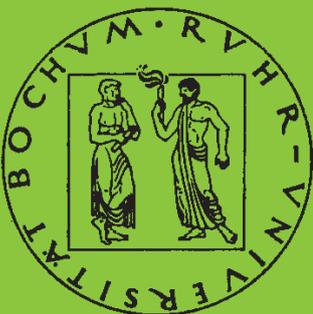


Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

Ralf Podleschny

**Untersuchung zum
Instabilitätsverhalten
scherbeanspruchter Risse**

Heft Nr. 98



RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

UNTERSUCHUNGEN ZUM INSTABILITÄTSVERHALTEN SCHERBEANSPRUCHTER RISSE

**Dissertation
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur

der
Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum**

von

Dipl.-Ing. Ralf Podleschny

aus Düsseldorf

Bochum 1993

Dissertation eingereicht am: 26.02.1993

Tag der mündlichen Prüfung: 25.06.1993

Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. J.F. Kalthoff

Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Waller

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Einleitung	1
2 Bruchmechanik	6
2.1 Grundlagen der Bruchmechanik	6
2.1.1 Spannungsverteilung an einer Rißspitze	6
2.1.2 Energiebetrachtung	10
2.2 Grundlagen der Bruchdynamik	12
2.2.1 Dynamische Lasteinleitung	12
2.2.2 Instabile Rißerweiterung	15
2.3 Bruchkriterien im Fall gemischter Modus-I-/Modus-II-Beanspruchung	20
2.3.1 Spannungs-/Dehnungskriterien	22
2.3.2 Energiedichtekriterien	27
2.3.3 Vergleich mit experimentellen Resultaten	31
2.4 Bestimmung der Energiefreisetzungsrate für gemischte Modus-I-/ Modus-II-Belastungen	34
2.4.1 Theorien zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrate	34
2.4.2 Diskussion der bestehenden Theorien	39
3 Analyse des Spannungsnahfeldes an einer Rißspitze	44
3.1 Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mit dem spannungsoptischen Verfahren	44
3.2 Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mit dem schattenoptischen Kaustikenverfahren	46
3.2.1 Das schattenoptische Verfahren	46
3.2.2 Ermittlung der Spannungsintensitäten an stationären Rissen	51
3.2.3 Ermittlung der Spannungsintensitäten an instationären Rissen	52

4 Entwicklung und Anwendung experimenteller Verfahren zur Erzeugung von Modus-I-/Modus-II-Belastungszuständen	54
4.1 Konzeption einer Probe für statische Reißbeanspruchungen	54
4.1.1 Bestehende Verfahren	54
4.1.2 Probenkonzeption	57
4.1.3 Aufzeichnung von Reißinitiierungsvorgängen unter statischer Beanspruchung	61
4.2 Entwicklung einer dynamischen Belastungstechnik	62
4.2.1 Konzeption von Probe und Belastungstechnik	63
4.2.2 Untersuchung des Beanspruchungsverhaltens	65
4.2.3 Analyse der dynamischen Einflüsse	72
4.2.4 Anleitung für die dynamische Erzeugung von Modus-I- und Modus-II-Zuständen	73
5 Analyse des Spannungsfeldes eines initiierten Modus-II-Risses	76
5.1 Untersuchung der Spannungsnahfelder an Kerb- und Reißspitze	76
5.1.1 FE-Analyse von Kerb- und Reißspitzensingularität	77
5.1.2 Experimentelle Ermittlung der Spannungssingularitäten	81
5.2 Untersuchung des Spannungsfernfeldes an Kerb- und Reißspitze	87
5.2.1 Spannungsoptische Analyse	88
5.2.2 Schattenoptische Analyse	90
5.2.3 Numerische Analyse	93
5.3 Beurteilung der Analyseergebnisse	96
6 Experimentelle Bestimmung der Energiefreisetzungsrates	97
6.1 Reißinitiierung unter statischer Beanspruchung	97
6.1.1 Bestimmung der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren	97
6.1.2 Analyse des Reißausbreitungsverhaltens	102
6.1.3 Ermittlung der Energiefreisetzungsrates am initiierten Reiß	110
6.1.4 Vergleich von Theorie und Experiment	112

6.2	Rißinitiierung unter dynamischer Beanspruchung	114
6.2.1	Bestimmung der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren	114
6.2.2	Analyse des Rißausbreitungsverhaltens	117
6.2.3	Ermittlung der Energiefreisetzungsrate am initiierten Riß	120
6.2.4	Vergleich von Theorie und Experiment	121
6.3	Zusammenfassende Betrachtung der experimentellen Resultate	122
7	Eine neue Lösung zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate an einem Riß unter Scherbelastung	125
7.1	Kriterium der elastischen Energie	125
7.1.1	Elastische Energie des Rißspitzenspannungsfeldes	125
7.1.2	Elastische Energie an der Kerbe	128
7.1.3	Berechnung der Energiefreisetzungsrate für gemischte Beanspruchungen	132
7.2	Die elastische Energie als Grundlage für ein neues Bruchkriterium	136
8	Zusammenfassung	139
9	Anhang	143
I	Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mit dem schattenoptischen Kaustikenverfahren an optisch anisotropen Materialien	144
I.1	Eine neue Lösung zur Ermittlung von K_{I1}	144
I.1.1	Theoretische Beschreibung einer Modus-I-Doppelkaustik	145
I.1.2	Einflüsse auf die Kaustikgeometrie	146
I.2	Eine neue Lösung zur Ermittlung von K_{II1}	151
I.2.1	Theoretische Beschreibung einer Modus-II-Doppelkaustik	151
I.2.2	Einflüsse auf die Kaustikgeometrie	154
I.2.3	Auswerteverfahren	158
I.3	Analyse von gemischten Modus-I-/Modus-II-Belastungszuständen	160
I.3.1	Lösung der schattenoptischen Abbildungsgleichungen	160

I.3.2 Auswerteverfahren	162
II Untersuchung von Modus-II-Zuständen in schlagbelasteten Izod-Proben	167
II.1 Experimentelle Durchführung	167
II.2 Langzeitverhalten	168
II.3 Kurzzeitverhalten	170
II.4 Bewertung der erzielten Ergebnisse	174
III Ein Beitrag zur Ermittlung von Spannungskonzentrationen an einer Kerbe	176
III.1 Bestimmung der Spannungsverteilung	176
III.2 Lösung der Kaustik-Abbildungsgleichungen einer Kerb- Spannungskonzentration	179
III.3 Auswerteverfahren	182
10 Literatur	186

Liste der verwendeten Symbole

A	Term der Modus-II-Kaustikgleichung
B	Probendicke
$B_{I,II}$	Term der Kaustikgleichungen
A_n, B_n	Reihenglieder der Spannungsverteilung
C	Integrationsweg um eine Rißspitze
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft
$F(v)$	Rißgeschwindigkeitsabhängiger Kaustik-Geometriefaktor
G	Energiefreisetzungsrate
J	J-Integral
K	Spannungsintensitätsfaktor
K_d	Schlagbruchzähigkeit
K_{ID}	Rißlaufzähigkeit
K_c	Bruchzähigkeit für eine reine Modus-I- bzw. Modus-II-Belastung
K^c	Bruchzähigkeiten für gemischte Beanspruchungen
K^{cr}	Kritischer Spannungsintensitätsfaktor
\bar{K}^{cr}	Mittelwert aus den kritischen Spannungsintensitätsfaktoren einer Versuchsserie
K^*	Spannungsintensitätsfaktoren am Zusatzriß
L	Faktor der Kerbspannungsverteilung
M	Term in den Kaustikgleichungen zur Berücksichtigung eines Kerbradius
N	Isochromatenordnung
R_{II}	Term der Kaustikgleichungen
S	Spannungsoptische Materialkonstante
S	Dehnungsenergiedichtefaktor
S_I, S_{II}	Term der Kaustikgleichungen zur Berücksichtigung des Konstantspannungsgliedes für Modus-I-, bzw. Modus-II-Belastung
T	Term der Abbildungsgleichungen für Modus-I-/Modus-II-Belastung
U	Elastische Energie eines Singularitätenfeldes
U_a	Abnahme der elastischen Energie
U_0	Elastische Probenenergie
U_γ	Oberflächenenergie
\bar{U}	Dehnungsenergiedichte (elastische Energiedichte)
U^*	Summe der elastischen Energie auf einem Kreisbogen um eine Spannungssingularität
W	Spannungsüberhöhungsfaktor an einer Kerbe
W	Probenhöhe
Y	Term der Kerb-Abbildungsgleichungen

a	Rißlänge
az	Länge eines abgelenkten Zusatzrisses
c	Schattenoptische Konstante
c	Kritischer Radius nach Williams, Ewing
cl	Longitudinalwellengeschwindigkeit
ct	Transversalwellengeschwindigkeit
cr	Rayleighwellengeschwindigkeit
d _{eff}	Dicke des Materials (Transmission)
f	Geometriefaktor für den Kaustikdurchmesser
f _n , f _m	Faktoren der Spannungsverteilung an einem Riß
g	Kaustik-Geometriefaktor
g(v)	Rißgeschwindigkeitsabhängiger Faktor zur Berechnung der dynamischen Energiefreisetzungsrate
h	Probendicke
h(v)	Rißgeschwindigkeitsabhängiger Faktor zur Berechnung der dynamischen Energiefreisetzungsrate
k	Geometriefaktor für den Urkurvenradius
k(v)	Rißgeschwindigkeitsabhängiger Faktor zur Berechnung des dynamischen Spannungsintensitätsfaktors
l	Abstand zwischen Riß und Lasteinleitungspunkt
p, q	Winkelfunktionen des Spannungsfeldes an einem laufenden Riß
r, ϕ	Polarkoordinaten
\bar{r} , $\bar{\phi}$	Polarkoordinaten eines bewegten Systems
r	Ortsvektor eines Punktes in der Objektebene
r'	Ortsvektor eines Punktes in der Bildebene
r ₀	Umkreisradius
s	Optische Weglänge
s	Abstand zwischen Riß und Probenende
u	Verschiebung in x-Richtung
u	Verschiebungsvektor
v	Verschiebung in y-Richtung
v	Rißgeschwindigkeit
w	Verschiebungsvektor
x', y'	Kartesische Koordinaten in der Bildebene
\bar{x} , \bar{y}	Kartesische Koordinaten eines bewegten Systems
z ₀	Entfernung: Probe - Bildebene
α	Kerbwinkel
α'	Kerböffnungswinkel

α_L	Rißgeschwindigkeitsabhängiger Faktor der Spannungsverteilung am instationären Riß, berechnet mit der Longitudinalwellengeschwindigkeit
α_T	Rißgeschwindigkeitsabhängiger Faktor der Spannungsverteilung am instationären Riß, berechnet mit der Transversalwellengeschwindigkeit
ϵ	Dehnung
ϵ_1, ϵ_2	Hauptdehnungen
x	Faktor für ESZ bzw. EDZ
λ	Anisotropiekoeffizient
η	Winkelkonstante der Kerbspannungsverteilung
\varnothing_M	Winkel eines Lichtstrahles in der Urkurve, der im maximalen Durchmesser die Kaustikkurve bildet
ρ	Dichte
σ	Spannung
σ	Spannungsvektor
σ^*, τ^*	Spannungen am abgeknickten Riß
σ_0	Konstante Spannung am Probenrand
σ_{0x}	Konstante Spannung in Rißrichtung
σ_1, σ_2	Hauptspannungen
σ_v	Vergleichsspannung
τ	Scherspannung
μ	Verhältnis der Spannungsintensitätsfaktoren: K_{II} und K_I
ν	Querkontraktionszahl

Indizes

K	Kerbfall
Z	Zusatzriß
M	Mittelwert aus sieben Kaustikdurchmessern
I, II	Beanspruchungsmodi
a, i	Äußere bzw. innere Kaustik
cr	Kritischer Wert bei Rißinitiierung
d	Auf die Gestaltänderungsenergie bezogene Größe
dyn	Auf den instationären Riß bezogene Größe
max, min	Maximaler bzw. minimaler Wert nach Auswertung von 7 Kaustikdurchmessern
v	Auf die Volumenänderungsenergie bezogene Größe

1 EINLEITUNG

Bei der Herstellung eines Werkstoffes, bei seinem Einbau in eine Konstruktion oder während des betrieblichen Einsatzes können sich Störungen des Materialverbundes bilden; diese werden z.B. durch Einschlüsse mit Materialien anderer Eigenschaften, durch Hohlräume, oder im besonderen Maße durch Risse hervorgerufen. An den angeführten Fehlstellen können Spannungsüberhöhungen auftreten, die unter bestimmten Bedingungen eine Vergrößerung dieser Fehlstellen bewirken und letztlich zum Versagen einer Konstruktion führen. Für eine Sicherheitsbetrachtung reicht daher bei Vorliegen solcher Störungen ein Vorgehen im Rahmen der herkömmlichen Festigkeitslehre, wie z.B. ein Vergleich von Querschnittsspannungen und Materialzugfestigkeit, nicht aus. Aufgrund der zunehmenden Bedeutung sicherheitstechnischer Betrachtungen in Bereichen z.B. des Anlagen-, Flugzeug- oder Brückenbaus werden aus diesem Grunde in vermehrtem Umfang bruchmechanische Konzepte berücksichtigt. Die Bruchmechanik liefert in diesen Fällen Kriterien zur Beurteilung der Haltbarkeit einer Konstruktion.

Die Konzepte zur Sicherheitsbeurteilung von rißbehafteten Bauteilen betrachten in der Regel einen Riß unter reiner Zugbeanspruchung (Modus-I-Belastung). Diese Beanspruchungsart wird auch heute meist noch als die gefährlichste angesehen. Dies hatte in der Vergangenheit zur Folge, daß Scherbeanspruchungen (Modus-II-Belastungen) weitestgehend unbeachtet blieben. In zunehmendem Maße finden jedoch Bruchvorgänge Berücksichtigung, die auf Scherprozessen beruhen. Diese Entwicklung resultiert zum einen aus der wachsenden Bedeutung von Faserverbundwerkstoffen im industriellen Einsatz und zum anderen aus der Erkenntnis, daß Risse auch in homogenen Materialien weit häufiger unter Scherbeanspruchungen versagen als dies bisher angenommen worden ist.

Die Bestimmung der kritischen Lastgröße eines scherbeanspruchten Risses gestaltet sich schwieriger als die eines Risses unter reiner Zugbelastung. Während sich bei letzterem Rißtyp der Riß in seiner ursprünglichen Orientierung ausbreitet, tritt unter Scherung ein Abknicken des neu gebildeten Rißastes auf; die Ausbreitung erfolgt in Abhängigkeit von der Größe des Scherbelastungsanteils in unterschiedlichen Richtungen. Der abgeknickte Rißast wird im Rahmen dieser Arbeit als Zusatzriß bezeichnet.

