen freie Oberflächen sich entsprechend nachfolgender Spezifikation bewegen. Die konstitutive Beziehung zur Beschreibung der freien Oberfläche ist ein Resultat des Postulats, daß die Rate der Oberflächenresorption bzw. de Anbaus proportional zu der Änderung der Dehnung in der Oberfläche gegenüber einem Referenzwert ist. Liegt der Referenzwert der Dehnung im Gewebe vor, so findet keine Oberflächenbewegung statt. \mathbf{x}

beschreibt einen beliebigen Oberflächenpunkt auf dem linear elastischen Körper, er wird durch die Koordinaten x_i ($i = 1, 2, 3$) und die Zeit t beschrieben. \mathbf{n} kennzeichnet den Normalenvektor der Oberfläche im Punkt \mathbf{x} . U ist die Geschwindigkeit der Oberfläche in Richtung von \mathbf{n} . Es wird unterstellt, daß die tangentielle Geschwindigkeit in der gesamten Ebene Null ist.

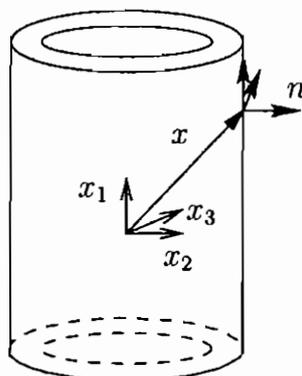


Abb. 3.1: Darstellung des Normalenvektors in Normalenrichtung der periostalen Oberfläche am Beispiel eines dickwandigen Zylinders.

Der Dehnungstensor $\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t)$ ist in kartesischen Koordinaten formuliert. Die Hypothese des Oberflächenumbaus gibt nun die Geschwindigkeit der Oberflächenveränderung als proportionale Größe zu der Differenz des Dehnungstensors zum Referenzwert der Dehnung, bei der keine Veränderung stattfindet, an. Der Dehnungszustand des zu beschreibenden kortikalen Knochengewebes unterliegt einem ortsabhängigen homeostatischen Gleichgewichtszustand. Eine Belastungsänderung oder ein abnormaler Dehnungszustand stimuliert das Knochengewebe in der Weise, daß wieder der homeostatische Dehnungszustand adaptiert wird. Die Rate der Adaption ist gekoppelt an die Differenz zwischen homeostatischem und aktuellem Dehnungszustand.

$$U = C_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{n}) \left(\varepsilon_{ij}(\mathbf{n}) - \varepsilon_{ij}^0(\mathbf{n}) \right) \quad (3.1)$$

$C_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{n})$ sind Oberflächenumbaukoeffizienten und wie der Referenzwert der Dehnung phenomenologische Koeffizienten, die durch Experimente bestimmt werden müssen. Zur Reduzierung der unbekanntenen Koeffizienten wird von COWIN et al. angenommen, daß die Oberflächenumbaukoeffizienten unabhängig von der Position des Oberflächenpunktes \mathbf{x} und unabhängig von der Dehnung sind. Ist die rechte Seite der Gleichung 3.1 positiv, so wird die Oberfläche in Richtung von \mathbf{n} wachsen, ist die rechte Seite negativ, so resorbiert die Oberfläche.

In [CHBK85] geben COWIN et al. die rechte Seite der Gleichung 3.1 in Abhängigkeit der Spannungen an. Mit

$$\varepsilon_{km} = D_{kmrs} \sigma_{rs}, \quad (3.2)$$

eingesetzt in Gleichung 3.1, ergibt sich für die Oberflächengeschwindigkeit, sowohl der endostalen als auch der periostalen Oberfläche

$$U = K_{ijrs}(\mathbf{x}, \mathbf{n}) C_{rs}(\mathbf{x}, \mathbf{n}) (\sigma_{ij}(\mathbf{n}) - \sigma_{ij}^0(\mathbf{n})). \quad (3.3)$$

Die Theorie des Oberflächenumbaus stellt letztendlich eine Modifikation der linearen Elastizitätstheorie dar, in der die freien Oberflächen ihre Lage durch Gleichung 3.1 verändern. Das Randwertproblem läßt sich in gleicher Weise wie in der linearen Elastostatik formulieren. Es ist allerdings notwendig, die Randbedingungen jeweils für eine Zeitperiode zu spezifizieren.

3.1.2 Die Theorie des inneren Umbaus

Die Theorie modelliert die Knochenmatrix als einen chemisch reagierenden porösen Festkörper. Die Dichte ρ dieses Festkörpers wird als Produkt

$$\rho = \gamma \xi \quad (3.4)$$

aufgefaßt. Hierbei ist γ die Dichte des Materials der Matrixstruktur und ξ der Volumenanteil. Die Dichte γ des Matrixmaterials wird als konstant angenommen, so daß eine Veränderung ausschließlich durch den Volumenanteil ξ beschrieben wird. Die Differenz e vom aktuellen Volumenanteil zum Referenzvolumenanteil ξ_0 wird durch

$$e = \xi - \xi_0 \quad (3.5)$$

beschrieben.

In einer weiterführenden Arbeit, [HC76], führen HEGEDUS und COWIN Restriktionen ein und geben die beschreibenden Gleichungen des Systems für kleine Dehnungen an. Dabei wird ein beliebiger Punkt \mathbf{x} durch die Koordinaten x_i ($i = 1, 2, 3$) und die Zeit t beschrieben. Die Komponenten des Verschiebungsvektors werden durch $u_i(\mathbf{x}, t)$, die Komponenten des Dehnungstensors durch $\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t)$ und die Komponenten des Spannungsvektors durch $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$ beschrieben. $\xi_0(\mathbf{x}, t)$ kennzeichnet den Referenzwert des Volumenanteils, $e(\mathbf{x}, t)$ die Änderung des Volumenanteils, ρ die konstante Dichte des elastischen Materials und b_i die Komponenten der volumenhaft verteilten Kräfte bezogen auf die Masse. Damit ergeben sich die Gleichungen der Theorie zu:

- Dehnungs - Verschiebungsbeziehung für kleine Dehnungen

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.6)$$

- Gleichgewichtsbeziehung

$$\sigma_{ij,j} + \rho(\xi_0 + e)b_i = 0 \quad (3.7)$$

- Materialgesetz als erweitertes Hookesches Gesetz

$$\sigma_{ij} = (\xi_0 + e)C_{ijkm}(e)\varepsilon_{km} \quad (3.8)$$

- Umbaurate der Volumenanteile als eine Funktion der Volumenanteile selbst und der Dehnung. Ein positiver Wert für \dot{e} bedeutet einen Anstieg der Volumenanteile während ein negativer Wert eine Abnahme der Volumenanteile kennzeichnet. Diese Gleichung ist das Resultat der Massenbilanz eines komplexen Systems chemischer Reaktionen, die Körperflüssigkeit in feste Knochenmatrix verwandeln und umgekehrt.

$$\dot{e} = a(e) + A_{km}(e)\varepsilon_{km} \quad (3.9)$$

$a(e)$, $A_{ij}(e)$ und $C_{ijkm}(e)$ sind Materialkennwerte, die von der Änderung des Volumenanteils e zum Referenzwert ξ_0 abhängen. Gleichung 3.8 beschreibt die Tatsache, daß das Hookesche Gesetz für Knochenmaterial abhängig von dem Volumenanteil der Knochenmatrix ist. Gleichung 3.9 stellt das Evolutionsgesetz für den Volumenanteil der Knochenmatrix dar. Zusammen ergeben sie das Wolffsche Gesetz.

Da die Funktionen $a(e)$, $A_{ij}(e)$ und $C_{ijkm}(e)$ nicht bekannt sind, werden sie von HEGEDUS und COWIN in [HC76] approximiert. Dabei werden $A_{ij}(e)$ und $C_{ijkm}(e)$ linear und $a(e)$ quadratisch angesetzt. Die Autoren beschreiben diese Approximation selbst als Balanceakt zwischen physikalischer Plausibilität und mathematischer Anwendbarkeit. Demnach gilt:

$$\sigma_{ij} = \left(\xi_0 C_{ijkm}^0 + e C_{ijkm}^1 \right) \varepsilon_{km} \quad (3.10)$$

$$\dot{e} = c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + A_{ij}^0 \varepsilon_{ij} + e A_{ij}^1 \varepsilon_{ij}. \quad (3.11)$$

Hierbei sind C_{ijkm}^0 , C_{ijkm}^1 , c_0 , c_1 , c_2 , A_{ij}^0 und A_{ij}^1 Materialkonstanten.

Im Fall der reinen Torsion um eine Materialhauptachse ist die Umbaurate \dot{e} (Gleichung 3.9) gleich Null. Dieses liegt an der Struktur des Tensors $A_{ij}(e)$, der keine Nebendiagonalelemente für orthotropes, transversal isotropes und isotropes Material aufweist, d. h. $A_{ij} = 0$ wenn $i \neq j$, [HC76]. Das bedeutet, daß relativ zu den Achsen der Materialsymmetrie nur Normaldehnungen und nicht Schubdehnungen die Umbaurate beeinflussen. Ein weiteres durch Gleichung 3.9 herbeigeführtes, physikalisch nicht sinnvolles Ergebnis ist, daß der Umbau durch periodische Belastungen zum gleichen Resultat führt, wie eine statische Belastung, deren Höhe gleich dem Mittel der periodischen Belastung ist [HC76]. Die Ursache für dieses Verhalten liegt, in der Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung in Gleichung 3.9. Da dieses experimentellen Untersuchungen [Lan84], [LR84] widerspricht, die zeigen, daß periodische Belastungen einen höheren Reiz zu Umbaureaktionen liefern als statische, führen FIROOZBAKHSI und COWIN [FC81] einen quadratischen Ausdruck in Gleichung 3.9 ein. Diese weniger restriktive Annahme führt zu der folgenden Gleichung:

$$\dot{e} = c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + A_{ij}^0 \varepsilon_{ij} + e A_{ij}^1 \varepsilon_{ij} + B_{ijkm}(e) \varepsilon_{ij} \varepsilon_{km}. \quad (3.12)$$

$B_{ijkm}(e)$ beinhaltet Materialeigenschaften. Bei zyklischer und statischer Belastung wird ein unterschiedliches Signal vorhergesagt. Desweiteren wird ein Signal für den Fall der reinen Torsion um eine Hauptachse ermittelt. Zur Approximation dieser Gleichung werden die die Materialeigenschaften charakterisierenden Funktionen $a(e)$, $A_{ij}(e)$, $B_{ijkm}(e)$ und $C_{ijkm}(e)$ in Taylor - Reihen entwickelt. FIROOZBAKHS und COWIN liefern folgende Approximationen:

$$\sigma_{ij} = \left(\xi_0 C_{ijkm}^0 + e C_{ijkm}^1 + e^2 C_{ijkm}^2 \right) \varepsilon_{km}, \quad (3.13)$$

$$\dot{e} = c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + c_3 e^3 + \left(A_{ij}^0 + e A_{ij}^1 + e^2 A_{ij}^2 \right) \varepsilon_{ij} + \left(B_{ijkm}^0 + e B_{ijkm}^1 \right) \varepsilon_{ij} \varepsilon_{km}. \quad (3.14)$$

Die Anwendung dieser Gleichungen an Beispielen wurde nie gezeigt.

3.1.3 Trabekulärer Knochenumbau im Rahmen der adaptiven Elastizität

Die durch Gleichung 2.21 gegebene Beziehung für $\mathbf{C}(\xi, \mathbf{H})$ spezifiziert die elastischen Konstanten der Spongiosa. Durch Gleichung 2.13 stehen sie in direkter Beziehung zu den Spannungen. Die das spongiöse Knochengewebe charakterisierenden Größen sind damit ξ , σ , ε , \mathbf{H} und \mathbf{C} .

Das Umbaugleichgewicht bezeichnet eine Situation, in der keine Neuausrichtung der trabekulären Struktur und kein An- und Abbau von Knochengewebe erfolgt. Dieser Zustand wird durch den hochgestellten Index 0 gekennzeichnet. Das Wolffsche Gesetz unterstellt nun, daß die Hauptspannungsrichtungen mit der Ausrichtung der Trabekelstruktur im Umbaugleichgewicht übereinstimmen. Dieses ist gegeben, wenn die Multiplikation des Spannungstensors σ^0 mit dem Gewebetensor \mathbf{H}^0 kommutativ ist.

$$\sigma^0 \mathbf{H}^0 = \mathbf{H}^0 \sigma^0 \quad (3.15)$$

Damit ist das Wolffsche Gesetz eindeutig beschrieben. Einer generellen Annahme folgend lassen sich die Richtungen mit den höchsten (niedrigsten) Elastizitätsmodulen in Übereinstimmung bringen mit der massivsten (geringsten) trabekulären Ausrichtung. Wenn die Elastizitätsmodule entsprechend $E_1 \geq E_2 \geq E_3$ sortiert werden, dann ist die Annahme durch $H_1 \geq H_2 \geq H_3$ bzw. $M_3 \geq M_2 \geq M_1$ erfüllt. COWIN zeigt in [Cow86], daß, wenn die Hauptachsen von σ^0 und \mathbf{H}^0 übereinstimmen, diese auch die Hauptachsen des Dehnungstensors bilden. Somit gilt:

$$\sigma^0 \mathbf{H}^0 = \mathbf{H}^0 \sigma^0, \quad \sigma^0 \varepsilon^0 = \varepsilon^0 \sigma^0, \quad \mathbf{H}^0 \varepsilon^0 = \varepsilon^0 \mathbf{H}^0. \quad (3.16)$$

Damit kann Gleichung 2.13 wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^0 &= C_{1111}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{11}^0 + C_{1122}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{22}^0 + C_{1133}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{33}^0, \\ \sigma_{22}^0 &= C_{1122}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{11}^0 + C_{2222}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{22}^0 + C_{2233}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{33}^0, \\ \sigma_{33}^0 &= C_{1133}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{11}^0 + C_{2233}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{22}^0 + C_{3333}^0(\xi, \mathbf{H}^0) E_{33}^0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Basierend auf dieser Formulierung wird in [CSL92] eine konstitutive Hypothese zur Beschreibung der Evolution der trabekulären Architektur, basierend auf dem Wolffschen Gesetz für den Gleichgewichtszustand, formuliert. Diese wird im folgenden kurz vorgestellt.

Der Gewebetensor \mathbf{H} wird mit Hilfe von $\text{tr}\mathbf{H} = 1$ normalisiert. Der Deviator \mathbf{K} des normalisierten Gewebetensors ist gegeben durch:

$$\mathbf{K} = \mathbf{H} - \frac{1}{3}\mathbf{I}, \quad \text{tr}\mathbf{K} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{tr}\mathbf{H} = 1. \quad (3.18)$$

\mathbf{I} stellt den Einheitstensor dar und \mathbf{K} ist ein Maß für den relativen Grad der Anisotropie in den drei Eigenrichtungen von \mathbf{K} . e repräsentiert die Änderung des Volumenanteils des Festkörpers gegenüber einem Referenzwert ξ_0 (Gleichung 3.5). Das Hookesche Gesetz stellt sich somit in der Form

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}(\mathbf{K}, e) \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.19)$$

dar. COWIN et al. unterstellen nun, daß der Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ die treibende Kraft des Knochenumbaus ist und der Umbaugleichgewichtszustand durch den Tensor $\boldsymbol{\varepsilon}^0$ beschrieben wird. Knochengewebe befindet sich im Umbaugleichgewicht, wenn die Eigenwerte des Dehnungstensors ε_i^0 , $i = 1, 2, 3$ die Bedingung

$$\begin{aligned} \varepsilon_c - \delta_c \leq \varepsilon_i^0 \leq \varepsilon_c + \delta_c & \quad \text{wenn} \quad \varepsilon_i^0 < 0 \\ \varepsilon_t - \delta_t \leq \varepsilon_i^0 \leq \varepsilon_t + \delta_t & \quad \text{wenn} \quad \varepsilon_i^0 > 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

erfüllen. Die Größen δ_c und δ_t sind Konstanten und kennzeichnen die Spanne um die Gleichgewichtsdehnungswerte ε_c bzw. ε_t . COWIN et al. unterscheiden also zwischen Zug und Druck. Aus den von RUBIN und LANYON [RL84] durchgeführten Studien kann ε_c zu -0,002 und δ_c zu 0,001 bestimmt werden. Für ε_t und δ_t existieren keine Daten.

Die Variablen \mathbf{K} und e variieren während des Umbauprozesses. Im Gleichgewichtszustand sind sie konstant. Es wird eine Abhängigkeit der Umbauraten $\dot{\mathbf{K}}$ und \dot{e} von der Dehnung, der Materialsymmetrie und dem Volumenanteil selbst angenommen.

$$\dot{\mathbf{K}} = \dot{\mathbf{K}}(\mathbf{K}, \boldsymbol{\varepsilon}, e), \quad \dot{e} = \dot{e}(\mathbf{K}, \boldsymbol{\varepsilon}, e) \quad (3.21)$$

Es findet kein Umbau der Struktur und keine Volumenänderung des Festkörpers statt, wenn kein Knochenmaterial vorliegt ($\xi = 0$), wenn das gesamte Volumen durch Knochenmaterial ausgefüllt ist ($\xi = 1$) und wenn der Dehnungszustand dem des Gleichgewichtes entspricht.

$$\dot{\mathbf{K}} = 0 \quad \text{und} \quad \dot{e} = 0, \quad \text{wenn} \quad e = -\xi_0, \quad e = 1 - \xi_0, \quad \text{oder} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^0 \quad (3.22)$$

Die komplette Theorie besteht aus:

- Spannungs - Dehnungsbeziehung (Gleichung 3.19)
- Dehnungs - Verschiebungsbeziehungen der klassischen Elastizitätstheorie
- konstitutiven Beziehungen (Gleichung 3.22)
- Kräftegleichgewichtsbedingung

Die konstitutiven Gleichungen werden als Polynomansätze allgemein angegeben. Unter Vernachlässigung der nichtlinearen Ausdrücke des Dehnungstensors ergibt sich entsprechend Gleichung 2.16 für den Spannungstensor

$$\boldsymbol{\sigma} = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 \mathbf{H} + \beta_3 \mathbf{H}^2 + \beta_4 \boldsymbol{\varepsilon} + \beta_5 (\mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{H}) + \beta_6 (\mathbf{H}^2 \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{H}^2) \quad (3.23)$$

und für die Änderung der Ausrichtung der inneren Struktur und des Volumenanteils des Knochens

$$\dot{\mathbf{K}} = \alpha_1 \mathbf{1} + \alpha_2 \mathbf{H} + \alpha_3 \mathbf{H}^2 + \alpha_4 \boldsymbol{\varepsilon} + \alpha_5 (\mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{H}) + \alpha_6 (\mathbf{H}^2 \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{H}^2) \quad (3.24)$$

$$\dot{e} = \dot{e} (tr \boldsymbol{\varepsilon}, tr \mathbf{K}^2, tr \mathbf{K}^3, tr \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{K}, tr \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{K}^2, e) \quad (3.25)$$

mit

$$\dot{\mathbf{K}} = 0, \quad \text{und} \quad \dot{e} = 0 \quad \text{für} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^0. \quad (3.26)$$

Die α_i und β_i sind Funktionen von $e, tr \mathbf{K}^2$ und $tr \mathbf{K}^3$ und $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ und β_1 hängen zusätzlich von $tr \boldsymbol{\varepsilon}, tr \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{K}$ und $tr \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{K}^2$ ab. Sie müssen experimentell bestimmt werden.

3.2 Stanford Theorie des isotropen Knochenumbaus

Die Knochenumbautheorie von BEAUPRÉ et al. [BOC90a], [BOC90b], im weiteren Verlauf als Stanford Theorie bezeichnet, beschränkt sich auf die Beschreibung der internen Änderung der Knochenstruktur. Die Anwendung erfolgte im wesentlichen auf den proximalen Femur, ORR et al. [OBCS90] wendeten diese Theorie auch auf die Tibia an.

Die Beschreibung der Dichteänderung (internal remodeling) wird als ein Vorgang angesehen, bei dem sich die Knochengeometrie (external remodeling) nicht ändert. Spongioser Knochen besteht aus einer mineralisierten festen Phase mit offener poröser Zellstruktur. Die Poren sind mit Knochenmark gefüllt, welches viskose Eigenschaften hat und unter Spannung fließt. In einigen Knochen wurde nachgewiesen, daß sich dieses unter dynamischer Belastung in Form einer hydraulischen Versteifung auswirkt [Kaf93], CARTER und HAYES fanden dies nur bei sehr hohen Dehnungsgeschwindigkeiten [CH77]. Dieser Aspekt wird in der Stanford Theorie vernachlässigt. Es wird ausschließlich die feste Phase betrachtet.

Desweiteren wird angenommen, daß die lokale Antwort des Knochens, die durch die Umbauaktivität an einer partiellen Stelle dargestellt wird, zu der gegenwärtigen Belastung des Knochens außerhalb der Homöostase in Relation gesetzt werden kann. Die Homöostase, verstanden als die Konstanz des sog. inneren Milieus des Körpers, wird hierbei durch eine skalare Größe beschrieben. Sie quantifiziert die lokale Intensität der mechanischen Umbaustimulation zur Aufrechterhaltung des Knochengewebes. Diese skalare Größe wird als Referenzwert des täglichen Gewebespannungszustandes ψ_t^* bezeichnet. Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 2.2 wird davon ausgegangen, daß das Knochengewebe regelmäßig einer bestimmten mechanischen Belastung ausgesetzt sein muß, damit es erhalten bleibt. Das Materialverhalten wird dabei als isotrop angesehen.

Der Grad einer möglichen Gewebeveränderung e ist gegeben durch die Differenz des täglich aktivierten Gewebespannungsstimulus, ψ_t , zum Referenzwert, ψ_t^* .

$$e = \psi_t - \psi_t^* \quad (3.27)$$

Der Referenzwert kennzeichnet den mechanisch induzierten Stimulus, bei dem weder ein Knochenauf- noch -abbau stattfindet bzw. den Stimulus, bei dem Knochenauf- und -abbau in der Summe keine Veränderung ergeben. Es wird angenommen, daß sich der Wert des täglichen Gewebespannungsstimulus aus verschiedenen Belastungsfällen, die die täglichen Belastungen des Knochens beschreiben, berechnen läßt. Ein Anstieg des Gewebespannungsstimulus wird eine Hypertrophie und ein Abfall eine Atrophie verursachen [Car82]. Er ist nach CARTER et al. [CFW87] und WHALEN et al. [WCS88] wie folgt definiert:

$$\psi_t = \left(\sum_{i=1}^N n_i \bar{\sigma}_i^m \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (3.28)$$

Demnach wird die tägliche Belastung durch die Anzahl der verschiedenen Belastungsfälle N und jede einzelne Last i durch die durchschnittliche Anzahl der Zyklen des Belastungsfalles pro Tag n_i und die hieraus resultierende effektive Gewebespannung $\bar{\sigma}_i$ repräsentiert. Die effektive Gewebespannung $\bar{\sigma}_i$ ist eine skalare Größe, die ein Maß für die lokale Intensität der Spannungen in der festen mineralisierten Phase des Knochengewebes ist. Der Exponent m gibt, als Wichtungsfaktor, den Einfluß der Amplitude der Spannung im Verhältnis zu der Anzahl der Zyklen des Belastungsfalles an [CFW87].

Da der Knochen eine offene poröse Zellstruktur aufweist, kann man im mechanischen Sinne nicht von einem Kontinuum sprechen. In der Kontinuumsebene definiert man den täglichen Kontinuums-Level-Spannungsstimulus ψ , Gleichung 3.28 lautet dann:

$$\psi = \left(\sum_{i=1}^N n_i \bar{\sigma}_i^m \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (3.29)$$

In Gleichung 3.29 wird $\bar{\sigma}$ als effektive Kontinuums-Level-Spannung bezeichnet,

$$\bar{\sigma} = \sqrt{2EU}, \quad (3.30)$$

wobei E der aktuelle Elastizitätsmodul, der über das Kontinuum gemittelt wird, und U die Dehnungsenergiedichte sind. Im Fall der Berechnungen von BEAUPRÉ et al. kommen nur isotrope Materialmodelle zur Anwendung, so daß die Bedeutung von E eindeutig ist.

$$U = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.31)$$

Die effektive Kontinuums-Level-Spannung ist die Spannung, die im Knochen unter den entsprechenden Lasten auftreten würde, wenn das Knochengewebe keine Poren und Hohlräume aufwiese (selbiges gilt für den Kontinuums-Level-Spannungsstimulus). Der Zusammenhang zwischen der Kontinuums- und der Gewebeebe ist durch folgende Beziehung gegeben:

$$\bar{\sigma}_t(\rho) = \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho} \right)^2 \bar{\sigma}, \quad (3.32)$$

wobei $\hat{\rho}$ die Dichte von Knochengewebe ohne Porosität und ρ die Dichte des Knochengewebes sind. Dieser Zusammenhang ergibt sich aus der Beobachtung, daß die Bruchfestigkeit des trabekulären Knochens von dem Quadrat der Dichte abhängt [CH77] und unter der Annahme, daß bei konstanter Bruchfestigkeit des trabekulären Knochengewebes $\bar{\sigma}_{ult}$, die Bruchfestigkeit auf Kontinuum - Level $\bar{\sigma}_{ult}$ über die Dichte skaliert wird [Gib85]. Tabelle 3.1 gibt eine Übersicht über Dichte und Porosität von Knochenstrukturen.

Material	Porosität [%]	Dichte [g/cm^3]
Knochengewebe ohne Porosität	0	$\hat{\rho} = 2,02$
kortikales Knochengewebe	5	$\rho_c = 1,92$

Tabelle 3.1: Dichte und Porosität von Knochenstrukturen

Aus Gleichung 3.29 und 3.32 folgt für den täglichen Gewebespannungsstimulus ψ_t und den täglichen Kontinuums-Level-Spannungsstimulus ψ folgender Zusammenhang:

$$\psi_t = \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho} \right)^2 \psi. \quad (3.33)$$

Der nächste Schritt liegt in der Beschreibung der Relation zwischen dem Grad der Gewebeumbauveränderung und der Änderung der Dichte des Knochengewebes. Der Knochenumbau erfolgt grundsätzlich durch Resorption und/oder Ablagerungen an den Knochenoberflächen. Im Falle des internen Knochenumbaus (internal remodeling) kommt es in

Bereichen mit kortikaler Knochenstruktur zu Aktivitäten in den Haversschen Kanälen und in Bereichen mit spongioser Knochenstruktur zu Aktivitäten in den von Knochenmark gefüllten Poren. Das Potential für eine Dichteänderung steht demnach in Relation zu der zur Verfügung stehenden Knochenoberfläche. Ist die Porosität des Knochens sehr hoch oder sehr niedrig, so werden Dichteänderungen selbst bei einer hohen Stimulation sehr langsam ablaufen, da die für den Knochenumbau zur Verfügung stehende Knochenoberfläche begrenzt ist. Der Einfluß der zur Verfügung stehenden Knochenumbaufläche ist der Grund für die Annahme, daß im Falle interner Dichteänderungen die Oberflächenumbaurate in Relation gesetzt werden muß zu der resultierenden Dichteänderung. Dieses kann über die Messung der zur Verfügung stehenden spezifischen Oberfläche S_v in Abhängigkeit von der Dichte vorgenommen werden. Wie in Kapitel 2.3 dargestellt, zeigte MARTIN [Mar84], daß die Oberflächendichte S_v zur Dichte in guter Approximation als ein Polynom fünften Grades dargestellt werden kann, vgl. Abb. 3.2. Diese Beziehung gilt für verschiedene Regionen des Körpers, sowohl für jungen als auch reifen, für gesunden als auch kranken Knochen.

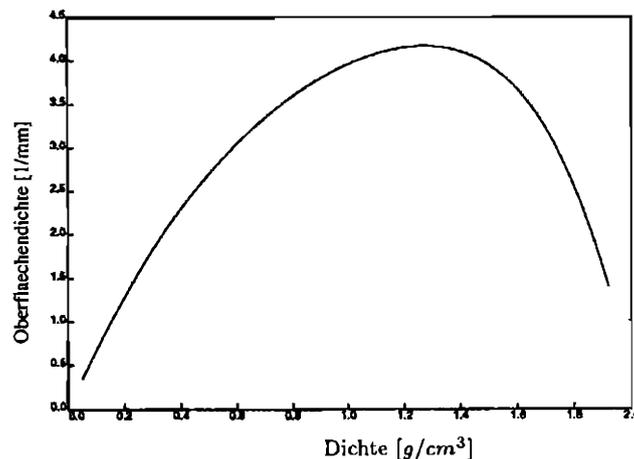


Abb. 3.2: Oberflächendichte S_v in Abhängigkeit der Knochendichte ρ [Mar84].

$$S_v = 0,03226 p - 0,09394 p^2 + 0,13396 p^3 - 0,10104 p^4 + 0,02876 p^5 \quad (3.34)$$

mit Porosität $p = 1 - \rho/\hat{\rho}$.

Mit der Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen \dot{r} und der Annahme, daß der resorbierte und der neu angelagerte Knochen voll mineralisiert sind und damit eine Dichte von $\hat{\rho}$ besitzt, ergibt sich für die Änderung der Dichte:

$$\dot{\rho} = \dot{r} S_v \hat{\rho} \quad (3.35)$$

Die Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen \dot{r} muß im weiteren in Beziehung zum Grad der auslösenden Gewebeveränderung e gesetzt werden. Im Laufe der Entwicklungsgeschichte

der Stanford Theorie wurden unterschiedliche Formen der Beziehung zwischen \dot{r} und e vorgestellt [BOC90a], [BOC90b], [LBJC94]. Zum einen eine lineare und zum anderen eine nicht lineare Beziehung. Der einfache lineare Zusammenhang, bei der die Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen sich aus dem Produkt einer empirischen Konstanten c und dem Grad der Gewebeumbauveränderung e ergibt, ist der folgenden Gleichung zu entnehmen.

$$\dot{r} = ce = c(\psi_t - \psi_t^*) \quad (3.36)$$

Die zweite, nicht lineare Beziehung beinhaltet eine *dead zone*, wobei der Grad der Gewebeumbauveränderung innerhalb dieser Zone, deren Mittelpunkt der Referenzstimulus ist, gegenüber anderen biologischen Einflußfaktoren des Knochenumbaus eine geringe Rolle spielt. Liegt der Wert des Kontinuum-Level-Spannungsstimulus im Bereich der *dead zone*, so wird die Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen \dot{r} zu Null gesetzt.

$$\dot{r} = \begin{cases} c((\psi_t - \psi_t^*) + w) & , \text{ wenn } (\psi_t - \psi_t^*) < -w \\ 0 & , \text{ wenn } -w \leq (\psi_t - \psi_t^*) \leq w \\ c((\psi_t - \psi_t^*) - w) & , \text{ wenn } (\psi_t - \psi_t^*) > w \end{cases} \quad (3.37)$$

Hierbei stellt w die halbe Breite der *dead zone* dar. Beide Beziehungen sind in Abbildung 3.3 dargestellt.

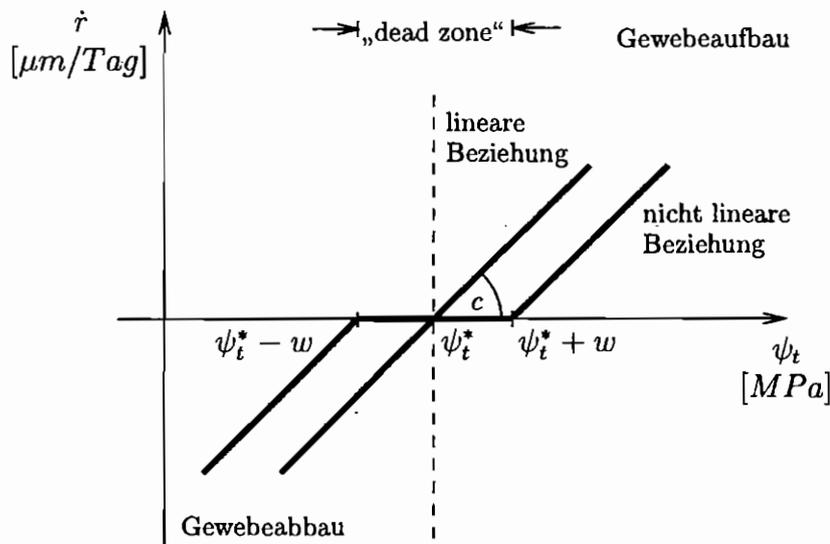


Abb. 3.3: Beziehung zwischen der Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen \dot{r} und dem Kontinuum-Level-Spannungsstimulus ψ_t .

Die Dichte des Knochens ist begrenzt auf einen Wert zwischen Null und der maximalen Dichte ρ_c des kortikalen Knochens,

$$0 \leq \rho \leq \rho_c. \quad (3.38)$$

Der Elastizitätsmodul E und die Querkontraktionszahl ν bestimmen sich aus der folgenden stückweisen Potenzfunktion [BOC90b], [FJS95]. Für den Elastizitätsmodul gilt

$$E = \begin{cases} 2014 \rho^{2,5} & , \text{ wenn } \rho < 1,2 (g/cm^3) \\ 1763 \rho^{3,2} & , \text{ wenn } \rho \geq 1,2 (g/cm^3) \end{cases} \quad (3.39)$$

und für die Querkontraktionszahl gilt

$$\nu = \begin{cases} 0,2 & , \text{ wenn } \rho < 1,2 (g/cm^3) \\ 0,32 & , \text{ wenn } \rho \geq 1,2 (g/cm^3) \end{cases} \quad (3.40)$$

Das vorgestellte Umbaumodell wird in erster Linie dazu genutzt, ausgehend von einer homogenen Dichte- bzw. Elastizitätsmodulverteilung, iterativ zur Dichteverteilung des physiologisch belasteten Femurs zu gelangen. Die Diskussion des Modells ist in Kapitel 3.6 nachzulesen.

3.3 Isotrope Knochenumbautheorie nach der Gruppe um Huiskes

Die hier vorgestellte Knochenumbautheorie wurde von der Gruppe um RIK HUISKES entwickelt und basiert auf einer Fülle von Hypothesen, die von FROST [Fro64], COWIN und HEGEDUS [CH76b] und HUISKES et al. [HWG⁺87], [HDV⁺87] vorgestellt wurden. Dabei wird angenommen, daß sowohl die Kortikalis als auch die Spongiosa gleichen strukturellen Aufbau besitzen und sich lediglich in der Dichte und Steifigkeit unterscheiden. Die momentane Umbaurate, beschrieben als Massenänderung $\frac{dM}{dt}$, wird dabei ortsabhängig formuliert. Sie ist eine Funktion der momentanen, lokalen Dichte $\rho(x, y, z, t)$, des $\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z, t)$ und des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}(x, y, z, t)$.

$$\frac{dM}{dt} = F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \rho) \quad (3.41)$$

Die Dichte variiert dabei zwischen ihren physiologisch möglichen Werten.

$$0 \leq \rho \leq \rho_{\text{kortikaler Knochen}} \quad (3.42)$$

Im Gegensatz zu COWIN [Cow81], der den Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ als treibende Kraft des Umbauprozesses benutzt, wurde von HUISKES et al. als Maß für das aktuelle lokale Umbausignal $S = S(x, y, z, t)$ die Dehnungsenergie bezogen auf die Knochenmasse eingeführt. In einem Kontinuummodell wird hierzu die Dehnungsenergiedichte $U = U(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon})$ bezogen auf die Dichte $\rho = \rho(x, y, z, t)$ herangezogen.

$$S = \frac{U}{\rho} = \frac{\frac{1}{2}\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}}{\rho} \quad (3.43)$$

Da die Dehnungsenergiedichte U die Einheit einer Spannung hat, ergibt sich für das Umbausignal als Maßeinheit eine spezifische Energie $\frac{J}{g}$. Um unterschiedliche Lastfälle i berücksichtigen zu können, wurde der Durchschnitt der Dehnungsenergiedichte über die Summe aller Lastfälle N gebildet.

$$U_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i \quad (3.44)$$

Es wird nun angenommen, daß der aktuell vorliegende Knochen mit dem aktuellen Umbausignal S dem physiologischen Ausgangszustand S_{ref} zustrebt. Somit ist das Signal zur Knochennekrose oder zur Ossifikation durch die Differenz $S - S_{ref}$ gegeben. Diese von FROST [Fro64] als *minimum inhibitory signal* eingeführte Größe kennzeichnet einen Schwellenwert, der erreicht werden muß, um ein Umbausignal auszulösen. Er wurde von CARTER [Car84] in das Konzept der „lazy zone“ bzw. „dead zone“ übernommen und auch von HUISKES et al., COWIN und BEAUPRÉ verwendet, s. a. Kapitel 3.2. Beschrieben wird dies in [HDV⁺87], [HWG⁺87], [WHVR91], [Hui92], [WHG92b], [WHG92a], [RHW⁺93], [WHR⁺93], [WHG94] und [Hui95] durch folgenden Ausdruck:

$$(1 - s)S_{ref} \leq S \leq (1 + s)S_{ref}, \quad \text{mit } s = \textit{konst} \quad (3.45)$$

vgl. auch Abbildung 3.5. Der Bereich zwischen $(1 - s)S_{ref}$ und $(1 + s)S_{ref}$ repräsentiert dabei die „dead -“ bzw. „lazy - zone“. Es wird angenommen, daß zwischen diesen Grenzen keine Umbauprozesse stattfinden. Zunächst wurde z. B. in [HDV⁺87] eine lineare Funktion für den aktiven Bereich des Knochenumbaus angenommen, wobei sowohl für die Ossifikation als auch für den nekrotischen Bereich die gleiche Steigung der Funktion $S(x, y, z, t)$ festgelegt wurde.