Für ideal-elastisches Materialverhalten sind eine Reihe verschiedener Theorien aufgestellt worden, um die kritische Belastungsgröße eines Risses unter Scherbeanspruchung zu bestimmen /1/. Der Ausgangspunkt ist dabei stets die theoretische Spannungs- und Dehnungsverteilung an einer Rißspitze. Hierbei wird

zwischen dem Spannungsnahfeld und dem Spannungsfernfeld unterschieden. Die theoretischen Ansätze zur Berechnung der Spannungsverteilungen im Nahfeld eines Risses berücksichtigen nur den Einfluß der Spannungsüberhöhung. Diese Ansätze gelten nur in unmittelbarer Umgebung der Rißspitze. In größerer Entfernung müssen weitere Parameter für die Bestimmung der Spannungsverteilung und der Dehnungsverteilung herangezogen werden. Der Gültigkeitsbereich dieser erweiterten Beziehungen wird Spannungsfernfeld genannt. Unterschiedlichste Parameter und Eigenschaften des Spannungsnahfeldes oder auch des Spannungsfeldes werden für die Bestimmung der kritischen Beanspruchungsgröße eines Risses berücksichtigt. Die Mehrzahl der bestehenden Kriterien haben die Berechnung der Bruchlasten bis zum Versagenspunkt zum Inhalt. Andere theoretische Modelle betrachten die daran anschließende Phase nach erfolgter Rißinitiierung. Hier ist im besonderen Maße die Kenntnis der Abnahme der elastischen Probenenergie bei Rißerweiterung - der Energiefreisetzungsrates eines initiierten Risses - von Bedeutung; sie erlaubt die Beurteilung der Gefährlichkeit eines initiierten Risses für das vollständige Versagen einer Konstruktion.

Für die Bestimmung der Energiefreisetzungsrates eines unter Modus-I-Belastung initiierten Risses ist bereits von Irwin /2/ eine gültige Theorie aufgestellt worden. Diese Theorie von Irwin und die meisten anderen Ansätze zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrates basieren auf ausgewählten Eigenschaften in Rißausbreitungsrichtung des Spannungs-/Dehnungsfeldes in der Umgebung der Rißspitze /2, 3, 4, 5/. Weitere Charakteristika in anderen Bereichen um die Rißspitze werden nicht herangezogen. Im Gegensatz zu diesen Theorien existiert ein Ansatz /6/, der die gesamte elastische Energie an einer Rißspitze vor Rißinitiierung in die Betrachtung miteinbezieht. Für einen zugbeanspruchten Riß stimmen alle Theorien mit der Lösung von Irwin überein. Entsprechend der unterschiedlichen Vorgehensweisen weichen die Beträge der resultierenden Energiefreisetzungsrates im Fall eines scherbbeanspruchten Risses jedoch erheblich voneinander ab.

Da ein Riß unter Scherbelastung bei Initiierung abknickt, verbleibt an dem Ort der Ausgangsrißspitze eine Kerbe. Es ist nicht geklärt inwiefern an dieser Kerbe eine Spannungskonzentration vorhanden ist und ob diese einen Einfluß auf das Rißausbreitungsverhalten besitzt. Dieser Sachverhalt bedarf einer Klärung, zumal dieses Kerbproblem von den existierenden Theorien vernachlässigt wird.

Nach allen Theorien zur Berechnung der Energiefreisetzungsrates wird aufgrund der Zustände vor dem Rißstart auf die Verhältnisse nach dem Rißstart geschlossen. Hierbei bleiben dynamische Effekte, wie z.B. Wellenausbreitungsvorgänge, unberücksichtigt, obwohl bei der Rißinitiierung ein statischer Belastungszustand

der Rißspitze in einen dynamischen übergeht. Für den Zeitpunkt unmittelbar nach Rißinitiierung kann noch eine weitgehende Übereinstimmung beider Belastungszustände vorausgesetzt werden, so daß nur für diesen Zeitpunkt alle Theorien Gültigkeit besitzen. Dieser frühe Zeitbereich ist experimentell nur äußerst schwer zu erfassen, daher blieb es bislang ungeklärt welche der bestehenden Theorien eine realistische Bestimmung der Energiefreisetzungsrate an einem Riß unter Scherbeanspruchung erlaubt.

Im folgenden wird eine neue Vorgehensweise zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate angewandt. Im Gegensatz zu den bestehenden Theorien wird nicht vom stationären auf den initiierten Riß geschlossen, sondern direkt der initiierte Riß betrachtet. Die Energiefreisetzungsrate wird nach dem Rißstart experimentell bestimmt. Die Untersuchung sehr kurzer Rißlängen ermöglicht, durch Extrapolation auf den Initiierungszeitpunkt, eine Aussage über die Gültigkeit der bestehenden Theorien zu treffen. Darüber hinaus werden auch die Energiefreisetzungsraten an Rissen großer Länge betrachtet. Auf diese Weise kann überprüft werden inwiefern die vorhandenen Theorien auch für diese Rißlängen Gültigkeit besitzen. Es wird eine Untersuchung mit Hilfe statischer und dynamischer Belastungen vorgenommen. Diese Vorgehensweise soll es ermöglichen unabhängig von der Geschwindigkeit der Lasteinleitung mechanische Vorgänge und Zusammenhänge bei der Initiierung eines Risses unter Scherbeanspruchung zu klären. Im folgenden werden Risse, die unter Zugbeanspruchung bzw. unter Scherbeanspruchung initiieren, mit "Modus-I initiiertes Riß" und "Modus-II initiiertes Riß" bezeichnet.

Es ist das Ziel dieser Arbeit die Vorgänge bei der Initiierung und Ausbreitung eines Risses unter gemischter Zug- und Scherbeanspruchung zu analysieren. Auf der Grundlage dieser Resultate wird ein theoretisches Modell zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate eines initiierten Risses aufgestellt. Die gewonnenen Erkenntnisse führen zudem zur Konzipierung eines neuen Bruchkriteriums.

Im folgenden Kapitel 2 werden zunächst die bruchmechanischen Grundlagen erläutert. Darüber hinaus erfolgt die Darstellung der wichtigsten Bruchhypothesen für gemischte Zug- und Scherbeanspruchungen. Im Anschluß daran werden die Theorien zur Ermittlung der Energiefreisetzungsraten präsentiert. Eine Diskussion der charakteristischen Elemente dieser Theorien schließt sich an.

In Kapitel 3 erfolgt die Präsentation der experimentellen Verfahren, welche im Rahmen dieser Arbeit für die Analyse der Rißausbreitungsprozesse herangezogen werden. Neben der Spannungsoptik ist dies im wesentlichen das schattenoptische

Kaustikenverfahren. In Verbindung mit diesen Verfahren wird neben PMMA das Epoxidharz Araldit B als Probenmaterial eingesetzt. Araldit B besitzt neben guten optischen auch sehr gute elastische Eigenschaften und ist somit als Modellmaterial für die Untersuchung idealisierter elastischer Zustände geeignet. Für Araldit B wurde nachgewiesen, daß bisher im Zusammenhang mit der Schattenoptik nur falsche Lösungen zur Bestimmung der Spannungskonzentrationen an Rissen unter gemischter Zug- und Scherbeanspruchung existieren. Die Herleitung korrekter Bestimmungsgleichungen erfolgt in Anhang I.

In Kapitel 4 werden die Möglichkeiten zur experimentellen Erzeugung gemischter Zug- und Scherbeanspruchungen erläutert. Bereits existierende Verfahren für eine statische Lasteinleitung werden vorgestellt und darauf aufbauend eine Probenkonzeption für die hier durchgeführten Experimente vorgenommen. Die Analyse von gemischten Zug- und Scherbeanspruchungen unter Schlagbelastung, am Beispiel eines Standardtests aus der Werkstoffprüfung (siehe Anhang II), führt zu der Konzeption einer neuartigen dynamischen Belastungstechnik. Mit ihrer Hilfe ist es möglich durch unterschiedlich geartete dynamische Lasteinleitungen beliebige Zug-/Scherbeanspruchungsverhältnisse an einem Riß zu erzeugen.

In Kapitel 5 wird sowohl das Spannungsnahfeld als auch das Spannungsfeld eines Modus-II initiierten Risses analysiert. Diese Untersuchung wird an stationären abgeknickten Rissen vorgenommen. Sie erfolgt experimentell mit Hilfe des spannungsoptischen und des schattenoptischen Verfahrens. Darüber hinaus werden die experimentellen Analysen durch numerische Berechnungen ergänzt. Nach Herleitung der theoretischen Spannungsverteilung an einer Kerbe und der schattenoptischen Bestimmungsgleichungen einer Kerbkonzentration (siehe Anhang III), wird die Frage geklärt in welchem Maße nach einer Rißinitiiierung unter Scherbeanspruchung an der neu entstandenen Kerbe eine Spannungskonzentration verbleibt. In diesen Untersuchungen wird eine Kerbspannungskonzentration ermittelt und darauf aufbauend eine mögliche wechselseitige Beeinflussung von Kerb- und Rißspitzenspannungsfeld untersucht. Durch die Betrachtung des Spannungsfeldes werden die Spannungsverteilungen am Zusatzriß in Abhängigkeit von der Länge des Zusatzrisses analysiert. Diese Vorgehensweise liefert Erkenntnisse über Spannungsumlagerungsprozesse an einem Modus-II initiierten Riß.

Die experimentelle Analyse der Rißinitiiierungsvorgänge und die Berechnung der Energiefreisetzungsraten von initiierten Rissen erfolgt in Kapitel 6. Hierbei wird sowohl die Rißinitiiierung unter statischer als auch unter dynamischer Beanspruchung untersucht. Die ermittelten Energiefreisetzungsraten werden mit den

Voraussagen der bestehenden Theorien verglichen, so daß eine Beurteilung der Gültigkeit dieser Lösungen vorgenommen werden kann.

Basierend auf den gewonnenen Erkenntnissen über die Prozesse bei der Ausbreitung eines scherbeanspruchten Risses wird in Kapitel 7 eine Theorie aufgestellt, die eine zuverlässige Berechnung der Energiefreisetzungsrates eines initiierten Risses gewährleistet. Nach dieser Theorie wird die Größe der Energiefreisetzungsrates von der Größe der elastischen Energie an der Rissspitze vor Risssinitiation bestimmt. Aufgrund des bisher unbekanntes Sachverhaltes, daß an einem Modus-II beanspruchten RiB die elastische Energie einen größeren Wert als an einem Modus-I beanspruchten RiB besitzt, ist die Energiefreisetzungsrates im Modus-II-Belastungsfall entsprechend größer als im Modus-I-Belastungsfall. Bei der Berechnung der Energiefreisetzungsrates wird zusätzlich berücksichtigt, daß an der nach Risssinitiation unter Modus-II-Belastung entstehenden Kerbe eine Spannungskonzentration und somit ein Teil der ursprünglich am RiB vorhandenen elastischen Energie verbleibt. Zusätzlich wird aufgrund dieser Resultate ein neues Bruchkriterium zur Diskussion gestellt, das als bestimmenden Faktor für eine Risssinitiation die elastische Energie an einer Rissspitze unter Berücksichtigung der Kerbenergie heranzieht. Dieses Kriterium soll zu einer realistischen Erfassung der Versagensprozesse unter gemischten Zug- und Scherbelastungen beitragen.

2 BRUCHMECHANIK

2.1 Grundlagen der Bruchmechanik

Es ist das Ziel der Bruchmechanik, Sicherheitsaussagen für rißbehaftete Bauteile aufzustellen. Der Ausgangspunkt dieser Betrachtungen ist stets das Spannungsfeld an einer Rißspitze. Dies erlaubt die Beschreibung des mechanischen Beanspruchungsverhaltens eines Risses. Es sind drei grundlegende Beanspruchungszustände zu unterscheiden (siehe Abb. 1) /3, 7/:

- Modus-I : Riß unter Zugbelastung; symmetrisches Abheben der Rißufer
- Modus-II : Riß unter ebener Schubbelastung; Abgleiten der Rißufer in der Rißebeane in entgegengesetzten Richtungen
- Modus-III : Riß unter nichtebener Schubbelastung; Abgleiten der Rißufer quer zur Rißrichtung

Im folgenden werden nur die Fälle Modus-I und Modus-II behandelt.

2.1.1 Spannungsverteilung an einer Rißspitze

Für verschiedene Rißanordnungen und Belastungsvarianten sind von Westergaard Spannungsfunktionen angegeben worden /8/, unter anderem auch für einen

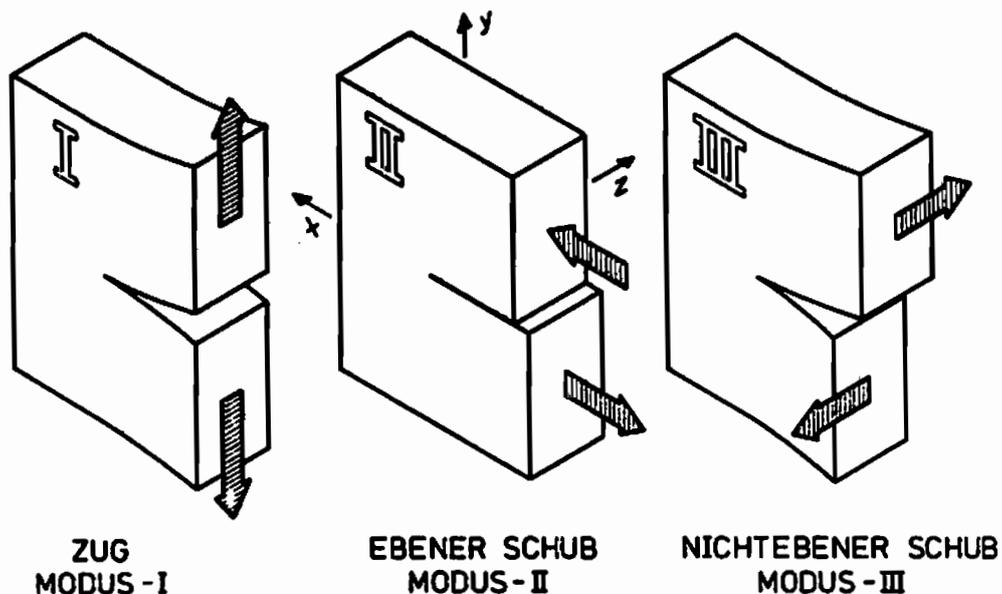


Abb. 1 Grundlegende Bruchmoden: Zug, Modus-I; ebener Schub, Modus-II; nichtebener Schub, Modus-III

Innenriß unter gleichförmigem Zug (Modus-I), in einer Scheibe von unendlicher Ausdehnung. Ausgehend von dieser Funktion kann die Spannungsverteilung an einer Rißspitze ermittelt werden. Dies ist erstmals von Sneddon, /9/, durchgeführt worden. Im Fall einer Modus-I-Belastung gilt für das Spannungsnahfeld ($r \rightarrow 0$) (Abb. 2):

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_0 \left[\sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\phi}{2} \left(1 - \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{3}{2}\phi \right) \right] \\ \sigma_y &= \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\phi}{2} \left(1 + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{3}{2}\phi \right) \\ \tau_{xy} &= \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{3}{2}\phi \end{aligned} \quad (1)$$

Das Spannungsfeld an einer Rißspitze zeichnet sich nach Gl. (1) durch eine $1/\sqrt{r}$ -Singularität aus. Die Stärke dieser Spannungsüberhöhung wird durch den, von Irwin /5/ eingeführten, Spannungsintensitätsfaktor K_I beschrieben. Er ist definiert als Grenzfall für $r \rightarrow 0$:

$$\text{Modus-I :} \quad K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_y(r, \phi = 0) \sqrt{2\pi r}) \quad (2)$$

$$\text{Modus-II :} \quad K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} (\tau_{xy}(r, \phi = 0) \sqrt{2\pi r}) \quad (3)$$

Der Spannungsintensitätsfaktor ist proportional zu den äußeren Kräften. Darüber hinaus ist er abhängig von der Rißlänge, der Rißgeometrie, der Geometrie des rißbehafteten Bauteiles, der Lage des Risses in diesem Bauteil und der Art der Belastung.