Desweiteren wird angenommen, daß Knochenbildung bzw. -abbau nur an der freien Knochenoberfläche stattfinden kann. Somit findet der externe Umbau an der periostalen Knochenoberfläche und der interne Umbau an der Oberfläche der Poren statt. Zur Bestimmung der Porenoberfläche in Abhängigkeit von der Dichte wird die Theorie von MARTIN benutzt, vgl. Kapitel 2.3. Dabei wird für die Knochenstruktur ein geometrisches Porenmodell angenommen, in dem die interne Oberfläche als Funktion der Dichte $A = A(\rho)$ bestimmt wird. Schließlich nimmt MARTIN an, daß die Rate der internen geometrischen Adaption abhängig ist von der Menge der zur Verfügung stehenden internen freien Oberfläche. Dies wird von der Gruppe um HUISKES genutzt, um die Umbaurate und den Umbauprozess zueinander in Relation zu setzen. Desweiteren soll die Rate der Massenänderung an der periostalen und internen Knochenporenoberfläche linear abhängig von der Menge der freien Oberfläche sein. Die interne freie Oberfläche pro Volumeneinheit des Knochens wurde gemäß MARTIN zu $a(\rho) = \frac{A(\rho)}{V}$ bestimmt, vgl. Abbildung 3.4. Für eine angenommene

maximale Dichte des kortikalen Knochens $\rho = \rho_{max} = 1,73 \frac{g}{cm^3}$ wird die interne freie Oberfläche zu Null angenommen, $a(\rho) = 0$, somit findet für $\rho = \rho_{max}$ kein Umbauprozess statt.

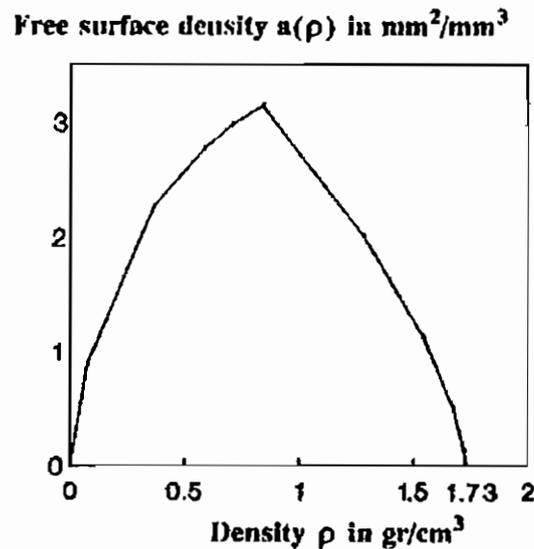


Abb. 3.4: Beziehung zwischen der Dichte ρ und der freien Oberfläche pro Volumeneinheit $a(\rho) = A(\rho)/V$, [Wei91]

Der adaptive Umbauprozess läßt sich in der Rate der Änderung der Knochenmasse ausdrücken:

$$\frac{dM}{dt} = \begin{cases} \tau A(\rho)(S - (1-s)S_{ref}) & , \text{ wenn } S \leq (1-s)S_{ref} \\ 0 & , \text{ wenn } (1-s)S_{ref} < S < (1+s)S_{ref} \\ \tau A(\rho)(S - (1+s)S_{ref}) & , \text{ wenn } S \geq (1+s)S_{ref} \end{cases} \quad (3.46)$$

Der Parameter τ ist ein Zeitparameter, gegeben in $\frac{\text{Masse}}{\text{Fläche} \cdot \text{Energiedichte} \cdot \text{Zeit}}$, $A(\rho)$ ist die freie Oberfläche des Periosts bzw. der internen Knochenstruktur und s repräsentiert die „dead zone“.

Zur Beschreibung der Veränderung der Knochengeometrie wird die Rate der Knochenmassenänderung durch die Änderung der externen (periostalen) Geometrie

$$\frac{dM}{dt} = \rho A \frac{dx}{dt} \quad (3.47)$$

dargestellt. A ist die externe Oberfläche, auf der eine Änderung der Knochenmasse $\frac{dM}{dt}$ stattfindet, und x charakterisiert die Oberflächenkoordinate im rechten Winkel zur peristalen Fläche. Zur Beschreibung der Adaption der internen Knochenmasse als Maß für die Porositätsänderung bzw. Dichteänderung wird Gleichung 3.48 benutzt

$$\frac{dM}{dt} = V \frac{d\rho}{dt} \quad (3.48)$$

Hierbei stellt V das Volumen dar, in dem die Massenänderung stattfindet. Die Gleichung 3.41 kann nun in Ausdrücken des Umbauprozesses $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{d\rho}{dt}$ dargestellt werden. Mit Hilfe der Euler Integration können die Gleichungen iterativ zur Bestimmung der neuen Koordinaten der Oberflächenknoten und der Dichte in den Integrationspunkten nach jedem Integrationsschritt bestimmt werden.

$$\Delta x = \frac{\tau}{\rho} (S - (1 \pm s)S_{ref}) \Delta t \quad \text{wenn } S \leq (1 - s)S_{ref} \text{ oder } S \geq (1 + s)S_{ref} \quad (3.49)$$

$$\Delta \rho = \tau a(\rho) (S - (1 \pm s)S_{ref}) \Delta t \quad \text{wenn } S \leq (1 - s)S_{ref} \text{ oder } S \geq (1 + s)S_{ref} \quad (3.50)$$

In der Arbeit von WEINANS et al. [WHG92a] wurde erstmals die Beobachtung berücksichtigt, daß der Knochenabbau progressiver als der Knochenaufbau verläuft [Par84]. Der ursprünglich lineare Zusammenhang zwischen Stimulus und Umbaurate bei gleicher Steigung der Funktion innerhalb des Ossifikations- und des nekrotischen Bereichs wurde durch eine unterschiedliche Potenzierung der Bereiche für die Dichteänderung ersetzt, vgl. Abbildung 3.5.

$$\frac{d\rho}{dt} = \begin{cases} \tau A(\rho) (S - (1 - s)S_{ref})^2 & , \text{ wenn } S \leq (1 - s)S_{ref} \\ 0 & , \text{ wenn } (1 - s)S_{ref} < S < (1 + s)S_{ref} \\ \tau A(\rho) (S - (1 + s)S_{ref})^3 & , \text{ wenn } S \geq (1 + s)S_{ref} \end{cases} \quad (3.51)$$

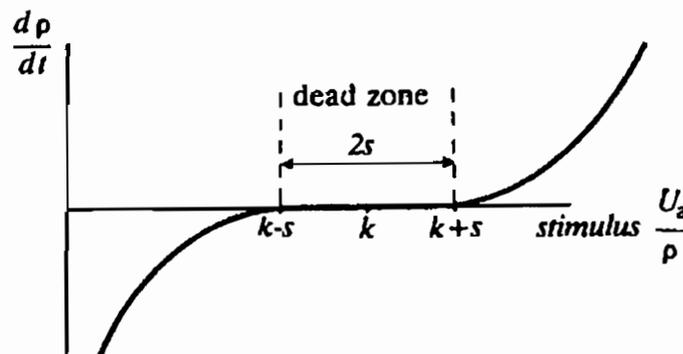


Abb. 3.5: Beziehung zwischen dem mechanischen Stimulus $S = U_a/\rho$ und der Änderung der Dichte $d\rho/dt$ [WHG92a]

Zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls E wird der von CARTER und HAYES [CH77] ermittelte Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Dichte verwendet. Die Querkontraktionszahl ν wird als konstant angenommen.

$$E = 3790 \rho^3, \quad \nu = 0.3 \quad (3.52)$$

Mit Hilfe der vorgestellten Theorie wird in erster Linie das Verhalten des Knochens nach Implantationen von nicht-zementierten Prothesen untersucht.

3.4 Transversal Isotropes Knochenbaummodell nach Rakotomanana et al.

Von RAKOTOMANANA et al. [RLC⁺92] wurde ein nicht-lineares Gesetz zur Beschreibung des Knochens vorgeschlagen. Dabei wird angenommen, daß der Knochen als inhomogen und dessen Materialverhalten als transversal isotrop anzusehen sind. Die Porosität wird charakterisiert durch die scheinbare Dichte ρ und einen Strukturtensor \mathbf{M} . Dieser Strukturtensor wurde von BOEHLER [Boe87] eingeführt und korrespondiert zum Gewebetensor \mathbf{H} , der von COWIN et al. [CB86], [CM89], [Cow90], [CSL91], [CSL92] zur Beschreibung von orthotropem Material genutzt wurde. Die Eigenwerte von \mathbf{H} stellen die durchschnittliche Distanz L entlang der drei Hauptrichtungen von \mathbf{H} dar, vgl. Kapitel 2.3. Sind zwei Eigenwerte von \mathbf{H} gleich, so liegt transversal isotropes Material vor. Die dritte Richtung, assoziiert durch den dritten Eigenwert, der sich von den anderen beiden identischen unterscheidet, ist definiert durch die Hauptrichtung \mathbf{n} . In diesem Fall läßt sich \mathbf{M} durch die dyadische Verknüpfung

$$\mathbf{M} = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (3.53)$$

darstellen. Der Normalenvektor \mathbf{n} repräsentiert die anisotrope Ausrichtung, die im Knochen variiert.

Zur Beschreibung des elastischen Knochenverhaltens wird die Dehnungsenergiedichte $W(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E})$ definiert. $\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I})$ ist dabei der Green - Lagrangesche Dehnungstensor und \mathbf{F} der Deformationsgradient [Cur93]. Diese skalarwertige Tensorfunktion läßt sich nun nach BOEHLER [Boe87] durch die fünf Invarianten $tr \mathbf{E}$, $tr \mathbf{E}^2$, $tr \mathbf{E}^3$, $tr \mathbf{M} \mathbf{E}$ und $tr \mathbf{M} \mathbf{E}^2$ in der generellen Form

$$W(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E}) = W(\rho, tr \mathbf{E}, tr \mathbf{E}^2, tr \mathbf{E}^3, tr \mathbf{M} \mathbf{E}, tr \mathbf{M} \mathbf{E}^2) \quad (3.54)$$

darstellen. Wie in Kapitel 2.3 dargestellt, liegt zumindest für trabekulären Knochen kein Unterschied zwischen Zug- und Druckfestigkeit vor [CSS⁺80]. Auch wenn dieses Verhalten nach REILLY et al. [RB74], [RB75] nicht für kortikalen Knochen gewährleistet zu sein

scheint, reduzieren RAKOTOMANANA et al. die Entwicklung der Gleichung 3.54 auf die quadratischen Ausdrücke. Demnach gilt:

$$W(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E}) = \frac{1}{2}e_1 \text{tr}^2 \mathbf{E} + \frac{1}{2}e_2 \text{tr} \mathbf{E}^2 + e_3 \text{tr} \mathbf{M} \mathbf{E} \text{tr} \mathbf{E} + e_4 \text{tr} \mathbf{M} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2}e_5 \text{tr}^2 \mathbf{M} \mathbf{E} \quad (3.55)$$

Die fünf elastischen Konstanten e_i sind Funktionen der Elastizitätsmodule E_l (longitudinal) und E_t (transversal), der Querkontraktionszahlen ν_l (longitudinal) und ν_t (transversal), des Gleitmoduls G_t und der Dichte ρ . E_l , E_t und G_t werden zu der Dichte ρ über quadratische Beziehungen verknüpft. Hierbei stellen die mit einem Index k versehenen Konstanten Größen des kortikalen Knochengewebes dar. Dies entspricht annähernd den Ansätzen von CARTER und HAYES [CH77] und GIBSON [Gib85].

$$E_l = \left(\frac{\rho}{\rho_k} \right)^2 E_{lk} \quad E_t = \left(\frac{\rho}{\rho_k} \right)^2 E_{tk} \quad G_t = \left(\frac{\rho}{\rho_k} \right)^2 G_{tk} \quad (3.56)$$

Da die Spannungen aus dem Funktional der Dehnungsenergiedichte abgeleitet werden, liegt den weiteren Überlegungen ein hyperelastisches Materialmodell zugrunde. Es gilt:

$$\mathbf{S}(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} W(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E}) \quad (3.57)$$

Die Komponenten des 2. Piola - Kirchhoffschen Spannungstensor \mathbf{S} ergeben sich zu:

$$S_{ij} = (e_1 E_{kk} + e_3 M_{kl} E_{kl}) \delta_{ij} + (e_3 E_{kk} + e_5 M_{kl} E_{kl}) M_{ij} + e_2 E_{ij} + e_4 (M_{ik} E_{kj} + E_{ik} M_{kj}). \quad (3.58)$$

Der Elastizitätstensor \mathbf{D} ergibt sich durch partielle Differentiation des 2. Piola - Kirchhoffschen Spannungstensors nach dem Green - Lagrangeschen Dehnungstensor

$$\mathbf{C}(\rho, \mathbf{M}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \mathbf{S}(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E}) \quad (3.59)$$

mit den Komponenten

$$C_{ijkl} = e_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{2} e_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + e_3 (\delta_{ij} M_{kl} + M_{ij} \delta_{kl}) + \frac{1}{2} e_4 (M_{ik} \delta_{jl} + M_{il} \delta_{jk} + \delta_{ik} M_{jl} + \delta_{il} M_{jk}) + e_5 M_{ij} M_{kl}. \quad (3.60)$$

Die Beziehung zwischen den die Morphologie beschreibenden Variablen ρ , \mathbf{M} und dem die Veränderung anregenden Stimulus ψ wird durch ein Evolutionsgesetz beschrieben [RTL95], [TRRL95]. Für die Dichteänderung gilt entsprechend Gleichung 3.37

$$\frac{d\rho}{dt} = \begin{cases} \psi(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{S}) - \psi^* & , \text{ wenn } \psi < \psi^* \\ 0 & , \text{ wenn } \psi^* \leq \psi \leq \psi^{**} \\ \psi(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{S}) - \psi^{**} & , \text{ wenn } \psi^{**} < \psi \end{cases} \quad (3.61)$$

Die Entwicklung des Struktur tensors \mathbf{M} wird jedoch unterdrückt, indem die Möglichkeit einer Änderung zu Null gesetzt wird.

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = 0 \quad (3.62)$$

Entsprechend den anderen vorgestellten Knochenumbaumodellen wird auch in diesem Modell die Existenz einer homeostatischen Gleichgewichtszone, die durch zwei Stimuluswerte ψ^* und ψ^{**} begrenzt wird, unterstellt, vgl. Kapitel 3.2, 3.3, 3.5.

Um für den Stimulus eine allgemeine Formulierung angeben zu können, die die klassischen verwendeten Stimuli wie den hydrostatischen Druck, die Deviatorspannung und die Dehnungsenergie dichte [CFW87], [CSL91], [HWG⁺87] enthält, geben RAKOTOMANANA et al. den Stimulus in den in [Boe87] dargestellten irreduziblen Invarianten und der Dichte an.

$$\psi(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{S}) = \psi(\rho, \text{tr}\mathbf{S}, \text{tr}\mathbf{S}^2, \text{tr}\mathbf{S}^3, \text{tr}\mathbf{M}\mathbf{S}, \text{tr}\mathbf{M}\mathbf{S}^2) \quad (3.63)$$

3.5 Additive Aufspaltung des Steifigkeitstensors nach Jacobs et al.

Der hier verfolgte Ansatz ist ebenfalls der Stanford Theorie zuzuordnen, stellt jedoch eine Erweiterung in dem Sinne dar, daß neben der Dichteentwicklung zusätzlich eine Adaption der inneren Struktur berücksichtigt wird. Dabei wird davon ausgegangen, daß zwischen Dichte und Steifigkeit eine Kopplung besteht. Diese Kopplung findet über den Einfluß der Dichte auf die Änderung der Steifigkeit statt und umgekehrt. Somit ist das Ziel der von JACOBS et al. [JSBC95b] vorgenommenen Entwicklung die Festlegung einer adäquaten Evolutionsgleichung für die anisotrope Steifigkeit.

Der Steifigkeitstensor $\dot{\mathbf{C}}$ wird in einen isotropen und einen anisotropen Anteil aufgespalten

$$\dot{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{C}}_{\text{iso}} + \dot{\mathbf{C}}_{\text{aniso}}. \quad (3.64)$$

Der isotrope Anteil ist symmetrisch

$$\dot{\mathbf{C}}_{\text{iso}} = \lambda(\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) + 2\mu\mathbf{I}, \quad (3.65)$$

wobei $\mathbf{1}$ der Einheitstensor 2. Stufe und \mathbf{I} der Einheitstensor 4. Stufe ist. Dieses stellt die generelle Form eines isotropen, symmetrischen Tensors 4. Stufe dar, der die zwei zu spezifizierenden Parameter λ und μ enthält. Dieser isotrope Anteil wird so formuliert, daß er das Verhalten, basierend auf der isotropen Dehnungsenergie dichte-Formulierung im Falle eines hydrostatischen Spannungszustandes, exakt wiedergibt. Zur isotropen Dehnungsenergie dichte-Formulierung vgl. die Ausführungen in Kapitel 3.2.

Der anisotrope Anteil der Steifigkeitsentwicklung repräsentiert die anisotrope Störung der isotropen Antwort. Er verschwindet im Falle eines hydrostatischen Spannungszustandes. Desweiteren wird er von JACOBS et al. so gewählt, daß das uniaxiale Verhalten der resultierenden Formulierung das isotrope Verhalten in Richtung eines uniaxialen Spannungszustandes dupliziert.

Unter Kombination der Gleichungen 3.33, 3.27, 3.35 und 3.36, der Annahme einer vereinfachten sequentiellen Belastungsaufteilung, wodurch sich Gleichung 3.29 vereinfacht zu

$$\psi_t = n^{1/m} \bar{\sigma}_t \quad (3.66)$$

ergibt, kann das Evolutionsgesetz der Dichte durch die aktuelle Dichte und die effektive Spannung ausgedrückt werden

$$\frac{d\rho}{dt} = \dot{\rho}(\bar{\sigma}, \rho). \quad (3.67)$$

Zur Berechnung des isotropen Anteils der effektiven Spannung $\bar{\sigma}_{\text{iso}}$ wird die Dehnungsenergiedichte benutzt. Mit Hilfe der Beziehung

$$\mathbf{D} : \mathbf{C} = \mathbf{I}, \quad (3.68)$$

wobei \mathbf{D} den Nachgiebigkeitstensor 4. Stufe darstellt, und der formalen Beschreibung der Gleichung 3.39 $E = b\rho^\beta$ nach [CH77], ergibt sich für $\bar{\sigma}_{\text{iso}}$:

$$\bar{\sigma}_{\text{iso}}(p) = \sqrt{b\rho^\beta (\boldsymbol{\sigma}_{\text{iso}} : \mathbf{D} : \boldsymbol{\sigma}_{\text{iso}})}. \quad (3.69)$$

Der isotrope Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}_{\text{iso}}$ stellt eine spezielle Form des Kugeltensors des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$ dar. Es wird der Betrag der jeweiligen Hauptspannungskomponenten σ_i , $i = 1, 2, 3$ aufaddiert und gemittelt. Dieses wird begründet mit der nicht notwendigen Differenzierung zwischen Zug- und Druckspannungen, was jedoch in dieser Form nicht einzusehen ist.

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{iso}} = \begin{pmatrix} p = \frac{|\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|}{3} & 0 & 0 \\ 0 & p = \frac{|\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|}{3} & 0 \\ 0 & 0 & p = \frac{|\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|}{3} \end{pmatrix} \quad (3.70)$$

Somit gilt für den isotropen Teil des Steifigkeitstensors

$$\dot{\mathbf{C}}_{\text{iso}} = \dot{\mathbf{C}}_{\text{iso}}(\dot{\rho}(\bar{\sigma}_{\text{iso}}(p), \rho)). \quad (3.71)$$

Für den anisotropen Anteil $\dot{\mathbf{C}}_{\text{aniso}}$, der zur isotropen Antwort addiert wird, schlagen JACOBS et al. in [JSBC95a]

$$\dot{\mathbf{C}}_{\text{aniso}} = \gamma \sum_{i=1}^3 \text{sign}(\sigma_i) (\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \quad (3.72)$$

und in [JSBC95b] den Ansatz

$$\dot{\mathbf{C}}_{\text{aniso}} = \gamma \sum_{i=1}^3 \text{sign}(\sigma_i - p) (\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \quad (3.73)$$

vor. Nähere Ausführungen zu diesem Ansatz sowie eine Modifikation werden in Kapitel 3.7 vorgenommen.

Die vorgestellte Formulierung soll die existierende isotrope Dehnungsenergiedichte - Formulierung für den hydrostatischen Spannungszustand p wiedergeben, wenn γ im Falle des hydrostatischen Spannungszustandes Null ist. In diesem Fall gilt

$$\bar{\sigma}_{\text{iso}} = \bar{\sigma}. \quad (3.74)$$

Es können einige Formulierungen für γ gefunden werden, die diese Anforderungen erfüllen. Die Schwierigkeit liegt in der Berechnung und Verifizierung dieses Parameters. JACOBS et al. schlagen eine Formulierung vor, in der γ aus dem uniaxialen Belastungszustand bestimmt wird. Die Vorgehensweise soll im folgenden kurz erläutert werden. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann im eindimensionalen Fall angenommen werden, daß die uniaxiale Spannung in 1-Richtung erfolgt

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.75)$$

In diesem speziellen 1-D Fall vereinfacht sich die effektive Energiespannung $\bar{\sigma} = \sqrt{E(\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon})}$ zu der Höhe der uniaxialen Spannung

$$\bar{\sigma} = \sigma. \quad (3.76)$$

Im Falle der Anwendung der isotropen Theorie folgt aus der Verallgemeinerung der Gleichung $E(\rho) = b\rho^\beta$, daß die Änderung des Elastizitätsmoduls als Funktion der Dichteänderung und somit als Funktion der effektiven Spannung und der Dichte dargestellt werden kann zu

$$\dot{E} = \beta E \frac{\dot{\rho}(\sigma, \rho)}{\rho}. \quad (3.77)$$

Die Steifigkeitsänderung im betrachteten Fall ist gegeben durch \dot{C}_{1111} . Die Querkontraktionszahl wird für die isotrope Formulierung als konstant angenommen, die anisotropen Spannungskomponenten sind Null ($C_{\text{aniso}_{11ij}} = 0$ für $i \neq j \neq 1$) und der anisotrope Anteil ist gegeben durch

$$\dot{C}_{1111} = \dot{C}_{\text{iso}_{1111}} + \dot{C}_{\text{aniso}_{1111}}. \quad (3.78)$$

In diesem Fall ergibt sich der hydrostatische Spannungszustand zu

$$p = \frac{\sigma}{3}, \quad (3.79)$$

und die korrespondierende isotrope Steifigkeitsänderung in Richtung der Belastung

$$\dot{C}_{\text{iso}_{1111}} = \dot{E}_{\text{iso}} = \beta E \frac{\dot{\rho}(\bar{\sigma}_{\text{iso}}(p), \rho)}{\rho}. \quad (3.80)$$

Damit ergibt die anisotrope Steifigkeitsänderung

$$\dot{C}_{\text{aniso}} = \gamma \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \\ 0 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & -1 & \\ \hline 0 & & & \mathbf{0} \end{array} \right) \quad (3.81)$$

mit

$$\dot{C}_{\text{aniso}_{1111}} = \gamma. \quad (3.82)$$

γ bestimmt sich somit aus Gleichung 3.78 zur Komplettierung der anisotropen Formulierung zu

$$\gamma = \beta b \rho^{\beta-1} [\dot{\rho}(\bar{\sigma}, \rho) - \dot{\rho}(\bar{\sigma}_{\text{iso}}(p), \rho)]. \quad (3.83)$$

3.6 Analyse und Vergleich der vorgestellten Knochenumbaumodelle

Die in den Kapiteln 3.1, 3.2 und 3.3 vorgestellten Theorien stellen die drei populärsten Ansätze zur Beschreibung des Knochens und seines Umbauverhaltens dar. Sie unterscheiden sich im wesentlichen im Grad der Verfeinerung der Abstraktion. Die von FROST in [Fro94] zusammengefaßten Ansätze spielen bei den dargestellten Theorien eine große Rolle. Eine noch zu erwähnende Erweiterung des Modells von COWIN et al. ist die Einführung

eines Ausdrucks, der neben dem mechanischen auch einen biologischen Faktor des Knochenumbauverhaltens berücksichtigt. Unter konstanter Zellpopulation reduziert sich der von HART und DAVY [HD91] entwickelte Ansatz auf das Modell von COWIN [SR92]. Es kann gezeigt werden, daß deren Beziehung zur Beschreibung des inneren Umbaus (Dichteänderung) ähnlich der von FIROOZBAKHSI und COWIN ist [FC80]. Der Umbauprozess wird durch eine Kopplung zwischen mechanischem und biologischem Verhalten initiiert und gesteuert. Daher stellt der Ansatz von HART und DAVY den allgemeinsten seiner Art dar. Leider liegen z. Z. nicht genug Informationen vor, die die Bestimmung aller im Modell vorhandenen Parameter ermöglicht. Die Beziehung zwischen Dehnung und Zellpopulation und -aktivierung und die Spezifizierung der hormonellen, metabolischen und genetischen Effekte ist nicht ausreichend bekannt [SR92].

Zunächst fällt bei einer ersten Analyse der vorgestellten Modelle auf, daß unterschiedliche Größen zur Definition des Stimulus, der den Knochenumbauprozess aufgrund der mechanischen Belastung auslöst, benutzt wurden. COWIN et al. verwenden vornehmlich die Dehnung aber auch die Spannung als stimulierendes Maß, in der Stanford Theorie, der Erweiterung von JACOBS und in den Ausführungen der Gruppe um HUISKES wird die Dehnungsenergie dichte verwendet. Weitere in der Literatur diskutierte Stimuli betreffen die Dehnungsrate [Lan84] und die Mikroschädigung [CH76a], [MB89]. Da bis heute die einen Knochenumbauprozess auslösende Größe nicht bekannt ist und daher eine Vielzahl von Größen diskutiert wird, geben RAKOTOMANANA et al. den Stimulus zunächst in Gleichung 3.63 in einer Form an, die es ermöglicht, den Stimulus in den o. g. Größen auszudrücken. In allen Ansätzen wurde dabei außer Acht gelassen, daß zur Knochenbildung und -umbildung nicht ausschließlich nur mechanische Größen den alleinigen Ausschlag geben. Es erfolgt eine Beschränkung auf die Betrachtung des mechanischen Faktors. OTTER et al. beschreiben, daß kein definiertes Experiment entwickelt werden konnte, welches in der Lage war zu beweisen, daß durch Dehnungen induzierte biochemische Potentiale den Knochenumbau steuern, vgl. [OPC90]. Die Entdeckung des Transkriptionsfaktors CBFA1, der die Entwicklung von Schädel und Skelett beeinflusst, bietet die Möglichkeit, gezielt in den Knochenaufbau einzugreifen [Kau97]. Dieser Faktor läßt aus den undifferenzierten Vorläuferzellen knochenbildende Osteoblasten werden. Ob dieser Faktor in Zusammenhang mit mechanischen Reizen gebracht werden kann, ist unbekannt. Somit kann zur Zeit nach wie vor nur über die treibende Kraft spekuliert werden.

Allen Theorien ist gleich, daß sie von einem homeostatischen Gleichgewichtszustand ausgehen, der auch als Referenzzustand bezeichnet wird. Abweichend von diesem Zustand kommt es zu einem Knochenauf- und -abbau. Dieser Zustand wird durch eine ortsab- oder ortsunabhängige, in Abhängigkeit vom gewählten Stimulus gewählte Größe beschrieben. Desweiteren gehen alle Ansätze von einem konstanten Referenzwert aus, der sowohl für die Spongiosa als auch für die Kompakta gilt. Hieran äußert u. a. CURREY in seinen Arbeiten mehrfach Kritik, vgl. [Cur95]. Da die experimentelle Möglichkeit der Bestimmung der Referenzgrößen in Abhängigkeit ihrer anatomischen Lage problematisch ist, ist

es nicht verwunderlich, daß die beschriebenen Theorien auf einen fiktiven und konstanten Referenzwert zurückgreifen.

In der Stanford Theorie wird nur die Änderung der inneren Struktur in Form der Dichteänderung betrachtet. JACOBS erweitert diesen Ansatz durch eine Betrachtung der Änderung der Ausrichtung der inneren Struktur. Ein Oberflächenumbau wird in diesen Arbeiten jedoch nicht berücksichtigt. Da ein Zusammenhang zwischen „internem“ und „externem“ Umbau nicht bekannt ist und es nur einen qualitativ nachweisbaren externen Umbau in pathologischen Fällen gibt, scheint die Beschränkung auf die Beschreibung des internen Umbaus gerechtfertigt. Wie noch zu zeigen ist, lassen sich mit Hilfe der Gleichungen zur Beschreibung des internen Umbaus durch entsprechende Wahl eines Modells auch Veränderungen der endostalen und periostalen Oberfläche beschreiben.

Die ersten Anwendungen der Theorie von COWIN et al. bezogen sich auf stark idealisierte Modelle der Diaphyse, die als ein dickwandiger Zylinder betrachtet wurde. COWIN und FIROOZBAKHSI analysierten in [CF81] analytisch die veränderte Form des Zylinders unter konstanter Drucklast. HART et al. [HDH84a], [HDH84b] untersuchten den umgebauten Zylinder mit Hilfe der Finiten - Element Methode. Nach diesen Untersuchungen baut sich sowohl die endostale als auch die periostale Oberfläche um (Abbildung 3.6, vgl. auch [HDH84b]). COWIN et al. [CHBK85] wendeten die Oberflächenumbautheorie auf reale Knochenquerschnittsgeometrien der Diaphyse an. Hierbei werden erstmals durch den Vergleich der Umbautheorie mit von GOODSHIP et al. [GLM79] durchgeführten Tierexperimenten die notwendigen Koeffizienten des externen Umbaus bestimmt.

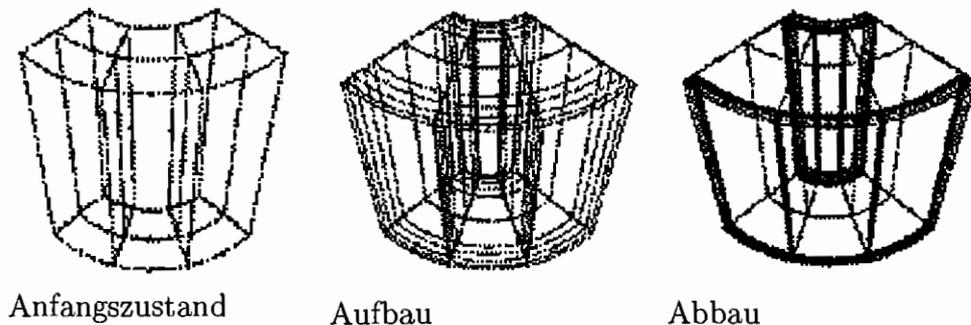


Abb. 3.6: Darstellung des externen Umbaus der endostalen als auch der periostalen Oberfläche eines dickwandigen Zylinders, nach [HDH84a].

Das von COWIN et al. entwickelte System, welches durch die Gleichungen 3.7 und 3.8 bzw. in der Erweiterung durch Gleichung 3.9 beschrieben wird, ist in seinem prinzipiellen Ablauf in Abbildung 3.7 dargestellt. Es ist eine mathematische Beschreibung des Wolffschen Gesetzes.

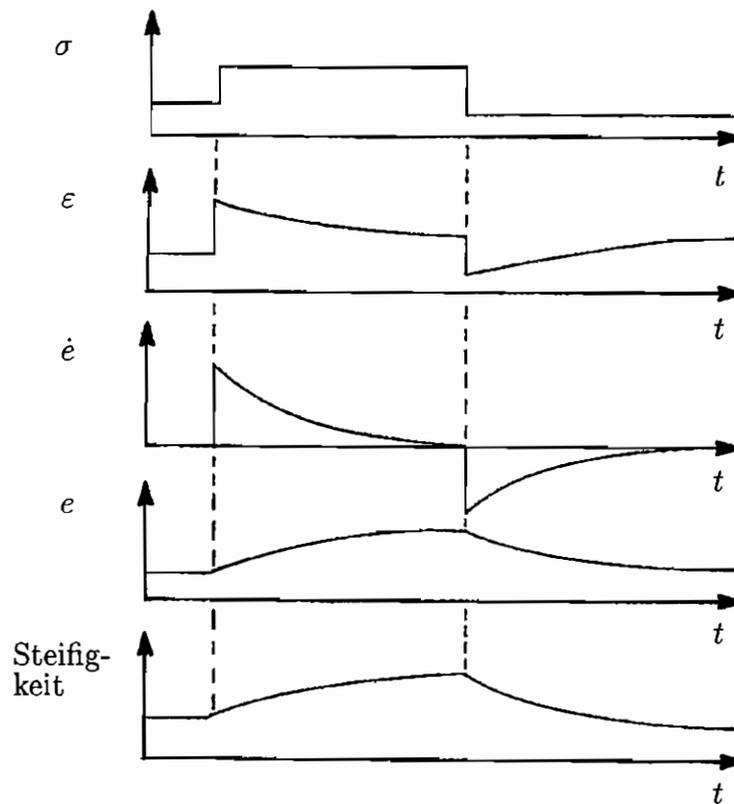


Abb. 3.7: Darstellung der internen Umbaureaktion auf einen sprunghaften konstanten Anstieg der Spannung, nach [Cow81].

Ausgehend von einem dickwandigen Zylinder unter axialer konstanter Belastung wird angenommen, daß dieser für $t < 0$ unter konstanter Spannung stand. Der Zylinder befindet sich in diesem Zustand im Umbaugleichgewicht. Die Umbaurate der Volumenanteile \dot{e} ist Null und der Volumenanteil der Knochenmatrix konstant ($e = konst.$). Aus Gleichung 3.8 ergibt sich damit ein konstanter Dehnungszustand und somit aus Gleichung 3.9 eine konstante Steifigkeit. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein Spannungssprung auf einen neuen Wert, der für $t > 0$ konstant gehalten wird, angenommen. Aus Gleichung 3.8 folgt ein Sprung der Dehnung auf einen größeren Wert und aus Gleichung 3.9 ein Sprung der Umbaurate der Volumenanteile auf einen Wert ungleich Null. Solange \dot{e} ungleich Null ist, zeigt Gleichung 3.9 eine zeitliche Veränderung des Volumenanteils und als Resultat des Dehnungsanstiegs einen Anstieg des Volumenanteils e . Solange e ansteigt, werden auch die elastischen Koeffizienten C_{ijklm} ansteigen. Somit folgt aus Gleichung 3.7 ein Abfall der Dehnung im Verlauf der Zeit. Damit wird gleichzeitig die Umbaurate abfallen und e wird sich weiter ändern, jedoch zunehmend langsamer als zuvor. Nach einiger Zeit wird die Umbaurate \dot{e} Null und der Körper wird einen neuen Wert für den Volumenanteil e angenommen haben. Dieser und der neue Dehnungszustand sind kompatibel zum Spannungsanstieg im Zeitpunkt $t = 0$. Damit ist der Umbau des Zylinders beendet. In der Abbildung 3.7 ist zusätzlich der Prozeß des Spannungsabfalls dargestellt.

Eine Anwendung der Theorie von COWIN et al. auf klinische Fragestellungen ist bis heute nicht erfolgt und auch äußerst schwierig durchzuführen. Da es zur Anwendung dieser Theorie notwendig ist, eine große Anzahl von Materialparametern zu bestimmen, für die keine definierten Experimente vorliegen, ist es nur möglich die Plausibilität der Theorie im Rahmen von theoretischen Untersuchungen zu überprüfen.

Die Schwierigkeit bei der Anwendung der Theorie von COWIN et al. resultiert u. a. aus der Wahl der Dehnung als Stimulus. Dadurch müssen erheblich mehr Materialkonstanten bestimmt werden als bei der Wahl einer skalaren Größe. U. a. aus diesem Grund wird in der Stanford Theorie und der Gruppe um HUISKES die skalare Größe der Dehnungsenergie-dichte als Stimulus des Knochenumbaus gewählt. Bevor eine Diskussion dieser Ansätze erfolgt, sollen diese beiden Theorien einem Vergleich unterzogen werden.

Die Gleichung 3.28 der Stanford Theorie läßt sich unter der Annahme, daß die Anzahl der auf den Knochen wirkenden Belastungen pro Tag n_i für alle Belastungsfälle i gleich n_0 ist und m gleich 2 gesetzt wird, wie folgt angeben:

$$\psi = \sqrt{2 n_0 E \sum_{i=1}^N U_i}. \quad (3.84)$$

Wird desweiteren angenommen, daß sich $E(\rho)$ in der Form $E(\rho) = b \rho^3$ darstellen läßt, so erhält man für den Grad der Gewebeumbauveränderung e

$$e = \sqrt{2 n_0 b \rho^3 \sum_{i=1}^N U_i} \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho} \right)^2 - \psi_t^*, \quad (3.85)$$

oder vereinfacht

$$e = \tilde{B} \left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N U_i}{\rho}} - \tilde{k} \right), \quad (3.86)$$

wobei \tilde{B} und \tilde{k} Zusammenfassungen von Variablen sind.

Vergleicht man Gleichung 3.86 mit der Definition der Dichteänderung der Theorie der Gruppe um HUISKES

$$\frac{d\rho}{dt} = B \left(\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i}{\rho} - k \right)^\alpha, \quad (3.87)$$

so stellt man fest, daß die Formulierungen, je nach Wahl des Parameters α , nahezu identisch sind.

Beide Umbautheorien sind zeitabhängig und beschreiben einen kontinuierlichen Umbauprozess. Ausgegangen wird von einem isotropen, nichtlinear elastischen Material.

Die wesentlichen Unterschiede der beiden Theorien sind:

- Bei der Stanford Theorie wird sowohl die Amplitude, als auch die Anzahl der Belastungen jedes einzelnen Lastfalles berücksichtigt. Bei der Theorie von HUISKES et al. geht die Anzahl der Belastungen nicht mit in die Berechnung ein, hier spielt allein die Größe der Belastung eine Rolle, nicht die Häufigkeit, mit der sie auftritt.
- Die Theorie von HUISKES et al. bietet die Möglichkeit, den Referenzstimulus k lokal zu variieren (*site-specific*), in der Literatur werden aber in der Regel nur Untersuchungen mit konstantem k -Wert vorgestellt. Bei der Stanford Theorie wird der Referenzwert für den Gewebespannungsstimulus konstant gehalten.
- Die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der Dichte wird in den beiden Umbaumodellen durch verschiedene Funktionen definiert.
- Die Beziehung zwischen der Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen \dot{r} und dem Kontinuum-Level-Spannungsstimulus ψ_t ist bei der Stanford Theorie stückweise linear definiert, bei der Theorie von HUISKES et al. bestehen exponentielle Zusammenhänge zwischen dem mechanischen Stimulus ψ_t und der Änderung der Dichte $d\rho/dt$.

Das prinzipielle Vorgehen ist bei beiden Umbautheorien sehr ähnlich, die Unterschiede liegen im Detail.

In der Stanford Theorie spielt der Exponent m in Gleichung 3.28 eine große Rolle. Er gibt als Wichtungsfaktor den Einfluß der Amplitude der Spannung im Verhältnis zu der Anzahl der Zyklen des Belastungsfalles an [CFW87]. Setzt man für m einen großen Wert an, so ist in erster Linie der Wert der Spannung ausschlaggebend für die Stimulierung des Knochengewebes und nicht die Anzahl der Belastungen [Car87]. Umgekehrt gewinnt die Anzahl der Belastungszyklen an Bedeutung, wenn man für m kleine Werte wählt. Da, wie bereits erwähnt, bis heute nicht endgültig geklärt ist, welche Belastungen ausschlaggebend für Umbauvorgänge im Knochengewebe sind, ergeben sich Schwierigkeiten bei der Wahl dieses Parameters. Nach CARTER muß m größer als 1 sein und aufgrund der durchgeführten Experimente bei ungefähr 4 liegen [Car87]. Während CARTER et al. [COF89] keinen großen Unterschied in der Dichteverteilung bei gleicher Belastung, aber unterschiedlichem Wichtungsfaktor m feststellen konnten, konnte dieses durch in Kapitel 4.2 dargestellte Berechnungen nicht bestätigt werden. WHALEN et al. [WCS88] beschreiben das sensitive Verhalten des Stimulus auf die Wahl des Wichtungsfaktors und beziffern den Wert zwischen 3 und 8 liegend.

Für die Beziehung zwischen dem Umbausignal e und der Umbaurate \dot{r} gibt es in bezug auf die Eindeutigkeit als auch in bezug auf die Existenz einer solchen Beziehung keinerlei Beweis. Desweiteren ist fraglich, ob sie, falls sie existiert, für das gesamte Skelett gilt. So

scheint z.B. der Knochen periostal eine viel langsamere Resorptionsneigung zu besitzen als endostal [MBC93]. Eine wichtige Rolle spielen desweiteren der Calciumgehalt und metabolische Zustände [MBC93]. Da nur mechanische Einflüsse betrachtet werden, wird in der Stanford Theorie die Existenz einer solchen Beziehung unterstellt. Für die Theorie von HUISKES et al. gilt entsprechendes.

Das vorgestellte Umbaumodell wird in erster Linie dazu genutzt, ausgehend von einer homogenen Dichte- bzw. Elastizitätsmodulverteilung, iterativ zur Dichteverteilung des physiologisch belasteten Femurs zu gelangen. Die unterschiedlichen Strukturen von Spongiosa (trabekuläre Struktur) und Kortikalis werden hierbei von ein und demselben Modell beschrieben, was eine implizite Hypothese der Stanford Theorie ist.

In beiden Theorien ist die Wahl der Dehnungsenergiedichte als die den Umbauprozess kontrollierende Variable willkürlich. Der Vorteil liegt darin, daß sie eine physikalische Deutung des Stimulus zuläßt, für die es möglich ist, sich den Mechanismus des Stimulus vorzustellen, vgl. CARTER et al. [CFW87]. Ein weiterer Vorteil liegt in der Verknüpfung sowohl der Spannungen als auch der Verzerrungen in einer skalaren Größe, die eine Invariante des Verzerrungstensors ist. Hierdurch muß nur eine Integrationskonstante eingeführt werden, ganz im Gegensatz zur Originaltheorie der adaptiven Elastizität von COWIN, HEGEDUS und NACHLINGER [CH76b], [HC76], [CN78].

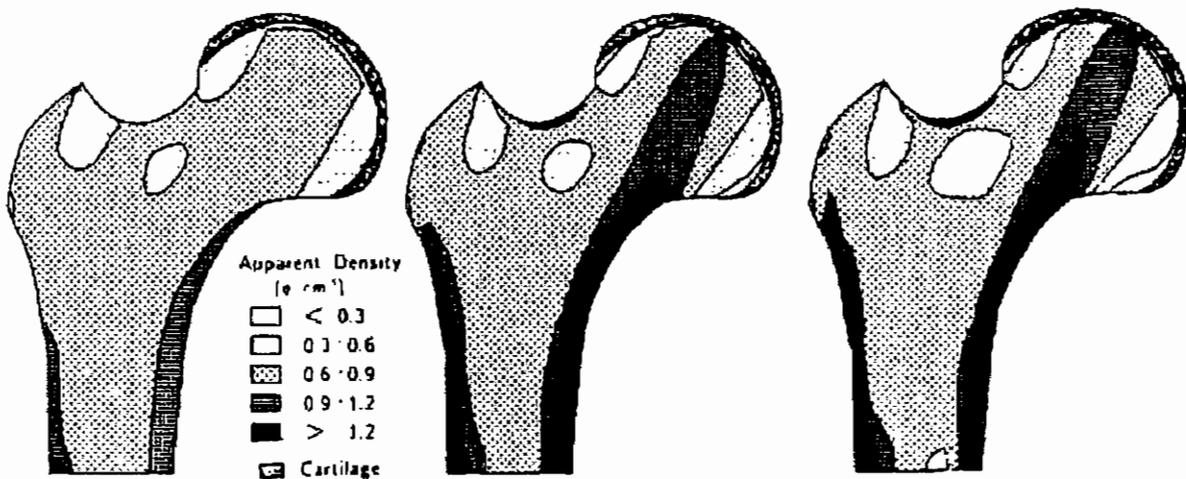


Abb. 3.8: Berechnete Dichteverteilung mit Hilfe der Stanford Theorie nach 1, 15 und 30 Iterationen mit einer „dead zone“, nach [BOC90b].

In beiden Modellen wurde die Dichte als zu berechnende Größe gewählt. Dieses erweist sich als günstig, da die Ergebnisse mit Röntgenbildern verglichen werden können. Die

im Knochen auftretenden Dichteverteilungen werden im Vergleich zum Röntgenbild, vgl. Abbildung 3.10, qualitativ gut wiedergegeben. Beim Vergleich ist zu beachten, daß in den Abbildungen 3.9 und 3.8 Gebiete hoher Dichte dunkler dargestellt sind als Gebiete niedriger Dichte. Im Röntgenbild 3.10 stellt sich dieses entgegengesetzt dar.

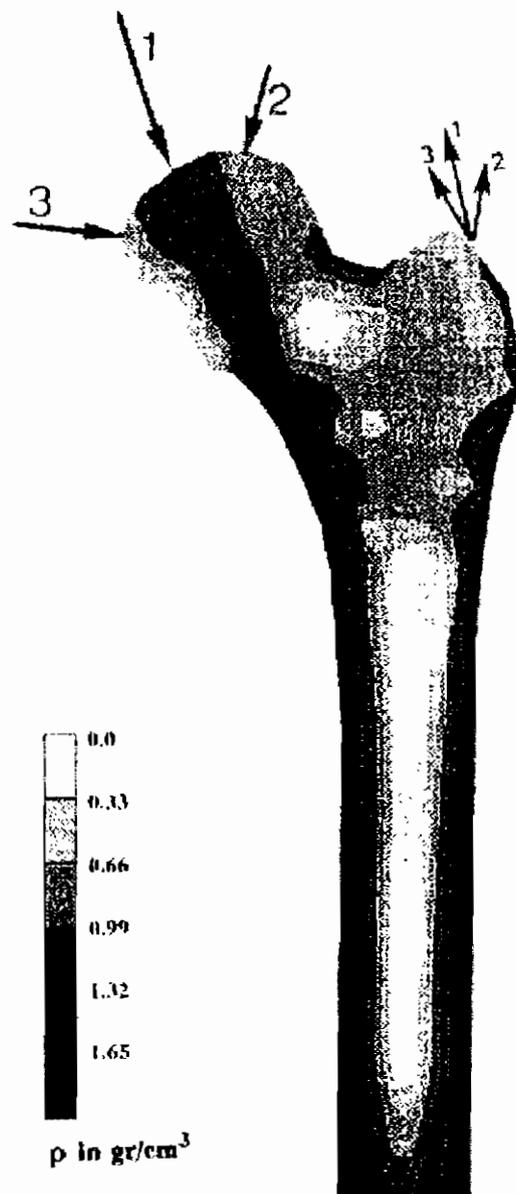


Abb. 3.9: Berechnete Dichteverteilung mit Hilfe der Theorie nach HUISKES et al., nach [WHG92b] und [WHG94].



Abb. 3.10: Röntgenbild des proximalen Femurs.

Die wichtigsten Aspekte der Morphologie des proximalen Femurs sind bei den Ergebnisdarstellungen, Abbildung 3.9 und 3.8, abgebildet: mediale und laterale Kortikalis, intramedullärer Kanal, Wardsche Dreieck, metaphysäre kortikale Schale und die charakteristischen Dichteverteilungen in der Epiphyse. Unterschiede liegen im Detail und lassen sich teilweise durch das verwendete Finite Element Modell erklären. Dieses wird im Rahmen der Einbindung der Theorien in Finite Element Programme im nächsten Kapitel vorgenommen.

Die Studien von COWIN et al. [CALS93], HARRIGAN und HAMILTON [HH92] und WEINANS et al. [WHG92b] zeigen, daß durch eine Knochenumbautheorie der beschriebenen Art Diskontinuitäten der Dichteverteilung an Stellen existieren, an denen kontinuierliche Verteilungen klinisch beobachtet werden. In CARTER et al. [COF89] kann beobachtet werden, wie die dort eingeführte Methode zu einer Situation führt, in der viele Elemente komplett resorbiert oder gesättigt sind. Alle Untersuchungen führten zu einer ähnlichen diskontinuierlichen Dichteverteilung. In den sogenannten far-field Regionen, welche den Bereich der Diaphyse charakterisieren, stimmten die beobachteten Diskontinuitäten mit der tatsächlich vorhandenen Morphologie überein. In den Untersuchungen von BEAUPRÉ et al. und WEINANS et al. werden in der Nähe der angreifenden Belastungen, near-field Regionen, alternierende Muster von hoher und niedriger Dichte beobachtet. Vornehmlich sind allerdings Regionen mit mittleren Dichten. JACOBS et al. [JLB⁺95] stellen eine

einfache Modifikation der Implementierung der Knochenumbautheorie in ein Finite - Element Programm vor, die die near-field Diskontinuitäten eliminiert und gleichzeitig die far-field Diskontinuitäten wiedergibt. Erreicht wird dieses, indem die Knotendichtewerte über das Elementinnere mit Hilfe der Formfunktionen interpoliert werden. Die Kontinuität des Dichteverlaufs über Elementgrenzen ist auf dem gleichen Weg, wie dieses für die Verschiebungen erreicht wird, sichergestellt.

Die von WEINANS et al. ermittelten Diskontinuitäten sind in Abbildung 3.11 exemplarisch dargestellt. Der Ausschnitt stellt ein „Schachbrettmuster“ dar. Bedingt durch den Postprozessor stellen sich die Dichteverteilungen als kontinuierliche Verläufe dar. Werden jedoch die Werte der Integrationspunkte ausgegeben, so werden die in Abbildung 3.11 dargestellten Diskontinuitäten sichtbar. Es stellt sich nun die Frage, ob dieses Problem aus der Finiten Element Formulierung des Modells oder aus dem Model selbst resultiert. Unter Verwendung von Elementen höherer Ordnung mit mehreren Knoten für das gleiche Modell und anderer Variationen konnte kein befriedigendes Ergebnis erzielt werden [WHG92b]. Die Beziehung $E = c\rho^\gamma$ zwischen dem Elastizitätsmodul und der Dichte übt einen erheblichen Einfluß auf die Stabilität aus. Die Wahl des Exponenten γ ist hierbei ausschlaggebend. WEINANS et al. ermittelten, daß für $\gamma < 1$ stabile und für $\gamma > 1$ instabile Ergebnisse erzielt werden [WHG92b]. Veränderungen wurden aufgrund dieser Erkenntnis am Modell nicht vorgenommen.

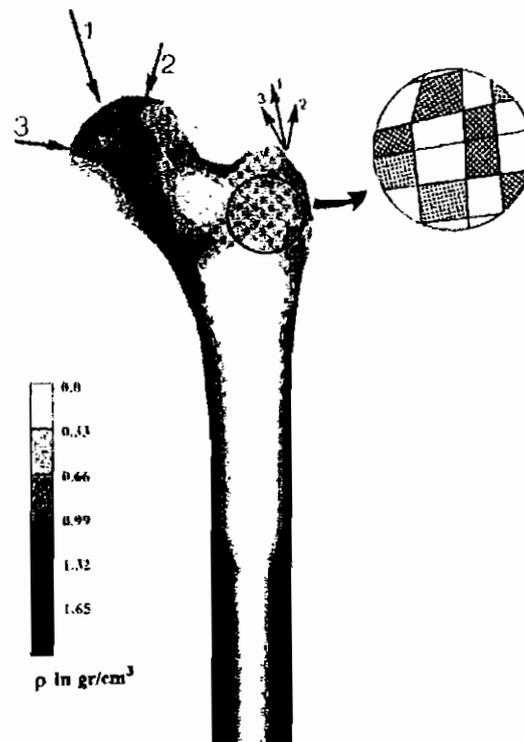


Abb. 3.11: Berechnete Dichteverteilung mit Hilfe der Theorie nach HUISKES et al. und Darstellung der Diskontinuitäten, nach [WHG92b].

Es stellt sich bei dieser Art der Modellierung die Frage, ob es bei der Porosität z. B. des trabekulären Knochens überhaupt zulässig ist den Knochen in einer solchen Form zu modellieren. Zwei Gruppen, VAN RIETBERGEN et al. [RWHO95], [RHW⁺95] und MÜLLER et al. [MR95], [MR96] haben die Kombination der dreidimensionalen Bildtechniken mit den Modellierungswerkzeugen genutzt, um Knochenstücke von 30.179 Tetraederelementen mit 7802 Knoten der Größe $3.6 * 3.4 * 3.4 \text{ mm}^3$ bis zu 540.217 Quaderelementen mit 956.686 Knotenpunkten für ein Trabekelstück der Größe $5 * 5 * 5 \text{ mm}^3$, vgl. Abbildung 3.12, darzustellen.

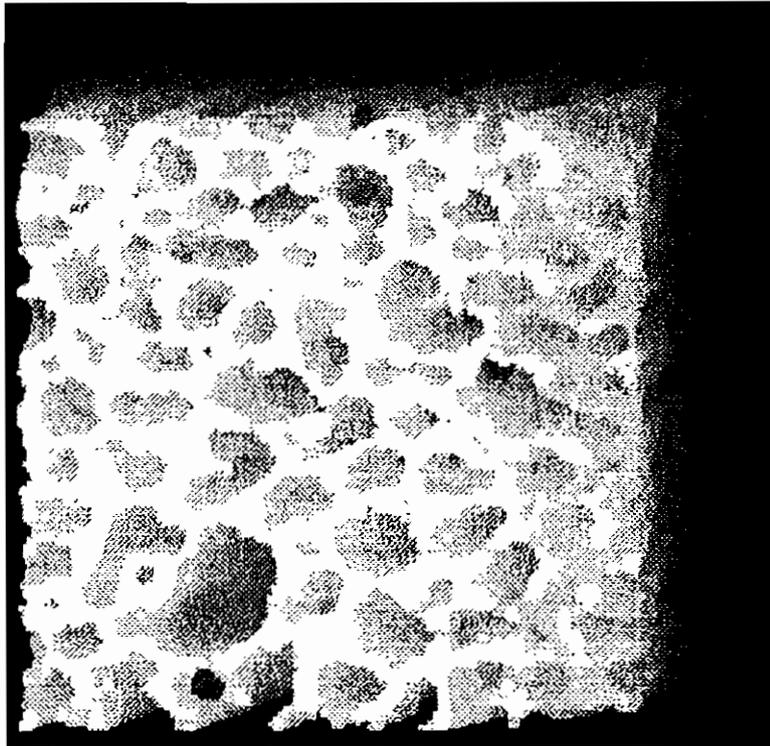


Abb. 3.12: FE - Modell eines trabekulären Knochenstücks, nach [RHW⁺95].

Die entsprechenden Größenordnungen der für dieses kleine Knochenstück benötigten Elemente und Knoten machen deutlich, daß bei gegebenen Computerressourcen ganze Knochen nur auf der Ebene eines verschmierten Kontinuums betrachtet werden können. Die mechanischen Variablen als auch die biologische Antwort müssen über den Raum gemittelt werden. Trotz der vorliegenden Schwierigkeiten liefern letztlich die befriedigenden Ergebnisse der Gruppe um HUISKES und der Stanford Gruppe die Rechtfertigung für die Anwendbarkeit der Modellierungsart.

RAKOTOMANANA et al. schlagen ein nicht-lineares Gesetz zur Beschreibung des Knochens vor, welches den Knochen in seiner Struktur als inhomogen und dessen Materialverhalten als transversal isotrop ansieht. Da ASHMAN et al. schon 1984 [ACVR84] zeigten, daß für

Knochen orthotrope Materialsymmetrie eine genauere Annahme als transversale Isotropie ist, ist lediglich gegen diese einschränkende Annahme Kritik vorzubringen. Wie im Kapitel „Biomechanische Betrachtung des physiologischen und pathologischen Femurs“ ausgeführt wurde, gilt die Annahme einer transversalen Isotropie mit guter Genauigkeit für kortikales Knochenmaterial der Diaphyse, nicht jedoch für die Spongiosa in den Bereichen der Meta- und Epiphyse. Der eingeführte Strukturtensor \mathbf{M} korrespondiert mit dem Cowinschen Gewebetensor \mathbf{H} , das bedeutet, daß er auf gleiche Art bestimmt werden muß. Somit wird die Beschränkung auf die Betrachtung der transversalen Isotropie letztlich verständlich. Sie stellt eine Reduktion der zu bestimmenden Größen dar. Die Entwicklung der Beziehungen für die Dehnungsenergiedichte $W(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E})$, den Spannungstensor $\mathbf{S}(\rho, \mathbf{M}, \mathbf{E})$ und den Steifigkeitstensor $\mathbf{C}(\rho, \mathbf{M})$ sind in [Boe87] auch für den orthotropen Fall nachzulesen. Den Zusammenhang zur Dichteänderung stellen RAKOTOMANANA et al. über den gleichen Zusammenhang her wie HUISKES et al. mit Gleichung 3.51 und die Stanford Gruppe mit Gleichung 3.37. Der eigens eingeführte Strukturtensor \mathbf{M} wird jedoch keiner Änderung unterzogen. Die Möglichkeit neben der Dichteentwicklung auch eine strukturelle, wenn auch nur eine transversal isotrope, Änderung der Materialsymmetrie vorzunehmen, wird in dieser Arbeit somit leider nicht genutzt. Eine Festlegung auf einen konkreten Stimulus erfolgt nicht. In Abbildung 3.13 ist ein Vergleich der Dichteverteilungen bei verschiedenen verwendeten Stimuli dargestellt. Angewendet wurde deren Modell auf ein Knochen - Implantat - System.

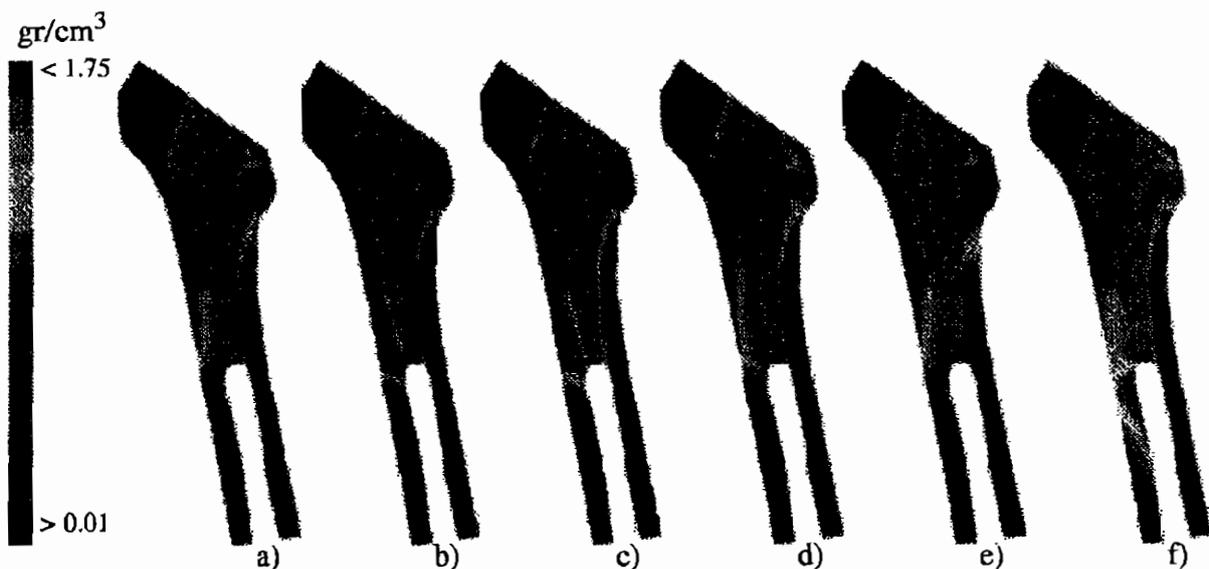


Abb. 3.13: Berechnete Dichteverteilung des Knochen - Implantat - Systems unter Verwendung verschiedener Stimuli und unterschiedlicher Koeffizienten, nach [TRRL95].

Entsprechend den Untersuchungen von FYHRIE und CARTER [FC90] konnten auch RAKOTOMANANA et al. keinen signifikanten Unterschied in der aus der Verwendung von unterschiedlichen Stimuli resultierenden Dichteverteilung feststellen. Die in Abbildung 3.13a,

b und c verwendeten Stimuli sind: Fließspannung, Dehnungsenergiedichte und Schubspannung. Gegenüber Abbildung 3.13a ist in d die Prothese steifer, in e im proximalen Teil ein höherer Reibungskoeffizient gewählt worden und in f ist der in a dargestellte Fall unter dem Einfluß von Muskelkräften dargestellt. Während die Abbildung a bis e sich sehr ähneln, liegt in Abbildung f eine deutlich andere Dichteverteilung vor. Dieses deutet auf die Wichtigkeit der Kenntnis der tatsächlich vorliegenden Belastungen hin.

In der ursprünglichen Stanford Theorie wird keine Evolutionsgleichung angegeben, sondern ein Evolutionsgesetz, welches die Dichte in Beziehung zur Steifigkeit setzt. Die Arbeit von JACOBS et al. stellt eine Erweiterung der in der Stanford Gruppe von BEAUPRÉ et al. eingeführten zeitabhängigen Knochenumbautheorie dar. Neben der für den isotropen Fall verwendeten Beziehungen 3.35 und 3.37 geben JACOBS et al. eine anisotrope Evolutionsgleichung für den Steifigkeitstensor \mathbf{C} an. Der Steifigkeitstensor wird additiv in einen isotropen Anteil zur Beschreibung der Dichteänderung und in einen anisotropen Anteil zur Beschreibung der Entwicklung der Ausrichtung des Materials aufgespalten. Diese Aufspaltung verursacht jedoch erhebliche Probleme.

Es besteht z.B. keine Garantie, daß das Material für alle Spannungszustände während der Simulation zufälliger Dauer positiv definit sein wird. Da alle physikalisch sinnvollen Materialformulierungen positiv definit sein müssen [Fun77], muß die Formulierung 3.64 dem gerecht werden. Ist z. B. die Belastung in eine Richtung relativ zu den anderen geringer, so daß der Abbau von Steifigkeit in diese Richtung die isotrope Komponente überschreitet, so verhindert die Formulierung nicht eine negative Steifigkeit, was energetisch unmöglich ist.

Wie in Kapitel 3.5 beschrieben, wird im Falle des hydrostatischen Spannungszustands die anisotrope durch die isotrope Formulierung dargestellt. Die theoretische Formulierung ist dergestalt, daß die anisotrope Komponente des Evolutionsgesetzes verschwinden wird ($\dot{\mathbf{C}}_{\text{aniso}} = 0$). Theoretisch soll die isotrope Komponente der Steifigkeitsentwicklung äquivalent zur isotropen Formulierung sein. In der ursprünglichen Stanford Theorie ist jedoch keine Evolutionsgleichung gegeben, sondern es wurde ein Evolutionsgesetz für die Dichte vorgeschlagen und über den Zusammenhang $E = c\rho^\gamma$ in Beziehung zur Steifigkeit gesetzt. Um jedoch die Struktur der Evolutionsgleichung zu erhalten, müssen die Ausdrücke im Materialmodell in bezug auf die Dichte differenziert werden. Die stückweise stetigen Funktionen 3.39 und 3.40 machen die Berechnung dieser Ableitungen unmöglich.

In der praktischen Anwendung wird dieses keine Bedeutung haben, da eine kleine Anzahl von Diskontinuitäten in der Evolutionsgleichung bedeutet, daß keine genaue Auswertung der Evolutionsgleichung an einer Diskontinuität erfolgt. Werden die Diskontinuitäten ignoriert, so gibt es ohne Rücksicht auf die Genauigkeit der numerischen Integration keine Möglichkeit der numerischen Integration der Evolutionsgleichung, um die Stanford Formulierung zu erhalten.

Eine Möglichkeit zur eingeschränkten Einführung dieser Formulierung kann über die Aktualisierung der Nachgiebigkeit anstelle der Steifigkeit vorgenommen werden. Jedoch nur für den Fall, daß sich die Steifigkeit überall reduziert. Positive Definitheit wird dann in der gleichen Weise wie in der isotropen Stanford Theorie sichergestellt. Ist jedoch die Belastung in eine Richtung relativ zu den anderen geringer, so daß der Abbau von Steifigkeit in diese Richtung die isotrope Komponente überschreitet, so verhindert die Formulierung nicht eine negative Steifigkeit.

Die von JACOBS et al. veröffentlichten Ergebnisse [JSBC95b] und [JSBC95a] zeigen keinen qualitativen Unterschied, unabhängig, ob zur Beschreibung der anisotropen Steifigkeitsentwicklung Gleichung 3.72 oder Gleichung 3.73 verwendet wird. Die Dichteverteilung entspricht qualitativ der Verteilung, die mit Hilfe der isotropen Knochenumbautheorie der Stanford Gruppe ermittelt wurde, vgl. Abbildung 3.8 mit [JSBC95b] und [JSBC95a]. Vorteilhaft an der Formulierung ist, daß zur Beschreibung des anisotropen Materialverhaltens kein weiterer Parameter benötigt wird.

Abschließend sei angemerkt, daß aufgrund der zahlreichen Parameter der vorgestellten Modelle letztlich die geschickte Wahl dieser über den Erfolg der Simulation entscheidet. Die Möglichkeit dieser Knochenumbautheorien, die beobachtbare Morphologie zu rekonstruieren, beweist nicht, daß diese Formulierung auch die zelluläre Ebene beschreiben kann. Sie scheint aber einige Aspekte der Mechanismen aufzuzeigen, die aktiv sind.

3.7 Modellentwicklung der anisotropen Evolution des Steifigkeitstensors zur Beschreibung des adaptiven Knochenumbaus

Die Beschreibung des Materialverhaltens der am Femur beteiligten Strukturen ist außerordentlich kompliziert, so sind für den Fall des Knochengewebes biologische Materialien in der Regel mikrostrukturiert und elastisch anisotrop. Voraussetzung zur Beschreibung des Materialverhaltens mikrostrukturierter Materialien in einem FE - Modell ist die Ermittlung von Zusammenhängen, mit denen Inhomogenitäten homogenisiert werden und ein homogenes Ersatzmaterial definiert wird. Diese Kennwerte wie Dichte, Elastizitätsmodul oder Querkontraktionszahl entsprechen den scheinbaren (apparenten) Kennwerten des inhomogenen Materials. Dabei wird, obwohl der mikrostrukturelle Aufbau des betrachteten Materials sehr komplex ist, ein Volumenelement im Sinne einer kontinuumsmechanischen Modellbildung betrachtet. Dieses Volumenelement muß groß genug sein, um die mikrostrukturellen Unterschiede zu verschmieren, aber auch klein genug sein, um es als Punkt im Sinne der Kontinuumsmechanik ansehen zu können.

Die Umbauprozesse im kompakten Knochen der Kortikalis der langen Röhrenknochen ha-

ben eine wachstumsbedingte Ausrichtung der Struktur zur Folge. Grundlage ist der Feinbau der Kompakta aus Haversschen Systemen, die parallel zur Knochenachse ausgerichtet sind. In Richtung eben dieser Achse zeigt die Kompakta orthotropes Materialverhalten.

In der Spongiosa tritt der Einfluß des Strukturverhaltens der Knochengrundsubstanz auf das Materialverhalten zurück. Die Spongiosa kann als dreidimensionales Balken - Tragwerk gekennzeichnet werden. Eigenmasse und Steifigkeit dieses Tragwerkes sind hinsichtlich des physiologischen Belastungsbereiches strukturoptimiert. Die Trabekelstruktur orientiert sich an den Hauptspannungstrajektorien [RR96].

Das Materialverhalten der Spongiosa in einem Punkt ist charakterisiert durch

- die Ausrichtung der Struktur
- die absolute Größe der Steifigkeit in einer Hauptrichtung sowie
- die Relation der Steifigkeiten in den anderen Hauptrichtungen zu dieser [RR96].

Dementsprechend ergeben sich bei der Formulierung des Elastizitätstensors Varianten der Darstellung des Materialverhaltens der Spongiosa im Modell, die den Grad der Idealisierung kennzeichnen.

- Es ist zu unterscheiden, ob das Materialverhalten als isotrop oder anisotrop beschrieben wird. Die Annahme orthotropen Materialverhaltens setzt als Grundproblem die Definition der Hauptrichtungen voraus.
- Es ist zu unterscheiden, ob bei festen Relationen der Elemente im Elastizitätstensor zueinander die absolute Größe eines seiner Elemente korrelierend mit einem Strukturkennwert (z. B. der Dichte) variiert oder als fest angenommen wird.
- Es ist zu unterscheiden, ob bei Annahme orthotropen Materialverhaltens die Verhältnisse der Elemente im Elastizitätstensor korrelierend zu den Relationen der Hauptspannungen variiert werden.

Aus der Beschreibung der Einzelphänomene von Spongiosa und Kortikalis lassen sich die Ziele für die Entwicklung eines kombinierten Knochenmodells ableiten [Wen97a], [Wen97b]. Dieses Modell soll in der Lage sein:

- einen **Flächenumbau** zu beschreiben, der die Veränderung der Knochengeometrie aufgrund der Osteoblasten- & Osteoklastenaktivitäten darstellt,
- einen **Dichteumbau** zu beschreiben, der die Änderung in den elastischen Eigenschaften des Knochens aufgrund von Hydroxylapatiteinlagerungen in die Kollagenfasermatrix darstellt und

- die Beschreibung der **Umorientierung der inneren Struktur** aufgrund der Ausrichtung der Spongiosabälkchen bzw. der Beschreibung der Umorientierung der Knochenlamellen entlang der Hauptbeanspruchungsrichtung vorzunehmen.

Da viskoelastische Effekte nur bei hohen Dehnungsraten auftreten und mit Hilfe dieses Modells Veränderungen der Knochenstruktur aufgrund von veränderten mechanischen Randbedingungen beschrieben werden sollen, können diese Effekte vernachlässigt werden, vgl. a. Kapitel 2.3.

Ansatz der Beschreibung bildet ein hypoelastisches Stoffgesetz der Form

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}(\rho, \boldsymbol{\sigma}) d\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (3.88)$$

Der, das Stoffgesetz charakterisierende, Steifigkeitstensor \mathbf{C} ist abhängig von den inneren Zuständen. Er setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:

- aus einem skalaren Wert, der proportional zur Dichte ist und die Einlagerungen des Kalziumapatits in die Kollagenfasern beschreibt, und
- einem anisotropen Anteil, der die Ausprägung der inneren Struktur berücksichtigt.

Berücksichtigt man, daß das Material eine wie auch immer geartete Ausrichtung besitzt und bei der Beschreibung der Evolution des Knochens Material aufgebaut als auch, bis zum Verschwinden, abgebaut werden kann, so macht eine Funktion in Form eines Produktansatzes Sinn.

$$\mathbf{C}(\rho, \boldsymbol{\sigma}) = f(\rho) \cdot \mathbf{C}_\sigma(\boldsymbol{\sigma}) \quad (3.89)$$

Liegt kein Material vor, so ist die Funktion in Abhängigkeit der Dichte $f(\rho)$ und damit der Steifigkeitstensor \mathbf{C} gleich Null. Andernfalls unterliegt das Material einer zunächst beliebigen Ausrichtung, die sich aus den Hauptspannungsrichtungen ergeben soll.