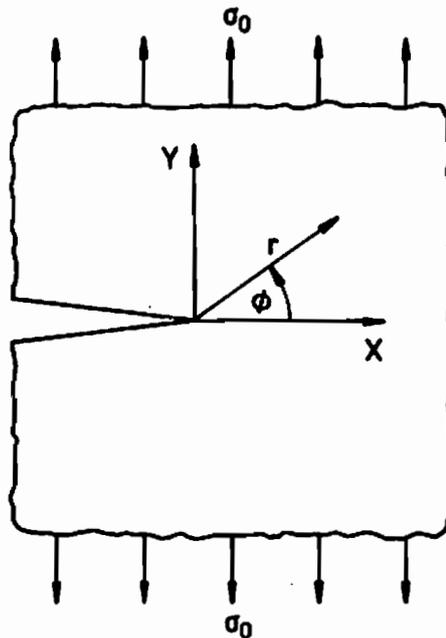


Abb. 2 Riß unter Zugspannung in einer unendlichen Scheibe

Der Gültigkeitsbereich der Beziehung (1) ist auf die unmittelbare Umgebung der Rißspitze beschränkt. In diesem Bereich nehmen die Spannungen und somit auch die Dehnungen unendlich hohe Werte an. Diese theoretische Forderung ist von Werkstoffen nicht zu erfüllen. Je nach Art des Materials bilden sich an der Rißspitze plastische Bereiche von unterschiedlicher Größe aus, so daß die Spannungsüberhöhung teilweise abgebaut wird. Die Sneddon-Lösung gilt dort nicht mehr. Bei Verwendung von spröden Werkstoffen sind diese Gebiete allerdings sehr klein, so daß das Bruchverhalten durch den elastischen Teil der Probe bestimmt wird. Bei der Betrachtung des Spannungsnahfeldes können somit im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) diese plastischen Bereiche vernachlässigt werden.

In der Sneddon-Lösung (Gl. (1)) wird eine unendliche Ausdehnung des rißbehafteten Bauteiles vorausgesetzt. Diese Bedingung kann nur unzureichend angenähert werden, so daß es zu Beeinflussungen des Spannungsfeldes aufgrund der Bauteil- oder Probengeometrie kommt. Die Bedeutung dieser Einflüsse nimmt mit einer Annäherung der Rißspitze an die Bauteilberandung zu. Die Sneddon-Lösung verliert dort ihre Gültigkeit. Für die Berücksichtigung dieser Fernfeldeffekte ist daher eine Erweiterung der Beziehung (1) notwendig.

Nach Williams /10/ läßt sich das gesamte Spannungsfeld an einer Rißspitze als Reihenentwicklung nach Potenzen von \sqrt{r} angeben:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n f_{n,ij}(\phi) + \sum_{m=0}^{\infty} B_m r^m f_{m,ij}(\phi) \quad (4)$$

Das erste Glied der Reihenentwicklung repräsentiert für $n=0$ den Spannungsintensitätsfaktor:

$$K = \sqrt{2\pi} A_0 \quad (5)$$

Alle weiteren Faktoren A_n und B_m sind von den schon beschriebenen physikalischen Randbedingungen abhängig und gewinnen, wie Beziehung (4) verdeutlicht, mit zunehmendem Abstand von der Rißspitze an Bedeutung. Da direkt an der Rißspitze der singuläre $1/\sqrt{r}$ -Term den größten Anteil an der Spannungsüberhöhung besitzt, wird das Bruchverhalten im wesentlichen von diesem Term bestimmt. Die höheren Glieder der Spannungsverteilung sind im allgemeinen zu vernachlässigen. Berücksichtigung findet gelegentlich noch der zweite Term B_0 . Er liefert für $r \rightarrow 0$ neben dem singulären als einziger Term ebenfalls einen Beitrag zum Spannungswert. Der Betrag dieses Faktors ist unabhängig von r . B_0 repräsentiert eine konstante Spannung.

Für die Spannungsverteilung an einem Riß unter gemischter Modus-I- und Modus-II-Belastung, unter Berücksichtigung des zweiten Terms gilt:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\phi}{2} \left(1 - \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{3}{2}\phi \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\phi}{2} \left(2 + \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{3}{2}\phi \right) + \sigma_{0x} \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\phi}{2} \left(1 + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{3}{2}\phi \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{3}{2}\phi \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{3}{2}\phi + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\phi}{2} \left(1 - \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{3}{2}\phi \right)\end{aligned}\tag{6}$$

$$\sigma_x = 0 \tag{ESZ}$$

$$\sigma_x = 2\nu \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\phi}{2} - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\phi}{2} \right) \tag{EDZ}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Die Existenz eines ebenen Spannungszustandes (ESZ) oder ebenen Dehnungszustandes (EDZ) innerhalb einer Scheibe, ist von ihrer Dicke abhängig; ist diese wesentlich kleiner als die sonstigen Abmessungen, liegt ein ebener Spannungszustand vor. Mit wachsender Bauteildicke geht dieser ebene Spannungszustand in einen ebenen Dehnungszustand (EDZ) über. Nur direkt an der Scheibenoberfläche verbleibt ein ebener Spannungszustand. Durch das Einbringen eines Risses wird jedoch auch in dünnen Scheiben in der direkten Umgebung der Rißspitze ein dreidimensionaler Spannungszustand erzeugt: An einer Rißspitze erfolgt eine behinderungsfreie Einschnürung der Oberfläche. Hieraus resultiert eine Dehnungsbehinderung und somit ein dreidimensionaler Spannungszustand im Innern der Scheibe. Die Ausdehnung des Gebietes mit dreidimensionalem Spannungszustand senkrecht zur Scheibenebene ist auch hier von der Bauteildicke abhängig. Ein fast reiner ebener Dehnungszustand über die gesamte Probendicke ist direkt an der Rißspitze wiederum nur bei großen Bauteildicken zu erzielen. Über die Ausdehnung des dreidimensionalen Spannungsgebietes in Scheibenebene werden verschiedene Angaben gemacht: Dieses Gebiet besitzt einen Radius von etwa halber bis ganzer Probendicke um die Rißspitze (/11/, Anhang I.1.2). Außerhalb dieses Radius liegt der vom Riß unbeeinflusste Spannungszustand der Scheibe vor, je nach Probendicke so z.B. ein ebener Spannungszustand.

Bei Einsetzen von Rißinstabilität wird der kritische Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_I mit K_I^{cr} bezeichnet. Der Betrag dieses Wertes ist abhängig vom Vorliegen eines ebenen Spannungszustandes oder eines ebenen Dehnungszustandes an der Rißspitze. Für den Fall, daß ein ebener Dehnungszustand an der Rißspitze vorherrscht nimmt K_I^{cr} einen unteren Grenzwert an. Dieser Grenzwert

ist ein Materialkennwert und wird als Bruchzähigkeit K_{Ic} bezeichnet. Während der Spannungsintensitätsfaktor K_I ein Maß für die Gefährlichkeit eines Risses darstellt, ist die Bruchzähigkeit K_{Ic} ein Maß für den Widerstand des Werkstoffes gegen eine Rißausbreitung.

2.1.2 Energiebetrachtung

Die in einer belasteten ungerissenen Probe gespeicherte elastische Energie U_0 nimmt durch das Einbringen eines Risses in die Probe um den Betrag $-U_a$ ab. Bei einer Ausbreitung des Risses erfolgt eine weitere Abnahme der elastischen Energie. Für eine Rißverlängerung um δa muß die freiwerdende Energie δU_a den zum Trennen der Molekülbindungen notwendigen Energiebedarf decken. Die dabei verrichtete Arbeit wird bei ideal-elastischen Materialien vollständig in Oberflächenenergie U_γ der neu gebildeten Rißufer überführt. Als Instabilitätskriterium muß daher gelten, daß bei Rißausbreitung die freiwerdende Energie größer ist als die verbrauchte Energie (Abb. 3) /7/:

$$\frac{\partial U_a}{\partial a} > \frac{\partial U_\gamma}{\partial a} \quad (7)$$

Der Verbrauch an Energie zur Schaffung neuer Oberflächen bei Verlängerung eines Risses um δa repräsentiert einen materialspezifischen Kennwert. Der Widerstand gegen Bruch ist bei realen Werkstoffen aber um einige Ordnungen größer, als aufgrund dieser materialspezifischen Oberflächenenergie anzunehmen ist. Diese Diskrepanz liegt darin begründet, daß bei der von Griffith aufgestellten Beziehung (7) von einem ideal-elastischen Werkstoff ausgegangen wird /12/. Plastische Zonen werden hierbei völlig vernachlässigt. Aber selbst bei sehr spröden Materialien wie z.B. Glas existieren plastische Bereiche in einer Größenordnung von einigen μm . Bei einer Rißverlängerung muß demnach auch Energie zur Erzeugung dieser plastischen Bereiche aufgewandt werden.

Die Abnahme der elastischen Probenenergie bei Rißerweiterung um δa ist definiert als Energiefreisetzungsrage (EFR) G :

$$G = \frac{1}{d} \frac{\partial U_a}{\partial a} \quad (8)$$

Diese Größe kann zur Aufstellung eines Bruchkriteriums herangezogen werden: Rißinstabilität tritt ein, sobald die bei einer möglichen Rißverlängerung freiwerdende Energie größer ist als jene Energie, die zur Bildung neuer Rißoberflächen aufgewendet werden muß. Diese Bedingung definiert einen materialspezifischen Grenzwert für die Energiefreisetzungsrage. Zwischen der Energiefreisetzungsrage

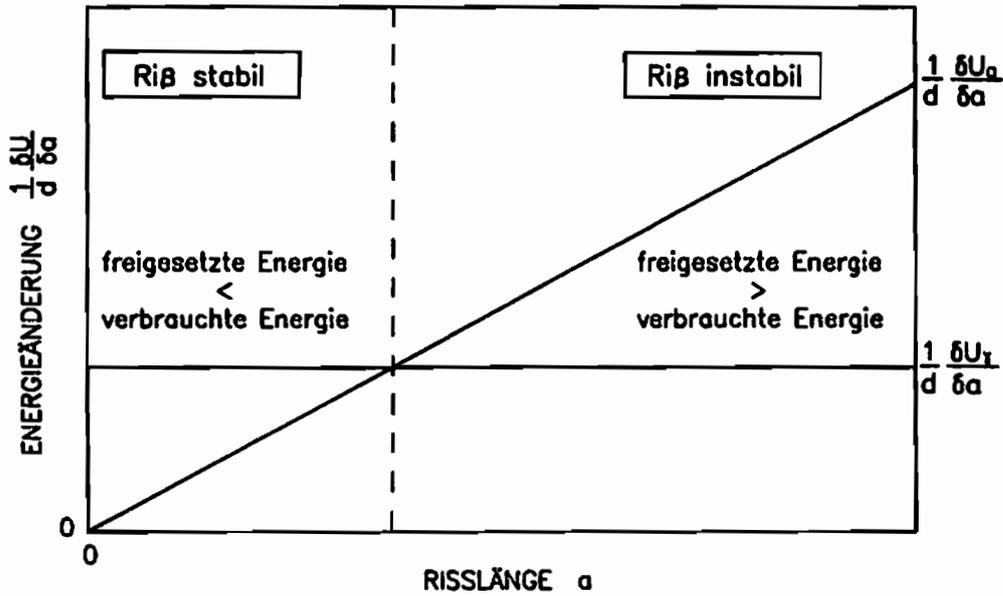


Abb. 3 Bei einer Rißverlängerung freiwerdende Energie

G und dem Spannungsintensitätsfaktor K besteht eine Beziehung; nach Irwin /2/ wird diese über die Berechnung der Rißschließenergie hergeleitet. Die Energie, die aufgebracht werden muß um einen Riß, der sich um δa verlängert hat, auf dieser Strecke wieder zu schließen (Abb. 4), läßt sich berechnen nach:

$$\delta U_a = 2 \int_a^{a+\delta a} \frac{1}{2} \sigma_y v_R^2 dz \quad (9)$$

Die Energiefreisetzungsrates wird mit Gl. (8) bestimmt zu:

$$G_I = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad (\text{EDZ}) \quad (10)$$

$$G_I = \frac{1}{E} K_I^2 \quad (\text{ESZ})$$

Für ein Bruchkriterium kann der materialspezifische Grenzwert der Energiefreisetzungsrates demnach in Bruchzähigkeiten ausgedrückt werden: $G_{Ic} = f(K_{Ic})$. Die Energiefreisetzungsrates G repräsentiert somit einen entscheidenden Parameter sowohl für die Initiierung eines Risses, als auch für den Rißfortschritt. Je größer der Betrag der Energiefreisetzungsrates ist, desto mehr Energie steht dem Riß zur Verfügung, so daß er sich mit höherer Geschwindigkeit über größere Distanzen ausbreiten kann.

Im Rahmen der elastisch-plastischen Bruchmechanik repräsentiert das J-Integral ein Äquivalent zur linear-elastischen Energiefreisetzungsrates G.