Die Evolutionsgleichung des Steifigkeitstensors $\dot{\mathbf{C}}$ läßt sich dann wie folgt angeben.

$$\dot{\mathbf{C}}(\rho, \boldsymbol{\sigma}) = \dot{f}(\rho) \cdot \mathbf{C}_\sigma(\boldsymbol{\sigma}) + f(\rho) \cdot \dot{\mathbf{C}}_\sigma(\boldsymbol{\sigma}) \quad (3.90)$$

Der Steifigkeitstensor $\mathbf{C}(\rho, \boldsymbol{\sigma})$ soll zu Beginn der Entwicklung isotrope Materialeigenschaften aufweisen. Somit gilt als Anfangsbedingung:

$$\mathbf{C}_{t=0}(\rho, \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{C}_{\sigma t=0} = \mathbf{C}_{iso} \quad (3.91)$$

Die guten Erfahrungen mit der zeitabhängigen, von BEAUPRÉ et al. entwickelten, isotropen Stanford Theorie und der Theorie der HUISKES Gruppe werden zur Entwicklung

der Funktion $\dot{f}(\rho)$ genutzt. Die zeitliche Änderung der Funktion $f(\rho)$ ist abhängig vom Spannungstensor, dem Dehnungstensor und der Dichte selbst. Es gilt:

$$\frac{df(\rho)}{dt} = F(\boldsymbol{\sigma}(x, y, z, t), \boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z, t), \rho(x, y, z, t)). \quad (3.92)$$

Genutzt wird entsprechend den Ausführungen in Kapitel 3.2 das Knochenumbausignal nach BEAUPRÉ [BOC90b]:

$$e = \Psi_t - \Psi_t^* = \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho}\right)^2 \left(\sum_{i=1}^N n_i \left[\sqrt{E\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}}\right]_i^m\right)^{1/m} - \Psi_t^*. \quad (3.93)$$

Aus dem errechneten Signal e wird mit Hilfe von Abbildung 3.3 die Umbaugeschwindigkeit der Oberflächen \dot{r} bestimmt. Wie den Ausführungen zur Stanford Theorie und den Ausführungen von MARTIN, vgl. Kapitel 2.3, zu entnehmen ist, steht das Potential für eine Dichteänderung in Relation zu der zur Verfügung stehenden Knochenoberfläche. Anwendung findet Gleichung 3.34. Für die Änderung des Proportionalitätsfaktors in Form der Funktion $\dot{f}(\rho)$ gilt dann:

$$\frac{df(\rho)}{dt} = \dot{r} S_v. \quad (3.94)$$

Unter der Annahme, daß der resorbierte und der neu angelagerte Knochen voll mineralisiert sind und damit eine Dichte von $\hat{\rho}$ besitzen, ergibt sich nach Gleichung 3.35 die Dichteänderung zu:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{df(\rho)}{dt} \hat{\rho}. \quad (3.95)$$

Zur Entwicklung der Ausprägung bzw. Ausrichtung der inneren Struktur wird der hierzu verwendete tensorielle Anteil $\dot{\mathbf{C}}_\sigma$ abhängig vom aktuellen Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$ und dessen Hauptspannungsrichtungen definiert. Hierzu ist das folgende Eigenwertproblem zu lösen:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i = \sigma_i \mathbf{n}_i, \quad \text{für } i = 1, 2, 3. \quad (3.96)$$

Zur Bestimmung der Hauptspannungen σ_i wird das charakteristische Polynom

$$\det(\boldsymbol{\sigma} - \sigma_i \mathbf{I}) = 0 \quad (3.97)$$

gelöst. Die Eigenvektoren werden bestimmt, indem man für jede Hauptspannung σ_i das homogene Gleichungssystem

$$(\boldsymbol{\sigma} - \sigma_i \mathbf{I}) \mathbf{n}_i = 0. \quad (3.98)$$

löst. Jede nicht - triviale Lösung \mathbf{n}_i ist Eigenvektor zu σ_i . Da dieses Vorgehen im Fall mehrfacher Eigenwerte keine eindeutigen Eigenvektoren ergibt, erfolgt zur Festlegung eindeutiger Eigenrichtungen die Formulierung in den Eigenprojektionen \mathbf{P}_α , vgl. a. [Xia97]. Allgemein gilt:

$$\mathbf{P}_\alpha \mathbf{P}_\beta = \begin{cases} \mathbf{P}_\alpha, & \alpha = \beta, \\ 0, & \alpha \neq \beta, \end{cases} \quad \sum_{\alpha=1}^m \mathbf{P}_\alpha = \mathbf{I} \quad (3.99)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3 \neq \sigma_1 & : \mathbf{P}_i = \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \\ \sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3 & : \mathbf{P}_1 = \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1, \quad \mathbf{P}_2 = \mathbf{I} - \mathbf{P}_1 \\ \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 & : \mathbf{P}_1 = \mathbf{I} \end{aligned}$$

m ist gleich der Anzahl der verschiedenen Eigenwerte. Die Änderung des für die Beschreibung der Materialsymmetrie zuständigen Tensors ergibt sich damit zu:

$$\dot{\mathbf{C}}_\sigma = \sum_{i=1}^m \xi_i (\mathbf{P}_i \otimes \mathbf{P}_i). \quad (3.100)$$

Wie in Kapitel 2.2 ausgeführt, erfolgt im Fall des hydrostatischen Spannungszustands keine Neuausrichtung der Spongiosabälkchen. Dem wird in der Art Rechnung getragen, daß für den Fall, daß die Hauptspannungen gleich dem hydrostatischen Spannungszustand

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.101)$$

sind, das Fließgleichgewicht definiert wird. Das bedeutet, daß keine Veränderung der Ausrichtung vorgenommen wird. Ähnlich der Argumentation bei der Einführung der „dead zone“ wird auch hier ein Grenzbereich um die hydrostatische Spannung, beschrieben durch eine Grenzspannung σ_g , angenommen. Innerhalb dieses Bereiches findet keine Veränderung der Ausrichtung statt. Sollte die jeweilige Hauptspannung den Grenzwert $p + \sigma_g$ überschreiten, so soll in diese Richtung eine Versteifung erfolgen. Ein Abbau der Steifigkeit erfolgt, wenn die Hauptspannung die Grenze $p - \sigma_g$ unterschreitet. Die Rate des Knochenauf- bzw. -abbaus kann durch die Parameter δ_1 und δ_2 festgelegt werden. Durch die Wahl von unterschiedlichen Parametern kann gleichzeitig berücksichtigt werden, daß Knochenabbau progressiver als Knochenaufbau verläuft [Par84]. Das Verhalten wird sowohl für Zug- als auch für Druckspannungen gleich angesetzt. Der Zusammenhang ist in Abbildung 3.14 dargestellt und wird über ξ_i nach Gleichung 3.102 gesteuert.

$$\xi_i = \begin{cases} \delta_1 |\sigma_i - p| \operatorname{sign}(\sigma_i - p) & \text{für } |\sigma_i| > |p + \sigma_g| \\ 0 & \text{für } |p - \sigma_g| \leq |\sigma_i| \leq |p + \sigma_g| \\ \delta_2 |\sigma_i - p| \operatorname{sign}(\sigma_i - p) & \text{für } |p - \sigma_g| < |\sigma_i| \end{cases} \quad (3.102)$$

Außerhalb des Fließgleichgewichts werden durch Euler-Integration der aktuelle, zur vorliegenden Dichte proportionale Faktor $f(\rho)$ und die aktuelle veränderte innere Struktur $C_\sigma(\sigma)$ bestimmt.

$$f(\rho) |_{t+\Delta t} = f(\rho) |_t + \dot{f}(\rho) \Delta t. \quad (3.106)$$

$$C_\sigma(\sigma) |_{t+\Delta t} = C_\sigma(\sigma) |_t + \dot{C}_\sigma(\sigma) \Delta t \quad (3.107)$$

Die Dichte ρ kann nur Werte in ihren natürlichen Grenzen

$$0 \leq \rho \leq \rho_{kortikal} \quad (3.108)$$

annehmen. Unter Plausibilitätsbetrachtungen muß damit für alle Zeiten

$$f(\rho) |_t \geq 0 \quad (3.109)$$

gelten.

Damit ist Gleichung 3.89 immer positiv definit, wodurch der Ansatz physikalisch sinnvolle Steifigkeiten produziert. Der von FYHRIE und CARTER [FC86] eingeführte statische Zusammenhang $E = b\rho^\gamma$, der nach WEINANS et al. die Stabilitätsprobleme verursacht, wird nur zur Bildung der Anfangsbedingung benutzt. Zu Beginn der Simulation wird eine Anfangsdichte festgelegt, aus der über obige Beziehung der Elastizitätsmodul und letztlich mit einer konstanten Querkontraktionszahl der isotrope Steifigkeitstensor gebildet wird. Im weiteren Verlauf der Simulation wird diese Beziehung nicht mehr benötigt.

4. Numerische Anwendungen der adaptiven Umbautheorien

Sowohl die Einbindung der Stanford Methode in ein Finite Element Programm als auch die Einbindung des eigens entwickelten Modells werden in diesem Kapitel vorgestellt und anhand eines zweidimensionalen Knochenmodells, eines zweidimensionalen Knochen - Implantat Modells und anhand eines dreidimensionalen Femurmodells diskutiert. Desweiteren wird gezeigt, daß die vorgestellte Evolutionsgleichung zur Strukturoptimierung von technischen Konstruktionen genutzt werden kann.

4.1 Numerische Umsetzung der Modelle zur Knochenumbautheorie

Im Rahmen dieses Kapitels wird die Umsetzung des Modells zur Entwicklung der anisotropen Evolutionsgleichung und damit implizit auch der isotropen Stanford Theorie in das kommerzielle Finite Element Programm MARC (Analysis Research Corporation, Palo Alto, Ca) vorgestellt. Die Implementierung wird über mehrere User - Schnittstellen vorgenommen, deren Nutzung, soweit nötig, im Anhang A.2 kurz vorgestellt wird. Auf das verwendete Lösungsverfahren der Finite Elemente wird hier nicht näher eingegangen, hierzu sei auf die Literatur [Gal76] und [Bat90] verwiesen. Die Umsetzung des, der Finite Elemente Formulierung zugrunde liegenden Prinzips der virtuellen Verschiebung, geschieht mit Hilfe des isoparametrischen Konzepts. Dieses Konzept besagt, daß sowohl die Elementkoordinaten als auch die Elementverschiebungen mit denselben Formfunktionen interpoliert werden. Die Approximation der Verschiebung wird i. A. mit Polynomen realisiert, da diese leicht zu differenzieren sind. Eine grundsätzliche Anforderung an die Ansatzfunktionen besteht darin, daß vollständige Polynome verwendet werden. Darüberhinaus müssen die Funktionen die wesentlichen (geometrischen) Randbedingungen erfüllen. Die natürlichen (statischen) Randbedingungen werden im integralen Sinn erfüllt. Der Grad der Polynome richtet sich nach der höchsten Ableitung m im Funktional des Variationsproblems. Die Ansatzfunktionen, die auch Formfunktionen genannt werden, müssen die Randbedingungen bis zur Ordnung $m - 1$ erfüllen. Man spricht dann von einem C^{m-1} - Variationsproblem. Bei dem vorliegenden Variationsproblem ist eine C^0 - Stetigkeit erforderlich.

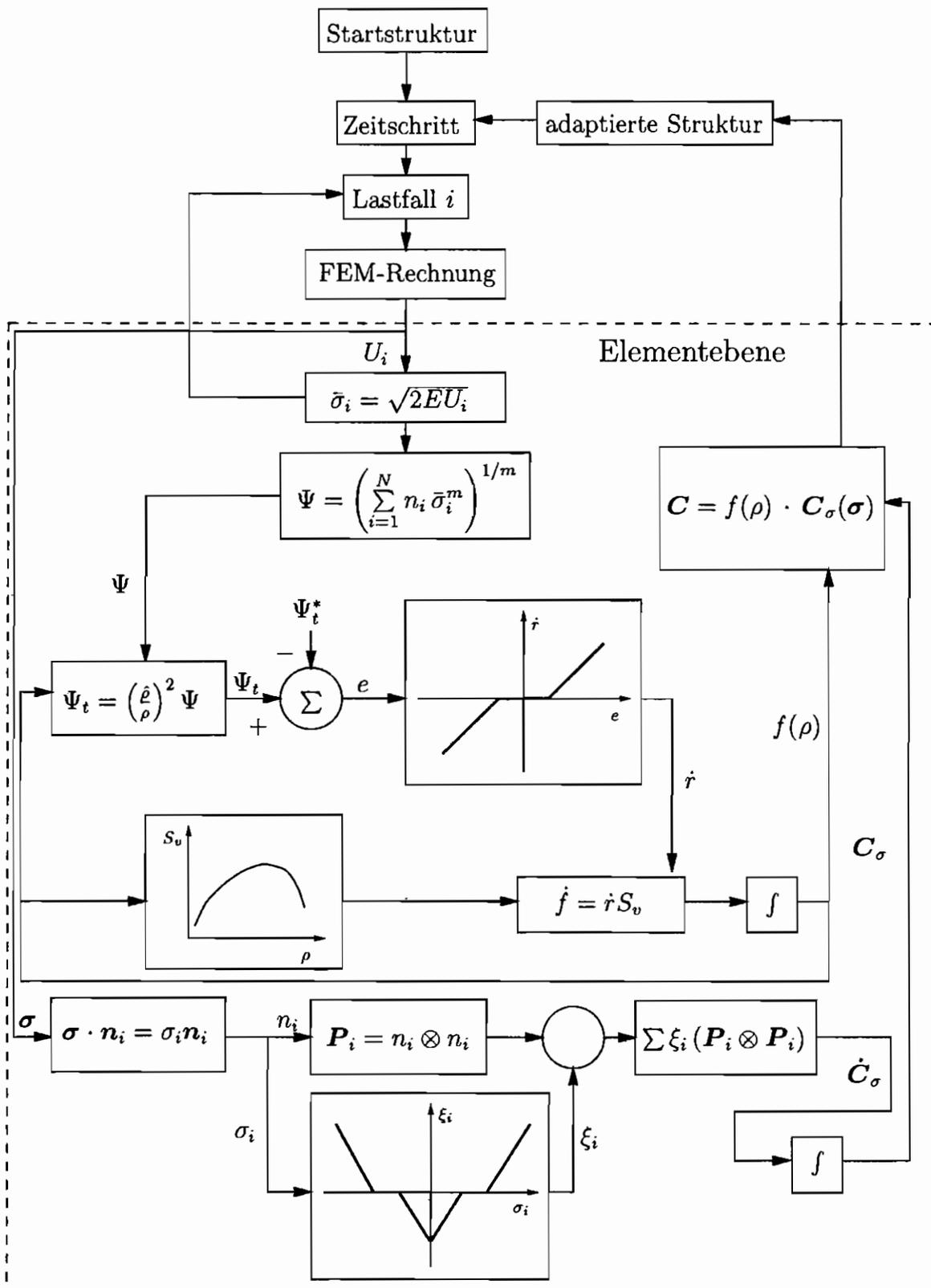


Abb. 4.1: Blockdiagramm zur Beschreibung des anisotropen Evolutionsmodells.

Der Einbau der benutzereigenen Strukturen findet auf Elementebene statt, so daß für den Anwender der Zusammenbau der Elementmatrizen, die Lösung des Gleichungssystems und die Speicherplatzverwaltung im Hintergrund steht. Dem modular aufgebauten Programm müssen durch den Benutzer die jeweilige Elementsteifigkeitsmatrix und der aktuelle Spannungszustand zur Verfügung gestellt werden.

Die im Blockdiagramm 4.1 im gestrichelten Kasten angegebenen Beziehungen kennzeichnen das nichtlineare anisotrope Verhalten, welches in den User - Subroutinen umgesetzt wurde. Die Startstruktur besteht aus dem jeweiligen Finite Element Netz und einer beliebigen Anfangsdichte innerhalb der physiologischen Grenzen. Umfangreiche Untersuchungen haben ergeben, daß die Startdichte keinen Einfluß auf das Ergebnis der Dichteverteilung besitzt [WL97]. Um jedoch numerische Schwierigkeiten bei einer kompletten Resorption eines Elementes zu vermeiden, d. h. die Elementdichte liegt bei Null, wurde die minimale Dichte auf $\rho = 0,05g/cm^3$ gesetzt. Die maximal erreichbare Dichte ist die des kortikalen Knochens bei $\rho = 1,95g/cm^3$. Bei der Bestimmung des Steifigkeitstensors der Startstruktur wird zunächst auf die Beziehungen 3.39 und 3.40 zurückgegriffen, indem für den ebenen Verzerrungszustand der isotrope Steifigkeitstensor zum Zeitpunkt $t = 0$ in der Form

$$C_{iso} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

gebildet wird. Im dreidimensionalen Fall ergibt sich:

$$C_{iso} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & & & \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & & & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & & & \\ & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & & \\ 0 & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Dabei sind der Spannungs- und der Verzerrungstensor in Vektorform wie folgt aufgebaut:

$$\sigma = (\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{23} \ \sigma_{13})^T \quad (4.3)$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \varepsilon_{12} \ \varepsilon_{23} \ \varepsilon_{13})^T. \quad (4.4)$$

Die Belastung der Modelle des proximalen Femurs durch Muskel- und Gelenkkräfte soll durch ausgewählte Belastungsfälle, die den täglichen Belastungen des Knochens entsprechen, beschrieben werden. Wie in Kapitel 2.4 beschrieben, gestaltet sich die Bestimmung der real auftretenden Kräfte sehr schwierig. Um eine Vergleichbarkeit gegenüber den Ergebnissen der Stanford Gruppe und der Gruppe um HUISKES zu gewährleisten und in Anbetracht fehlender Meßergebnisse der Belastungskollektive wird auf die in Tabelle A.1

dargestellten Belastungen zurückgegriffen. Diese wurden schon in den Arbeiten der genannten Gruppen benutzt. Lastfall eins repräsentiert den Einbeinstand nach Pauwels, Lastfall zwei und drei stellen Extremfälle der Abduktion bzw. Adduktion dar.

Da, wie bereits erwähnt, die Muskeln flächig mit dem Knochen verbunden sind und auch die Gelenkkräfte über Pressung flächig übertragen werden, sind die dargestellten Kräfte demnach die Resultierenden der Flächenlasten. In den in den nachfolgenden Kapiteln vorgestellten Untersuchungen wird das zweidimensionale Modell sowohl mit Einzellasten als auch mit Flächenlasten beaufschlagt. In Abbildung 4.2 ist beispielhaft sowohl die aufgebrachte Flächenlast als auch die Einzellast exemplarisch dargestellt.

Lastfall	Lastzyklen pro Tag	Gelenkkraft		Abduktorenkraft	
		Betrag	Richtung	Betrag	Richtung
1	5000	2317 N	24°	703 N	28°
2	2500	1158 N	-15°	351 N	-8°
3	2500	1548 N	56°	468 N	35°

Tabelle 4.1: Betrag und Richtung der einzelnen Kräfte der 3 Belastungsfälle. Die Winkelangaben sind im Bezug zur Vertikalen angegeben (positive Drehrichtung mit dem Uhrzeigersinn), vgl. [BOC90b].

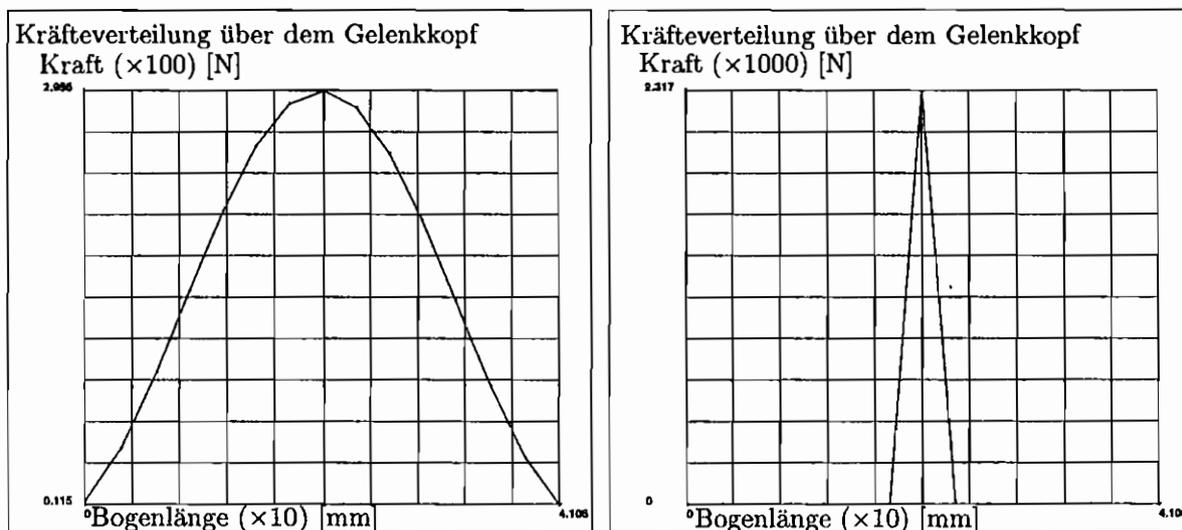


Abb. 4.2: Belastung des Femurkopfes mit Flächenlast (links) und mit Einzelkraft (rechts).

Allen Untersuchungen gemeinsam ist, daß der Stimulus ψ , der sich aus den über den Tag kummulierten Belastungen gemäß Gleichung 3.28 bestimmt, in der Form modifiziert wird, daß die Belastungen sequentiell anstatt simultan aufgebracht werden. Für die ausgewählten drei Belastungsfälle ist der Unterschied in den Abbildungen 4.3 und 4.4 dargestellt.

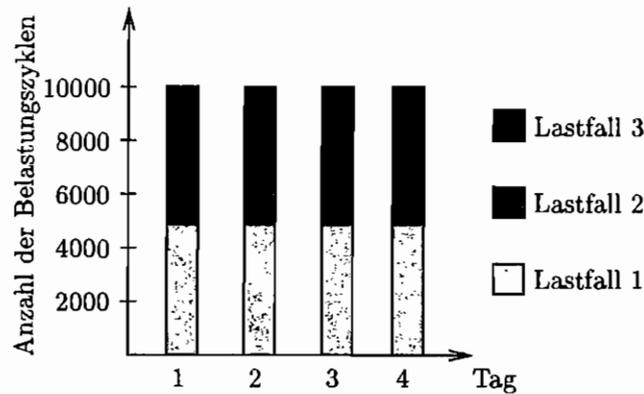


Abb. 4.3: Belastungsgeschichte bei simultaner Belastung.

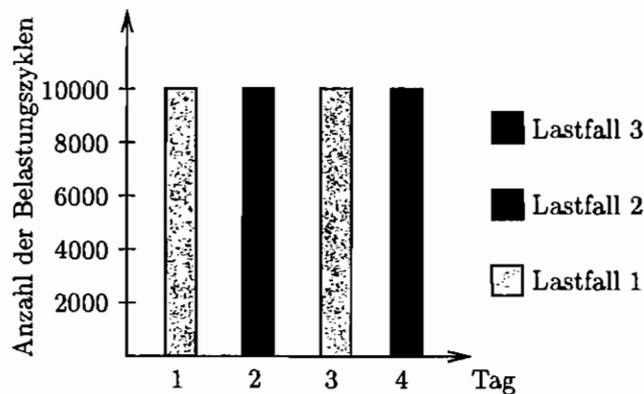


Abb. 4.4: Belastungsgeschichte bei sequentieller Belastung.

Es sei darauf hingewiesen, daß die beiden Belastungsarten nicht äquivalent zueinander sind, da der in Gleichung 3.28 definierte Stimulus nicht linear superponierbar ist.

$$\psi = \left(\sum_{i=1}^N n_i \bar{\sigma}_i^m \right)^{\frac{1}{m}} \neq \sum_{i=1}^N n_i^{\frac{1}{m}} \bar{\sigma} \quad (4.5)$$

Da die Dichteverteilung bei einer Belastungsgeschichte mit sequentieller aufgebrachtener Last zu guten qualitativen Ergebnissen führt und sich im Vergleich zur simultan aufgebrachtener Belastung eine Reduktion der Rechenzeit um ca. 75 Prozent ergibt, wird diese Näherung hingenommen.

In der Literatur wurden im Laufe der letzten 10 Jahre viele unterschiedliche zwei- und dreidimensionale Finite Element Modelle vorgestellt. Anhang A.1 liefert hierüber einen Überblick mit dem Hinweis auf die verwendete Form der Belastung und des Untersuchungsbereichs. Die in dieser Arbeit verwendeten zwei- und dreidimensionalen Modelle und die damit erzielten Ergebnissen werden in den folgenden Kapiteln diskutiert.

Das Programm ist derart ausgelegt, daß durch Wahl einer Identifikationsnummer die Berechnung der isotropen Stanford Theorie oder der anisotropen Evolutionstheorie des Steifigkeitstensors bestimmt wird. Im nächsten Kapitel wird die Analyse der Parametereinflüsse, aufgrund des wesentlich geringeren Rechenaufwands, anhand der isotropen Theorie vorgenommen.

4.2 FE - Simulation des 2 - D proximalen Femurmodells

Um einen guten Vergleich zu in der Literatur veröffentlichten Ergebnissen zu gewährleisten, wurde das zweidimensionale Finite Element Modell des proximalen Femurs dem von JACOBS et al. in [JLB⁺95] vorgestellten Modell nachgebildet.

Das mit dem Modell zu reproduzierende Ergebnis ist im Röntgenbild in Abbildung 3.10 dargestellt. Hier ist zu erkennen, daß sich im Bereich der Diaphyse sowohl medial als auch lateral Kortikalis befindet, während dazwischen der Markkanal vorliegt, der mit geringer bzw. keiner Dichteverteilung identifiziert wird. Somit besteht bei einem Schnitt durch die Diaphyse keine Verbindung zwischen medialer und lateraler Kortek, wodurch ein zweidimensionales Modell der Diaphyse faktisch aus zwei Balken besteht, die nicht miteinander verbunden sind. Besitzen diese Balken nicht ein und dieselbe neutrale Achse, so ist dieses Modell keine adäquate Abbildung der Realität. Erst das von HUISKES et al. vorgeschlagene Modell der Verbindung des mittleren Frontalschnittes des Femurs (Basisplatte) mit einer Kopie (Seitenplatte) dessen für den Bereich der Diaphyse schafft eine Verbindung der medialen und lateralen Kortikalis [HJS80]. In der Realisierung dieses Vorschlags wurden im vorliegenden zweidimensionalen Modell die beiden äußeren Knoten der Basis- und der Seitenplatte miteinander verbunden (Abbildung 4.5). Um den Effekt der Seitenplatte zu erhalten, werden die Elemente der Seitenplatte mit einem konstanten Elastizitätsmodul und einer konstanten Querkontraktionszahl belegt. Diese Elemente nehmen am Umbauprozess nicht teil. Um den Effekt der Seitenplatte zu demonstrieren, ist in Kapitel 4.2 die Dichteverteilung der Basisplatte sowohl mit als auch ohne Seitenplatte dargestellt.

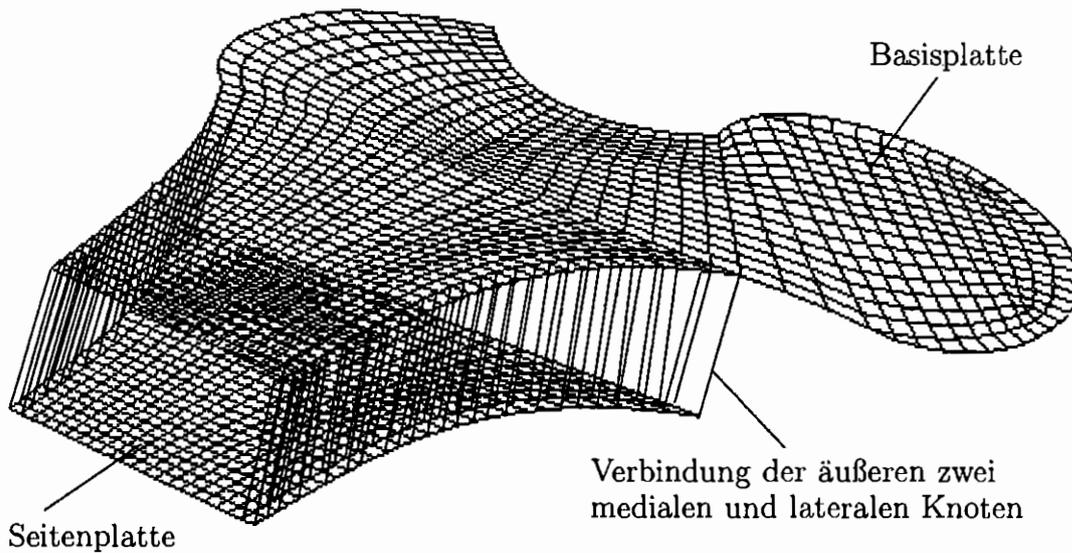


Abb. 4.5: Verbindung der Basisplatte mit der Seitenplatte.

Gemäß Abbildung 4.6 besteht die Basisplatte aus 1144 isoparametrischen Viereckelementen, die für den ebenen Verzerrungszustand ausgelegt sind. Die Elemente der Basisplatte haben eine Dicke von 40 mm. Das distale Ende des Modells wird wie in Abbildung 4.6 gelagert. Sämtliche Knotenpunkte der distalen Kante sind in y -Richtung unverschieblich. Zusätzlich ist die Verschiebung des distalen lateralen Knotens unterbunden. Die Seitenplatte besteht aus 588 isoparametrischen Viereckelementen. Diese nehmen nicht am Umbauprozess teil und werden mit einem Elastizitätsmodul von $E_{\text{Seitenplatte}} = 14500 \text{ MPa}$ und einer konstanten Querkontraktionszahl von $\nu = 0,32$ belegt. Das entspricht den Werten von kortikalem Knochenmaterial. Die Dicke nimmt in distaler Richtung zu.

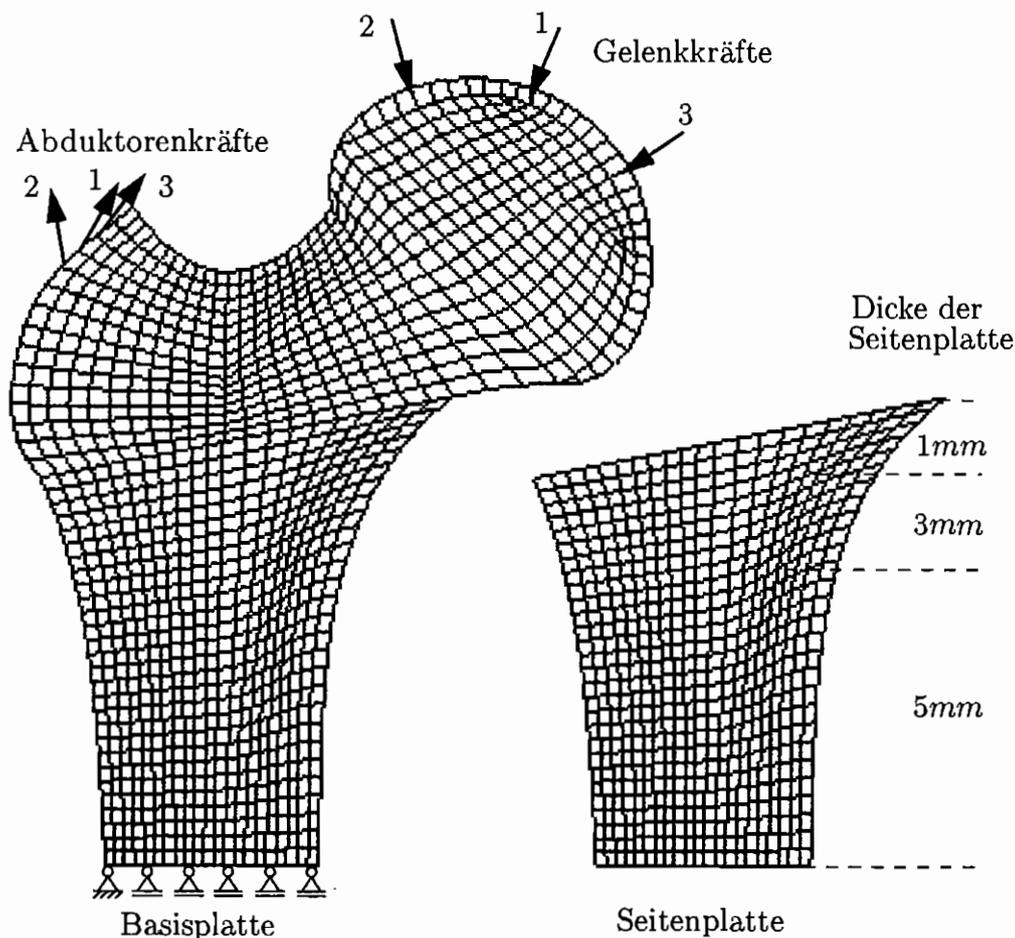


Abb. 4.6: Idealisertes zweidimensionales Modell des proximalen Femurs.

Es wurde mit zwei verschiedenen Elementtypen für den ebenen Verzerrungszustand gerechnet. Zum einen mit einem 4 - Knoten Element mit 4 Integrationspunkten, zum anderen mit einem 4 - Knoten Element mit reduzierter Integration (1 Integrationspunkt). Das Element mit 4 Integrationspunkten für die numerische Integration erweist sich als ungeeignet für die Berechnung bzw. Darstellung der Dichteverteilung. Die maximale Dichte beträgt in den Integrationspunkten der Elemente entsprechend der physiologischen Bandbreite $\rho_c = 1,92 \text{ g/cm}^3$, die minimale Dichte, um numerische Schwierigkeiten auszuschließen, beträgt $\rho_c = 0,05 \text{ g/cm}^3$. Bei der Darstellung der Dichte über die gesamte Struktur mit Hilfe der Formfunktionen werden diese Werte teilweise deutlich über- bzw. unterschritten. Der Grund dafür ist, daß die Dichtewerte der vier Integrationspunkte eines Elements besonders in den Randbereichen des Modells große Differenzen aufweisen können. Bei der Extrapolation werden dann Dichtewerte berechnet, die außerhalb des Definitionsbereiches liegen. Betrachtet man die Dichteverteilung nach 600 Tagen, so ergibt sich, daß der Verlauf der Dichte in vielen Bereichen sehr hohe Gradienten aufweist. Auch das in der Literatur häufig erwähnte Schachbrettmuster ist zu erkennen, vgl. Abbildung 4.7.



Abb. 4.7: Simulation der Dichteverteilung mit vier Integrationspunkten pro Element nach 10, 50, 100, 150, 300 und 600 Inkrementen.

Durch die Verwendung der reduzierten Integration konnten diese numerischen Probleme verhindert werden.

Das Ziel der Simulation ist die Berechnung der physiologischen Dichteverteilung im proximalen Femur. Die Bewertung der Simulation kann nur durch den qualitativen Vergleich mit Röntgenbildern oder computertomographischen Aufnahmen erfolgen. Als Vergleichsbilder dienen in dieser Arbeit im wesentlichen die Abbildungen 2.4, 2.7 und 3.10. Die innerhalb der physiologischen Bandbreiten zu wählenden Parameter spielen eine zentrale Rolle. Im Rahmen der Diskussion wird die Variation der Größe der „dead zone“ w , der Wert der Anfangsdichte ρ_i , der Exponent m , der Referenzwert für den Gewebespannungsstimulus Ψ_t^* sowie die Steigung c der Geraden im \dot{r}/Ψ_t^* -Diagramm durchgeführt. Das FE-Modell des Femurs kann mit oder ohne Seitenplatte ausgelegt sein. Die Ausgangsbasis der verwendeten Parameter sind den zitierten Arbeiten zu der Stanford Theorie entnommen. Sie sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt.

Parameter	Wert
min. Dichte ρ_0	0,05 g/cm ³
max. Dichte ρ_c	1,92 g/cm ³
Exponent m	4
Anfangsdichte ρ_i	0,57 g/cm ³
Referenzwert Gewebespannungsstimulus Ψ_t^*	50 MPa
dead zone w	12,5 MPa
Steigung c	0,2

Tabelle 4.2: Parameterwerte zum isotropen Stanford Modell.

In Abbildung 4.8a und b sind die Auswirkungen der Simulation unter Berücksichtigung und unter Vernachlässigung der Seitenplatte bei punktueller Lasteinleitung dargestellt. Nur durch die Implementierung der Seitenplatte bildet sich ein der Anatomie des Femurs entsprechender Markkanal aus. Die punktuelle Lasteinleitung liefert in der Nähe der Einleitung kortikale Dichtewerte. Das ist auf die hohen Spannungsgradienten in diesem Bereich zurückzuführen. Durch die der Realität entsprechende flächige Krafteinleitung (Abbildung 4.8c) werden die Belastungsspitzen an den Einleitungsstellen abgebaut. Die wesentlichen Strukturmerkmale des proximalen Femurs können abgebildet werden. Das sind u. a. die vom Gelenkkopf in den medialen Rand verlaufende Struktur hoher Dichte, der Bereich hoher Dichte, der vom lateralen Rand unterhalb des Trochanter major über den lateralen Rand des Schenkelhalses bis ins Zentrum des Gelenkkopfes verläuft und das Wardsche Dreieck mit geringer Knochendichte im Schenkelhals. Negativ ist zu beurteilen, daß die Dicke der Kortikalis nicht mit der Realität übereinstimmt. Desweiteren liegt keine kontinuierliche Verteilung vor. Die in Abbildung 4.8d dargestellte Dichteänderung weist einen stabilen gegen Null konvergierenden Verlauf auf.

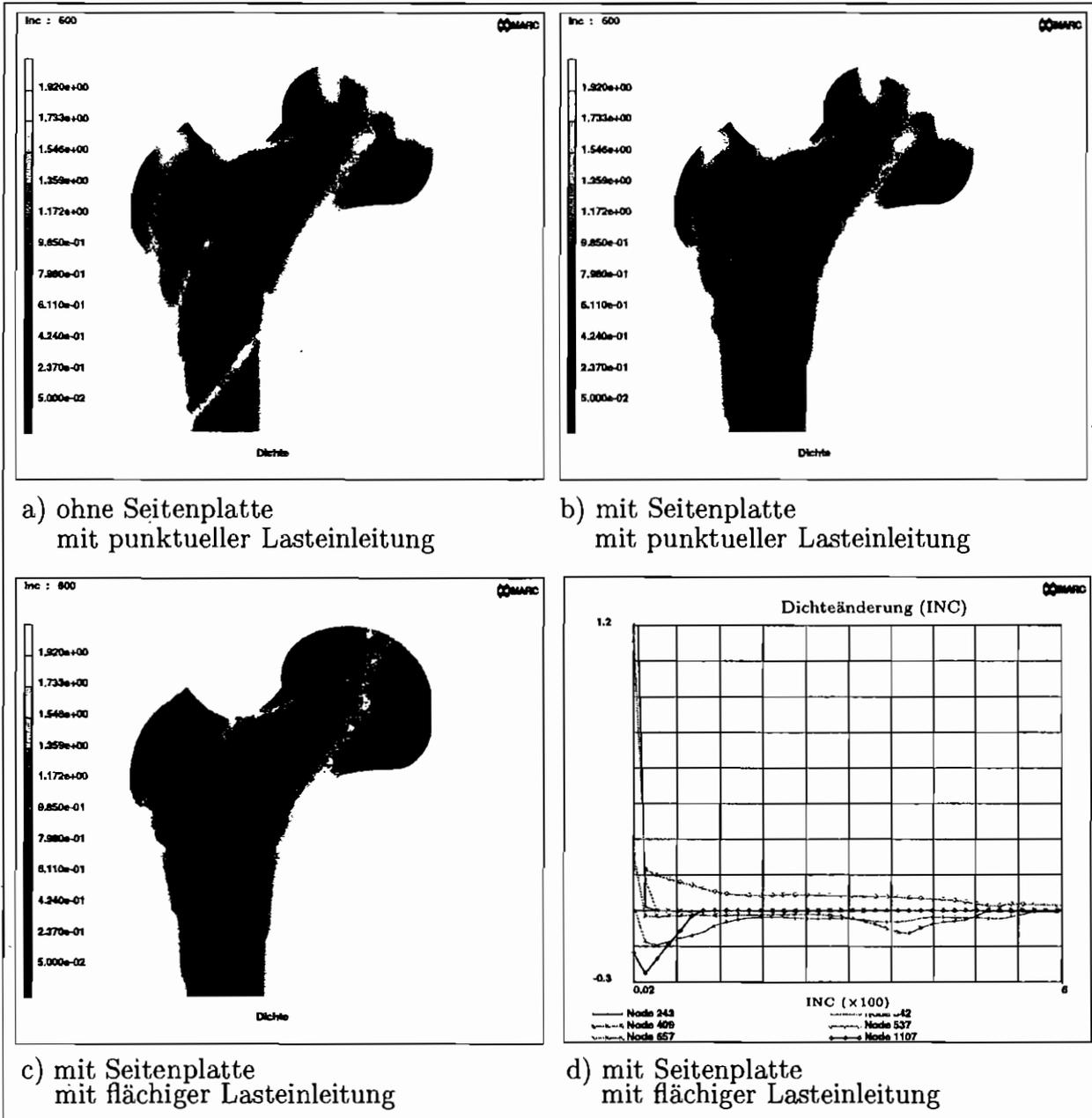


Abb. 4.8: Variationen des Finiten Element Modells und der Lasteinleitung.

Der in Abbildung 4.8c dargestellt Dichteverlauf stimmt mit den von der Stanford Gruppe erzielten Ergebnissen überein, so daß die Implementierung in MARC als erfolgreich angesehen werden kann. Wird bei diesem Modell die dead zone verkleinert oder zwischen ψ_t und \dot{r} ein linearer Zusammenhang angenommen, so bildet sich die Struktur im Bereich des Halses und des Kopfs permanent um. Die Simulation liefert nach 600 Inkrementen keine physiologisch erklärbaren Ergebnisse und keinen gegen Null konvergenten Verlauf (Abbildung 4.9b). Eine Vergrößerung der dead zone führt zu einem sehr stabilen Verlauf

mit konvergierender Lösung und allen anatomischen Merkmalen. Die dead zone, deren Einführung biologisch sinnvoll scheint, spielt somit eine erhebliche Rolle für die Stabilität des Modells, vgl. auch [WL97].

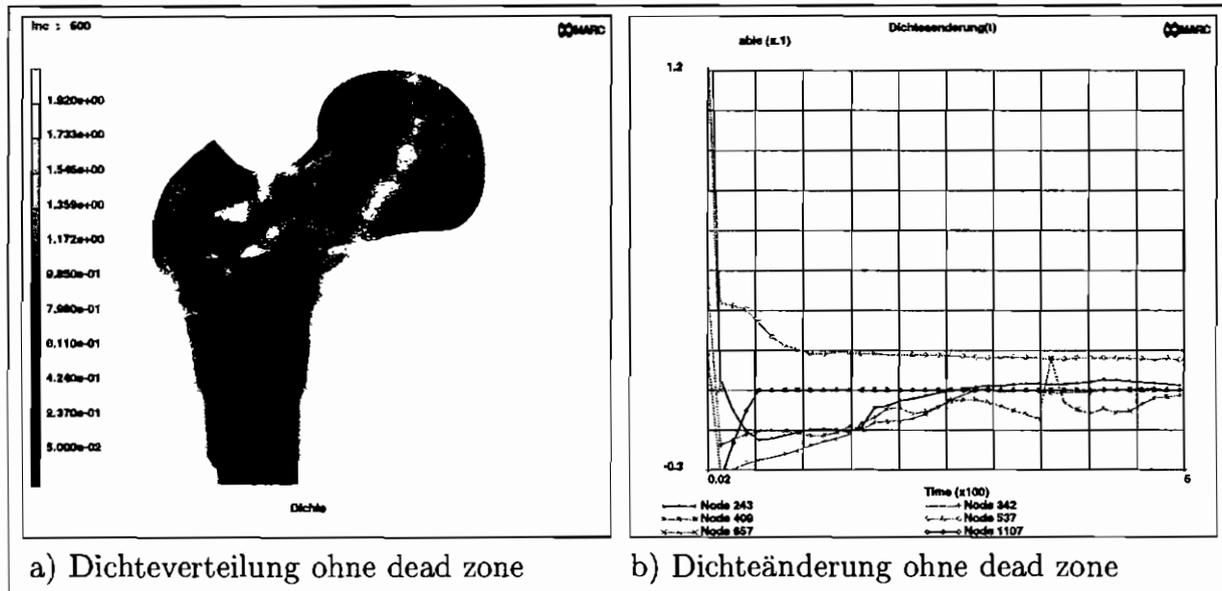


Abb. 4.9: Dichteverteilung und -änderung ohne dead zone.

Die Verringerung des Referenzstimulus hat im Vergleich zu Abbildung 4.8c positive Auswirkungen auf die Wandstärken der Diaphyse (Abbildung 4.10a); sie entsprechen eher einer physiologischen Situation. Es bildet sich jedoch ein Trabekel als Querstrebe im Markraum aus. Eine Erhöhung des Referenzstimulus, dargestellt in Abbildung 4.10b, liefert eine Struktur, die insgesamt ein zu niedriges Dichteniveau aufweist. Die kortikale Struktur der Diaphyse bildet sich nicht der physiologischen Struktur entsprechend aus.

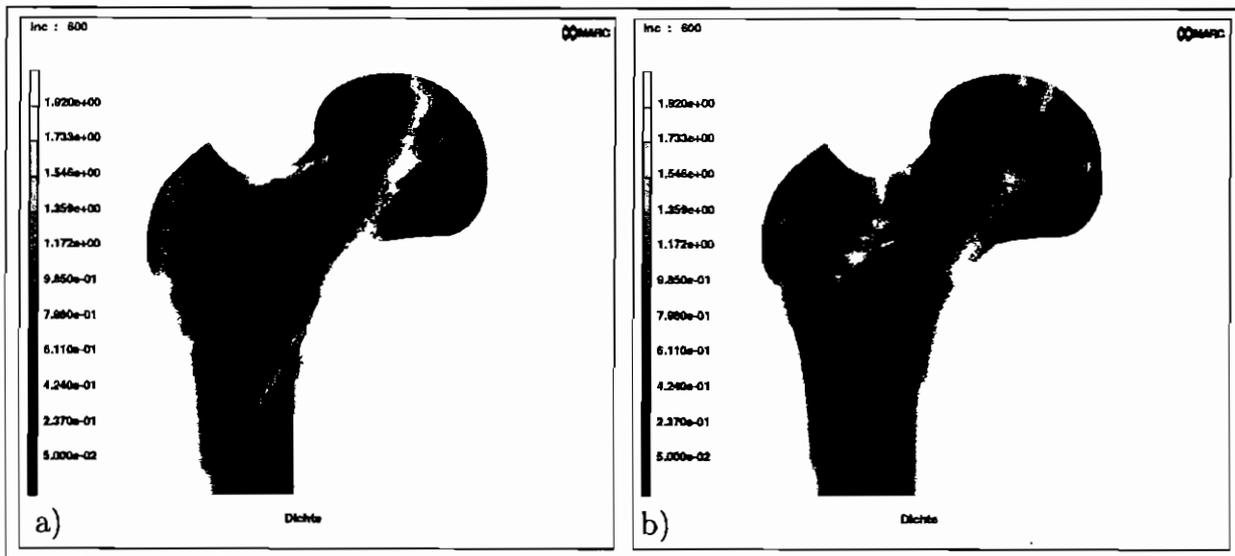


Abb. 4.10: Dichteverteilung für a) Verringerung von ψ_t^* und b) Erhöhung von ψ_t^* .

Für die angeblichen physiologischen Grenzbereiche $3 \leq m \leq 8$ zeigen Abbildung 4.11a und 4.11b, daß die Struktur für $m < 4$ auf einem viel zu hohen und $m > 4$ viel zu niedrigen Dichteniveau liegt. In weiteren Untersuchungen muß deshalb eine Verifikation der Materialparameter vorgenommen werden.

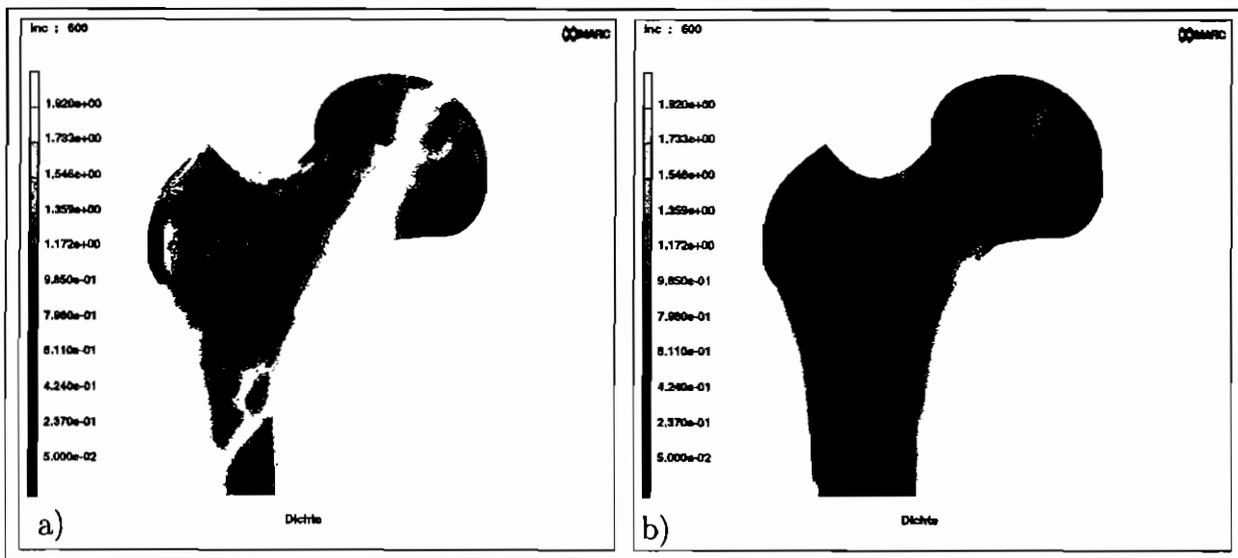


Abb. 4.11: Dichteverteilung für a) Verringerung von m und b) Erhöhung von m .

Die für das Stanford Modell vorgestellten Parametereinflüsse lassen sich auf die mit der anisotropen Evolutionsgleichung erzielten Ergebnisse übertragen. Aus diesem Grund werden im folgenden nur die mit der anisotropen Evolutionsgleichung erzielte Dichteverteilung

und für sechs ausgewählte Knoten die Dichteentwicklung und die Änderung der Dichteentwicklung betrachtet.

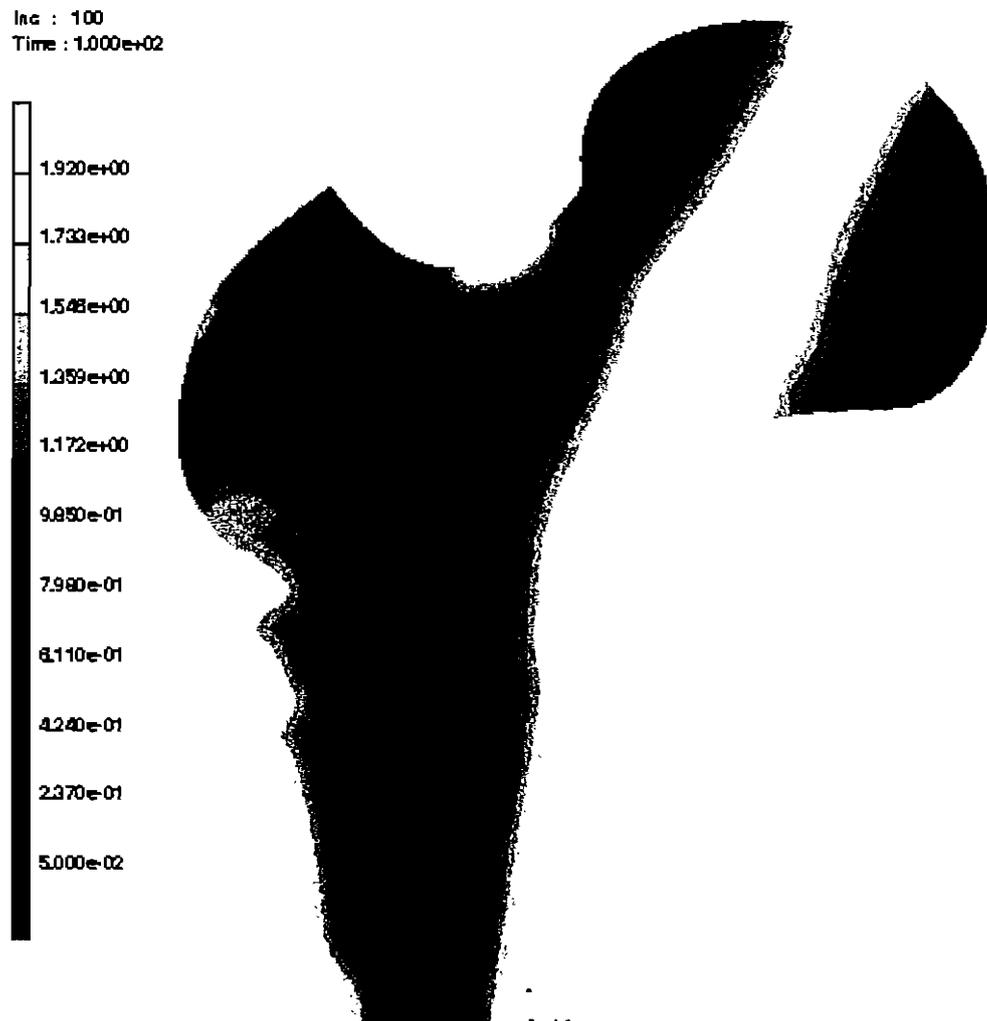


Abb. 4.12: Mit der anisotropen Evolutionsgleichung berechnete Dichteverteilung des proximalen Femurs.

Die mit Hilfe der anisotropen Evolutionsgleichung berechnete Dichteverteilung 4.12 liefert im Vergleich zum Röntgenbild 3.10 eine sehr gute Übereinstimmung. Die klassischen Merkmale des proximalen Femurs konnten nachgebildet werden. Der Verlauf hoher Dichte vom Kopf, durch den Hals in die Diaphyse sowie der Bereich hoher Dichte, der vom lateralen Rand unterhalb des Trochanter major über den lateralen Rand des Schenkelhalses bis ins Zentrum des Gelenkkopfes verläuft, und das Wardsche Dreieck im Bereich geringer Knochendichte im Schenkelhals sind gut erkennbar. Die Wandstärke der Diaphyse und der Markkanal sind entsprechend der Anatomie des Femurs realistisch ausgeprägt. Desweiteren liegen keine Diskontinuitäten vor.

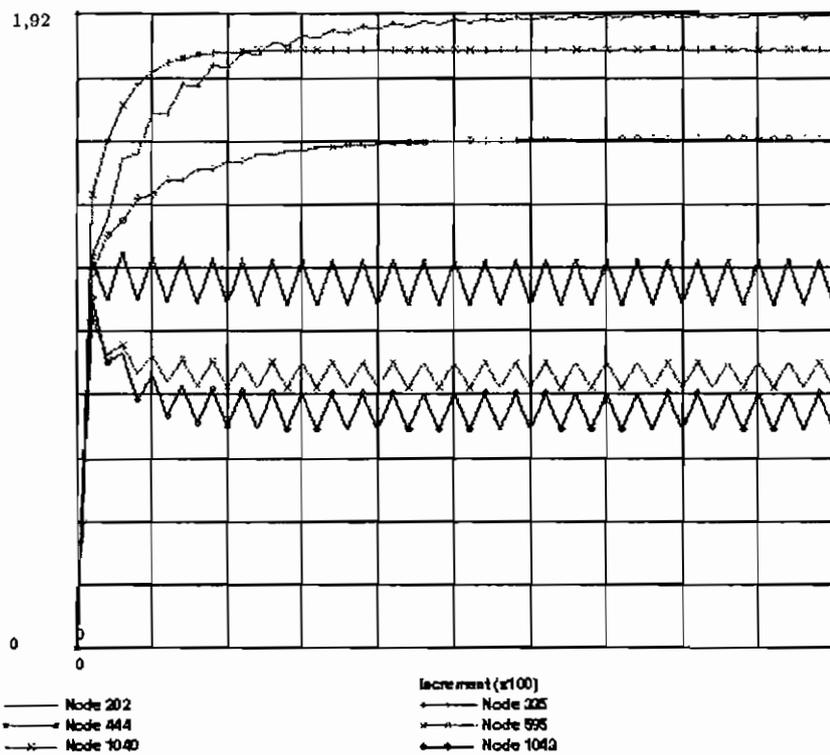


Abb. 4.13: Entwicklung der Dichteverteilung für ausgewählte Knoten.

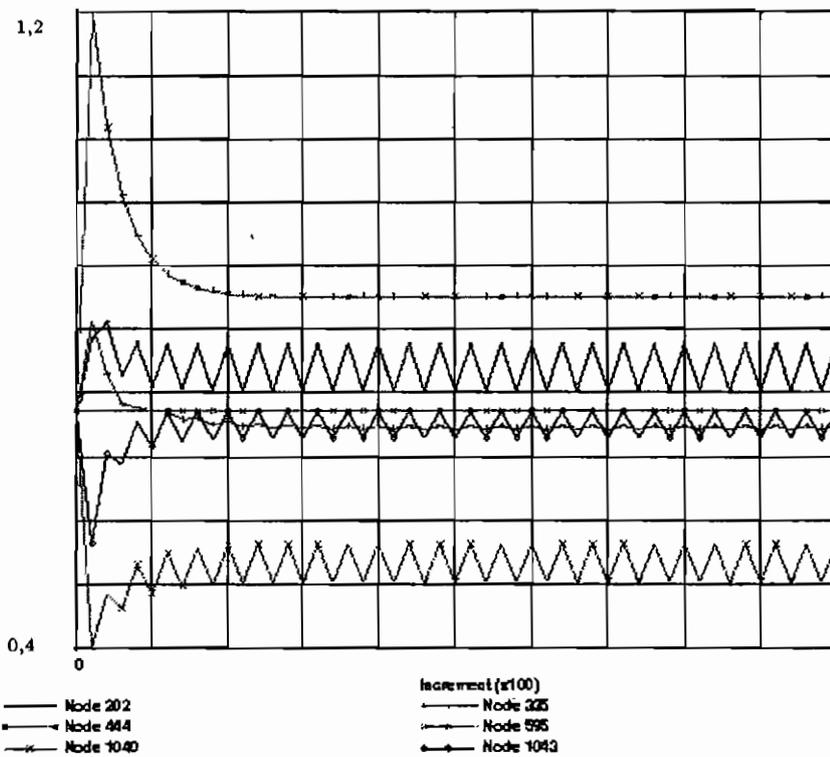


Abb. 4.14: Entwicklung der Veränderung der Dichteverteilung für ausgewählte Knoten.

Abbildung 4.13 zeigt repräsentativ für alle anderen Knoten den konvergenten Verlauf der Dichteentwicklung. Dieses wird durch Abbildung 4.14 in Form des Verlaufs der Dichteänderung bestätigt. Die durch den Sägezahnverlauf dargestellten Kurven stellen lediglich Anpassungen an den aktuell wirkenden Lastfall dar; sie resultieren aus der sequentiellen Belastung. Umbauvorgänge, die eine Änderung der vorliegenden Struktur hervorrufen würden, werden dadurch nicht mehr erzeugt. Dahingehend ist diese Darstellung nur zum Beweis einer Konvergenz geeignet. Da sich die oszillierenden Verläufe nicht mehr ändern, ist dieses hier gegeben.

4.3 FE - Simulation des Knochen - Implantat - Systems

Nachdem in Kapitel 4.2 die Ziele der Beschreibung des Dichteumbaus und der Beschreibung der Umorientierung der inneren Struktur anhand eines zweidimensionalen Finiten Element Netzes des proximalen Femurs realisiert wurden, soll nun an einem Knochen - Implantat - Systems ein möglicher Flächenumbau beschrieben. Dabei werden keine zusätzlichen Gleichungen und Parameter eingeführt. Mit Hilfe der bestehenden Theorie wird die Veränderung der Knochengeometrie aufgrund der Osteoblasten- und Osteoklastenaktivitäten beschrieben. Das wird letztlich dadurch erreicht, daß ein Raum bzw., im zweidimensionalen Fall, eine Fläche in Form eines Finiten Element Netzes geschaffen wird, der bzw. die für einen möglichen Umbau zur Verfügung steht.

Das zweidimensionale Knochen - Implantat - Modell ist in Abbildung 4.15 als Finites Element Netz dargestellt.

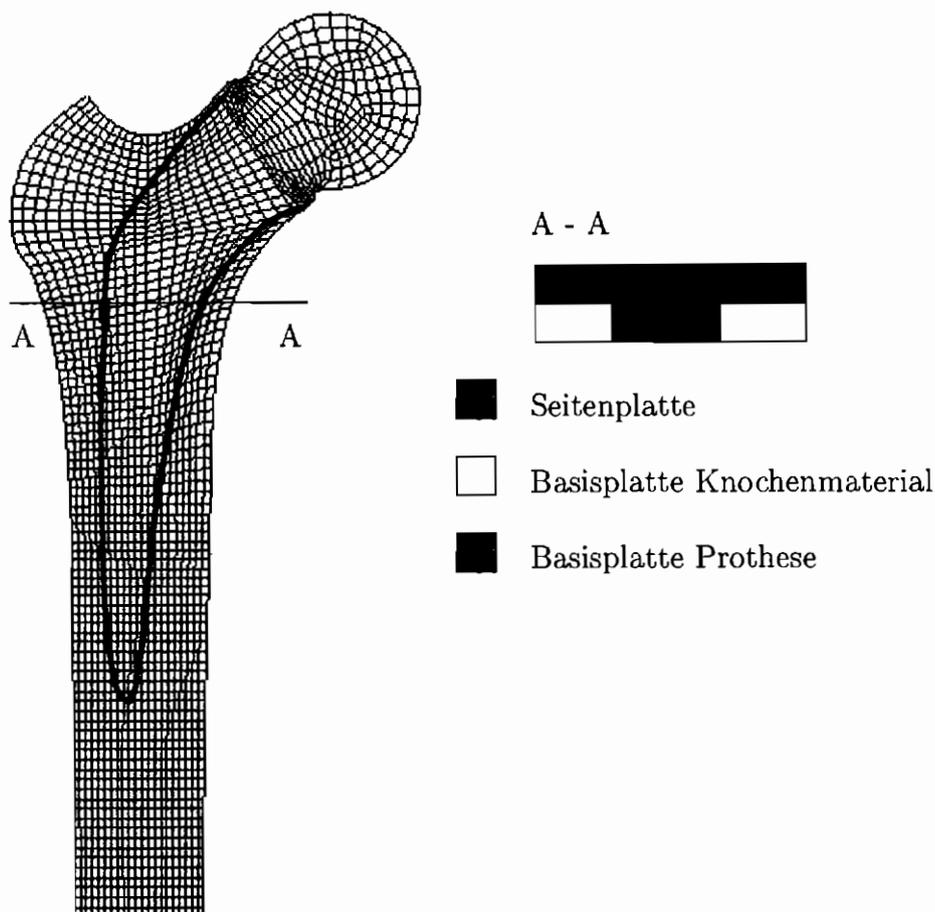


Abb. 4.15: Knochen - Implantat - Modell, mit schematischer Darstellung eines Schnitts durch die Diaphyse.

Die Prothese wurde einer Vollschafprothese aus Titan nachgebildet. Sie besteht aus 925 Viereckelementen, die mit einem konstanten Elastizitätsmodul von $E = 110000\text{MPa}$ und einer Querkontraktionszahl von $\nu = 0,35$ belegt wurden. 1170 Vierknotenelemente repräsentieren den Knochen und nehmen am Umbauprozess teil. Die Seitenplatte besteht aus 1470 Elementen mit konstantem Elastizitätsmodul und konstanter Querkontraktionszahl. Zur Seitenplatte gelten desweiteren die im Kapitel 4.1 und 4.2 gemachten Aussagen. Vereinfachend wurde angenommen, daß zwischen Implantat und Knochen eine formschlüssige Verbindung besteht. Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 4.1 wurden die Belastungen vorgenommen.

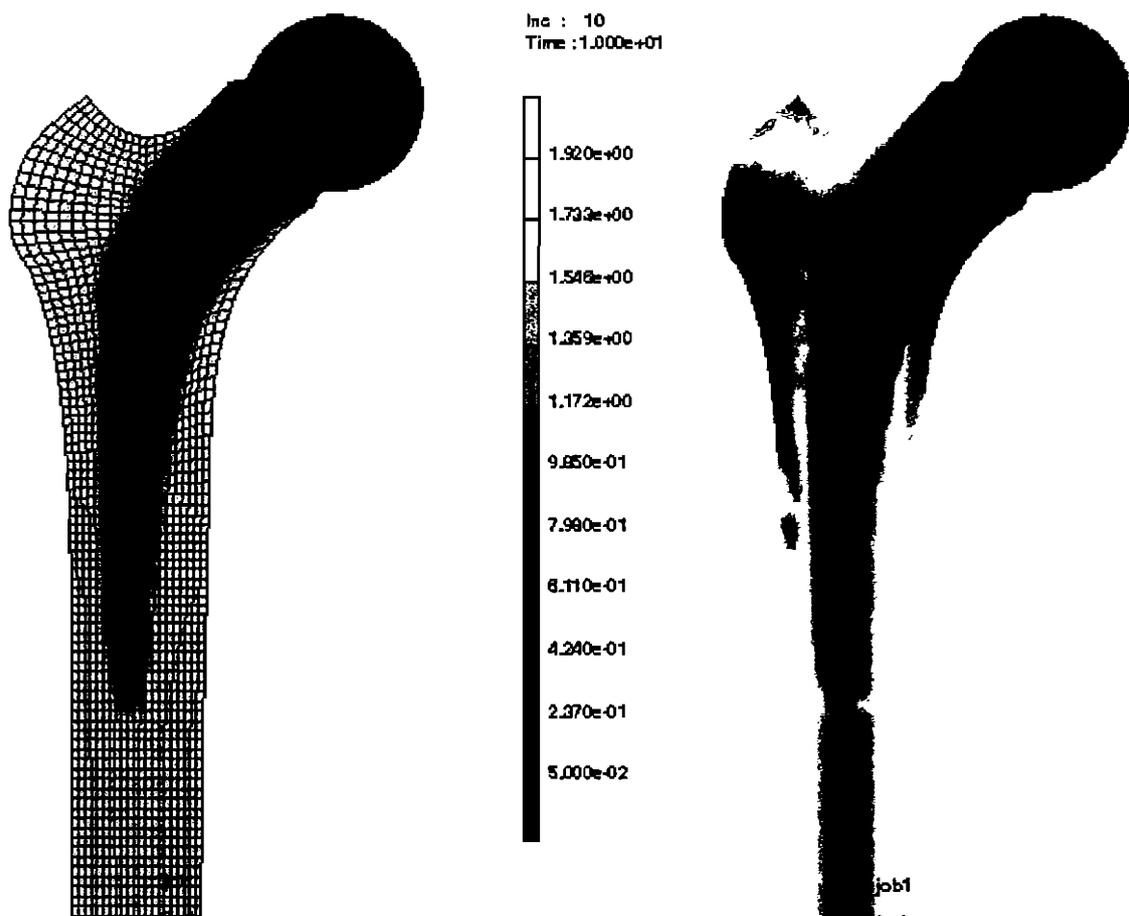


Abb. 4.16: Ausgangsmodell und Dichteverteilung im Knochen - Implantat - Modell nach 10 Inkrementen.

Entsprechend den in Abbildung 2.27 dargestellten Effekten, konnten das Einwachsen der Prothesenspitze und die Atrophie medial am proximalen Femur durch die Simulation reproduziert werden (Abbildung 4.16 und 4.17). Schon nach 10 Inkrementen beginnt die laterale und mediale Kortikalis endostal an der Prothesenspitze in den Markkanal zu wachsen. Das Oberflächenwachstum periostal kann mit diesem Modell nicht nachgewiesen werden. Hierzu muß entsprechend zunächst ein neues Netz generiert werden, welches

den „Wachstumsraum“ zur Verfügung stellt. Medial wird am proximalen Femur kein Dichteaufbau registriert. Damit sind die beiden Effekte simuliert, die die aseptische Lockerung hervorrufen, also für knapp 80 % aller Revisionen einer Hüftarthroplastik verantwortlich sind. Der Effekt des Einwachsens der Prothesenspitze hat sich bei 17 Inkrementen noch verstärkt. Die Verteilung der Dichteänderung 4.17b ergibt ein relativ homogenes Bild. Die Dichteänderung ist in nahezu allen Bereichen Null, so daß an dieser Stelle die Simulation abgebrochen wurde.



Abb. 4.17: a) Dichteverteilung und b) Dichteänderung im Knochen - Implantat - Modell nach 17 Inkrementen.

Festzuhalten bleibt, daß die Effekte der aseptischen Lockerung mit Hilfe der anisotropen Evolutionsgleichung simuliert werden können. Somit steht dem Konstrukteur von Implantaten ein adäquates Werkzeug zur Verfügung um die Auswirkungen der Konstruktion schon vor der Implantation zu überprüfen. Über den Zeitpunkt der auftretenden Effekte kann z. Z. keine Aussage gemacht werden.

4.4 FE - Simulation des 3 - D proximalen Femurmodells

Zur Realisierung eines adäquaten dreidimensionalen Finite Element Modells des proximalen Femurs müssen Daten z. B. aus CT - Aufnahmen extrahiert und aufgearbeitet werden.

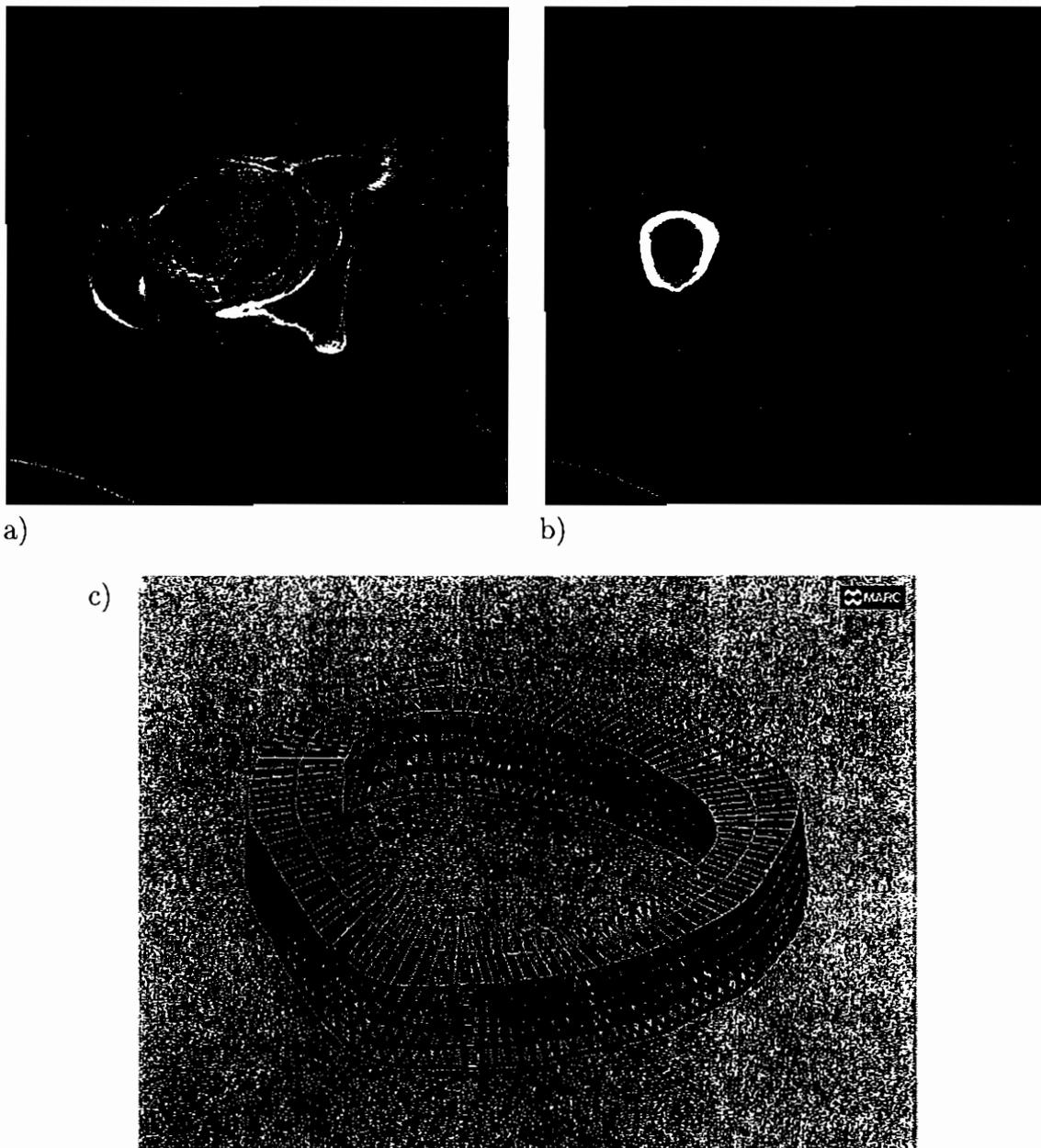


Abb. 4.18: a) CT - Aufnahme eines Schnitts durch die Epiphyse b) CT - Aufnahme eines Schnitts durch die Diaphyse c) Rekonstruktion eines Diaphysenschnitts durch Finite Elemente.

In Abbildung 4.18a und b sind zwei CT - Aufnahmen von Schnitten durch die Epiphyse (a) und die Diaphyse (b) eines männlichen Individuums exemplarisch dargestellt. Die hellen Bereiche kennzeichnen das Knochenmaterial. Der Schnitt (a) verläuft durch den Femurkopf, das Collum ossis femoris und den Trochanter major. Gleichzeitig sind Teile der Hüfte zu erkennen. Die Informationen aus Abbildung 4.18b und einem benachbarten Schnitt im Abstand von 5 mm wurden in ein Finite Element Netz umgesetzt. Dieses ist in Abbildung 4.18c dargestellt. Um eine möglichst genaue Abbildung der Realität zu erhalten, reichen Schnitte im Abstand von 5 mm für den Bereich der Diaphyse aus. Im Bereich der Meta- und Epiphyse benötigt man jedoch eine Auflösung von mindestens 1 mm. Auf der Basis einer 1 mm Auflösung wurden von der Fachgruppe Angewandte Mechanik an der Universität - Gesamthochschule Paderborn Daten zur Verfügung gestellt, die zur Konstruktion des Finiten Element Netzes in MARC benutzt wurden, vgl. hierzu auch [KRW96]. Vorgenommen wurde die Vernetzung mit 9664 vier Knoten - Tetraederelementen. Ausgebildet ist das proximale Femurmodell als Vollquerschnitt (Abbildung 4.19). Die einzelnen Ausschnitte A-A bis D-D kennzeichnen die im Vollprofil dargestellten Schnitte.

Ausgangspunkt der Belastung bilden die Kräfte in Tabelle A.1. Die Abduktorenkraft wurde über den Trochanter major und die Gelenkkraft über Gebiete des Femurkopfes flächig verteilt. Diese Verteilung wurde mehrfach variiert. Desweiteren wurden Simulationen durchgeführt, bei denen z. B. am Trochanter minor fiktive Kräfte angenommen wurden. Die Ergebnisse werden an einer der flächigen Lasteinleitungen am Femurkopf und am Trochanter major diskutiert (Abbildung 4.20). Distal ist das Modell unverschieblich gelagert.