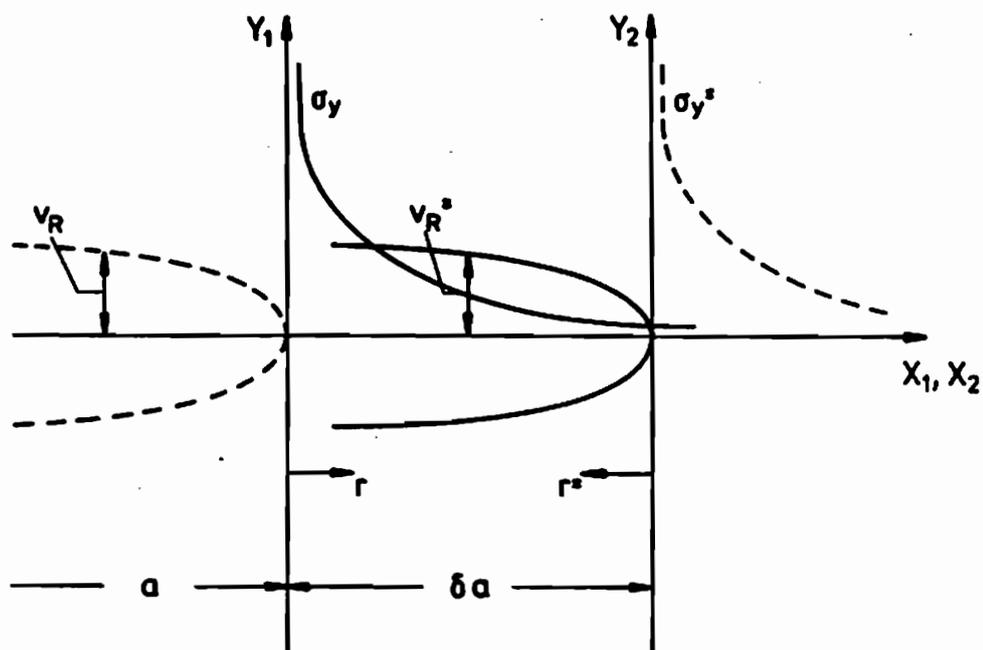


Abb. 4 Spannungsverteilung und Rißöffnung vor und nach einer Rißverlängerung

$$J = \frac{1}{d} \frac{\partial U_a}{\partial a} \quad (11)$$

Das J-Integral beschreibt wie die Energiefreisetzungsrates G die für die Rißerweiterung um δa zur Verfügung stehende Energie.

$$J = \int_C \left(\bar{U} dy - \sigma \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \quad (12)$$

Für eine die Rissspitze umschließende Kontur C ist J wegunabhängig. Daher kann das J-Integral auch bei Vorliegen elastisch-plastischen Materialverhaltens an der Rissspitze über Konturen in elastischen Bereichen berechnet werden. Es ist somit auch möglich, J-Werte durch Bereiche rein elastischen Verhaltens zu bestimmen. Das J-Integral entspricht in diesem Fall der Energiefreisetzungsrates G.

2.2 Grundlagen der Bruchdynamik

2.2.1 Dynamische Lasteinleitung

Bei der dynamischen Belastung eines stationären Risses sind zeitabhängige Vorgänge zu berücksichtigen. Wird ein elastischer Körper durch einen Schlag- oder

Stoßprozeß beansprucht, so gehen von der Lasteinleitungsstelle Wellen aus. Im Rahmen dieser Arbeit sind folgende Wellenarten relevant:

- Longitudinalwelle : Partikelbewegung in Ausbreitungsrichtung
- Transversalwelle : Partikelbewegung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- Rayleighwelle : Oberflächenwelle

Diese Wellen besitzen unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Es gilt /13, 14/:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (\text{EDZ}) \quad (13)$$

$$c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (\text{ESZ}) \quad (14)$$

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (\text{ESZ, EDZ}) \quad (15)$$

Die Intensität der Rayleighwellen klingt zum Körperinneren exponentiell ab. Ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit ergibt sich aus den reellen Wurzeln der Gleichung (siehe /14/):

$$\left[2 - \left(\frac{c_R}{c_T}\right)^2\right]^2 - 4 \left[1 - \left(\frac{c_R}{c_L}\right)^2\right]^{1/2} \left[1 - \left(\frac{c_R}{c_T}\right)^2\right]^{1/2} = 0 \quad (16)$$

In Tabelle 1 sind die Wellengeschwindigkeiten für die Materialien Araldit B und PMMA angegeben. Diese Werkstoffe sind im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Probenmaterialien verwandt worden. Zum Vergleich mit anderen praxisrelevanten Werkstoffen sind außerdem die Wellengeschwindigkeiten für Stahl und Keramik

WELLENART	WELLENGESCHWINDIGKEIT (ESZ)			
	ARALDIT B	PMMA	STAHL	KERAMIK
Longitudinalwelle	1910 m/s	1770 m/s	5420 m/s	8210 m/s
Transversalwelle	1060 m/s	1000 m/s	3230 m/s	5100 m/s
Rayleighwelle	980 m/s	920 m/s	2950 m/s	4630 m/s
mit: E _{Araldit} = 3660 MN/m ² , ν _{Araldit} = 0,39, ρ = 1,17 g/cm ³				
E _{PMMA} = 3240 MN/m ² , ν _{PMMA} = 0,35, ρ = 1,18 g/cm ³				
E _{Stahl} = 210 GN/m ² , ν _{Stahl} = 0,29, ρ = 7,86 g/cm ³				
E _{Keramik} = 230 GN/m ² , ν _{Keramik} = 0,23, ρ = 3,6 g/cm ³				

Tabelle 1 Wellengeschwindigkeiten verschiedener Werkstoffe

aufgeführt. Alle Geschwindigkeiten beziehen sich auf den ebenen Spannungszustand, da nur dieser Fall für die später zu behandelnden Experimente von Bedeutung ist.

Treffen Spannungspulse auf einen Riß, so wird an der Rißspitze eine Spannungsüberhöhung aufgebaut. Als Folge dieser Belastungsart ist der Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_I zeitabhängig. Sein Verlauf ist abhängig von der Pulsart, der Amplitudenhöhe, der Rißlänge und der Pulslänge. In Abb. 5 ist dies für einen Spannungspuls mit der Amplitude σ_0 veranschaulicht, der sich mit Longitudinalwellengeschwindigkeit ausbreitet /15/ und auf einen Riß der Länge $2a$ trifft. In Abb. 5 ist auch der Betrag des Spannungsintensitätsfaktors K_I^{stat} gekennzeichnet, der bei gleicher statischer Belastung σ_0 erzielt würde. Im Vergleich dazu kennzeichnet K_I^{dyn} den zeitabhängigen Wert des Spannungsintensitätsfaktors. Der Betrag des dynamischen K-Faktors nimmt zunächst stark zu. In diesem Zeitbereich ist K_I^{dyn} proportional zu \sqrt{t} . K_I^{dyn} wird kurzzeitig größer als der statische Wert: $K_I^{dyn_{max}} = 1,3K_I^{stat}$ für $\nu = 0,3$ (siehe /13, 16/) und nimmt daran anschließend auch kleinere Werte als K_I^{stat} an. Dieses Überschwingen ist Bestandteil eines Oszillationsprozesses mit gedämpfter Amplitude. Nach einer bestimmten Zeitspanne ist die Oszillation abgeklungen und der statische Spannungsintensitätsfaktor wird erreicht.

Dynamische Belastungsvorgänge können somit kurzzeitig zu höheren als auch geringeren Beanspruchungen führen als statische. Nur bei ausreichend langer Dauer der Lasteinleitungsvorgänge nach dem Abklingen aller dynamischen Prozesse wird der statische Beanspruchungszustand erreicht.

Ein Riß in einem endlichen Körper wird zusätzlich von Wellen beeinflusst, die an den Körperberandungen reflektiert werden. In Abhängigkeit von der Körper-

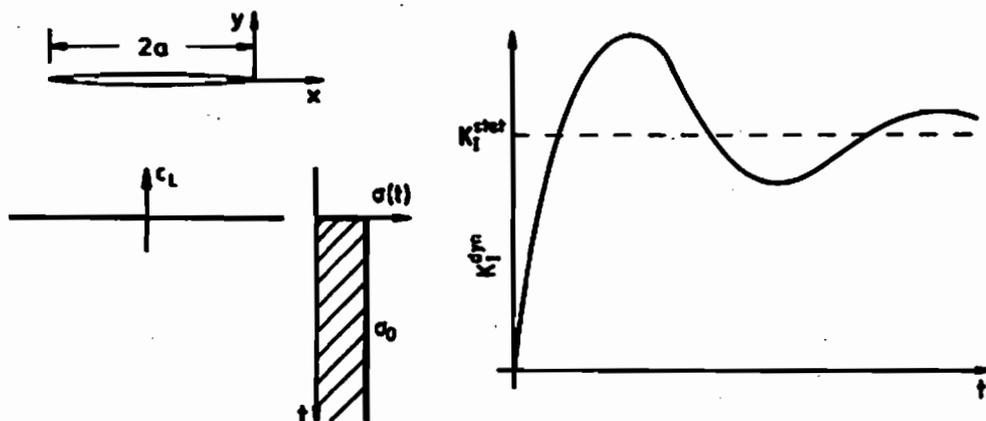


Abb. 5 Spannungsintensitätsverlauf an einem Riß unter pulsartiger Belastung

geometrie kommt es an dem betrachteten Riß von einem bestimmten Zeitpunkt an zu Überlagerungen der Belastungswellen von der Lasteinleitungsstelle und den reflektierten Wellen. Auf diese Weise entstehen komplexe Belastungsvorgänge, die mit Hilfe statischer Betrachtungen nicht mehr zu erfassen sind. Dies gelingt nur mit aufwendigen numerischen oder aber experimentellen Untersuchungen.

Dynamische Belastungsvorgänge haben auch einen Einfluß auf die Materialeigenschaften. So beeinflusst die Größe der Beanspruchungsrate $\dot{K} = dK/dt$ den Wert für die dynamische Schlagbruchzähigkeit K_{1d} . Ausgehend von der statischen Bruchzähigkeit K_{1c} ($\dot{K}=0$) kann K_{1d} mit steigender Beanspruchungsrate abnehmen, da ein Anstieg der Beanspruchungsrate eine Materialversprödung bewirkt. Dieser Vorgang ist stark werkstoffabhängig und läßt sich nicht generalisieren.

2.2.2 Instabile Rißerweiterung

Wird im Fall einer dynamischen Belastung eines stationären Risses der kritische Spannungsintensitätsfaktor K_{1d} oder im Fall einer statischen Belastung der kritische Wert K_{1c} erreicht, so tritt instabiles Rißwachstum ein. Dies hat zur Folge, daß sich Spannungsumlagerungen in der Umgebung des initiierten Risses vollziehen. Die Bereiche hinter der Spitze des Risses werden kontinuierlich entlastet, während an der Rißspitze eine neue Spannungssingularität aufgebaut werden muß. Das Material in der Umgebung des Risses unterliegt daher dynamischen Effekten. Die Spannungsverteilung muß über Wellenausbreitungsvorgänge ständig der neuen Situation angepaßt werden. Dieser Vorgang kann sich nur in endlicher Zeit in Abhängigkeit von den vorliegenden Wellengeschwindigkeiten vollziehen, so daß beim Überschreiten einer bestimmten theoretischen Bruchgeschwindigkeit der Aufbau einer Spannungssingularität an der neuen Rißspitze nicht mehr möglich ist. Aus diesen Überlegungen folgt, daß jeder Riß eine maximale Bruchgeschwindigkeit besitzt, die nicht überschritten werden kann. Die Wellengeschwindigkeit repräsentiert demnach die absolute Obergrenze für Bruchgeschwindigkeiten.

Mit verschiedenen theoretischen Ansätzen wird versucht, die dynamischen Vorgänge am initiierten Riß zu erfassen (siehe /16/). Die Lösungen basieren in der Regel auf der Voraussetzung, daß sich Wellenausbreitungsvorgänge in unendlich ausgedehnten Körpern vollziehen. Der Einfluß von Wellenreflexionen an Körperberandungen wird nicht berücksichtigt. Diese Tatsache führt zu einer Einschränkung der praktischen Anwendbarkeit dieser Theorien: Die folgenden Bestimmungsgleichungen dürfen in der Praxis nur in einem Zeitbereich angewandt werden, in dem keine reflektierten Wellen die Rißspitze erreichen.

In einem bewegten Koordinatensystem mit dem Ursprung in der Spitze des in-
stationären Risses (siehe Abb. 6)

$$\begin{aligned} x &= a(t) + \bar{x} = a(t) + \bar{r} \cos \bar{\phi} \\ y &= \bar{y} = \bar{r} \sin \bar{\phi} \end{aligned} \quad (17)$$

gilt für die Spannungsverteilung unter der Voraussetzung, daß die Rißgeschwin-
digkeit konstant ist /13/:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\bar{r}}} \frac{1 + \alpha_T^2}{4\alpha_L\alpha_T - (1 + \alpha_T^2)^2} \left[(1 + 2\alpha_L^2 - \alpha_T^2) p(\bar{\phi}, \alpha_L) - \frac{4\alpha_L\alpha_T}{1 + \alpha_T^2} p(\bar{\phi}, \alpha_T) \right] \\ \sigma_{\bar{y}} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\bar{r}}} \frac{1 + \alpha_T^2}{4\alpha_L\alpha_T - (1 + \alpha_T^2)^2} \left[-(1 + \alpha_T^2) p(\bar{\phi}, \alpha_L) + \frac{4\alpha_L\alpha_T}{1 + \alpha_T^2} p(\bar{\phi}, \alpha_T) \right] \\ \tau_{\bar{x}\bar{y}} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\bar{r}}} \frac{1 + \alpha_T^2}{4\alpha_L\alpha_T - (1 + \alpha_T^2)^2} \alpha_L [q(\bar{\phi}, \alpha_L) - q(\bar{\phi}, \alpha_T)] \end{aligned} \quad (18)$$

mit:

$$p(\bar{\phi}, \alpha_{L,T}) = \frac{[\cos \bar{\phi} + (\cos^2 \bar{\phi} + \alpha_{L,T}^2 \sin^2 \bar{\phi})^{1/2}]^{1/2}}{(\cos^2 \bar{\phi} + \alpha_{L,T}^2 \sin^2 \bar{\phi})^{1/2}} \quad (19)$$

$$q(\bar{\phi}, \alpha_{L,T}) = \frac{[-\cos \bar{\phi} + (\cos^2 \bar{\phi} + \alpha_{L,T}^2 \sin^2 \bar{\phi})^{1/2}]^{1/2}}{(\cos^2 \bar{\phi} + \alpha_{L,T}^2 \sin^2 \bar{\phi})^{1/2}}$$

$$\alpha_{L,T} = \left(1 - \frac{v^2}{c_{L,T}^2} \right)^{1/2} \quad (20)$$

Mit Gl. (18) kann analog zu Gl. (10) eine Beziehung zwischen der dynamischen
Energiefreisetzungsrates G_I^{dyn} und dem dynamischen Spannungsintensitätsfaktor
 K_I^{dyn} aufgestellt werden. Der für den Fall des stationären Risses hergeleitete
Ausdruck wird um einen geschwindigkeitsabhängigen Term erweitert. Für den
ebenen Spannungszustand gilt /13/:

$$G_I^{dyn} = \frac{1}{E} (K_I^{dyn})^2 h(v) \quad (21)$$

mit:

$$h(v) = 1 + \nu \frac{\alpha_L (1 - \alpha_T^2)}{4\alpha_L\alpha_T - (1 + \alpha_T^2)^2} \quad (22)$$

Der Korrekturfaktor h ist in Abb. 7 als Funktion der Rißgeschwindigkeit darge-
stellt. Für die Geschwindigkeit $v / c_R = 0$ besitzt h den Wert 1 (stationärer
Riß). Für Rißgeschwindigkeiten, die sich der Rayleighwellengeschwindigkeit

nähern, nimmt h unendlich hohe Werte an. Die Rayleighwellengeschwindigkeit repräsentiert somit die zuvor geforderte theoretische Obergrenze für die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Risses.