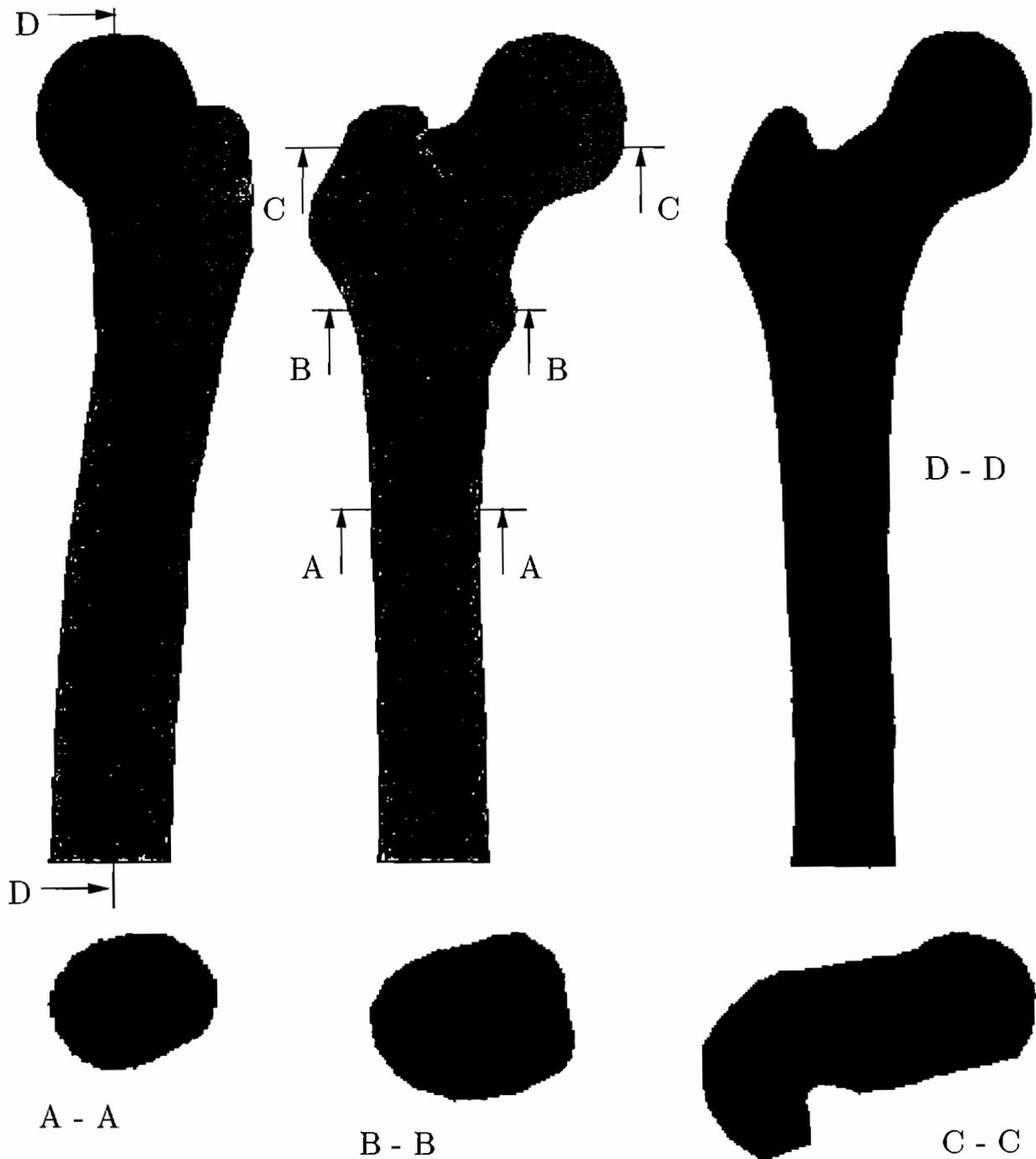


Abb. 4.19: Rekonstruktion des proximalen Femurs aus CT - Daten als Finite Element Netz.

Wie den Darstellungen des Vollprofils in Abbildung 4.20 zu entnehmen ist, liegen medial und lateral periostal kortikale Strukturen vor. Ventral und dorsal hingegen haben sich periostal größere Regionen geringer Dichte ausgebildet. In der Variation der Lasteinleitungen, z. B. durch die Annahme einer Muskelkraft, die am Trochanter minor angreift,

bildet sich auch lateral und dorsal eine kortikale Struktur aus. Der Schnitt D-D beschreibt ungefähr die Ebene, in der die Resultierende der Lasteinleitung wirkt. Der Bereich hoher Dichte vom Kopf über den Hals in die mediale Diaphyse entspricht ungefähr dem Ergebnis des zweidimensionalen Falls.

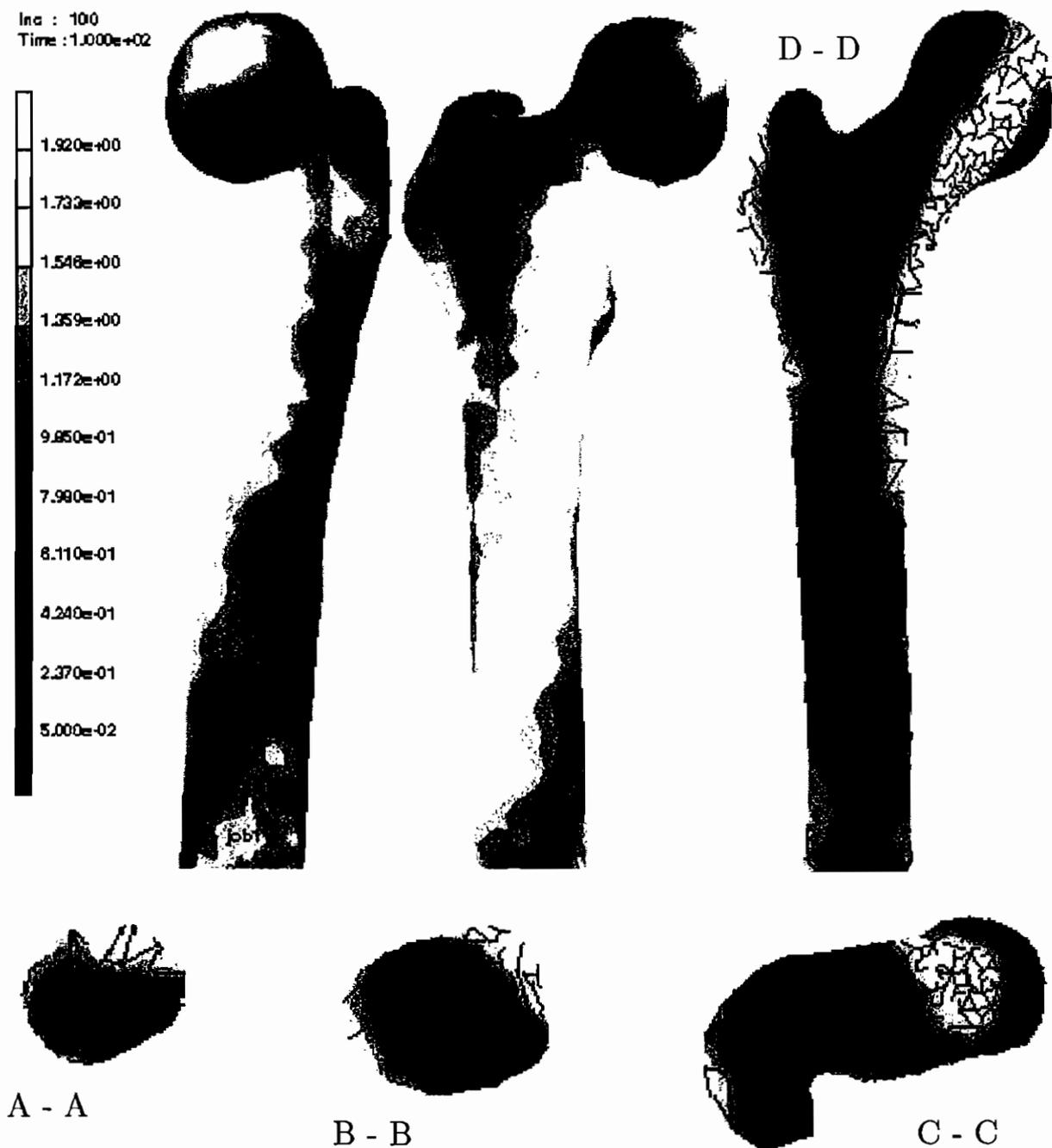


Abb. 4.20: Dichteverteilung im dreidimensionalen Modell.

Auch lateral verläuft ein Bereich hoher Dichte vom Trochanter major in die laterale Diaphyse. Bereiche geringerer Dichte lassen sich in der Mitte der Diaphyse ausmachen. Dieses wird auch mehr (B-B) oder weniger (A-A) durch die Dichteverteilung in den Querschnitten bestätigt. Im Laufe der Variation der Lasteinleitung bestätigte sich, daß der Dichteverlauf sehr stark von der jeweiligen Belastungssituation abhängig ist. Bei technischen Problemstellungen wäre zu erwarten gewesen, daß im dreidimensionalen Fall die Dichteverteilungen realitätsnäher hätten ausfallen müssen. Durch die stark vereinfachende Annahme der Gelenkkraft und der Abduktorenkraft am Trochanter major lassen sich jedoch die gewünschten Ergebnisse nicht erzielen. Das war unter Berücksichtigung der Aspekte der funktionalen Anpassung jedoch zu erwarten, da ansonsten die restlichen, am proximalen Femur angreifenden Muskeln und die dadurch zu übertragenden Belastungen keine Auswirkung auf die Anatomie des Femurs gehabt hätten. Das Modell scheint somit nicht geeignet unter diesen vereinfachten Lastannahmen realistische Aussagen bzgl. der Dichteverteilung im proximalen Femur treffen zu können. Die im Anhang A.1 aufgelisteten Untersuchungen sind entsprechend kritisch zu überprüfen. Mit Hilfe der angenommenen Belastungen können keine klinisch verwertbaren Aussagen getroffen werden.

Da die Belastungskollektive des Femurs nach wie vor unbekannt sind, kann das Modell jedoch dazu genutzt werden rekursiv die Belastungen an die physiologische oder pathologische Dichteverteilungen anzupassen. Somit scheint es möglich, im Vergleich zu klinisch bestimmten Dichteverteilungen, die durch Lastannahmen berechneten Dichteverteilungen zu verifizieren, um somit zu gesicherteren Aussagen bzgl. der Lastkollektive zu gelangen.

4.5 FE - Simulation zur Strukturoptimierung technischer Konstruktionen

Das die Natur als Lehrmeister für technische Konstruktionen, insbesondere für Leichtbaukonstruktionen dienen kann wurde schon von MATTHECK beschrieben, vgl. hierzu [Mat90] und [Mat93]. MATTHECK geht bei seinen Überlegungen vom Axiom der konstanten Spannungen aus. Dieses Axiom ermöglicht die Konstruktion des einzig „guten mechanischen Designs“. Nach MATTHECKS Ausführungen dürfen in diesem weder Sollbruchstellen noch unterbelastete Bereiche vorkommen. Bei Biegespannungen reduziert sich die Forderung nach konstanten Spannungen im Bauteil auf die Bauteiloberfläche. Im Bereich der neutralen Faser liegt entsprechend der gemachten Ausführungen bei einem Vollquerschnitt Materialverschwendung vor, es sei denn, man verwendet einen Hohlquerschnitt, der bei Knochen vielfach vorliegt.

Anhand von zwei leicht überschaubaren Modellen wird gezeigt, daß das anisotrope Evolutionsmodell in der Lage ist, dem Konstrukteur Designvorschläge zu liefern, die in Bezug auf die angreifenden Belastungen materialsparend ausgelegt sind. Ausgehend von einem Anfangszustand konstanter Dichte im gesamten Balkenmodell entwickeln sich unter einer

Belastung der in Abbildung 4.21 dargestellte Designvorschlag und unter drei an verschiedenen Stellen angreifenden Belastungen die in Abbildung 4.22 dargestellten Designvorschläge.

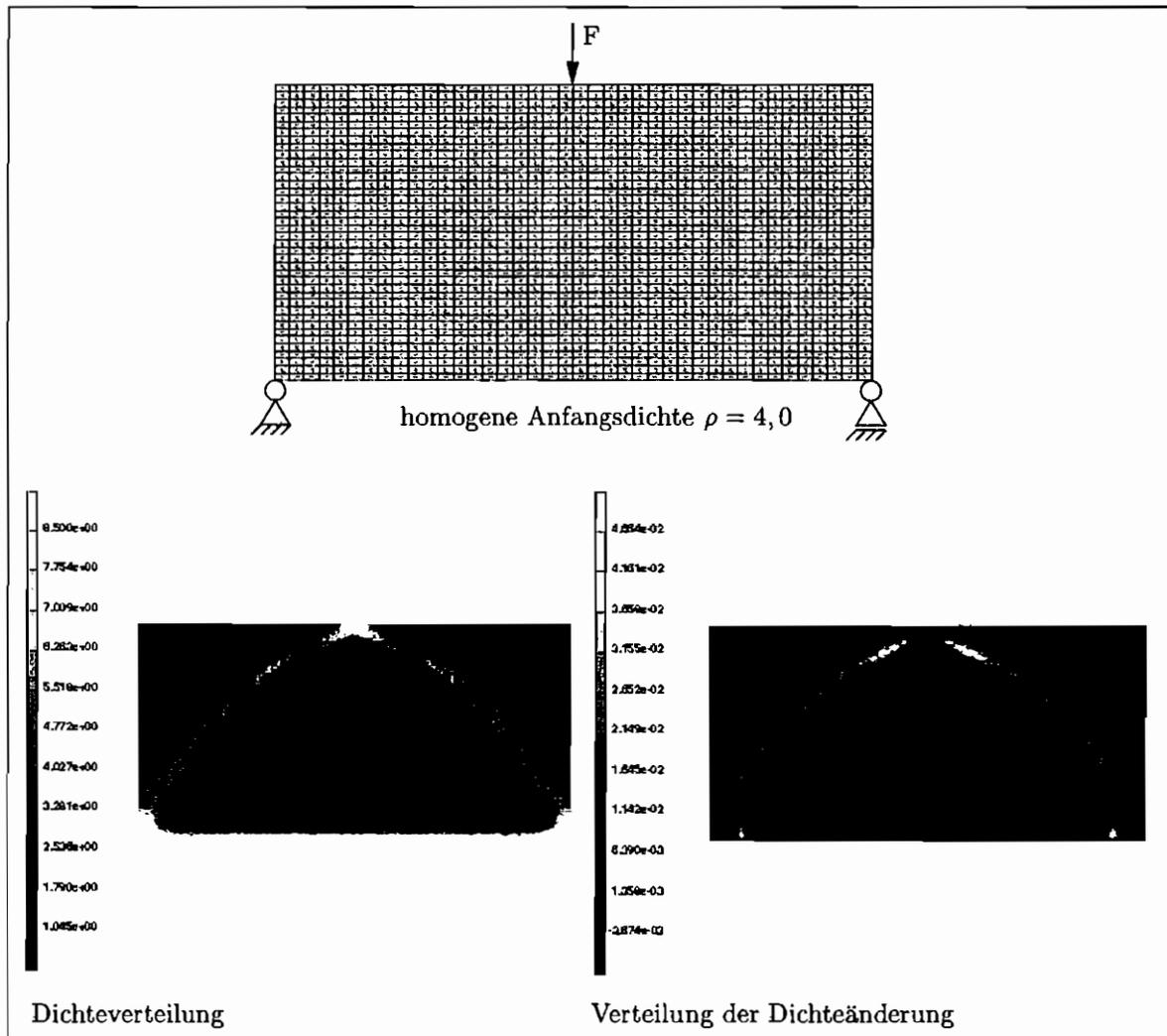


Abb. 4.21: Finite Element Simulation zur Strukturoptimierung, Beispiel 1.

Es bildet sich eine Fachwerkstruktur in Form eines Bogenträgers aus. Die Dichteänderung $\Delta\rho$ bei Abbruch der Simulation liegt zwischen $-3,6e - 03$ und $4,6e - 02$. Eine weitere Dichtezunahme vollzieht sich in nennenswerter Größe nur im schon ausgebildeten Träger selbst. Dieser Designvorschlag kann somit als optimiert im Sinne der Materialverwendung betrachtet werden.

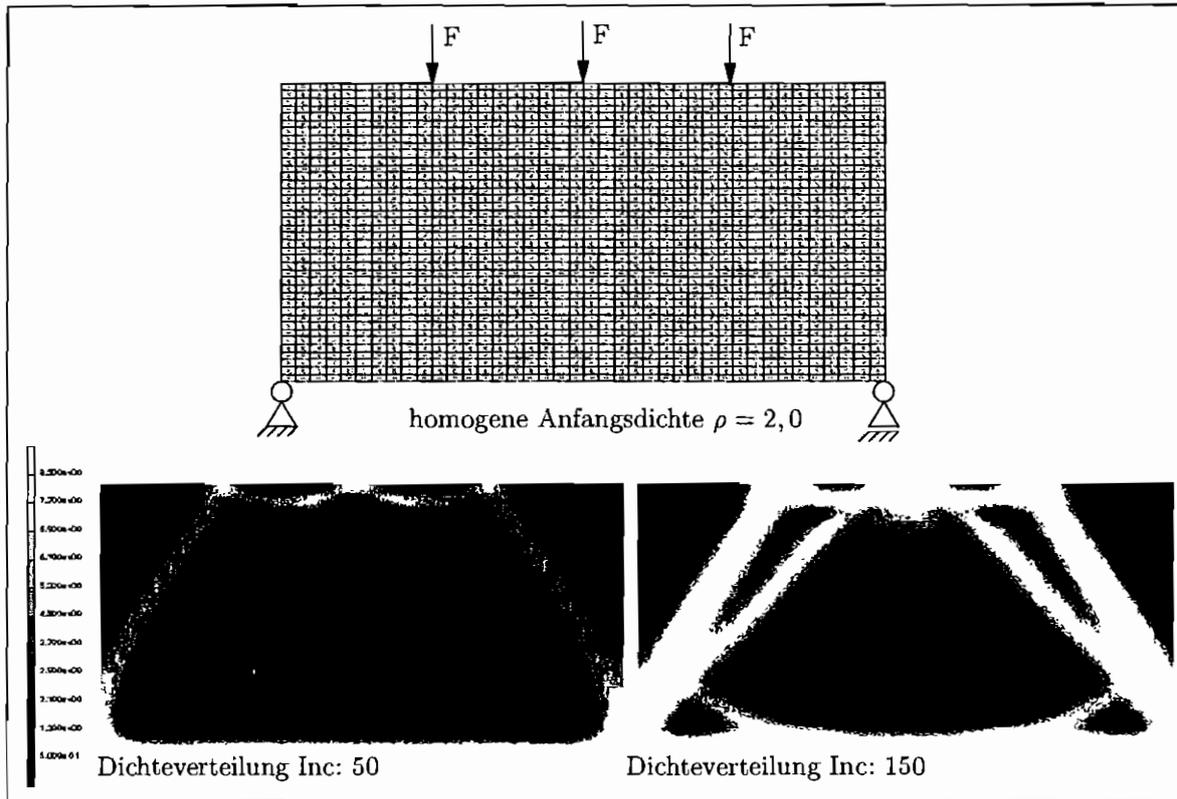


Abb. 4.22: Finite Element Simulation zur Strukturoptimierung, Beispiel 2.

In Bezug auf die drei angreifenden Belastungen sind in Abbildung 4.22 zwei Designvorschläge, nach 50 und nach 150 Inkrementen dargestellt. Auch hier bildet sich im Laufe der Simulation eine Fachwerkkonstruktion aus. Es ist dabei klar zwischen Gebieten geringer und hoher Dichte, d. h. zwischen Gebieten, in denen zwangsläufig Material vorliegen muß, und Gebieten, in denen auf Material verzichtet werden kann, zu unterscheiden. Somit können mit Hilfe des in Kapitel 3.7 konzipierten Evolutionsmodells Designvorschläge für technische Anwendungen ermittelt werden, die den Materialeinsatz reduzieren und damit zur Kosteneinsparung beitragen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Ausgehend von den Überlegungen von PAUWELS zur kausalen Histogenese wurde ein Evolutionsmodell zur Beschreibung der funktionalen Anpassung von Knochen entwickelt. Dabei wurde unterstellt, daß die funktionale Anpassung des Knochens relativ langsam verläuft und daß mechanische Größen maßgeblich für den formgebenden Prozeß verantwortlich sind und diesen steuern. Da sich diese Prozesse sehr langsam vollziehen, wurden sie quasi-statisch formuliert.

In der mechanischen Beschreibung des Knochens am Beispiel des Femurs wurde der Knochen als Struktur, als Material und als System betrachtet. Alle diese unterschiedlichen Abstraktionsebenen zeigen, im Vergleich zu den detaillierten Kenntnissen über Belastung und Materialverhalten mechanischer Bauteile, ein gravierendes Wissensdefizit. Als Begründung hierfür sind neben der Komplexität der menschlichen Anatomie und der Biologie auch die Probleme bei der Beschaffung anatomischer Daten und die fehlende Kontrollmöglichkeit der Berechnung anzuführen. Es gibt kein nicht invasives Meßverfahren, mit dessen Hilfe eine experimentelle Bestimmung der Muskelkräfte oder der resultierenden Kräfte zwischen den artikulierenden Gelenkflächen erfolgen könnte [Sie94]. Ebenso wenig existiert ein nicht invasives Meßverfahren, mit dessen Hilfe alle mechanischen Werkstoffkennwerte befriedigend bestimmt werden könnten. Selbst stark vereinfachte Modelle erfordern eine Vielzahl von anatomischen Daten, die individuell verschieden sind. Bislang war man auf die Sezierung von anatomischen Präparaten angewiesen, um die exakte Identifizierung aller relevanten Gewebetypen zu ermöglichen. Mit Hilfe von daran anschließenden Skalierungsverfahren soll aus diesen Daten näherungsweise auf die Anatomie des betreffenden Probanden geschlossen werden. Durch die Kernspintomographie zeichnet sich eine Möglichkeit ab, diese Skalierungsverfahren durch individuelle, nicht invasive Messungen abzulösen oder erheblich zu verbessern. Es fehlt jedoch an Verfahren, um die Aufnahmen quantitativ auszuwerten, da dieses in der medizinischen Anwendung zur Zeit noch eine untergeordnete Rolle spielt.

Bedingt durch diese Schwierigkeiten stützte sich die Entwicklung auf Hypothesen, deren Einführung letztlich nur durch den qualitativen Vergleich der Ergebnisse mit klinischen Beobachtungen zu rechtfertigen ist. Die wichtigsten Hypothesen und die daraus abgeleiteten Ansätze zur Beschreibung des adaptiven Knochenverhaltens wurden erläutert, analysiert und verglichen. Mit keinem dieser Ansätze konnten alle beobachteten und durch Experimente belegten Auswirkungen der mechanischen Einflüsse auf das Knochenwachstum und den Knochenumbau beschrieben werden. Erst mit der in dieser Arbeit vollzogenen Entwicklung der anisotropen Evolutionsgleichung für den Steifigkeitstensor konnte die Dichteänderung in Form der Änderung der elastischen Eigenschaften, die Umorien-

tierung der inneren Struktur, in Form der Ausrichtung der Spongiosabälkchen bzw. die Umorientierung der Knochenlamellen entlang der Hauptbeanspruchungsrichtung und der Flächenumbau in Form der Änderung der Knochengometrie dargestellt werden.

Die Vergleichbarkeit der Ergebnisse dieses Ansatzes mit klinischen Aufnahmen in Form von Röntgenbildern und mit den der Literatur entnommenen Resultaten wurde ermöglicht, indem der Ansatz in das kommerzielle Finite Element Programm MARC (Analysis Research Corporation, Palo Alto, Ca) über Benutzer-Schnittstellen eingebunden wurde. Neben dieser Einbindung wurden gleichzeitig verschiedene andere Modelle implementiert und untersucht. Anhand eines zweidimensionalen Finite Element Modells konnte ein im Vergleich zum Röntgenbild qualitativ guter Dichteverlauf bestimmt werden. Im Vergleich zu anderen Modellen wurden keine negativen, physikalisch nicht sinnvollen Steifigkeiten erzeugt. Desweiteren konnte mit dem vorgestellten Ansatz ein stabiler und konvergenter Dichteverlauf ermittelt werden, der nicht die sogenannten „Schachbrettmuster“ der anderen Modelle erzeugt. Nachteilig wirkt sich aus, daß der Umbau der inneren Struktur nicht geschlossen darstellbar ist. Die Darstellung in Form von Entwicklungsplots für die einzelnen Komponenten des Steifigkeitstensors ist aufgrund mangelnder experimenteller Daten zum Vergleich unergiebig.

Durch die Implantation einer Endoprothese kommt es zu einer unphysiologischen Belastung im angrenzenden Knochenvolumen. Unnatürlich reduzierte Belastungen führen zu einer Inaktivitätsosteoporose, die langfristig die Stabilität des Implantats gefährdet. Um eine möglichst physiologische Belastung des Femurs zu erreichen, ist daher bei der Entwicklung eines neuen Implantats die Finite Element Methode eine wertvolle Hilfe. Am zweidimensionalen Knochen-Implantat-Modell konnten die klinisch zu beobachtenden charakteristischen Merkmale der aseptischen Lockerung von Hüftendoprothesen nachgebildet werden. Somit steht der Entwicklung von Implantaten ein Werkzeug zur Verfügung, welches zur Beurteilung von Prothesen herangezogen werden kann. Nach TENSI et al. lassen sich mit Hilfe derartiger Modelle die Qualitätssicherheit des Implantats erhöhen, die Herstellungskosten reduzieren und eine Verbesserung der Verankerung im Knochen erzielen [TOGH94]. Aussagen zur Zeitdimension des Versagens des Knochen-Implantat-Verbundes können momentan nicht vorgenommen werden. Dieser Fragestellung muß zukünftig in interdisziplinären Teams nachgegangen werden.

Bei der Analyse der prognostizierten Dichteverteilung am dreidimensionalen proximalen Femurmodell wird der Mangel an Kenntnissen über die reale Belastungssituation deutlich. Grundsätzliche Merkmale der physiologischen Struktur können mehr oder weniger nachgebildet werden. Die Schwäche liegt allerdings nicht im Evolutionsmodell begründet, sondern in den ungenügenden Inputgrößen. Die unter Benutzung solch stark idealisierter Lastannahmen ermittelten Ergebnisse dürfen nicht zur Beantwortung klinischer Fragestellungen herangezogen werden. Es konnte jedoch gezeigt werden, daß mit Hilfe dieses Modells Belastungsvariationsstudien durchgeführt werden können, mit denen es möglich

sein dürfte, auf die realen, bis heute unbekanntem Belastungen des Femurs zu schließen.

An zwei einfach nachvollziehbaren Beispielen wurde gezeigt, daß die funktionale Anpassung der Natur im Sinne einer Optimierung der höchsten Festigkeit bei geringem Materialeinsatz auch als Hilfsmittel der Konstruktion zum Einsatz kommen kann. Die vorgestellte Evolutionsgleichung diente hier als Mittel zur Strukturoptimierung technischer Bauteile. Die Übertragbarkeit auf anspruchsvollere Einsätze muß jedoch zukünftig noch gezeigt werden.

Neben den aufgeführten Möglichkeiten, die die Ansätze der beschriebenen Art bieten, offenbart diese Arbeit jedoch eine große Anzahl von zukünftigen Einsatzgebieten für interdisziplinäre Arbeiten. Zu nennen ist hier das Beispiel, daß der Knochen nicht abrupt auf eine Belastungsänderung reagiert, so daß eine Verzögerung der Umbauantwort in Betracht gezogen werden muß. Erste Arbeiten auf diesem Gebiet wurden z. B. von LEVENSTONE et al. [LBJC94] und [LBCJ95] durchgeführt. Weil über die Kontaktfläche zwischen Implantat und Knochen der Kraftfluß, nach heutiger Sicht der Dinge die Anregung zum Knochenumbau, verläuft, muß dieser Fläche viel Aufmerksamkeit gewidmet werden. Als erster Ansatz der Beschreibung dieses Problems sind z. B. die Arbeiten von WEINANS et al. zu erwähnen [WHG93]. Neben der Betrachtung des Femurs muß die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere knöcherne Strukturen vorangetrieben werden. Erste Spannungsanalysen werden z. B. von DALSTRA et al. am Becken vorgenommen [DH95], [DHE95]. Von GOEL und SEENIVASAN wurde versucht, mit Hilfe einer einfachen adaptiven Umbau Theorie die optimale Oberfläche eines Wirbelkörpers nachzubilden [GS94]. In einer neueren Arbeit wenden GOEL et al. entsprechende Algorithmen zur Bestimmung der Dichteverteilung im Wirbelkörper an [GRKG95]. Neben den schon angesprochenen stehen alle anderen Teile des Skeletts als Einsatzgebiete zur Verfügung. Eine wichtige zu klärende Frage ist diejenige nach dem, das Knochenwachstum auslösenden Stimulus. Während einige Autoren zeigen, wie z. B. in [Car87], [COFS87], [WC90] und [BKV91] dargelegt, daß mechanische Spannungen eine wichtige Rolle in der Entwicklung von Skeletten und im Ossifikationsprozeß spielen, kommt es für PERREN weniger auf die Veränderung der Spannung im Knochen als vielmehr auf die durch die Belastung im Weichgewebe ausgelöste Deformation an. Ein Hauptaugenmerk zukünftiger Untersuchungen muß auf der Bestimmung der realen Belastungsgeschichten liegen, vgl. hierzu z. B. [Dud96]. Ihre Kenntnis ist unabdingbare Voraussetzung, um mit Hilfe des vorgestellten Ansatzes zum Knochenumbau verbesserte klinische Aussagen treffen zu können. Daneben müssen mehr Daten zur Verfügung stehen, um sowohl qualitative als auch quantitative Vergleiche anstellen zu können. Solange diesbezüglich Ergebnisse nicht in befriedigender Form vorliegen, stützen sich die Ansätze zum Knochenwachstum und -umbau auf Hypothesen. Können damit jedoch klinische Beobachtungen reproduziert werden, scheinen diese Ansätze ihre Berechtigung zu besitzen.

A. Anhang

A.1 Vergleich verschiedener Finite Element Modelle

Erklärung zu den in der Tabelle verwendeten Abkürzungen

Die in der Spalte *Literatur* mit [*] gekennzeichneten Aufsätze wurden der Zusammenstellung in [RSS79b] und [RSSS80] entnommen.

In der Spalte *Form der Belastung* werden unter den „Begriffen“ Stanford und Carter die in der folgenden Tabelle dargestellten Belastungen subsummiert.

Lastfall	Lastzyklen pro Tag	Gelenkkraft		Abduktorenkraft	
		Betrag	Richtung	Betrag	Richtung
1	5000	2317 N	24°	703 N	28°
2	2500	1158 N	-15°	351 N	-8°
3	2500	1548 N	56°	468 N	35°

Tabelle A.1: Betrag und Richtung der einzelnen Kräfte der 3 Belastungsfälle. Die Winkelangaben sind im Bezug zur Vertikalen angegeben (positive Drehrichtung mit dem Uhrzeigersinn), vgl. [BOC90b].

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Andriacchi et al.	2 D	1200		Prothesentyp unbekannt	Dreieckselemente mit konst. Verformungssatz	linear, isotrop	coxales Femurende	1976	[*]
Beaupré et al.	3 D		24	ohne Prothese	kubische Zellen isoparametrische Blockelemente (20 Knoten)	homogen, anisotrop	Trabekulärer Knochen	1985	[BH85]
Brekelmans et al.	2 D	1074	936	ohne Prothese	Dreieckselemente mit 3 Knotenpunkten	linear, isotrop	Gesamt-femur	1972	[*]
Brown et al.	3 D (stark vereinfacht)		768 (867 Knoten)		isoparametrisches Balkenkonstruktum (20 Knoten)	linear, isotrop	proximaler Femur (Spannungsanalyse)	1988	[BPRR88]
Carter et al.	2 D (ebene Spannung)		1400	ohne Prothese	vier- und dreieckige Elemente	isotrop, homogen	proximale Hälfte des Femurs	1987	[CFW87]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle

Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Carter et al.	2 D		2042	ohne Prothese	viereckige Elemente	linear, homogen, isotrop	proximaler Femur	1989	[COF89]
Crowninshield et al.	3 D		400	Prothesentyp unbekannt	Quaderelemente	linear, isotrop	kleiner Femurabschnitt	1978	[*]
Dalstra et al.	3 D			ohne Prothese	Balkenelemente	linear, homogen	Beckenknochen	1995	[DHE95]
Dornier	3 D	4000	800	ohne Prothese	Tetraeder- und Flächenelemente	linear, isotrop	coxales Femurende	1973 bis 1979	[*,*,*]
Fischer et al.	2 D		248 (282 nodes)	ohne Prothese	bilineare ebene Spannungselemente		vereinfachtes Knochenelement	1995	[FJC95]
Fyhrie et al.	2 D		1530	ohne Prothese	trilineare Balkenelemente (8 Knoten)	homogen, isotrop	coronaler Bereich des entfernten Femurs	1990	[FC90]
Fyhrie et al.	2 D		1400 (588)	ohne Prothese	viereckige Elemente	nichtlinear	proximaler Femur (Seitenplatte)	1995	[FJS95]

Lastresultierende auf Kopf und Trochanter (Stanford)

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle										
Verfasser	Modell-Technik				Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art	Elastische Daten				
Guo et al.	2 D				hexagonale Zellen	Trabecula als lineare Balkenelemente mit kortikalen Materialeigenschaften idealisiert	Zyklische Druckbelastung	idealisiertes trabekulärer Knochen	1994	[GMK ⁺ 94]
Hart et al.	3 D				quadratische, isoparametrische Elemente (20 Knoten)			Knochenquer-schnitte, Diaphyse (external, internal remodeling) unabhängige Variable: Dehnung	1984	[HDH84a]
Hart et al.	3 D			ohne Prothese	(20 Knoten)	inhomogen, anisotrop	exzentrische Zugbelastung	Knochenquer-schnitt RFEM3D	1984	[HDH84b]
Hobatho et al.	3 D					homogen, inhomogen	Vibration	gesamte Hüfte	1991	[HDP ⁺ 91]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Hogan et al.	2 D		1344 (726 nodes)		dreieckige Elemente		longitudinale, transversale, normale Dehnung	1992	[Hog92]
Huiskes	2 D 3 D	4000	784	Müller-Prothese	Rotations-elemente	linear, isotrop		1979	[*]
Huiskes et al.	2 D ebene Spannung			intramedullär befestigte Gelenkprothese		dead-zone isotrop	reine Biegung	1987	[HDV+87]
Huiskes et al.	2 D ebene Spannung			intramedullär befestigte Gelenkprothese	viereckige Elemente (8 Knoten)		Femurkopf Abduktoren reine Biegung	1987	[HWG+87]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Huiskes et al.	2 D			intramedullär befestigte Gelenkprothese Lord (PUP) THA		isotrop	Belastung nach täglichen Aktivitäten (Carter)	Stiel, Knochen, Implantat/Knocheninterface (Seitenplatte)	[HWD89]
Huiskes	2 D			Prothesenstiel, zementiert, ummantelt, teilweise eingewachsen, leicht eingepreßt			Einbeinstand im Gangzyklus, lateralisiert 10 Grad, reines Biegemoment	(Sideplate) Femur	[Hui90]
Huiskes et al.	3 D			Prothese eingebunden (osseo-integriert)	isoparametrische Balkenelemente (8 Knoten)	dead-zone	täglicher Belastungszyklus (vgl. Carter et al.)	proximaler Femur	[HWR92]
Huiskes et al.	3 D			ummantelter Stiel		dead-zone	vgl. Bergmann et al.	intakter Femur (Kontrolle), Prothese	[Hui95]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle										
Verfasser	Modell-Technik				Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art	Elastische Daten				
Jacobs et al.	2 D		1400 (588)	ohne Prothese	viereckige Elemente	nichtlinear, anisotrop	Belastungen auf Kopf und Trochanter (Stanford)	proximaler Femur (Sideplate)	1995	[JSBC95b]
Jacobs et al.	2 D		1400 (588)	ohne Prothese	viereckige Elemente	nichtlinear	Belastungen auf Kopf und auf Trochanter (Stanford)	proximaler Femur (Sideplate)	1995	[JLB+95]
Katona et al.	2 D (ebene Dehnung)		4468 (4587 Knoten)	ohne Prothese		isotrop, elastisch	orthodontische Last	orthodontisch tipped rat molar periodontium, Zahn (Spannungsanalyse)	1995	[KPAR95]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Keaveny et al.	3 D		360 (1955 Knoten) 480 (2535 Knoten)	zementloser Hüftstiel AML-Hüftstiel	quadratisch (15 Knoten Keile, 20 Knoten Balken)	homogen linear, elastisch, isotrop	Belastung auf distalem Ende	porös-ummantelt Analyse in femoraler Diaphyse	1994 [KB94]
Keyak et al.	3 D		1152 (1665 Knoten) 2232 (3034 Knoten) 3788 (4920 Knoten)	ohne Prothese	kubisch	isotrop, inhomogen	Kräfte während Gangphase 3 D Belastungen korrespondierend zur Standphase aus Literatur	proximaler Femur	1990 [KMSM90]
Keyak et al.	3 D		1152 (1665 nodes) 2232 (3034 Knoten) 3788 (4920 Knoten)	ohne Prothese	kubisch geformte Elemente (8 Knoten)		Kräfte während Gangzyklus	proximaler Femur Spannungs-, Dehnungsanalyse)	1992 [KS92]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Keyak et al.	3 D		14855 (18691 Knoten) 13778 (17244 Knoten)	ohne Prothese	kubische Elemente (8 Knoten)	linear	proximaler Femur	1993	[KFMS93]
Klawitter et al.	2 D			ohne Prothese	Dreiecks- und Viereckselemente	linear, isotrop	coxales Femurende		[*]
Levenston et al.	2 D			ohne Prothese		linear, nichtlinear (dead-zone)	proximaler Femur	1994	[LBJC94]
Lewis et al.	3 D 2 D 3 D			mit/ ohne Prothese mit Prothese mit Prothese		konstante Materialparameter, 2 für Trochantula, cancellous bone, 1 für cortical bone	proximaler Femur proximale Hüfte proximales Schienbein	1987	[LL87]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle

Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Mann et al.	3 D			zementierte Hüftprothese	quadratische Elemente (20 Knoten Balken, 15 Knoten Keile)	isotrop, homogen, linear	Kopf und großer Trochanter	1995	[MBWB95]
Mattheck et al.	3 D			Voll-/Hohl-schaft-prothese		konstante Materialparameter	Lastübertragung Prothese/Knochen	1990	[Mat90]
Mc Namara et al.	3 D	4941	947	ohne Prothese	lineare, isoparametrische Elemente (8 Knoten)	lineare, statische Analyse, konstante Materialparameter, kortikaler Knochen als homogen-transversal-isotrop-linearelastisches Kontinuum	physiologische Oberflächenspannungen Anmerkungen zu thermodynamischen Restriktionen Remodeling-Modell von Prendergast und Taylor	1992	[MPT92]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle										
Verfasser	Modell-Technik				Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art	Elastische Daten				
Mc Neice et al.	2 D	3500	1000	Prothesentyp unbekannt	isoparametrische Viereckselemente (ohne Mittelpunkte) mit konst. Verformungsansatz	linear, isotrop		Femur ohne Knieabschnitt	1975, 1976	[*,*]
Müller et al.	3 D		29532 (7690 Knoten)		Tetraederelemente	linear-elastisch, isotrop		(Spannungsanalyse) trabekuläre Struktur	1995	[MR95]
Mullender et al.								Nachbildung eines trabekulären Ausschnittes Umbaumodell Huiskes	1995	[MH95]
Orr et al.	2 D (ebener Dehnungszustand)		1447	ohne Prothese	viereckige Elemente	linear, homogen, isotrop	Stand, extreme Bereiche der Bewegung (Stanford)	Femur proximales Schienbein	1990	[OBCS90]
			752				bicondylär, unicondylär			

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Prendergast et al.	3 D (stark vereinfacht)	12416		mit Prothese (zementiert)	isoparametrische Balkenelemente (20 Knoten) isoparametrische Balkenelemente (15 Knoten)	homogen	3 kN 20 Grad über Femurkopf Abduktorenbelastung 1.25 kN 20 Grad oberhalb proximalen Drittels des großen Trochanters Iliotibialer Trakt 250 N parallel zum Schaft des Femurs (distale Richtung)	1990	[PT90]
Rietbergen et al.	3 D			Prothese	8 Knoten isoparametrische Balkenelemente	linear elastisch, isotrop (dead-zone)	vgl. Bergmann et al. 1984	1993	[RHW+93]
Rohlmann et al.	3 D	7188	1950	ohne Prothese	Quaderelemente (8 Knoten)	linear, isotrop		1979	[*]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle										
Verfasser	Modell-Technik				Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art	Elastische Daten				
Rohlmann et al.	3 D (geometrisch vereinfacht)		1110 (1582 Knoten)	porös ummantelte Hüftendoprothese	hexahedrale Elemente (8 node)	nicht-linear	Standphase des Gangs	femoraler diaphysischer Knochen (Spannungsanalyse)	1988	[RCHB88]
Rybicki et al.	2 D (ebene Dehnung)						Gelenkkräfte, Hüftabduktormuskel	proximales Drittel des Femur (Spannungsanalyse)	1972	[RSW72]
Rybicki et al.	2 D		500	ohne Prothese	Dreiecks- und Viereckselemente	linear, isotrop		proximales Femur (Spannungsanalyse)	1972	[*]
Savvidis et al.	3 D	3003	731 (1001 Knoten)	ohne Prothese	8 node	inhomogen, isotrop unterschiedliche Verteilung der E-Moduli	Hüftgelenkraft	proximaler Femur (Spannungsanalyse)	1991	[SLGW91]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle

Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Schmitt et al.	3 D	29364	8136 (9917 nodes)	ohne Prothese	quaderförmig, isoparametrisch (8 node)	isotrop,	Femur (Spannungsanalyse)	1995	[SLAL95]
		21588	5950 (7316 nodes)						
		31311	8864 (10600 nodes)						
		24193	6579 (8166 nodes)						
		29982	8431 (10111 nodes)						
Strens	3 D		646	ohne Prothese	6 Knoten	linear, homogen, isotrop	Femurkopf Spannungsanalyse (Wagner Cup)	1986	[Str86]
	2 D			resurfacing prosthesis	4 Knoten, isoparametrische (ebene Dehnung) (linear) Balkenelemente, Spaltenelemente	linear, inhomogen, isotrop			

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Svensson et al.	2 D			Charnley-Prothese	Dreiecks- und Viereckselemente	linear, isotrop	coxales Femurende	1977	[*]
Tarr et al.	3 D	4185	1395	STH-Prothese CAD-Prothese	isoparametrische Quaderlemente (8 Knoten)	linear, isotrop	coxales Femurende	1980	[*]
Tensi et al.	3 D (stark vereinfacht)	8997	1951 (2999 Knoten)	zementlose Hüftendoprothese	8 Gitter hexagonale Elemente	nicht linear	proximaler Femur	1989	[TGA89]
Valliappan et al.	3 D	163		ohne Prothese mit Charnley-Prothese	isoparametrische Quaderlemente	linear, isotrop		1980	[*]
Valliappan et al.	3 D (stark vereinfacht)	489	163 Knoten	ohne Prothese mit Prothese	isoparametrische quadratische Elemente (solide)	Kortikalisanisotrop	Femur (Spannungsanalyse) Femur	1987	[VKS87]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle									
Verfasser	Modell-Technik			Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art				
Verdon-schot et al.	3 D		1052 (1600 Knoten)	Stiel zementiert, gepaßt, nichtzementiert	isoparametrische Balkenelemente (8 Knoten)	Hüftgelenkraft	Femur Spannungsanalyse	1993	[VHF93]
Vichnin et al.	3 D			Müller Prothese	isoparametrische Balkenelemente (20 Knoten)	Einbeinstandbelastung	zwei Drittel des gesamten Femur (Spannungsanalyse)	1986	[VB86]
Weinans et al.	3 D			Prothesenstiel/ ohne Prothese	8 Knoten isoparametrische Balkenelemente	Belastungen der mittleren frontalen Ebene, Torsionskomponenten ausgeschlossen	einbal-samierter Femur	1991	[WHVR91]
Weinans et al.	2 D			ohne Prothese, Stiel unze-mentiert, zementiert	4 Knoten	dead-zone, linear, isotrop	(Side-plate) Femur	1992	[WHG92a]

Vergleich verschiedener Finite Element-Modelle										
Verfasser	Modell-Technik				Element-Beschreibung		Form der Belastung	Untersuchungsbereich	Jahr der Veröffentlichung	Literatur
	Dimension	FHG-Anzahl	Element-Anzahl	Implantat	Form und Art	Elastische Daten				
Weinans et al.	2 D		5x5 10x10 20x20 40x40	ohne Prothese	quadrilaterale Elemente		Carter	(Sideplate) proximaler Femur	1992	[WHG92b]
Weinans et al.	2 D			kortikale Schraube, resurfacing cup model, gerades Stielmodell	Balkenelemente			Sideplate idealisierter Femurkopf	1993	[WHG93]
Weinans et al.	3 D			Prothese		linear elastisch, isotrop	vgl. Bergmann et al.	Hundehüfte	1993	[WHR ⁺ 93]
Weinans et al.	2 D			unzementierter Stiel		dead-zone	vgl. Carter et al.	normaler Femur (Sideplate)	1994	[WHG94]

A.2 Implementierung des Modells in MARC

Das FEM-Programm MARC (Analysis Research Corporation, Palo Alto, Ca) bietet die Möglichkeit, mit Hilfe sogenannter User Subroutines eigene Materialgesetze zu definieren. Zur Implementierung der in dieser Arbeit vorgestellten Theorien wurde die Unterroutine HYPELA für hypoelastisches Materialverhalten gewählt. Alle eigens implementierten Routinen, die hier nicht ausgeführt werden, werden von der Routine HYPELA aufgerufen und gesteuert, sie ist in FORTRAN geschrieben und besitzt folgendes Format:

```

SUBROUTINE HYPELA(D,G,E,DE,S,TEMP,DTEMP,NGENS,N,NN,KC,MATS,
1 NDI,NSCHEAR)
  IMPLICIT REAL *8 (A-H, O-Z)
  DIMENSION D(NGENS,NGENS), G(NGENS), E(NGENS), DE(NGENS,NGENS),
1 S(NGENS), TEMP(1), DTEMP(1), N(2)

      user coding

RETURN
END

```

Die Bedeutung der relevanten Variablen der Unterroutine HYPELA werden im folgenden erläutert:

D(NGENS,NGENS)	Tangentensteifigkeitsmatrix \mathbf{K} (wird innerhalb der Unterroutine definiert)
E(NGENS)	Dehnungsvektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ zu Beginn des Inkrementes (wird von außen übergeben).
S(NGENS)	Spannungsvektor $\boldsymbol{\sigma}$ zu Beginn des Inkrementes (wird von außen übergeben). Innerhalb der Unterroutine muß dieser Vektor mit den Spannungswerten am Ende des Inkrementes belegt werden.
DE(NGENS)	Vektor der angenommenen inkrementellen Dehnungsänderung $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ (wird von außen übergeben).
NGENS	Größe der Tangentensteifigkeitsmatrix \mathbf{K} (wird von außen übergeben).
N(1)	User-Element-Nummer (wird von außen übergeben).
NN	Integrationspunkt-Nummer (wird von außen übergeben).

Innerhalb der MARC-Eingabedatei (*name.dat*) wird das Materialverhalten der Knochen-elemente mit Hilfe der Materialdefinition *hypoelastic* festgelegt. Wird für ein so definiertes Element während der Berechnung des Modells eine Spannungs-Dehnungsbeziehung benötigt, so wird die Unterroutine HYPELA aufgerufen.

Vom Main-Program wird der Spannungsvektor σ_n , der Dehnungsvektor ϵ_n und Vektor der angenommenen inkrementellen Dehnungsänderung $\Delta\epsilon_n$ zu Beginn des Inkrementes n übergeben. Der Steifigkeitstensor C wird entsprechend Abbildung 4.1 berechnet.

Mit Hilfe der Tangentensteifigkeitsmatrix $K = C$ wird aus der Spannung σ_n , der Dehnung ϵ_n und der angenommenen inkrementellen Dehnungsänderung $\Delta\epsilon_n$ die Spannung σ_{n+1} am Ende des Inkrementes berechnet.

$$\sigma_{(n+1)} = K(\epsilon_n + \Delta\epsilon_n) \quad (\text{A.1})$$

Der Wert der Spannung σ_{n+1} stellt jedoch nur eine Näherung der exakten Lösung dar, weil mit einer angenommenen Dehnungsänderung $\Delta\epsilon_n$ gerechnet wurde. Mit Hilfe der Full Newton-Raphson Iteration wird dieser Vorgang solange wiederholt, bis die inneren Kräfte mit den äußeren Kräften im Gleichgewicht stehen. Das bedeutet, daß die Routine in jedem Zeitschritt für jeden Integrationspunkt mehrfach aufgerufen wird. Das Iterationsverfahren wird im dat-File über den control-Befehl gesteuert. Die maximale Anzahl an Iterationsschritten pro Inkrement wird auf 10 gesetzt. Als Konvergenz-Kriterium wird die maximale relative Größe des nicht ausbalancierten Lastvektors (*relative residual checking*) verwendet:

$$\text{tol} > \frac{\|{}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}\|_{\max}}{\|{}^{t+\Delta t}\mathbf{R}\|_{\max}}. \quad (\text{A.2})$$

Da die Dichte jeweils nur beim ersten Aufruf der Routine geändert werden muß, wird der Routine über den MARC common-Block *concom* die Variable *ncycles* zur Verfügung gestellt, die mit der Anzahl der Iterationsschritte belegt ist. In diesem common-Block ist auch die Variable *inc* enthalten, die mit dem aktuellen Zeitschritt (Inkrement) belegt ist. Die Variable *inc* wird benötigt, um im 0. Inkrement die Anfangsdichte ρ_i zu setzen und um daraus den isotropen Steifigkeitstensor zu bilden.

Die innerhalb der Routine berechnete Dichte bzw. Dichteänderung wird in einer Feldvariable *rho* bzw. *deltarho* der Größe $(n \times nn)$ abgelegt. n steht hierbei für die Anzahl der Elemente des FE-Modells (n) und nn für die maximale Anzahl von Integrationspunkten pro Element (nn). Um die Werte dem Postprocessing in MARC zugänglich zu machen, werden die beiden Felder am Ende jedes Inkrementes mit Hilfe der User Subroutine *ELEVAR* auf den internen Feldern (*state variables*) *dt(2)* und *dt(3)* abgelegt. Die User Subroutine *ELEVAR* wird im dat-File mit der *udump*-Option aufgerufen. Desweiteren muß im dat-File angegeben werden, daß die *state variables* *dt(2)* und *dt(3)* mit ins Ausgabe-File (*name.t19*) geschrieben werden sollen (*post*-Befehl).

Zur Realisierung der Ausgabe weiterer Größen z. B. interner Variablen oder der Komponenten des Steifigkeitstensors C_{ij} wird die User Subroutine *PLOTV* verwendet. Hierin

können die in HYPELA berechneten Größen dem Postprocessing zugänglich gemacht werden. Die Initialisierung der Größen als auch des Aufrufs dieser Routine wird ebenfalls über den `post`-Befehl gesteuert.

Das Modell wird mit drei verschiedenen Lastfällen belastet. Um die Kräfte in einer bestimmten zeitlichen Abfolge an den entsprechenden Knotenpunkten des Modells aufzubringen, wird die User Subroutine `FORCDT` verwendet. Im `dat`-File wird die Routine mit der Option `forcdt` gefolgt von einer Liste von Knotennummern aufgerufen. Die User Subroutine `FORCDT` bietet die Möglichkeit, die inkrementelle Änderung der äußeren Knotenpunktkräfte zu definieren.

Literaturverzeichnis

- [ACVR84] Ashman, R. B., Cowin, S. C., Van Buskirk, W. C., und Rice, J. C. A Continuous Wave Technique for the Measurement of the Elastic Properties of Cortical Bone. *J. Biomechanics*, 17:349–361, 1984.
- [AF76] Ambardar, J. D. und Ferris, C. D. A Simple Technique for Measuring Certain Elastic Moduli in Bone. *Biomed. Sci. Instr.*, 12:23–27, 1976.
- [Ald90] Aldinger, G. *Die gelockerte Hüftprothese*, chapter Problematik der Hüftendoprothesenverankerung - Ursachen der Lockerungen und therapeutische Konsequenzen, Seiten 128–133. Schattauer - Verlag, Stuttgart, New York, 1990.
- [AR88] Ashman, R. B. und Rho, J. Y. Elastic Modulus of Trabecular Bone Material. *J. Biomechanics*, 21:181–188, 1988.
- [Ash91] Ashman, R. B. Experimental Techniques. In Cowin, S. C., Herausgeber, *Bone Mechanics*, Seiten 75–96. CRC Press, Inc., New York, 2 edition, 1991.
- [Bat90] Bathe, K. - J. *Finite - Elemente - Methoden*. Springer - Verlag, Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo Hong Kong, 1990.
- [BCFR72] Burstein, A. H., Currey, J. D., Frankel, V. H., und Reilly, D. T. The Ultimate Properties of Bone Tissue: The Effects of Yielding. *J. Biomechanics*, 5:35–44, 1972.
- [BCW81] Buskirk van, W. C. , Cowin, S. C., und Ward, R. N. The Elastic Moduli of Bone. *J. Biomechanical Engineering*, 103:67–72, 1981.
- [BEN⁺90] Bettermann, A., Ecke, H., Nietert, M., Mack, E., Sablotzki, A., und Pape, M. Biomechanische Analysen zur Schaftgestaltung von Hüftendoprothesen. *Biomedizinische Technik*, 35 (Ergänzungsband):35–49, 1990.
- [BF80] Brown, T. D. und Ferguson Jr., A. B. Mechanical Property Distributions in the Cancellous Bone of the Human Proximal Femur. *Acta Orthopaedica Scandinavica*, 51:429–437, 1980.
- [BGF⁺85] Benninghoff, A., Goertler, K., Ferner, H., Staubesand, J., Fleischhauer, K., und Zenker, W., Herausgeber. *Makroskopische und mikroskopische Anatomie des Menschen: Cytologie, Histologie, allgemeine Anatomie und Anatomie des Bewegungsapparates*, Band 1. Urban & Schwarzenberg, München, Wien, Baltimore, 1985.

- [BGR90] Bergmann, G., Graichen, F., und Rohlmann, A. Instrumentation of a Hip Joint Prosthesis. In Bergmann, G., Graichen, F., und Rohlmann, A., Herausgeber, *Implantable Telemetry in Orthopaedics*, Seiten 35–64. Freie Universität Berlin, 1990.
- [BGR91] Bergmann, G., Graichen, F., und Rohlmann, A. Messung der Hüftgelenkbelastung bei zwei Patienten. *Biomedizinische Technik*, 36 (Ergänzungsband):204–205, 1991.
- [BGR93] Bergmann, G., Graichen, F., und Rohlmann, A. Hip Joint Loading During Walking and Running Measured in Two Patients. *J. Biomechanics*, 26(8):969–990, 1993.
- [BH85] Beaupré, G. S. und Hayes, W. C. Finite Element Analysis of a Three-Dimensional Open-Celled Model for Trabecular Bone. *J. Biomechanical Engineering*, 107:249–256, 1985.
- [BKV91] Burger, E. H., Klein-Nulend, J., und Veldhuijzen, J. P. Modulation of Osteogenesis in Fetal Bone Rudiments by Mechanical Stresses in Vitro. *J. Biomechanics*, 24:101–110, 1991.
- [BOC90a] Beaupré, G. S., Orr, T. E., und Carter, D. R. An Approach for Time-Dependent Bone Modeling and Remodeling - Theoretical Development. *J. Orthopaedic Research*, 8:651–661, 1990.
- [BOC90b] Beaupré, G. S., Orr, T. E., und Carter, D. R. An Approach for Time-Dependent Bone Modeling and Remodeling - Application: A Preliminary Remodeling Simulation. *J. Orthopaedic Research*, 8:662–670, 1990.
- [Boe87] Boehler, J. P., Herausgeber. *Applications of Tensor Functions in Solid Mechanics*. Springer - Verlag, Wien, New York, 1987.
- [Bos92] Bossel, H. *Modellbildung und Simulation: Konzepte, Verfahren und Modelle zum Verhalten dynamischer Systeme*. Vieweg, 1992.
- [BPRR88] Brown, T. D., Pedersen, D. R., Radin, E. L., und Rose, R. M. Global Mechanical Consequences of Reduced Cement/Bone Coupling Rigidity in Proximal Femoral Arthroplasty: A Three-Dimensional Finite Element Analysis. *J. Biomechanics*, 21(2):115 – 129, 1988.
- [BS91] Bertram, J. E. A. und Swartz, S. M. The Law of Bone Transformation: A Case of Crying Wolff. *Biol. Rev.*, 66:245 – 273, 1991.
- [Bur83] Burris, C. L. *A Correlation of Quasistatic and Ultrasonic Measurements for the Elastic Properties of Cortical Bone*. Dissertation, Tulane University, 1983.

- [Bus90] Buse, H. *Die gelockerte Hüftprothese*, chapter Biomechanik des Prothesenkragens, Wirkung des Kragens auf die Lasteinwirkung im Prothesenschaft-Knochen (Zement)-Verbund im Hinblick auf die Lockerungsproblematik, Seiten 117–127. Schattauer - Verlag, Stuttgart, New York, 1990.
- [BZHK75] Burstein, A. H., Zika, J. M., Heiple, K. G., und Klein, L. Contribution of Collagen and Mineral to the Elastic-plastic Properties of Bone. *J. Bone Joint Surg.*, 57A:956–961, 1975.
- [Cal94] Calais-Germain, B. *Anatomie der Bewegung*. MECO Verlags GmbH, Dreieich, 1994.
- [CALS93] Cowin, S. C., Arramon, Y. P., Luo, G. M., und Sadegh, A. M. Chaos in the Discrete-Time Algorithm for Bone-Density Remodeling Rate Equations. *J. Biomechanics*, 26(9):1077–1089, 1993.
- [Car82] Carter, D. R. The Relationship between in vivo strains and cortical bone remodeling. *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 8(1):1–28, 1982.
- [Car84] Carter, D. R. Mechanical Loading Histories and Cortical Bone Remodeling. *Calcified Tissue Int.*, 36(Supplement 1):19–24, 1984.
- [Car87] Carter, D. R. Mechanical Loading History And Skeletal Biology. *J. Biomechanics*, 20(11/12):1095–1109, 1987.
- [CB79] Cowin, S.C. und Buskirk van, W.C. Surface Bone Remodeling Induced by a Medullary Pin. *J. Biomechanics*, 12:269–276, 1979.
- [CB86] Cowin, S. C. und Buskirk van, W. C. Thermodynamic Restrictions of the Elastic Constants of Bone. *J. Biomechanics*, 19(1):85–87, 1986.
- [CBA87] Cowin. S. C., Buskirk van, W. C., und Ashman, R. B. Properties of Bone. In Shalak, R. und Chien, S., Herausgeber, *Handbook of Bioengineering*, chapter 2. Mc-Graw-Hill, New York, 1987.
- [CBDH85] Cezayirlioglu, H., Bahniuk, E., Davy, D. T., und Heiple, K. G. Anisotropic Yield Behaviour of Bone Under Combined Axial Force and Torque. *J. Biomechanics*, 18:61–70, 1985.
- [CBJM80a] Crowninshield, R. D., Brand, R. A., Johnston, R. C., und Milroy, J. C. An Analysis of Femoral Component Stem Design in Total Hip Arthroplasty. *J. Bone Joint Surg.*, 62-A:68–78, 1980.
- [CBJM80b] Crowninshield, R. D., Brand, R. A., Johnston, R. C., und Milroy, J. C. The Effect of Femoral Stem Cross - Section Geometry on Cement Stresses in Total Hip Reconstruction. *Clin. Orthop.*, 146:71–77, 1980.

- [CC83] Carter, D. R. und Caler, W. E. Cycle-Dependent and Time-Dependent Bone Fracture with Repeated Loading. *J. Biomechanical Engineering*, 105:166–170, 1983.
- [CF81] Cowin, S. C. und Firoobakhsh, K. Bone Remodeling of Diaphysial Surfaces Under Constant Load: Theoretical Predictions. *J. Biomechanics*, 14(7):471–484, 1981.
- [CFW87] Carter, D. R., Fyhrie, D. P., und Whalen, R. T. Trabecular Bone Density and Loading History: Regulation of Connective Tissue Biology by Mechanical Energy. *J. Biomechanics*, 20(8):785–794, 1987.
- [CGTS80] Clarke, I. C., Gruen, T. A. W., Tarr, R. R., und Sarmiento, A. Finite Element Analysis Studies of Total Hips Versus Clinical Reality. In Simon, B. R., Herausgeber, *Finite Elements in Biomechanics*, Band 2, Seiten 487–510, Tucson, Arizona, 1980.
- [CH76a] Carter, D.R. und Hayes, W.C. Bone Compressive Strength: the Influence of Density and Strain Rate. *Science*, 194:1174, 1976.
- [CH76b] Cowin, S. D. und Hegedus, D. H. Bone Remodeling I: Theory of Adaptive Elasticity. *J. Elasticity*, 6(3):313–326, 1976.
- [CH77] Carter, D. R. und Hayes, W. C. The Compressive Behavior of Bone as a Two-Phase Porous Structure. *J. Bone and Joint Surgery*, 59-A(7):954–962, 1977.
- [CHBK85] Cowin, S. C., Hart, R. T., Balser, J. R., und Kohn, D. H. Functional Adaptation in Long Bones: Establishing In Vivo Values for Surface Remodeling Rate Coefficient. *J. Biomechanics*, 18(9):665 – 684, 1985.
- [CJAB78] Crowninshield, R. D., Johnston, R. C., Andrews, J. G., und Brand, R. A. A biomechanical investigation of the human hip. *J. Biomechanics*, 11:75–85, 1978.
- [CKCG90] Choi, K., Kuhn, J. L., Ciarelli, M. J., und Goldstein, S. A. The Elastic Moduli of the Human Subchondral, Trabecular, and Cortical Bone Tissue and the Size-Dependency of Cortical Bone Modulus. *J. Biomechanics*, 23(11):1103–1113, 1990.
- [CM89] Cowin, S.C. und Mehrabadi, M. M. Identification of the Elastic Symmetry of Bone and other Materials. *J. Biomechanics*, 22(6/7):503 – 515, 1989.
- [CMM91] Cowin, S. C., Moss-Salentijn, L., und Moss, M. L. Candidates for the Mechanosensory System in Bone. *J. Biomechanical Engineering*, 113:191–197, 1991.
- [CN78] Cowin, S. C. und Nachlinger, R. R. Bone Remodeling III: Uniqueness and Stability in Adaptive Elasticity Theory. *J. Elasticity*, 8(3):285–295, 1978.

- [COF89] Carter, D. R., Orr, T. E., und Fyhrie, D. P. Relationships between loading History and Femoral Cancellous Bone Architecture. *J. Biomechanics*, 22(3):231–244, 1989.
- [COFS87] Carter, D. R., Orr, T. E., Fyhrie, D. P., und Schurman, D. J. Influences of Mechanical Stress on Prenatal and Postnatal Skeletal Development. *Clin. Orthop.*, 219:237–250, 1987.
- [Cow81] Cowin, S. C. Continuum Models of the Adaptation of Bone to Stress. In Cowin, S. C., Herausgeber, *Mechanical Properties of Bone*, Band AMD 45 von *American Society of Mechanical Engineers*, Seiten 193–210, New York, 1981.
- [Cow85] Cowin, S.C. The Relationship Between The Elasticity Tensor And The Fabric Tensor. *Mechanics of Materials*, 4:137–147, 1985.
- [Cow86] Cowin, S.C. Wolff's Law of Trabecular Architecture at Remodeling Equilibrium. *J. Biomechanical Engineering*, 108:83 – 88, 1986.
- [Cow90] Cowin, S. C. Structural Adaptation of Bones. *Applied Mechanics Reviews*, 43(5):126–133, 1990.
- [Cow91] Cowin, S. C. The Mechanical Properties of Cancellous Bone. In Cowin, S. C., Herausgeber, *Bone Mechanics*, Seiten 129–158. CRC Press, Inc., New York, 2 edition, 1991.
- [CPW74] Crowninshield, R. D., Pope, M. H., und Wood, J. L. The Response of Compact Bone in Tension at Various Strain Rates. *Ann. Biomed. Eng.*, 2:217–225, 1974.
- [CSL91] Cowin, S. C., Sadegh, A. M., und Luo, G. M. Correction Formulae for the Misalignment of Axes in the Measurement of the Orthotropic Elastic Constants. *J. Biomechanics*, 24(7):637–641, 1991.
- [CSL92] Cowin, S. C., Sadegh, A. M., und Luo, G. M. An Evolutionary Wolff's Law for Trabecular Architecture. *J. Biomechanical Engineering*, 114:129–136, 1992.
- [CSS⁺80] Carter, D. R., Smith, D. J., Spengler, D. M., Daly, C. H., und Frankel, V. H. Measurement and Analysis of In vivo Bone Strains on the Canine Radius and Ulna. *J. Biomechanics*, 13:27–38, 1980.
- [CT83] Crowninshield, R. D. und Tolbert, J. Cement Strain Measurement Surrounding Loose and Well Fixed Femoral Component Stems. *J. Biomed. Matls. Res.*, 17, 1983.
- [CTS⁺94] Colgan, D., Trench, P., Slemon, D., Finlay, J. B., O'Donnell, P., und Little, E. G. A Review of Joint and Muscle Load Simulation relevant to In-Vitro Stress Analysis of the Hip. *Strain*, 30:47–61, 1994.

- [Cur69a] Currey, J. D. The Mechanical Consequences of Variation in the Mineral Content of Bone. *J. Biomechanics*, 2:1–11, 1969.
- [Cur69b] Currey, J. D. The Relationship between the Stiffness and the Mineral Content of Bone. *J. Biomechanics*, 2:477–480, 1969.
- [Cur87] Currey, J. D. The Evolution of the Mechanical Properties of Amniote Bone. *J. Biomechanics*, 20:1035–1144, 1987.
- [Cur88a] Currey, J. D. Strain Rate and Mineral Content in Fracture Models of Bone. *J. Orthopaedic Research*, 6:32–38, 1988.
- [Cur88b] Currey, J. D. The Effect of Porosity and Mineral Content on the Young's Modulus of Elasticity of Compact Bone. *J. Biomechanics*, 21:131–139, 1988.
- [Cur90] Currey, J. D. Physical Characteristics Affecting the Tensile Failure Properties of Compact Bone. *J. Biomechanics*, 23(8):837–844, 1990.
- [Cur93] Curnier, A. *Computational Methods in Solid Mechanics*. Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [Cur95] Currey, J. D. The Validation of Algorithms Used to Explain Adaptive Remodeling in Bone. In Odgaard, A. und Weinans, H., Herausgeber, *Bone Structure and Remodeling*, Band 2 von *Recent Advances in Human Biology*, Seiten 9–14. World Scientific, 1995.
- [CVCT96] Cristofolini, L., Viceconti, M., Capello, A., und Toni, A. Mechanical Validation of Whole Bone Composite Femur Models. *J. Biomechanics*, 29(4):525–535, 1996.
- [DH95] Dalstra, M. und Huiskes, R. Load Transfer across the Pelvic Bone. *J. Biomechanics*, 28(6):715–724, 1995.
- [DHE95] Dalstra, M., Huiskes, R., und Erning van, L. Development and Validation of a Three-Dimensional Finite Element Model of the Pelvic Bone. *J. Biomech. Eng.*, 117(3):272 – 278, 1995.
- [DKBB90] Davy, D. T., Kotzar, G. M., Berilla, J., und Brown, R. H. Telemeterized Orthopaedic Implant Work at Case Western Reserve University. In Bergmann, G., Graichen, F., und Rohlmann, A., Herausgeber, *Implantable Telemetry in Orthopaedics*, Seiten 205–220. Freie Universität Berlin, 1990.
- [DL52] Dempster, W. T. und Liddicoat, R. T. Compact Bone as a Non - Isotropic Material. *Am. J. Anat.*, 91:331–362, 1952.
- [Dud96] Duda, G. N. *Influence of Muscle Forces on the Internal Loads in the Femur during Gait*. Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1996.

- [EB88] Engh, C. A. und Bobyn, D. The Influence of Stem Size and Extent of Porous Coating on Femoral Bone Resorption after Primary Cementless Hip Arthroplasty. *inical Orthopaedics and Related Research*, 231(6):7 – 28, 1988.
- [Eva73] Evans, F. G. *Mechanical Properties of Bone*. Thomas, C. C., Springfield, Illinois USA, 1973.
- [FC80] Firoozbakhsh, K. und Cowin, S. C. Devolution of Inhomogeneities in Bone Structure - Predictions of Adaptive Elasticity Theory. *J. Biomechanical Engineering*, 102:287–293, 1980.
- [FC81] Firoozbakhsh, K. und Cowin, S. C. An Analytical Model of Pauwels' Functional Adaptation Mechanism in Bone. *J. Biomechanical Engineering*, 103:246–252, 1981.
- [FC86] Fyhrie, D. P. und Carter, D. R. A unifying Principle Relating Stress to Trabecular Bone Morphology. *J. Orthopaedic Research*, 4:304–317, 1986.
- [FC90] Fyhrie, D. P. und Carter, D. R. Femoral Head Apparent Density Distribution Predicted From Bone Stresses. *J. Biomechanics*, 23(1):1–10, 1990.
- [FJC95] Fischer, K. J., Jacobs, C. R., und Carter, D. R. Computational Method for Determination of Bone and Joint Loads Using Bone Density Distributions. *J. Biomechanics*, 28(9):1127–1135, 1995.
- [FJS95] Fyhrie, D. P., Jacobs, C. R., und Schaffer, M. B. Stable Adaptation of Bone Apparent Density. In Odgaard, A. und Weinans, H., Herausgeber, *Bone Structure and Remodeling*, Band 2 von *Recent Advances in Human Biology*, Seiten 251–257. World Scientific, 1995.
- [FL86] Fagan, M. J. und Lee, A. J. C. Role of the Collar on the Femoral Stem of Cemented Total Hip Replacements. *J. Biomed. Eng.*, 8:295–304, 1986.
- [Fro64] Frost, H. M. *The Laws of Bone Structure*. Charles C. Thomas Publisher, Springfield, Illinois, USA, 1964.
- [Fro82] Frost, H. M. Mechanical Determinants of Bone Modeling. *Metabolic Bone Disease and Related Research*, 4:217–229, 1982.
- [Fro94] Frost, H. M. MD. Wolff's Law and Bone's Structural Adaptations to Mechanical Usage: an Overview for Clinicians. *The Angle Orthodontist*, 64(3):175–188, 1994.
- [Fun77] Fung, Y. C. *A First Course in Continuum Mechanics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2 edition, 1977.
- [Fun93] Fung, Y. C. *Biomechanics - Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer - Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, 2 edition, 1993.

- [Gal76] Gallagher, R. H. *Finite - Element - Analysis*. Springer - Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1976.
- [Gib85] Gibson, L. J. The Mechanical Behaviour of Cancellous Bone. *J. Biomechanics*, 18:317-328, 1985.
- [GLM79] Goodship, A. E., Lanyon, L. E., und MacFie, J. H. Functional Adaptation of Bone to Increased Stress. *J. Bone Joint Surg.*, 61A:539-546, 1979.
- [GMK⁺94] Guo, X. D., McMahon, T. A., Keaveny, T. M., Hayes, W. C., und Gibson, L. J. Finite Element Modeling Of Damage Accumulation In Trabecular Bone Under Cyclic Loading. *J. Biomechanics*, 27(2):145-155, 1994.
- [GRKG95] Goel, V. K., Ramirez, S.A., Kong, W., und Gilbertson, L.G. Cancellous Bone Young's Modulus Variation Within the Vertebral Body of a Ligamentous Lumbar Spine - Application of Bone Adaptive Remodeling Concepts. *Journal of Biomechanical Engineering*, 117:266-271, August 1995.
- [GRR70] Galante, J., Rostoker, W., und Ray, R. D. Physical Properties of Trabecular Bone. *Calcif. Tissue Res.*, 5:236-246, 1970.
- [Gru92] Grueters, H. Biomechanisch begründete Stimulation postoperativer Knochenumbauvorgänge. *Biomed. Technik*, 37:94-98, 1992.
- [GS94] Goel, V. K. und Seenivasan, G. Applying Bone Adaptive Remodelling Theory to Ligamentous Spine. *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, 94:508-516, 1994.
- [HB83] Hight, T. K. und Brandeau, J. F. Mathematical Modeling of the Stress - Strain Rate Behaviour of Bone Using the Ramberg - Osgood Equation. *J. Biomechanics*, 16:445-450, 1983.
- [HC76] Hegedus, D. H. und Cowin, S. C. Bone Remodeling II: small strain adaptive elasticity. *J. Elasticity*, 6(4):337-352, 1976.
- [HC83] Huiskes, R. und Chao, E. Y. S. A Survey of Finite Element Analysis in Orthopedic Biomechanics: The First Decade. *J. Biomechanics*, 16(6):385-409, 1983.
- [HD91] Hart, R. T. und Davy, D. T. Theories of Bone Modeling and Remodeling. In Cowin, S. C., Herausgeber, *Bone Mechanics*, Seiten 253-278. CRC Press, Inc., New York, 2 edition, 1991.
- [HDH84a] Hart, R. T., Davy, D. T., und Heiple, K. G. A Computational Method for Stress Analysis of Adaptive Elastic Materials with a View toward Applications in Strain - Induced Bone Remodeling. *J. Biomechanical Engineering*, 106:342-350, 1984.

- [HDH84b] Hart, R. T., Davy, D. T., und Heiple, K. G. Mathematical Modeling and Numerical Solutions for Functionally Dependent Bone Remodeling. *Calcified Tissue Int.*, 36(Supplement 1):104–109, 1984.
- [HDP⁺91] Hobatho, M. C., Darmana, R., Pastor, P., Barrau, J. J., Laroze, S., und Morucci, J. P. Development of a Three-Dimensional Finite Element Model of a Human Tibia Using Experimental Modal Analysis. *J. Biomechanics*, 24(6):371–383, 1991.
- [HDV⁺87] Huiskes, R., Dalstra, M., Venne van de, R., Grootenboer, H., und Slooff, T. J. A Hypothesis Concerning the Effect of Implant Rigidity on Adaptive Cortical Bone Remodelling in the Femur. In Bergmann, G., Kölbl, R., und Rohmann, A., Herausgeber, *Biomechanics: Basic and Applied Research*, Seiten 325–332. Martinus Nijhoff Publishers, Berlin, 1987.
- [Hen90] Henssge, E.J. *Die gelockerte Hüftprothese*, chapter Zementierte und zementlose anatomisch adaptierte Hüftendoprothesen, Seiten 10–15. Schattauer - Verlag, Stuttgart, New York, 1990.
- [HH91] Harrigan, T. P. und Harris, W. H. A Three - Dimensional Non - Linear Finite Element Study fo the Effect of Cement - Prosthesis Debonding in Cemented Femoral Total Hip Components. *J. Biomechanics*, 21:115–129, 1991.
- [HH92] Harrigan, T. P. und Hamilton J. J. An Analytical and Numerical Study of the Stability of Bone Remodelling Theories: Dependence on Microstructural Stimulus. *J. Biomechanics*, 25(5):477–488, 1992.
- [HJS80] Huiskes, R., Janssen, J. D., und Slooff, T. J. Stress Analyses of Intramedullary Fixated Orthopaedic Joint Prostheses. In Simon, B. R., Herausgeber, *Finite Elements in Biomechanics*, Band 2, Seiten 763–780, Tucson, Arizona, 1980.
- [HLL71] Hert, J., Liskova, M., und Landa, J. Reaction of Bone to Mechanical Stimuli; Part1: Continuous and Intermittent Loading of Tibia in Rabbit. *Folia Morphologica No.3*, 19:290–300, 1971.
- [HLS90] Holl,E., Lill,K., und Scherer, M.A. *Die gelockerte Hueftprothese*, chapter Septische Prothesenlockerung der Huefte, Seiten 35–37. Schattauer-Verlag, Stuttgart, New York, 1990.
- [HM84] Harrigan, T. P. und Mann, R.W. Characterisation of Microstructural Anisotropy in Orthotropic Materials Using a Second Rank Tensor. *J. Material Science*, 19:761–767, 1984.
- [Hog92] Hogan, H. A. Micromechanics Modelling of Haversian Cortical Bone Properties. *J. Biomechanics*, 25(5):549–556, 1992.