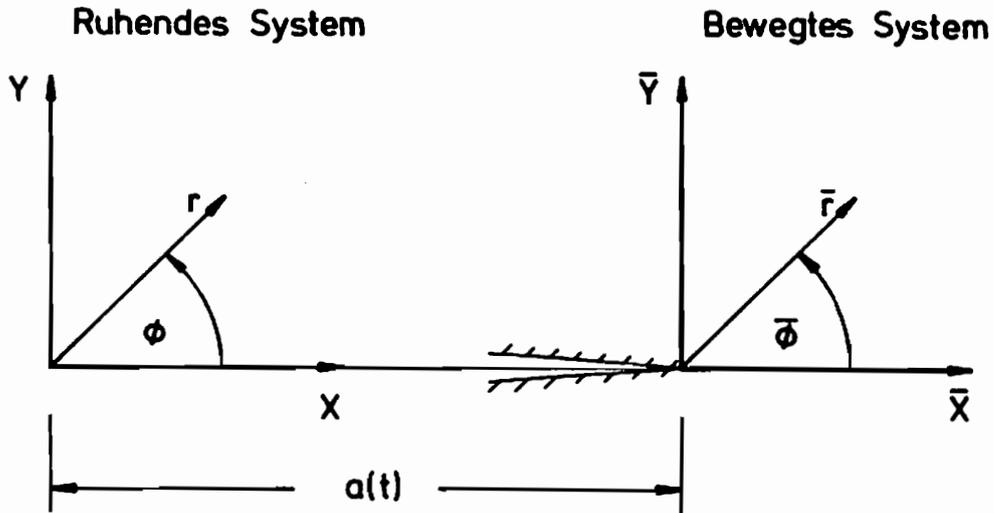


Abb. 6 Koordinatensysteme

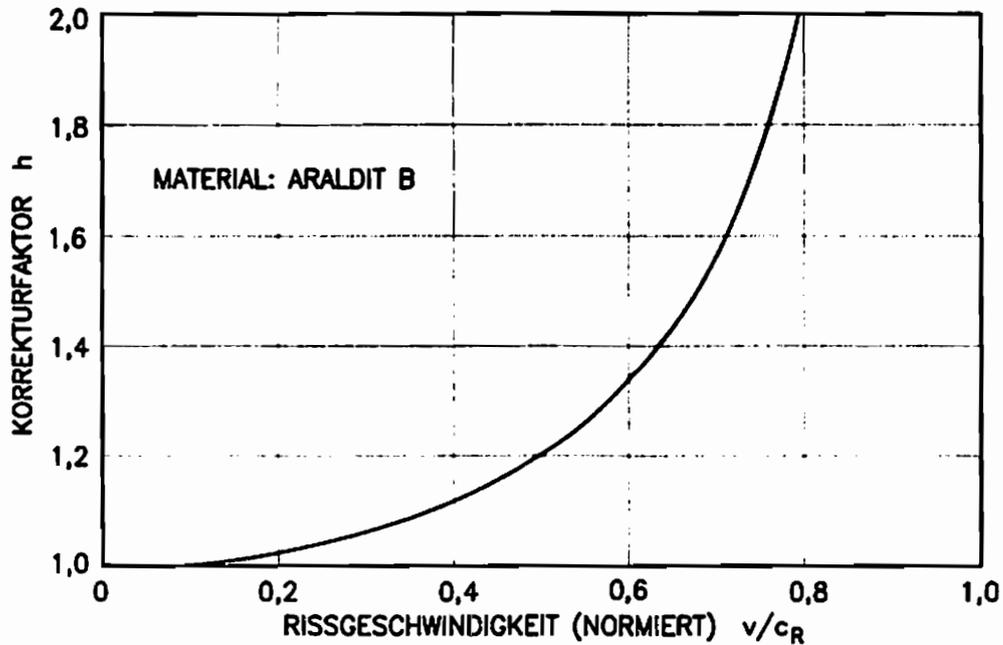


Abb. 7 Geschwindigkeitskorrekturfaktor h für die Bestimmung der dynamischen Energiefreisetzungsrate aus dem dynamischen Spannungsintensitätsfaktor

Für den Fall, daß keine an den Probenberandungen reflektierten Wellen die Rißspitze erreichen kann der dynamische Spannungsintensitätsfaktor K_I^{dyn} über einen Korrekturfaktor aus dem statischen Wert K_I^{stat} ermittelt werden /13, 16, 17/:

$$K_I^{dyn} = K_I^{stat} k(v) \quad (23)$$

$$k(v) = \frac{1 - \frac{v}{c_R}}{\left(1 - \frac{v}{c_L}\right)} \quad (24)$$

Der Wert des Korrekturfaktors k ist in Abb. 8 für den Fall ebener Spannung wiederum als Funktion der Rißgeschwindigkeit aufgetragen. Für $v > 0$ ist k stets kleiner als 1. Somit besitzt K_I^{dyn} , unter der Voraussetzung identischer Rißlängen, während des Rißfortschritts einen kleineren Betrag als K_I^{stat} vor der Rißinitiation. Bei Erreichen der Rayleighwellengeschwindigkeit wird $k(v)$ zu Null, so daß der Riß keine Spannungssingularität aufweist. In diesem Fall ist die erforderliche Zeit für eine Spannungsumlagerung nicht mehr gegeben.

Mit dem Korrekturfaktor k wird auch eine Beziehung zwischen der dynamischen Energiefreisetzungsrates G_I^{dyn} und der statischen G_I^{stat} hergeleitet. Es gilt:

$$G_I^{dyn} = \frac{1}{E} (K_I^{stat})^2 k^2(v) h(v) = G_I^{stat} g(v) \quad (25)$$

mit:

$$g(v) = k^2(v) h(v) \quad (26)$$

Der Korrekturfaktor g ist ebenfalls in Abb. 8 dargestellt. Da k bei hohen Geschwindigkeiten gegen Null strebt zeigt auch g (Gl. (23)) dieses Verhalten. Mit dem Erreichen der theoretischen Bruchhöchstgeschwindigkeit wird die Energiefreisetzungsrates zu Null.

In der Praxis werden stets deutlich geringere Bruchhöchstgeschwindigkeiten gemessen als die theoretisch mögliche Rayleighwellengeschwindigkeit. Die Ursachen hierfür liegen in den vielfältigen materialbedingten Abhängigkeiten der dynamischen Rißlaufzähigkeit K_{ID} bzw. der spezifischen dynamischen Bruchenergie G_{ID} des instationären Risses (siehe /16/). Im Gegensatz zur statischen Bruchzähigkeit K_{IC} wird K_{ID} von den dynamischen Festigkeitseigenschaften des Materials bestimmt: Mit wachsender Rißgeschwindigkeit tritt eine Materialversprödung ein, so daß die Bruchzähigkeit sinkt. Gleichzeitig ist aber auch eine Temperaturerhöhung im Bereich der Rißspitze zu verzeichnen und eine Abnahme der Mehrachsigkeit des Spannungsfeldes /13/; dies bewirkt eine Vergrößerung

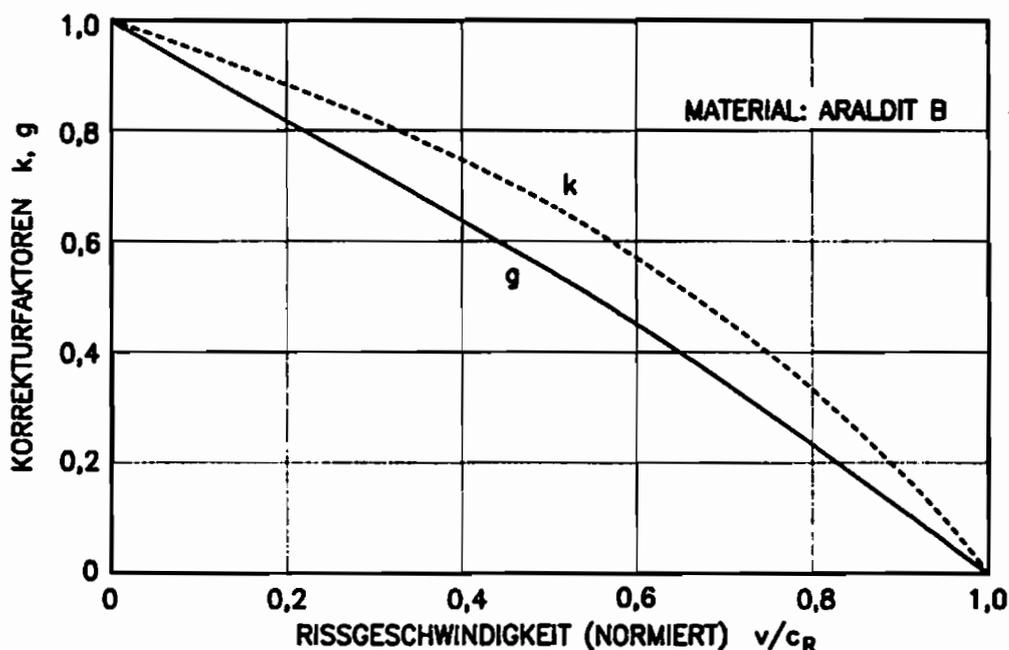


Abb. 8 Geschwindigkeitskorrekturfaktoren k und g für die Bestimmung des dynamischen Spannungsintensitätsfaktors und die dynamische Energiefreisetzungsrate

der plastischen Zone. Als Folge dieser Prozesse wird die Bruchzähigkeit erhöht. Die beschriebenen materialabhängigen Vorgänge sind sehr komplex und lassen sich nicht allgemein quantifizieren. Messungen der geschwindigkeitsabhängigen Bruchzähigkeit an verschiedenen Stählen erbrachten unterschiedliche $K_{I0}(v)$ -Verläufe /17/. Bei einigen Stählen fällt K_{I0} mit steigender Rißgeschwindigkeit aufgrund der Materialversprödung zunächst ab und steigt bei weiterer Erhöhung der Geschwindigkeit aufgrund der, die Bruchzähigkeit steigernden Effekte, wieder an (Abb. 9). Messungen an dem Epoxidharz Araldit B /18/ zeigen keine Verringerung der Bruchzähigkeit mit steigender Geschwindigkeit.

Eine Betrachtung der Energie, die dem Riß für die Ausbreitung zur Verfügung steht, liefert eine Erklärung für die niedrigen Bruchhöchstgeschwindigkeiten: Während eines Rißausbreitungsvorganges steigt mit wachsender Rißgeschwindigkeit aufgrund der Rißverlängerung der Spannungsintensitätsfaktor zunächst proportional zu \sqrt{a} an. Bei Annäherung an die Rayleighwellengeschwindigkeit fällt er jedoch auf Null ab, da k gegen Null strebt (Abb. 9). Dieser Effekt ist somit gegenläufig zu dem Verlauf der benötigten Energie G_{I0} . Bei einer bestimmten Geschwindigkeit v sind angelieferte und benötigte Energie im Gleichgewicht - diese Geschwindigkeit repräsentiert die praktische Bruchhöchstgeschwindigkeit. Für Araldit B beträgt sie ca. 400 m/s und liegt damit deutlich unter der Rayleighwellengeschwindigkeit.

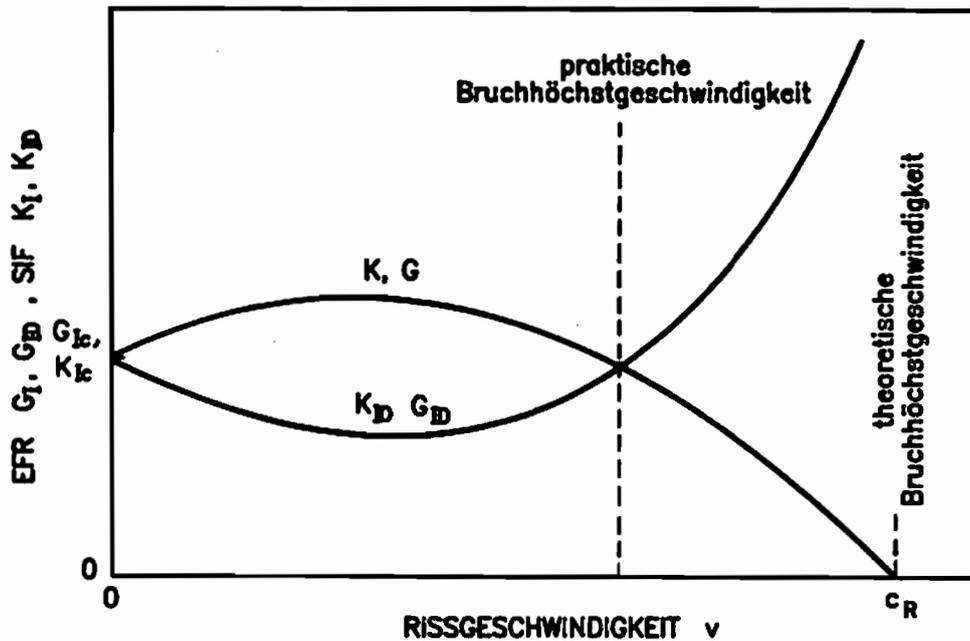


Abb. 9 Dynamische Bruchzähigkeit und Spannungsintensität in Abhängigkeit von der Rißgeschwindigkeit

unter der Rayleighwellengeschwindigkeit.

2.3 Bruchkriterien im Fall gemischter Modus-I-/Modus-II-Beanspruchung

Wird ein Riß gleichzeitig auf Zug und Scherung in Rißrichtung beansprucht, so kann das Spannungsnahfeld in guter Näherung durch die mit Gl. (6) angegebene Verteilung beschrieben werden. Basierend auf dieser Spannungsverteilung sind vielfältige Anstrengungen unternommen worden, den Einsatz instabiler Rißausbreitung vorherzusagen. Hierzu wird für eine Modus-II-Belastung, in Anlehnung an den Modus-I-Fall für den ebenen Dehnungszustand, eine kritische Bruchzähigkeit K_{IIc} definiert. Unter reiner Modus-II-Belastung tritt bei dem Erreichen von K_{IIc} instabiles Rißwachstum auf. Mit einer Gleichung der Form

$$K_{IIc} = f(K_{Ic}) \quad (27)$$

wird versucht eine Beziehung zwischen der Modus-I-Bruchzähigkeit K_{Ic} und der Modus-II-Bruchzähigkeit K_{IIc} zu finden, die das tatsächliche Materialverhalten korrekt beschreibt. Dies ist ein Ziel der Scherbruchmechanik. Die besondere Problematik gemischter Modus-I-/Modus-II-Belastungen liegt darin begründet, daß zur Ermittlung eines kritischen Spannungsintensitätsfaktors die K-Faktoren unterschiedlicher Belastungsmodi nicht addiert werden können /7/. Es sind daher

Kriterien aufgestellt worden, welche die Berechnung dieser kritischen K-Werte ermöglichen sollen. Mit der Bestimmung einer Bruchgrenzkurve wird dies im allgemeinen versucht. In Abb. 10 ist das Prinzip dargestellt: Bei reiner Modus-I-Belastung ist ein Riß stabil, solange die Spannungsintensität an der Rißspitze kleiner ist als die Bruchzähigkeit K_{Ic} . Erst bei Erreichen dieses Wertes tritt instabiles Rißwachstum ein. Das Gleiche gilt für den Fall einer reinen Modus-II-Belastung. Auch hier gilt für Werte $K_{II} < K_{IIc}$, daß keine Rißinstabilität auftritt. Für gemischte Beanspruchungen kann allerdings nicht davon ausgegangen werden, daß K_{Ic} und K_{IIc} die kritischen Grenzwerte repräsentieren. Es sind hierbei vielmehr kritische Bruchzähigkeiten K_I^c und K_{II}^c zu finden, deren Beträge von den Modus-I-/Modus-II-Anteilen abhängig sind. Nur für die reinen Beanspruchungszustände gilt

$$\text{Modus-I :} \quad K_I^c = K_{Ic} \quad (28)$$

$$\text{Modus-II :} \quad K_{II}^c = K_{IIc} \quad (29)$$

Zur Ermittlung der Bruchgrenzkurve gehen die existierenden Bruchhypothesen stets davon aus, daß instabiles Rißwachstum eintritt, sobald ein bestimmter Parameter in der Umgebung der Rißspitze einen kritischen Wert erreicht. Über die Lösung der Spannungsverteilung kann dann mit diesem Parameter der kritische Spannungsintensitätsfaktor bestimmt werden. Die einzelnen Bruchhypothesen

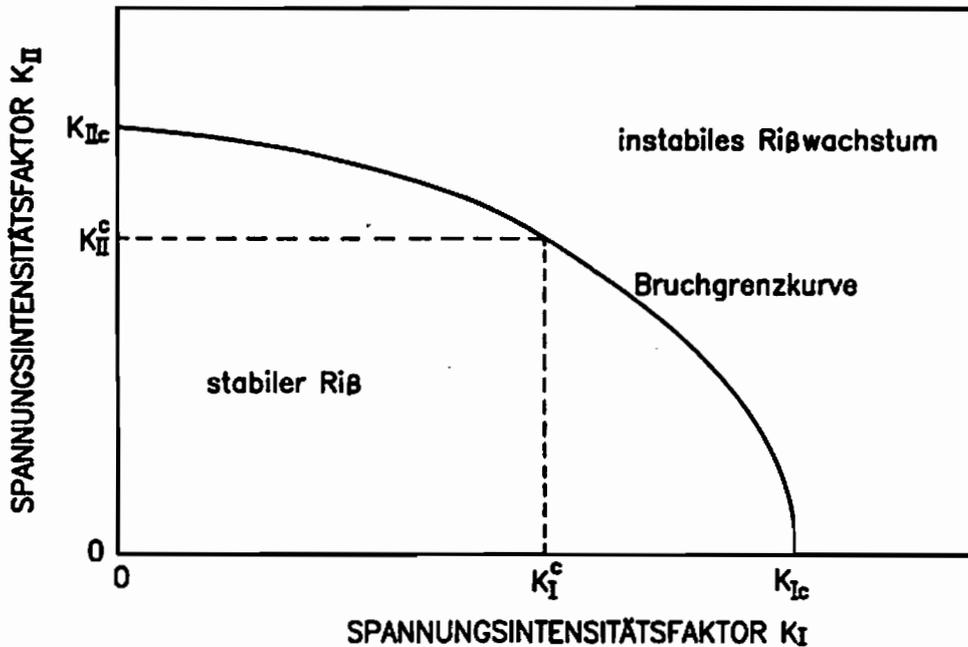


Abb. 10 Schematische Darstellung der Grenzbelastung eines Risses unter gemischter Zug-/Scherbeanspruchung

unterscheiden sich im allgemeinen durch die Wahl dieses Parameters. So werden einerseits Spannungen herangezogen und andererseits Dehnungen betrachtet. Die elastische Energie an der Rißspitze oder die Energiedichte liefern ebenfalls Kriterien für die Vorhersage instabiler Rißwachstums. Die meisten Hypothesen treffen auch Aussagen über den Rißausbreitungswinkel nach erfolgter Initiierung. Bei der experimentellen Verifizierung der einzelnen Bruchhypothesen können daher nicht nur die kritischen K-Werte K_{Ic} sondern auch die gemessenen Bruchwinkel wichtige Hinweise auf deren Gültigkeit liefern. Alle theoretischen Bruchkriterien und experimentellen Ergebnisse lassen sich anschaulich in Diagrammen der Form nach Abb. 10 darstellen. Hierbei wird allerdings meist eine Normierung der Spannungsintensitätsfaktoren vorgenommen: K_{Ic}/K_{Ic} , K_{IIc}/K_{Ic} . Diese dimensionslose Auftragung erlaubt einen Vergleich verschiedener Materialien mit den theoretischen Voraussagen innerhalb eines Diagrammes.

Im folgenden sollen die bedeutendsten Bruchhypothesen vorgestellt werden, die im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik existieren. Anschließend ermöglicht ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen eine Beurteilung inwieweit diese Hypothesen reales Materialverhalten korrekt beschreiben. Diese Betrachtung schließt neben den Spannungs-/Dehnungskriterien allerdings nur die Energiedichtekriterien ein. Hypothesen, die in erster Linie die Bestimmung der Energiefreisetzungsrates zum Inhalt haben werden hier nicht behandelt, ihre Vorstellung erfolgt in einem separaten Kapitel.

2.3.1 Spannungs-/Dehnungskriterien

Kriterium der maximalen Tangentialspannung

Von Erdogan und Sih wurde das Kriterium der maximalen Tangentialspannung aufgestellt [19]. Dies Kriterium besagt, daß Rißinitiierung eintritt, sobald die maximale Tangentialspannung σ_{θ} an der Rißspitze einen kritischen Wert erreicht. Die Rißausbreitung erfolgt dann senkrecht zu dieser Spannung. An der Stelle des Maximums von σ_{θ} ist die Schubspannung $\tau_{r\theta}$ Null (Abb. 11). Infolgedessen repräsentiert σ_{θ} gleichzeitig eine Hauptnormalspannung ($\sigma_{\theta} = \sigma_1$), wobei σ_1 für alle Belastungsverhältnisse ein lokales Minimum bildet. Nach der Tangentialspannungshypothese startet ein Riß stets als Modus-I-Riß, eine zusätzliche Scherbeanspruchung liegt am initiierten Riß nicht vor. Das Problem der Rißinitiierung unter gemischten Beanspruchungen wird somit auf eine Modus-I-Rißinitiierung zurückgeführt. Aus diesem Grund kann davon ausgegangen werden, daß die kritische Tangentialspannung σ_{θ}^{c} für alle gemischten Modus-I-/Modus-II-Beanspruchungen den gleichen Wert besitzt. Aus der Spannungsverteilung

lung Gl. (6) wird mit diesen Annahmen ($\sigma_{max}^c = \text{konstant}$, $\tau_{rs} = 0$) eine Bedingung für den Bruchwinkel ϕ_0 abgeleitet. Die Bestimmungsgleichung lautet:

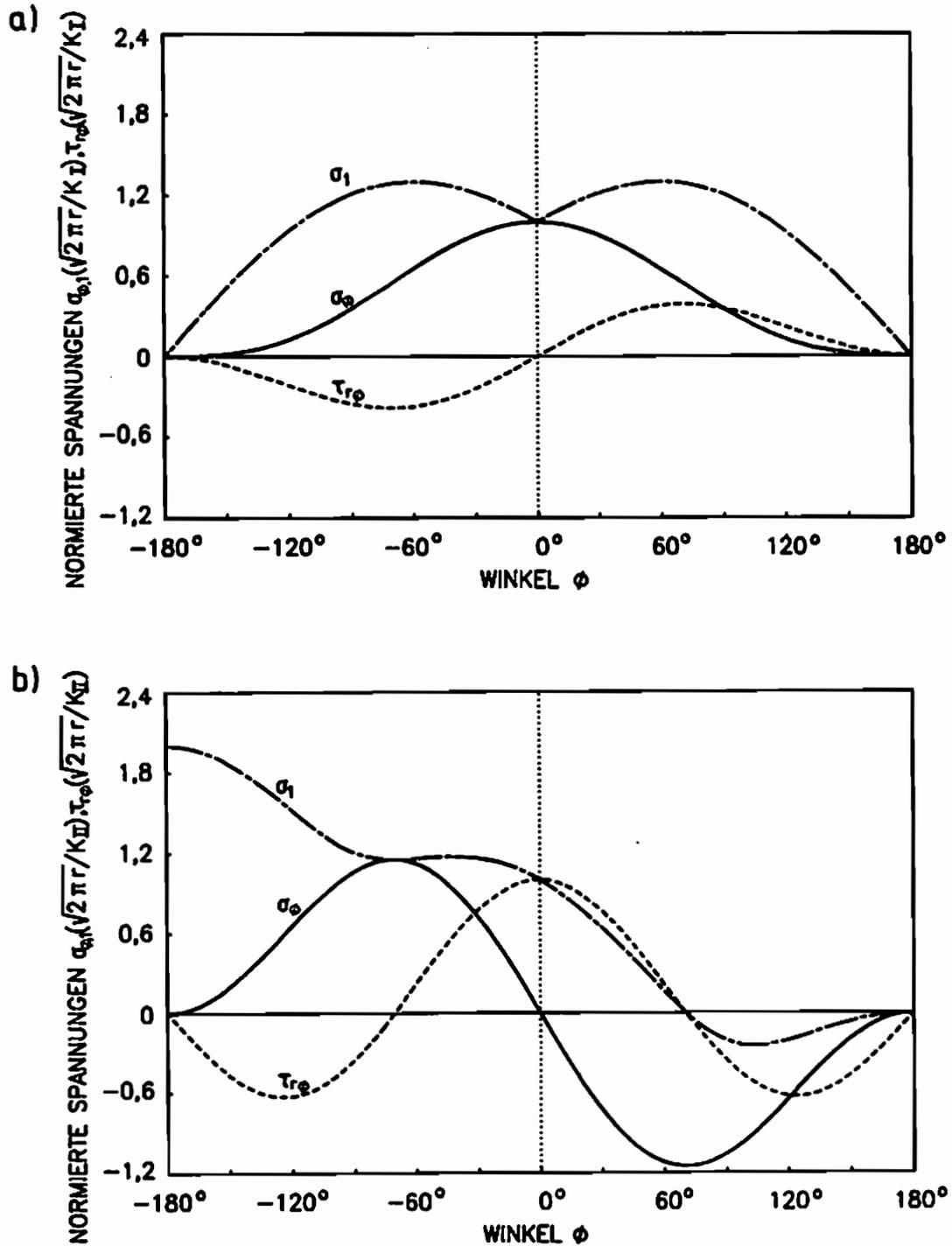


Abb. 11 Spannungsverteilung (normiert) in der Umgebung einer Rißspitze
a) unter Modus-I-Belastung b) unter Modus-II-Belastung

$$\cos \frac{\phi_0}{2} [K_I^{\sigma} \sin \phi_0 + K_{II}^{\sigma} (3 \cos \phi_0 - 1)] = 0 \quad (30)$$

Wobei lediglich der Term in der eckigen Klammer eine Bedingung zur Ermittlung von ϕ_0 liefert. Die Gleichung (30) kann noch umgeformt werden /1/:

$$\phi_0 = -\arccos \left(\frac{3K_{II}^{\sigma 2} + K_I^{\sigma} \sqrt{K_I^{\sigma 2} + 8K_{II}^{\sigma 2}}}{K_I^{\sigma 2} + 9K_{II}^{\sigma 2}} \right) \quad (31)$$

für den Fall $K_{II} \ll K_I$ wird für die Beziehung (31) vereinfacht geschrieben:

$$\phi_0 = -2 \frac{K_{II}}{K_I} \quad (32)$$

In Abb. 12 ist der Bruchwinkel in Abhängigkeit vom Modus-I-/Modus-II-Verhältnis: $K_{II}^{\sigma} / (K_I^{\sigma} + K_{II}^{\sigma})$ aufgetragen. Die Wahl dieses speziellen Verhältnismwertes erlaubt die Darstellung von gemischten Belastungen in einem Wertebereich von 0 bis 1. Der Wert 0 repräsentiert hierbei einen reinen Modus-I-Zustand und der Wert 1 einen reinen Modus-II-Zustand. Die Analyse der Bruchwinkel ergibt für reine Zugbelastung einen Rißverlauf in der ursprünglichen Richtung $\phi_0 = 0^\circ$. Bei einer Überlagerung mit Scherbelastung tritt ein Abknicken des Risses ein. Dies wird mit wachsendem Modus-II-Anteil immer ausgeprägter, bis im Fall reiner Modus-II-Belastung ein maximaler Bruchwinkel von $\phi_0 = -70,5^\circ$ erreicht ist. Die Bestimmung der Bruchgrenzkurve erfolgt ebenfalls mit Hilfe von Gl. (6). Da das Bruchproblem auf den Modus-I-Fall reduziert worden ist, kann für alle Zug-/Scherbelastungsverhältnisse geschrieben werden

$$K_{Ic} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{\phi_{max}} \sqrt{2\pi r}) \quad (33)$$

und somit ergibt sich:

$$K_{Ic} = \cos \frac{\phi_0}{2} \left(K_I^{\sigma} \cos^2 \frac{\phi_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II}^{\sigma} \sin \phi_0 \right) \quad (34)$$

Die resultierende Bruchgrenzkurve wird in Abb. 13 veranschaulicht. Es ist deutlich zu erkennen, daß die kritische Bruchzähigkeit K_{IIc} kleiner ist als K_{Ic} . Nach der Hypothese von Erdogan und Sih gilt: $K_{IIc} = 0,866 K_{Ic}$. Ein Riß unter Scherbelastung würde demnach bei kleineren kritischen Spannungsintensitäten initiieren als ein Riß unter Zugbelastung. Modus-II repräsentiert daher den kritischeren Belastungsfall. Dieses Resultat der Tangentialspannungshypothese widerspricht der allgemein verbreiteten Annahme, daß der Modus-I-Zustand den kritischsten Belastungsfall darstellt und aus diesem Grund Scherphänomene von geringerer Bedeutung sind als Versagensprozesse unter Zugbelastung.