- [Hor89] Hornbogen, E. *Werkstoffe*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 1989.
- [HSHS85] Huiskes, R., Strens, P. H. G. E., Heck van, J., und Slooff, T. J. J. H. Interface Stresses in the Resurfaced Hip. *Acta Orthop Scand*, 56:474–478, 1985.
- [Hui90] Huiskes, R. The Various Stress Patterns of Press-Fit, Ingrown, and Cemented Femoral Stems. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 261:27–38, 1990.
- [Hui92] Huiskes, R. Adaptive Bone-Remodeling Analysis. *Chirurgia degli Organi di Movimento*, 77/2:129–133, 1992.
- [Hui95] Huiskes, R. Bone Remodeling around Implants can be Explained as an Effect of Mechanical Adaptation. In Galante, J. O., Rosenberg, A. G., und Callaghan, J. J., Herausgeber, *Total Hip Revision Surgery*, chapter 15, Seiten 159 – 171. Raven Press, Ltd., New York, 1995.
- [HWD89] Huiskes, R., Weinans, H., und Dalstra, M. Adaptive Bone Remodeling and Biomechanical Design Considerations. *Orthopedics*, 12(9):1255 – 1267, 1989.
- [HWG+87] Huiskes, R., Weinans, H., Grootenboer, H. J., Dalstra, M., Fudala, B., und Slooff, T. J. Adaptive Bone - Remodeling Theory applied to Prosthetic - Design Analysis. *J. Biomechanics*, 20(11/12):1135–1150, 1987.
- [HWR92] Huiskes, R., Weinans, H., und Rietbergen van, B. The Relationship between Stress Shielding and Bone Resorption Around Total Hip Stems and the Effect of Flexible Materials. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 274(1):125 – 134, 1992.
- [JH80] Jacob, H. A. C. und Huggler, A. H. An Investigation into Biomechanical Causes of Prosthesis Stem Loosening Within the Proximal End for the Human Femur. *J. Biomechanics*, 13:159–173, 1980.
- [JLB+95] Jacobs, C. R., Levenston, M. E., Beaupré, G. S., Simo, J. C., und Carter, D. R. Numerical Instabilities in Bone Remodeling Simulations: The Advantages of a node-based Finite Element Approach. *J. Biomechanics*, 28(4):449–459, 1995.
- [JS95] Jani, L. und Scheller, G. Möglichkeiten und Grenzen moderner Hüftendoprothetik. *Deutsches Ärzteblatt*, 46(17):A3239 – 3242, 1995.
- [JSBC95a] Jacobs, C. R., Simo, J. C., Beaupré, G. S., und Carter, D. R., Herausgeber. *Anisotropic Adaptive Bone Remodeling Simulation Based on Principal Stress Magnitudes*, Orlando, Florida, 1995. Orthopaedic Research Society, 41st Annual Meeting.

- [JSBC95b] Jacobs, C. R., Simo, J. C., Beaupré, G. S., und Carter, D. R. Comparing an Optimal Global Efficiency Assumption to a Principal Stress-based Formulation for the Simulation of Anisotropic Bone Adaptation to Mechanical Loading. In Odgaard, A. und Weinans, H., Herausgeber, *Bone Structure and Remodeling*, Band 2 von *Recent Advances in Human Biology*, Seiten 225–238. World Scientific, 1995.
- [Kaf93] Kafka, V. On Hydraulic Strengthening of Bones. *J. Biomechanics*, 26(6):761–762, 1993.
- [Kau97] Kaulen, H. Ein Schalter regelt das Knochenwachstum. *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 10. September 1997.
- [KB94] Keaveny, T. M. und Bartel, D. L. Fundamental Load Transfer Patterns for Press-Fit, Surface-Treated Intramedullary Fixation Stems. *J. Biomechanics*, 27(9):1147–1157, 1994.
- [KBGH93] Keaveny, T. M., Borchers, R. E., Gibson, L. J., und Hayes, W. C. Trabecular Bone Modulus and Strength can Depend on Specimen Geometry. *J. Biomechanics*, 26(8):991–1000, 1993.
- [Kel94] Keller, T. S. Predicting the Compressive Mechanical Behavior of Bone. *J. Biomechanics*, 27(9):1159–1168, 1994.
- [KFMS93] Keyak, J. H., Fourkas, M. G., Meagher, J. M., und Skinner, H. B. Validation of an Automated Method of Three-Dimensional Finite Element Modeling of Bone. *J. Biomedical Engineering*, 15(6):505–509, 1993.
- [KGW⁺94] Keaveny, T. M., Guo, X. E., Wachtel, E. F., McMahon, T. A., und Hayes, W. C. Trabecular Bone Exhibits Fully Linear Elastic Behavior and Yields at Low Strains. *J. Biomechanics*, 27(9):1127–1136, 1994.
- [KH93] Keaveny, T. M. und Hayes, W. C. A 20-Year Perspective on the Mechanical Properties of Trabecular Bone. *J. Biomechanical Engineering*, 115:534–542, 1993.
- [KMSM90] Keyak, J. H., Meagher, J. M., Skinner, H. B., und Mote, Jr. C. D. Automated Three-Dimensional Finite Element Modelling of Bone: A New Method. *J. Biomedical Engineering*, 12:389–397, 1990.
- [Ko,53] Ko, R. The Tension Test upon the Compact Substance fo the Long Bones of Human Extremities. *J. Kyoto Pref. Med. Univ.*, 53:503–525, 1953.
- [KPAR95] Katona, T. R., Paydar, N. H., Akay, H. U., und Roberts, W. E. Stress Analysis of Bone Modeling Response to Rat Molar Orthodontics. *J. Biomechanics*, 28(1):27–38, 1995.

- [KRW96] Kullmer, G., Richard, H. A., und Weiser, J. Finite - Element - Analysen auf der Basis von Computertomographiedaten. In *Die Methode der Finiten Elemente in der Biomedizin und angrenzenden Gebieten*, Nummer III in FE - Workshop, Universität Ulm, 1996.
- [KS92] Keyak, J. H. und Skinner, H. B. Three-Dimensional Finite Element Modelling of Bone: Effects of Element Size. *J. Biomedical Engineering*, 14:483-489, 1992.
- [Kum92] Kummer, B. Computer Aided Simulation of the Functional Bone Adaptation - a Method to Check a Theory. In Regling, G., Herausgeber, *Wolff's Law and Connective Tissue Regulation*, chapter III. Biomechanical Considerations, Seiten 65-80. de Gruyter, W., Berlin, New York, 1992.
- [Lan70] Lang, S. B. Ultrasonic Method for Measuring Elastic Coefficients of Bone and Results of Fresh and Dried Bovine Bone. *IEEE Trans. Biomed. Engng.*, 17:393-405, 1970.
- [Lan84] Lanyon, L. E. Functional Strain as a Determinant for Bone Remodeling. *Calcified Tissue Int.*, 36(Supplement 1):56-61, 1984.
- [LAW⁺84] Lewis, J. L., Askew, M. J., Wixon, R. L., Kramer, G. M., und Tarr, R. R. The Influence of Prosthetic Stem Stiffness and of a Calcar Collar on the Stresses in the Proximal End of the Femur with a Cemented Femoral Component. *J. Bone Joint. Surg.*, 66-A:280-286, 1984.
- [LBCJ95] Levenston, M. E., Beaupré, G. S., Carter, D. R., und Jacobs, C. R. A Fading Memory of Recent Loading Enhances Short-Term Bone Adaptation Simulations. In Odgaard, A. und Weinans, H., Herausgeber, *Bone Structure and Remodeling*, Band 2 von *Recent Advances in Human Biology*, Seiten 201-212. World Scientific, 1995.
- [LBJC94] Levenstom, M. E., Beaupré, G. S., Jacobs, C. R., und Carter, D. R. The Role of Loading Memory in Bone Adaptation Simulations. *Bone*, 15(2):177-186, 1994.
- [LHM92] Linde, F., Hvid, I., und Madsen, F. The Effect of Specimen Geometry on the Mechanical Behaviour of Trabecular Bone Specimes. *J. Biomechanics*, 25:359-368, 1992.
- [LL87] Lewis, J. L. und Lew, W. D. Bioengineering of Total Joint Replacement. In Skalak, R. und Chien, S., Herausgeber, *Handbook of Bioengineering*, chapter 2, Seiten 1-13. McGraw-Hill, 1987.
- [LR84] Lanyon, L. E. und Rubin, C. T. Static Dynamic Loads as an Influence on Bone Remodelling. *J. Biomechanics*, 17(12):897-905, 1984.
- [Mar84] Martin, R. B. Porosity and Specific Surface of Bone. *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 10(3):179 - 222, 1984.

- [Mar91] Martin, R. B. Determinants of the Mechanical Properties of Bones. *J. Biomechanics*, 24, Suppl. 1:79–88, 1991.
- [Mat90] Mattheck, C. Design and Growth Rules for Biological Structures and their Application to Engineering. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 13(5):535–550, 1990.
- [Mat93] Mattheck, C. *Design in der Natur*. Rombach Verlag, Freiburg, 1993.
- [MB65] McElhaney, J. H. und Byars, E. Dynamic Response of Biological Materials. *ASME*, 65 WA/HUF-9, 1965.
- [MB89] Martin, R. B. und Burr, D. B. *Structure, Function, and Adaptation of Compact Bone*. Raven Press, New York, 1989.
- [MBC93] Meulen van der, M. C. H., Beaupré, G. S., und Carter, D. R. Mechanobiologic Influences in Long Bone Cross-Sectional Growth. *Bone*, 14:635–642, 1993.
- [MBWB95] Mann, K. A., Bartel, D. L., Wright, T. M., und Burstein, A. H. Coulomb Frictional Interfaces In Modeling Cemented Total Hip Replacements: A More Realistic Model. *J. Biomechanics*, 28(9):1067–1078, 1995.
- [McE66] McElhaney, J. H. Dynamic Response of Bone and Muscle Tissue. *J. Appl. Physiol.*, 21:1231, 1966.
- [MD85] Miles, A. W. und Dall, D. M. An Experimental Study of Femoral Stress in Total Hip Replacement - Influence of Structural Stiffness of the Femoral Stem. *Engng. Med.*, 14:133–135, 1985.
- [Mey67] Meyer von, G. H. Die Architektur der Spongiosa. *Arch. Anat. Physiol. Wiss. Med. (Reichert und DuBois-Reymonds Archiv)*, 34:615–628, 1867.
- [MH95] Mullender, M. G. und Huiskes, R. The Regulation of Functional Adaptation in Trabecular Bone,. In Odgaard, A. und Weinans, H., Herausgeber, *Bone Structure and Remodeling*, Band 2, Seiten 181 – 187. World Scientific, 1995.
- [MHAJ93] Malchau, H., Herberts, P., Ahnfelt, L., und Johnell, O. Prognose der totalen Hüftarthroplastik. In *61. Annual Meeting American Society of Orthopaedic Surgeons*, 1993.
- [MPT92] McNamara, B. P., Prendergast, P. J., und Taylor, D. Prediction of Bone Adaptation in the Ulnar-Osteotomized Sheep's Forelib Using an Anatomical Finite Element Model. *J. Biomedical Engineering*, 14:209–216, 1992.
- [MR95] Müller, R. und Rügsegger, P. Three-Dimensional Finite Element Modelling of Non-Invasively Assessed Trabecular Bone Structures. *Med. Eng. Phys.*, 17(2):126 – 133, 1995.

- [MR96] Mueller, R. und Rueeggsegger, P. Analysis of Mechanical Properties of Cancellous Bone under Conditions of simulated Bone Atrophy. *Journal of Biomechanics*, 29(8):1053–1060, 1996.
- [OBCS90] Orr, T. E., Beaupré, G. S., Carter, D. R., und Schurmann, D. J. Computer Predictions of Bone Remodeling Around Porous-Coated Implants. *J. Arthroplasty*, 5(3):191 – 200, 1990.
- [OPC90] Otter, M. W., Palmieri, V. R., und Cochran, G. V. B. Transcortical Streaming Potentials are Generated by Circulatory Pressure Gradients in Living Canine Tibia. *J. Orthopaedic Research*, 8:119–126, 1990.
- [Par84] Parfitt, A. M. The Cellular Basis of Bone Remodeling: The Quantum Concept Reexamined in Light of Recent Advances in the Cell Biology of Bone. *Calcified Tissue Int.*, 36(Supplement 1):37–45, 1984.
- [Pau50] Pauwels, F. Die Bedeutung der Muskelkräfte für die Regelung der Beanspruchung des Röhrenknochens während der Bewegung der Glieder (Dritter Beitrag zur funktionellen Anatomie und kausalen Morphologie des Stützapparates). *Zeitschrift für Anatomie und Entwicklungsgeschichte*, 115:327–351, 1950.
- [Pau60] Pauwels, F. Eine neue Theorie über den Einfluß mechanischer Reize auf die Differenzierung der Stützgewebe (Zehnter Beitrag zur funktionellen Anatomie und kausalen Morphologie des Stützapparates). *Zeitschrift für Anatomie und Entwicklungsgeschichte*, 121:478–515, 1960.
- [Pau65] Pauwels, F. *Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1965.
- [Pau73] Pauwels, F. *Atlas zur Biomechanik der gesunden und kranken Hüfte*. Springer Verlag, Berlin, 1973.
- [Per92] Perren, S. M. Biomechanische Grundlagen der Frakturbehandlung. *Orthopäde*, 21:3–10, 1992.
- [Pla91] Platzer, W. *dtv - Atlas der Anatomie, Band 1*. Deutscher Taschenbuch Verlag, 1991.
- [Pli89] Plitz, W. Biomechanische Aspekte zur Prothesenlockerung an der Hüfte. *Orthopäde*, 18:344–349, 1989.
- [Psc90] *Pschyrembel Klinisches Wörterbuch*. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1990.
- [PT90] Prendergast, P. J. und Taylor, D. Stress Analysis of the Proximo-Medial Femur after Total Hip Replacement. *Journal of Biomedical Engineering*, 12:379–382, 1990.

- [RAT93] Rho, J. Y., Ashman, R. B., und Turner, C. H. Young's Modulus of Trabecular and Cortical Bone Material: Ultrasonic and Microtensile Measurements. *J. Biomechanics*, 26(2):111–119, 1993.
- [RB74] Reilly, D. T. und Burstein, A. H. The Mechanical Properties of Cortical Bone. *J. Bone and Joint Surgery*, 56-A(5):1001–1021, 1974.
- [RB75] Reilly, D. T. und Burstein, A. H. The Elastic and Ultimate Properties of Compact Bone. *J. Biomechanics*, 8:393–405, 1975.
- [RCB88] Rice, J. C., Cowin, S. C., und Bowman, J. A. On the Dependence of the Elasticity and Strength of Cancellous Bone on Apparent Density. *J. Biomechanics*, 21(2):155 – 168, 1988.
- [RCHB88] Rohlmann, A., Cheal, E. J., Hayes, W. C., und Bergmann, G. A Nonlinear Finite Element Analysis of Interface Conditions in Porous Coated Hip Endoprostheses. *J. Biomechanics*, 21(7):605 – 611, 1988.
- [RHW⁺93] Rietbergen van, B., Huiskes, R., Weinans, H., Sumner, D. R., Turner, T. M., und Galante, J. O. The Mechanism of Bone Remodelling and Resorption around Press-Fitted THA Stems. *J. Biomechanics*, 26(4/5):369–382, 1993.
- [RHW⁺95] Rietbergen van, B., Huiskes, R., Weinans, H., Odgaard, A., und Kabel, J. The Role of Trabecular Architecture in the Anisotropic Mechanical Properties of Bone,. In Odgaard, A. und Weinans, H., Herausgeber, *Bone Structure and Remodeling*, Band 2, Seiten 137 – 146. World Scientific, 1995.
- [RL84] Rubin, C. T. und Lanyon, L. E. Regulation Of Bone Formation By Applied Dynamic Loads. *J. Bone and Joint Surgery*, Seiten 397–402, 1984.
- [RLC⁺92] Rakotomanana, R. L., Leyvraz, P. F., Curnier, A., Heegaard, J. H., und Rubin, P. J. A Finite Element Model for Evaluation of Tibial Prosthesis-Bone Interface in Total Knee Replacement. *J. Biomechanics*, 25(12):1413–1424, 1992.
- [RLL⁺91] Rohl, L., Larsen E., Linde, F., Odgaard, A., und Jorgensen, J. Tensile and Compressive Properties of Cancellous Bone. *J. Biomechanics*, 24(12):1143–1149, 1991.
- [RMBK83] Rohlmann, A., Mossner, U., Bergmann, G., und Kolbel, R. Element Analysis and Exmerimental Investigation in a Femur with Hip Endoprosthesis. *J. Biomechanics*, 16:727–742, 1983.
- [Roe81] Roesler, H. Some Historical Remarks on the Theory of Cancellous Bone Structure (Wolff's Law). In Cowin, S. C., Herausgeber, *Mechanical Properties of Bone*, Band AMD 45 von *American Society of Mechanical Engineers*, Seiten 27–42, New York, 1981.

- [Roe87] Roesler, H. The History of some Fundamental Concepts in Bone Biomechanics. *J. Biomechanics*, 20(11/12):1025–1034, 1987.
- [Rou81] Roux, W. *Der züchtende Kampf der Teile, oder die Teilauslese im Organismus. Theorie der funktionellen Anpassung.* Wilhlem Engelmann, Leipzig, 1881.
- [RSS79a] Roehrl, H., Scholten, R., und Sollbach, W. *Kraftflussberechnung in Knochenstrukturen und Prothesen, Phase II*, Band Forschungsbericht T79-82. Fachinformationszentrum Energie, Physik, Mathematik GmbH, 7514 Eggenstein, 1979.
- [RSS79b] Röhrl, H., Scholten, R., und Sollbach, W. Kraftflußberechnung in Knochenstrukturen und Prothesen - Phase II. Technologische Forschung und Entwicklung - Medizin Forschungsbericht T 79-82, Bundesministerium für Forschung und Technologie, 1979.
- [RSS80] Röhrl, H., Scholten, R., Sigolotto, C., und Sollbach, W. Kraftflußberechnung in Knochenstrukturen und Prothesen - Phase III. Technologische Forschung und Entwicklung - Medizin Forschungsbericht T 80-174, Bundesministerium für Forschung und Technologie, 1980.
- [RSW72] Rybicki, E. F., Simonen, F. A., und Weis, Jr. E. B. On the Mathematical Analysis of Stress in the Human Femur. *J. Biomechanics*, 5:203–215, 1972.
- [RTL95] Rakotomanana, R.L., Terrier, A., und Leyvraz, P.F., Herausgeber. *Anisotropic Bone Adaptation Models: Comparison and Application to Orthopaedic Implants*, Orlando, Florida, 1995. Orthopaedic Research Society, 41st Annual Meeting.
- [Rub84] Rubin, C. T. Skeletal Strain and the Functional Significance of Bone Architecture. *Calcified Tissue Int.*, 36(Supplement 1):11–18, 1984.
- [RWHO95] Rietbergen van, B., Weinans, H., Huiskes, R., und Odgaard, A. A New Method to Determine Trabecular Bone Elastic Properties and Loading Using Micromechanical Finite-Element Models. *J. Biomechanics*, 28(1):69–81, 1995.
- [SA73] Seireg, A. und Arvikar, R.J. A mathematical model for the evaluation of forces in lower extremities of the musculo-skeletal system. *Journal of Biomechanics*, 6:313–326, 1973.
- [SA75] Seireg, a. und Arvikar, R. J. The prediction of muscular load sharing and joint forces in the lower extremities during walking. *J. Biomechanics*, 8:89–102, 1975.
- [SAHF90] Scherer, M.A., Ascherl, R., Hoffmann, G., und Fulghum, C. *Die gelockerte Hueftprothese*, chapter Implantatlockerungen - Beobachtungen ueber 18 Jahre, Seiten 1–15. Schattauer - Verlag, Stuttgart, New York, 1990.

- [SB88] Schaffler, M.B. und Burr, D. B. Stiffness of Compact Bone: Effects of Porosity and Density. *J. Biomechanics*, 21:13–16, 1988.
- [Sch90] Schneider, R. *Die gelockerte Hüftprothese*, chapter Der Mechanismus der Schaftlockerung, Seiten 112–116. Schattauer - Verlag, Stuttgart, New York, 1990.
- [Sen93] Senger, W. *Mechanik des Knochenbaus um Implantate*. Dissertation, RWTH Aachen, 1993.
- [SG87] Sun, J. J. und Geng, J. A Study of Haversian Systems. In Bergmann, G., Kölbel, R., und Rohlmann, A., Herausgeber, *Biomechanics: Basic and Applied Research*, Seiten 201–206. Martinus Nijhoff Publishers, Berlin, 1987.
- [SH66] Sedlin, E. D. und Hirsch, C. Factors Affecting the Determination of the Physical Properties of Human Femoral Compact Bone. *Acta Orthop. Scandinavica*, 37:29–48, 1966.
- [Sie94] Siebertz, K. M. *Biomechanische Belastungsanalysen unter Berücksichtigung der Leichtbauweise des Bewegungsapparates*. Dissertation, RWTH Aachen, 1994.
- [SKB65] Sweeney, A. W., Kroon, R. P., und Byers, R. Mechanical Characteristics of Bone and its Constituents. *ASME*, 65-WA/Huf-7, 1965.
- [SLAL95] Schmitt, J., Lengsfeld, M., Alter, P., und Leppek, R. Die Anwendung voxelorientierter Femurmodell zur Spannungsanalyse. *Biomed. Technik*, 40(6):175 – 181, 1995.
- [SLGW91] Savvidis, E., Löer, F., Grüters, H., und Wiesener, Ch. Analyse der Beanspruchung des proximalen Femur bei verschiedenen Arten der Belastung mit Hilfe der Finite-Element-Methode. *Z. Orthop.*, 129(3):268–277, 1991.
- [Sny91] Snyder, B. D. *Anisotropic Structure - Property Relations for Trabecular Bone*. Dissertation, University of Pennsylvania, 1991.
- [Sob88] Sobotta, J. *Atlas der Anatomie des Menschen*, Band 2. Urban & Schwarzenberg, 1988.
- [SR92] Smolinski, P. und Rubash, H. E. Bone Remodeling Around Total Hip Implants. *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 20(5,6):461 – 483, 1992.
- [Str86] Strens, P. H. G. E. *Analysis of Implant Failure in the Wagner Resurfacing Arthroplasty*. Dissertation, Katholische Universität von Nijmegen, 1986.
- [TCR⁺90] Turner, C. H., Cowin, s. C., Rho, J. Y., Ashman, R. B., und Rice, J. C. The Fabric Dependence of the Orthotropic Elastic Constants of Cancellous Bone. *J. Biomechanics*, 23(6):549–561, 1990.

- [TFM90] Tensi, H.M., Ficker, E., und Moser, W. *Die gelockerte Hüftprothese*, chapter Schadenanalyse und festkörperphysikalische Untersuchungen an hochbeanspruchten Gelenkimplantaten, Seiten 86–97. Schattauer-Verlag, Stuttgart, New York, 1990.
- [TGA89] Tensi, H.M., Gese, H., und Ascherl, R. Non-linear Three Dimensional Finite Element Analysis of a Cementless Hip Prosthesis. In *Proceedings Institution of Mechanical Engineers*, Band 203, Seiten 215–222, London, 1989.
- [TOGH94] Tensi, H. M., Ortloff, S., Gese, H., und Hooputra, H. Überlegungen zur Optimierung von Gelenkimplantaten. *Biomedizinische Technik*, 39:227–233, 1994.
- [TRRL95] Terrier, A., Rakotomanana, R.L., Ramaniraka, N., und Leyvraz, P.F., Herausgeber. *Anisotropic Bone Adaptation Models: Application to Total Hip Arthroplasty*, Orlando, Florida, 1995. Computational Methods in Orthopaedic Biomechanics, 3rd Annual Symposium.
- [VB86] Vichnin, H. H. und Batterman, S. C. Stress Analysis and Failure Prediction in the Proximal Femur Before and After Total Hip Replacement. *J. Biomechanical Engineering*, 108:33–41, 1986.
- [VDH90] Verdonschot, N., Dalstra, M., und Huiskes, R. The Relevance of Implant Telemetry for Mechanical Analyses of Total Hip Arthroplasties. In Bergmann, G., Graichen, F., und Rohlmann, A., Herausgeber, *Implantable Telemetry in Orthopaedics*, Seiten 249–258. Freie Universität Berlin, 1990.
- [VHF93] Verdonschot, N.J.J., Huiskes, R., und Freeman, M.A.R. Pre-Clinical Testing of Hip Prosthetic Designs: A Comparison of Finite Element Calculations and Laboratory Tests. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 207:449–454, 1993.
- [VKS87] Valliappan, S., Kjellberg, S., und Svensson, N. L. Finite Element Analysis of Total Hip Prosthesis. In Simon, B. R., Herausgeber, *Finite Elements in Biomechanics*, Band 2, Seiten 527–548, Tucson, Arizona, 1987.
- [VSW77] Valliappan, S., Svensson, N. L., und Wood, R. D. Three Dimensional Stress Analysis Of The Human Femur. *Comput. Biol. Med.*, 7:253–264, 1977.
- [WAC⁺76] Woo, S. L. Y., Akeson, W. H., Coutts, R. D., Rutherford, L., Doty, D., Jemcott, G. F., und Amiel, D. A Comparison of Cortical Bone Atrophy Secondary to Fixation with Plates with Large Differences in Bending Stiffness. *The Journal of Bone and Joint Surgery*, 58A:190–195, 1976.
- [WC90] Wong, M. und Carter, D. R. Theoretical Stress Analysis of Organ Culture Osteogenesis. *Bone*, 11:127–133, 1990.

- [WCS88] Whalen, R. T., Carter, D. R., und Steele, C. R. Influence of Physical Activity on the Regulation of Bone Density. *J. Biomechanics*, 21(10):825–837, 1988.
- [Wei91] Weinans, H. *Mechanical Induced Bone Adaptations Around Orthopaedic Implants*. Dissertation, Catholic University of Nijmegen, 1991.
- [Wen97a] Weng, S. Adaptive Bone Remodeling. In *Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1997*, Mitteilung aus dem Institut für Mechanik, Institut für Mechanik Universitätsstr. 150 44780 Bochum, 1997. (zur Veröffentlichung eingereicht).
- [Wen97b] Weng, S. Ein anisotropes Knochenumbaumodell und dessen Anwendung. *Technische Mechanik*, 1997. (zur Veröffentlichung eingereicht).
- [WHG90] Weinans, H., Huiskes, R., und Grootenboer, H. J. Trends of Mechanical Consequences and Modeling of a Fibroembrace Around Femoral Hip Prosthesis. *J. Biomechanics*, 23:991–1000, 1990.
- [WHG92a] Weinans, H., Huiskes, R., und Grootenboer, H. J. Effects of Material Properties of Femoral Hip Components on Bone Remodeling. *J. Orthopaedic Research*, 10(6):845 – 853, 1992.
- [WHG92b] Weinans, H., Huiskes, R., und Grootenboer, H. J. The Behavior of Adaptive Bone-Remodelling Simulation Models. *J. Biomechanics*, 25(12):1425–1441, 1992.
- [WHG93] Weinans, H., Huiskes, R., und Grootenboer, H. J. Quantitative Analysis of Bone Reactions to Relative Motions at Implant-Bone Interfaces. *J. Biomechanics*, 26(11):1271–1281, 1993.
- [WHG94] Weinans, H., Huiskes, R., und Grootenboer, H. J. Effects of Fit and Bonding Characteristics of Femoral Stems on Adaptive Bone Remodeling. *J. Biomechanical Engineering*, 116:393–400, 1994.
- [Whi74] Whitehouse, W. J. The quantitative morphology of anisotropic trabecular bone. *J. Microscopy*, 101:153–168, 1974.
- [WHR+93] Weinans, H., Huiskes, R., Rietbergen van, B., Suner, D. R., Turner, T. M., und Galante, J. O. Adaptive Bone Remodeling Around Bonded Noncemented Total Hip Arthroplasty: A Comparison Between Animal Experiments and Computer Simulation. *J. Orthopaedic Research*, 11(4):500 – 513, 1993.
- [WHVR91] Weinans, H., Huiskes, R., Verdonschot, N., und Rietbergen van, B. The Effect of Adaptive Bone Remodeling Threshold Levels on Resorption Around Noncemented Hip Stems. *Advances in Bioengineering, ASME*, 20:303 – 306, 1991.

- [WL97] Weng, S. und Lengning, M. F. Parametervariation für ein Materialmodell zur Beschreibung der Knochenstruktur am Beispiel des Femurs. *ZAMM*, 1997. (zur Veröffentlichung eingereicht).
- [Wol69] Wolff, J. Über die Bedeutung der Architektur der Spongiosa. *Zentralblatt für die medizinische Wissenschaft*, VI:223–234, 1869.
- [Wol70] Wolff, J. Über die innere Architektur der Knochen und ihre Bedeutung für die Frage vom Knochenwachstum. *Virchows Arch. Pathol. Anat. Physiol.*, 50:389–450, 1870.
- [Wol72] Wolff, J. Beiträge zur Lehre von der Heilung der Frakturen. *Arch. Klin. Chir.*, 14:270–312, 1872.
- [Wol74] Wolff, J. Zur Knochenwachstumsfrage. *Virchows Arch. Pathol. Anat. Physiol.*, 61:417–456, 1874.
- [Wol84] Wolff, J. Das Gesetz der Transformation der inneren Architektur der Knochen bei pathologischen Veränderungen der äusseren Knochenform. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, Seiten 225–246, 1884.
- [Wol91] Wolff, J. Über die Theorie des Knochenschwundes durch vermehrten Druck und der Knochenausbildung durch Druckentlastung. *Arch. Klin. Chir.*, 42:302–324, 1891.
- [Wol92] Wolff, J. *Das Gesetz der Transformation der Knochen*. Hirschwald, Berlin, 1892.
- [Wol89] Wolff, J. The Law of Bone Remodelling. *J. Biomechanics*, 22(2):185–187, 1989.
- [Woo71] Wood, J. L. Dynamik Response of Human Cortical Bone. *J. Biomechanics*, 4:1–12, 1971.
- [WR88] Walker, P. S. und Robertson, D. D. Design and Fabrication of Cementless Hip Stems. *Clin. Orthop.*, 235:25–34, 1988.
- [Xia97] Xiao, H. On Isotropic Invariants of the Elasticity Tensor. *J. Elasticity*, 46(2), 1997.
- [Yet89] Yettram, A. L. Effect of Interface Conditions on the Behaviour of a Freeman Hip Endoprosthesis. *J. Biomed. Eng.*, 11:520–524, 1989.
- [YK76] Yoon, H. S. und Katz, J. L. Ultrasonic Wave Propagation in Human Cortical Bone: Measurements of Elastic Properties and Micro - Hardness. *J. Biomechanics*, 8:464–469, 1976.

- [YKS74] Yanson, K. A., Knets, I. V., und Saulgozis, Y. Z. Physiological Significance of Changes in Bone Volume and Associated Deformation. *Polymer Mechanics*, 10:695–703, 1974.
- [Zip92] Zippel, H. Julius Wolff and the Law of Bone Remodeling. In Regling, G., Herausgeber, *Wolff's Law and Connective Tissue Regulation*, chapter I. Historical Background, Seiten 1–12. de Gruyter, W., Berlin, New York, 1992.

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1 Theodor Lehmann:
Große elasto-plastische Formänderungen
- Nr. 2 Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations.
Basic Concepts
- Nr. 3 Wolfgang Krings:
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
- Nr. 4 Burkhard Lücke:
Theoretische und experimentelle Untersuchung der zyklischen elastoplastischen
Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 5 Knut Schwarze:
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter
Profilmittellinie
- Nr. 6 Hubert Sommer:
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen
Formänderungen
- Nr. 7 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung
orthotroper Platten
- Nr. 8 Albert Meyers:
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen
- Nr. 9 Berend Fischer:
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchung eines dickwandigen Zylinders bei
endlichen Verzerrungen
- Nr. 10 Wojciech Pietraszkiewicz:
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 11 Wilfried Ullenboom:
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung
- Nr. 12 Jürgen Güldenpfennig:
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter
elastoplastischer Wellen
- Nr. 13 Pawel Rafalski:
Minimum Principles in Plasticity
- Nr. 14 Peter Hilgers:
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse
- Nr. 15 Hans-Albert Lauert:
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung
von Spannungsrestriktionen
- Nr. 16 Martin Fritz:
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen
Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen
- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with
Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates

- Nr. 18 Uwe Kohlberg:
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates
- Nr. 19 Heinz Antes:
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalentragwerken
- Nr. 20 Czesław Wozniak:
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods
- Nr. 21 Maria K. Duszek:
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung
- Nr. 23 Jürgen Preuss:
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen
- Nr. 25 Dieter Weichert:
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 27 Georg Zander:
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast
- Nr. 28 Paweł Rafalski:
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft
- Nr. 30 F.-J. Biehl:
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem
- Nr. 31 Maria K. Duszek:
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory
- Nr. 32 Reinhard Piltner:
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen
- Nr. 33 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzip der Thermoplastizität
I. Wärmeausbreitung und Plastizität
- Nr. 34 Helmut Stumpf:
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells
- Nr. 35 Bernd Kaempf:
Ein Extremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente

- Nr. 36 Alfred Kraft:
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzipie der Thermoplastizität
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse
- Nr. 38 Klaus-Detlef Mickley:
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen
- Nr. 40 Ulrich Blix:
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode
- Nr. 41 Peter Becker:
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden
- Nr. 42 Dietmar Bouchard:
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme
- Nr. 43 Uwe Zdebel:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz
- Nr. 44 Jan Kubik:
Thermoeffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent
- Nr. 45 Horst J. Klepp:
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren
- Nr. 48 J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY
- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung
- Nr. 50 Ulrich Schmid:
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern
- Nr. 51 Jörg Frischbier:
Theorie der Stoßbelastung orthotroper Platten und ihr experimentelle Überprüfung am Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte
- Nr. 52 W. Tampczynski:
Strain history effect in cyclic plasticity

- Nr. 90 Egbert Schopphoff:
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 91 Christoph Beerens:
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:
Finite elastoplasticity with microstructure
- Nr. 93 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994
- Nr. 94 Armin Lenzen:
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:
Mechanics of Irregular Shell Structures
- Nr. 96 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller
- Nr. 98 Ralf Podleschny:
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl
- Nr. 100 Marc Mittelbach:
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell
- Nr. 101 Ulrich Hoppe:
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie
- Nr. 102 Marcus Otto:
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen
- Nr. 103 Horst Lanzerath:
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode
- Nr. 104 Andreas Wichtmann:
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der Reckalterung
- Nr. 105 Bjørn Fosså:
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stählen
- Nr. 106 Khanh Chau Le:
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur
- Nr. 107 Holger Behrens:
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allgemeinen diskreten Modellansätzen
- Nr. 108 Johannes Moosheimer:
Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden
- Nr. 109 Dirk Klaus Anding:
Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze

Nr. 110

Stephan Weng:
Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse biologischer Strukturen

- Nr. 53 Dieter Weichert:
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:
Wellenausbreitung in akustischen Medien
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Finite strain theory of rods
- Nr. 57 Andreas Pape:
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken
- Nr. 59 Peihua LIU:
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen
- Nr. 61 Martin Pitzer:
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory
- Nr. 63 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:
Variational principles of fracture mechanics
- Nr. 65 Guido Obermüller:
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten
- Nr. 66 Herbert Diehl:
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder
- Nr. 67 Michael Geis:
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode
- Nr. 68 Günter Renker:
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme
- Nr. 69 Berthold Schieck:
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien
- Nr. 70 Frank Szepan:
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung
- Nr. 71 Christian Scholz:
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen

- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory
- Nr. 73 Werner Fornefeld:
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells
- Nr. 74 J. Saczuk/H. Stumpf:
On statical shakedown theorems for non-linear problems
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua
- Nr. 76 Ulfert Rott:
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 78 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenbau
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie
- Nr. 83 J. Pohé:
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis
- Nr. 84 U. Kikillus:
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15
- Nr. 85 T. Guo:
Untersuchung des singulären Rißspitzenfeldes bei stationärem Rißwachstum in verfestigendem Material
- Nr. 86 Achim Menne:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern
- Nr. 87 Uwe Folchert:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kupplungen
- Nr. 88 Jörg Körber:
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle
- Nr. 89 Peer Schieße:
ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 110**