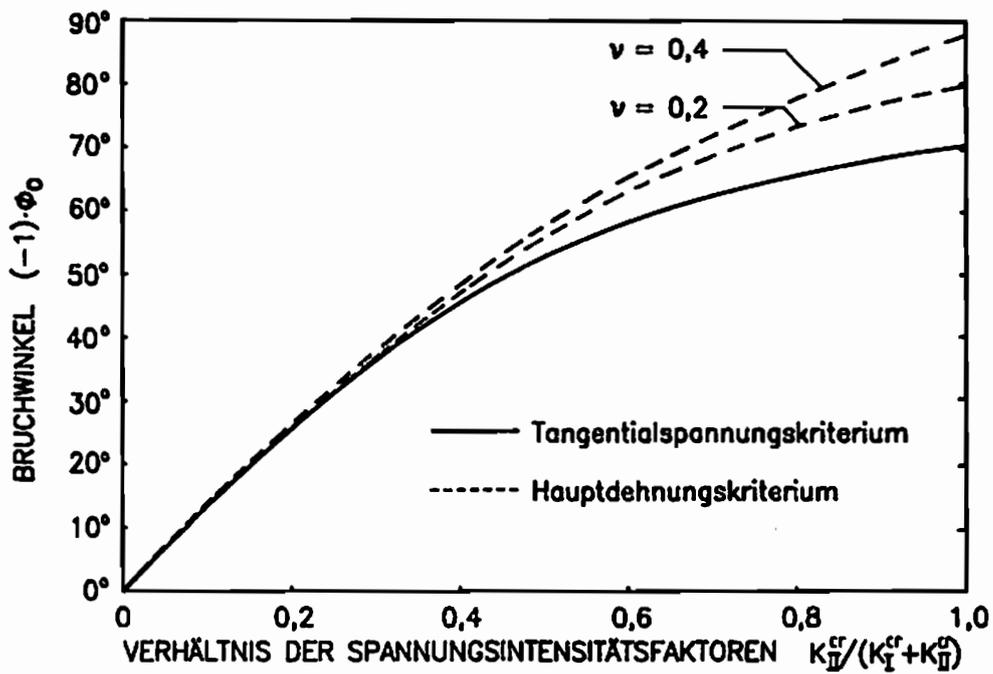


Abb. 12 Bruchwinkel an Modus-I/Modus-II beanspruchten Rissen, ermittelt nach Spannungs-/Dehnungskriterien

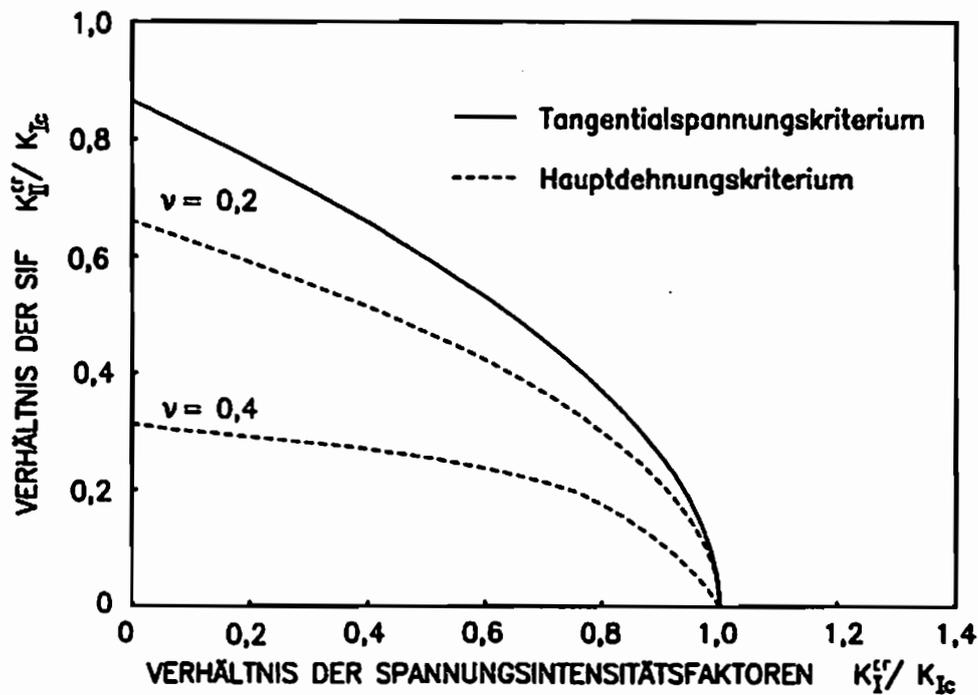


Abb. 13 Bruchgrenzkurven bei Modus-I/Modus-II-Rißbeanspruchung, ermittelt nach Spannungs-/Dehnungskriterien

Von verschiedenen Autoren wurden Erweiterungen an der Hypothese der maximalen Tangentialspannung vorgenommen. Von Williams und Ewing /20/ ist am Beispiel einer Zugscheibe mit schrägem Innenriß der zweite Term der Spannungsverteilung, die konstante Spannung in Rißrichtung σ_{α} , in das Bruchkriterium einbezogen worden. Für die betrachtete Probengeometrie kann der Betrag dieses Terms berechnet werden. Die Autoren gehen davon aus, daß der Rißinitiierungsprozeß von einer kritischen Tangentialspannung in einer Entfernung c von der Rißspitze gesteuert wird. Von Williams und Ewing konnte für den Fall der Zugscheibe mit schrägem Innenriß auf diese Weise eine deutlich bessere Anpassung sowohl der Bruchwinkel als auch der Bruchgrenzkurve an experimentelle Ergebnisse erzielt werden. Unter zusätzlicher Einbeziehung der konstanten Spannung senkrecht zum Riß wurde von Finnie und Saith diese Hypothese weiter verbessert /21/.

Nach einer Einbeziehung des zweiten Terms der Spannungsverteilung in die Bestimmungsgleichung von σ_0 ist die maximale Tangentialspannung nicht mehr gleichzeitig Hauptnormalspannung. Von Maiti und Smith /22, 23/ wurde daher ein verändertes Kriterium aufgestellt, das diesen Sachverhalt berücksichtigt. Es fordert eine Rißinitiierung in der Richtung, in der die Tangentialspannung eine Hauptnormalspannung repräsentiert. Auch hierbei sind wiederum die Spannungen in einem kritischen Abstand c von der Rißspitze maßgebend. Die von Maiti und Smith erzielten Ergebnisse weichen nur geringfügig von den vorangegangenen Hypothesen /20, 21/ ab. Über die Größe des kritischen Radius c liegen noch keine umfassenden Ergebnisse vor. Williams und Ewing bestimmten c durch eine Anpassung an Versuchsdaten. Für das Material PMMA erhielten sie den Wert $c = 0,05\text{mm}$. Dieser Wert entspricht etwa der Längsausdehnung der Craze-Zone in PMMA /24/. Von anderen Autoren /25/ ist festgestellt worden, daß dieser kritische Radius noch innerhalb der plastischen Zone liegt.

Die Erweiterungen der Tangentialspannungshypothese haben somit den Nachteil, einen zusätzlichen materialabhängigen Parameter einzubeziehen. Sie bieten aber gerade bei Rißanordnungen, für die der Wert des zweiten Terms der Spannungsverteilung bekannt ist, eine sinnvolle Verbesserung des Bruchkriteriums.

Hauptdehnungskriterium

Von Fischer und Göldner ist ein Bruchkriterium aufgestellt worden, daß als entscheidenden Parameter für instabiles Rißwachstum, die größte Hauptdehnung betrachtet /26, 27/. Ausgehend von der Hauptdehnung ϵ_1 wird die Vergleichsspannung σ_v berechnet:

$$\sigma_V = E\epsilon_1 = (1 + \nu) [\sigma_1 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (35)$$

Für den ebenen Dehnungszustand ist daraus eine Beziehung zwischen σ_V und den Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} abgeleitet worden:

$$\sigma_V = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} (1 + \nu) \left\{ \left(\frac{1}{2} - \nu \right) \sqrt{2(1 + \cos \phi) - 4 \frac{K_{II}}{K_I} \sin \phi + 2 \left(\frac{K_{II}}{K_I} \right)^2 (1 - \cos \phi)} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos 2\phi) + 2 \frac{K_{II}}{K_I} \sin 2\phi + \frac{1}{2} \left(\frac{K_{II}}{K_I} \right)^2 (5 + 3 \cos 2\phi)} \right\} \quad (36)$$

Mit Gl. (36) wird ein Vergleichsspannungsintensitätsfaktor K_V aufgestellt:

$$K_V = \frac{1}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_V \sqrt{2\pi r}) \quad (37)$$

Nach Fischer und Göldner tritt instabiles Rißwachstum ein

- in der Richtung ϕ_0 , in der die maximale Hauptdehnung und somit der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor K_V einen Minimalwert annimmt
- wenn gilt: $K_V(\phi_0) = K_{Ic}$

In Abb. 12 sind die resultierenden Bruchwinkel ϕ_0 aufgetragen. Die Bruchwinkel besitzen eine leichte Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl ν . Sie liegen deutlich über den Werten der Tangentialspannungshypothese. Die Bruchgrenzkurven (Abb. 13) zeigen dagegen eine starke Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl. Nach diesem Kriterium werden in einem praxisrelevanten ν -Bereich von 0,2 bis 0,4 deutlich geringere K_{Ic} -Werte berechnet, als nach Erdogan und Sih. Für das Material Araldit B ($\nu = 0,39$) ergibt die Hauptdehnungshypothese beispielsweise $K_{Ic} = 0,33 K_{Ic}$. Eine Modus-II-Belastung wäre somit wiederum ein wesentlich kritischerer Fall gegenüber einer Modus-I-Rißbeanspruchung.

2.3.2 Energiedichtekriterien

Eine Reihe von Bruchkriterien betrachtet die Dehnungsenergiedichte in der Umgebung der Rißspitze als bestimmenden Faktor für den Rißinitiierungsprozeß. Die Dehnungsenergiedichte \bar{U} wird nach folgender Beziehung bestimmt:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) \quad (38)$$

Für den ebenen Dehnungszustand folgt:

$$\bar{U} = \frac{1+\nu}{2E} \left[(1-\nu)(\sigma_x + \sigma_y)^2 - 2(\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \right] \quad (39)$$

Sie repräsentiert die bei der Verformung eines Körpers pro Volumeneinheit geleistete Arbeit.

Dehnungsenergiedichtekriterium

Von Sih /28/ ist auf der Basis der Dehnungsenergiedichte ein Bruchkriterium aufgestellt worden. Nach Einsetzen des singulären Anteils der Spannungsverteilung an der Rissspitze (Gl. (6) in Gl. (39)) definiert er einen Dehnungsenergiedichtefaktor S. Dieser Faktor ist unabhängig von der Entfernung r zur Rissspitze.

$$S = \bar{U}r \quad (40)$$

Mit den Gln. (39) und (40) ergibt sich für den ebenen Dehnungszustand:

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 \quad (41)$$

mit:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1+\nu}{8\pi E} [(1+\cos\phi)(\kappa - \cos\phi)] \\ a_{12} &= \frac{1+\nu}{8\pi E} \sin\phi [2\cos\phi - (\kappa - 1)] \\ a_{22} &= \frac{1+\nu}{8\pi E} [(\kappa + 1)(1 - \cos\phi) + (1 + \cos\phi)(3\cos\phi - 1)] \end{aligned}$$

und $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ (ESZ) $\kappa = 3 - 4\nu$ (EDZ)

Sih macht zwei Annahmen für den Einsatz instabilen RiBwachstums:

- Ein RiB initiiert in der Richtung des Minimums des Energiedichtefaktors

$$\frac{\partial S}{\partial \phi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 S(\phi_0)}{\partial \phi^2} > 0 \quad (42)$$

- Ein RiB initiiert sobald dieses Minimum einen kritischen Wert erreicht

$$S_{cr} = a_{11}(\phi_0)K_I^2 + 2a_{12}(\phi_0)K_I K_{II} + a_{22}(\phi_0)K_{II}^2 \quad (43)$$

Es wird hierbei angenommen, daß S_{cr} eine Materialkonstante repräsentiert. Die Abhängigkeit des Bruchwinkels von dem Modus-I-/Modus-II-Verhältnis an der Rissspitze ist in Abb. 14 abgebildet. Die Bruchgrenzkurve ist in Abb. 15 zu sehen. Auch bei diesem Kriterium, ist wiederum eine leichte Veränderung des Bruchwinkels mit variierender Querkontraktion zu beobachten. Die Bruchgrenzkurve zeigt auch hier eine stärkere Abhängigkeit von ν . K_{IIc} ist je nach der Größe der

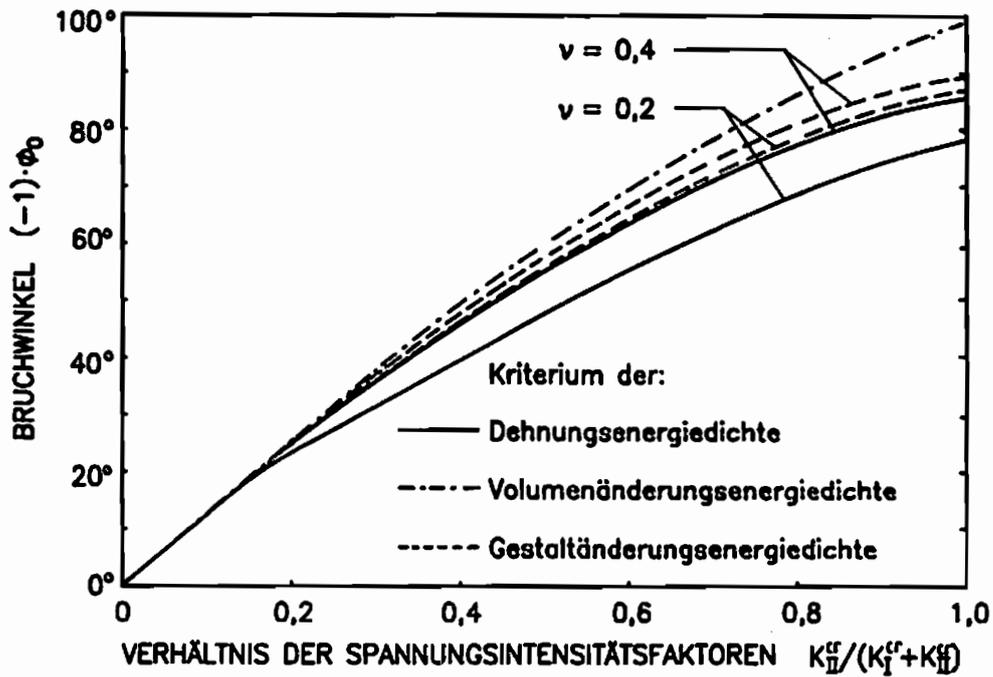


Abb. 14 Bruchwinkel an Modus-I/Modus-II beanspruchten Rissen, ermittelt nach Energiedichtekriterien

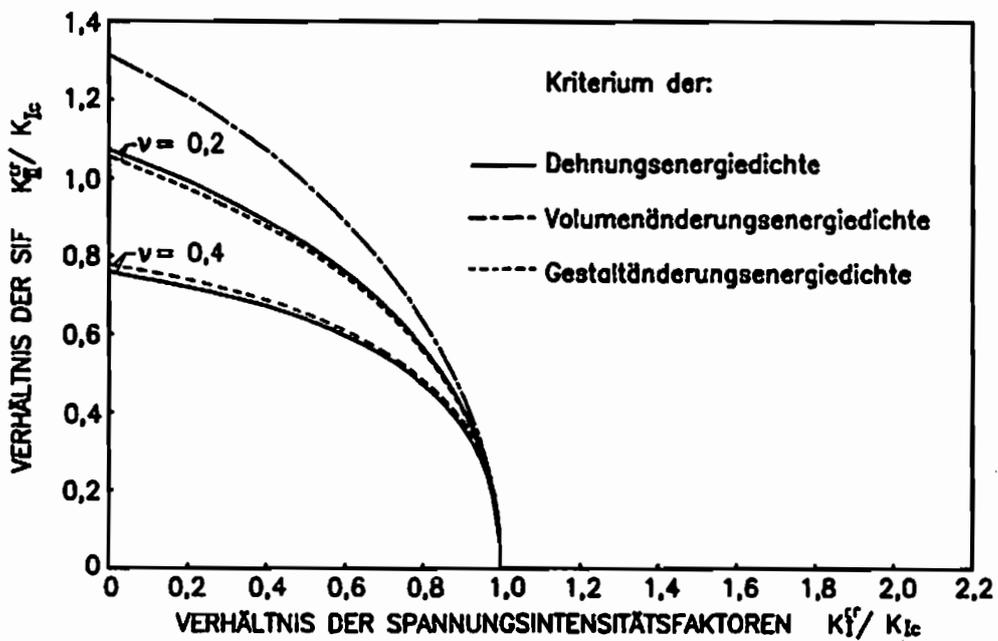


Abb. 15 Bruchgrenzkurven bei Modus-I/Modus-II-Rißbeanspruchung, ermittelt nach Energiedichtekriterien

Querkontraktion etwas geringer oder aber sogar größer als K_{II} .

Ein entscheidender Nachteil dieses Kriteriums liegt in der physikalisch nicht sinnvollen Annahme von Sih begründet, daß eine Rißinitiierung dadurch hervorgerufen wird, daß das Minimum von $S(\phi)$ einen Maximalwert annimmt. Der kritische Wert S_{cr} wird bei Laststeigerung in anderen Winkelbereichen, in denen kein Minimum von $S(\phi)$ vorliegt, früher erreicht und sollte daher vorzeitig in einer anderen als der vorausgesagten Richtung zur Rißinitiierung führen.

Kriterium der Volumenänderungsenergiedichte

Von Radaj und Heib wurde das Kriterium der Dehnungsenergiedichte erweitert /29/. Die Autoren machen von der Möglichkeit Gebrauch, die Dehnungsenergiedichte \bar{U} in eine Volumenänderungsenergiedichte \bar{U}_v und eine Gestaltänderungsenergiedichte \bar{U}_d aufzuteilen. Dementsprechend wird diese Aufteilung auch auf die Energiedichtefaktoren übertragen:

$$S = S_v + S_d \quad (44)$$

Mit der singulären Spannungsverteilung an der Rißspitze (Gl. (6)) gilt :

$$S_v = b_{11}K_I^2 + 2b_{12}K_I K_{II} + b_{22}K_{II}^2 \quad (45)$$

$$S_d = c_{11}K_I^2 + 2c_{12}K_I K_{II} + c_{22}K_{II}^2 \quad (46)$$

mit /1/:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{(1-2\nu)(1+\nu)^2}{6\pi E} (1 + \cos \phi) & c_{11} &= \frac{1+\nu}{8\pi E} (1 + \cos \phi) \left[\frac{2(1-2\nu)^2}{3} + 1 - \cos \phi \right] \\ b_{12} &= \frac{(1-2\nu)(1+\nu)^2}{6\pi E} (-\sin \phi) & c_{12} &= \frac{1+\nu}{8\pi E} \sin \phi \left[2 \cos \phi - \frac{2(1-2\nu)^2}{3} \right] \\ b_{22} &= \frac{(1-2\nu)(1+\nu)^2}{6\pi E} (1 - \cos \phi) & c_{22} &= \frac{1+\nu}{8\pi E} \left[\frac{2(1-2\nu)^2}{3} (1 - \cos \phi) + 4 - 3\sin^2 \phi \right] \end{aligned} \quad (47)$$

Um den Nachteil des Sih-Kriteriums zu umgehen, daß der bestimmende Parameter einen Minimalwert bildet, wird der Quotient S_v/S_d betrachtet. Nach Radaj und Heib initiiert ein Riß in der Richtung, in der das Verhältnis von Volumenänderungs- und Gestaltänderungsenergiedichte ein Maximum erreicht:

$$\frac{\partial \left(\frac{S_v}{S_d} \right)}{\partial \phi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 \left(\frac{S_v}{S_d} \right)}{\partial \phi^2} < 0 \quad \text{für } \phi = \phi_0 \quad (48)$$

und Rißinitiierung tritt ein, sobald die Volumenänderungsenergiedichte einen kritischen Wert besitzt:

$$S_V = S_{V_{cr}} \quad (49)$$

Interessant ist die Tatsache, daß es sich bei $S_{V_{cr}}$ um keinen Extremalwert handelt.

Sowohl für die Bruchwinkel als auch für die kritischen K_{II} -Werte werden größere Beträge als nach dem Sih-Kriterium erzielt (siehe Abb. 14 und Abb. 15). Die Werte sind unabhängig von der Querkontraktionszahl. Für eine reine Modus-II-Belastung ergibt sich ein Bruchwinkel von $\phi_0 = -99^\circ$. Dieser Wert weicht signifikant von denen der anderen Kriterien ab. Nach Radač und Heib repräsentiert die Modus-I-Beanspruchung in der Regel die kritischere Belastungssituation.

Kriterium der Gestaltänderungsenergiedichte

Von Jayatilaka /30/ ist ein Kriterium aufgestellt worden, daß sich der Gestaltänderungsenergiedichte als bestimmenden Faktor bedient. Ein Riß breitet sich in der Richtung des Minimums von S_d aus:

$$\frac{\partial S_d}{\partial \phi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 S_d}{\partial \phi^2} > 0 \quad \text{für : } \phi = \phi_0 \quad (50)$$

Ein Riß initiiert, sobald die gesamte Dehnungsenergie einen kritischen Wert erreicht:

$$S(\phi_0) = S_V(\phi_0) + S_d(\phi_0) = S_{cr} \quad (51)$$

Auch bei diesem Kriterium werden größere Bruchwinkel erzielt als nach dem Sih-Kriterium (Abb. 14). Es ist allerdings eine geringere Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl zu verzeichnen. Die Bruchgrenzkurve weicht nur unwesentlich von der des Dehnungsenergiedichtekriteriums ab.

2.3.3 Vergleich mit experimentellen Resultaten

In Abb. 16 und Abb. 17 sind die zuvor präsentierten Bruchhypothesen zusammengefaßt dargestellt. Ein Vergleich mit einer kleinen repräsentativen Auswahl experimenteller Ergebnisse (siehe /1, 24, 31/) soll eine Beurteilung der Gültigkeit dieser Kriterien ermöglichen. Da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich die linear-elastische Bruchmechanik behandelt wird, sind bis auf eine Ausnahme nur spröde Werkstoffe aufgeführt.

Betrachtet man zunächst die Bruchwinkel (Abb. 16), so ist zu erkennen, daß im Bereich großer Modus-II-Anteile eine starke Abweichung der theoretischen Vor-

aussagen zu verzeichnen ist. Die experimentellen Daten besitzen über das ganze Spektrum der Zug-/Scherbeanspruchungsverhältnisse eine ungefähr konstante Streubreite. Zu den experimentellen Bruchwinkeln ist anzumerken, daß alle Theorien den Winkel über die Lokalisation eines Extremalwertes bestimmen. Dies bedeutet, daß in einem größeren Winkelbereich nur minimale Änderungen des bestimmenden Parameters auftreten (siehe Abb. 11). Für den Fall, daß diese Vorgehensweise korrekt ist können somit kleine Materialinhomogenitäten zu größeren experimentellen Abweichungen führen. Ebenso ist es schwierig, den genauen Bruchwinkel meßtechnisch zu erfassen. Meist ist der Winkel über die Probendicke nicht konstant, so daß entweder ein Mittelwert gebildet werden muß, oder aber die Wahl zwischen mehreren Möglichkeiten besteht. Zudem variiert der Bruchwinkel mit der Rißlänge. Der exakte, der Theorie entsprechende, Wert müßte daher direkt an der Rißspitze ermittelt werden. Diese Aufgabe ist nur mit einer gewissen Fehlerbreite zu erfüllen (siehe auch /32/). Die experimentelle Streubreite könnte daher auf Meßungenauigkeiten und Materialfehlern beruhen. Es bleibt aber anzumerken, daß die von den meisten Kriterien vorhergesagten maximalen Bruchwinkel außerhalb jeder experimentellen Beobachtung liegen. Die beste Wiedergabe der experimentellen Ergebnisse wird von dem Tangentialspannungskriterium erreicht.

Bei den theoretischen Bruchgrenzkurven (Abb. 17) sind ebenfalls große Abweichungen vorhanden. Die Voraussagen für die normierte Bruchzähigkeit K_{IIc}/K_{Ic} differiert um mehr als $\pm 50\%$. Weitaus größer ist aber die Streuung der experimentellen Resultate. Insbesondere die Werte für das Material Araldit B liegen weit entfernt von jeder theoretischen Vorhersage. Jedes Material scheint seine eigene Bruchgrenzkurve zu besitzen. Ein einzelnes Bruchkriterium kann bestenfalls Vorhersagen für ein Material oder eine kleine Gruppe von Materialien treffen. Es ist keine Allgemeingültigkeit für alle spröden Werkstoffe festzustellen.

Die Ursache für die großen materialabhängigen Unterschiede können sehr kleine plastische Zonen unterschiedlicher Größe sein. Um den Einfluß duktilen Verhaltens zu veranschaulichen, sind auch Daten für den Werkstoff AlCuMg1 in dem Diagramm Abb. 17 enthalten. Die K_{IIc}/K_{Ic} -Werte dieses Materials liegen zwar noch etwas höher als die der meisten anderen Werkstoffe, aber noch weit unterhalb derer von Araldit B. Der Einfluß der Duktilität ist im Vergleich zur Streubreite der spröden Werkstoffe somit relativ gering. Diese Streubreite kann somit nicht mit unterschiedlicher Ausprägung plastischer Zonen erklärt werden und muß andere Ursachen besitzen. Eine Betrachtung des Modus-I-/Modus-II-Bruchverhaltens duktiler Werkstoffe ist in /31/ zu finden.

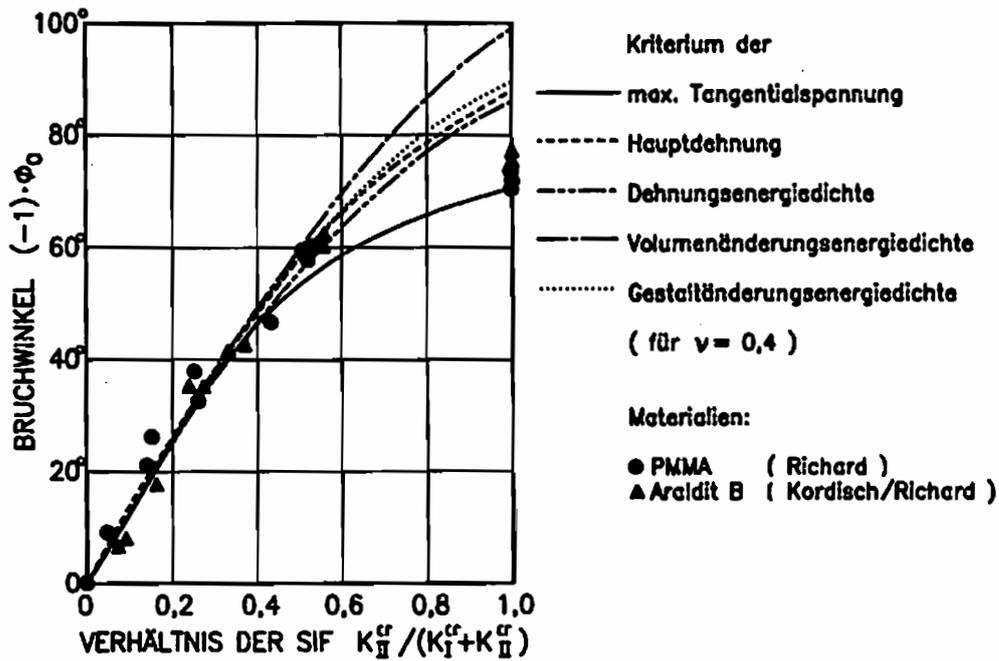


Abb. 16 Vergleich experimentell ermittelter Bruchwinkel mit theoretischen Voraussagen

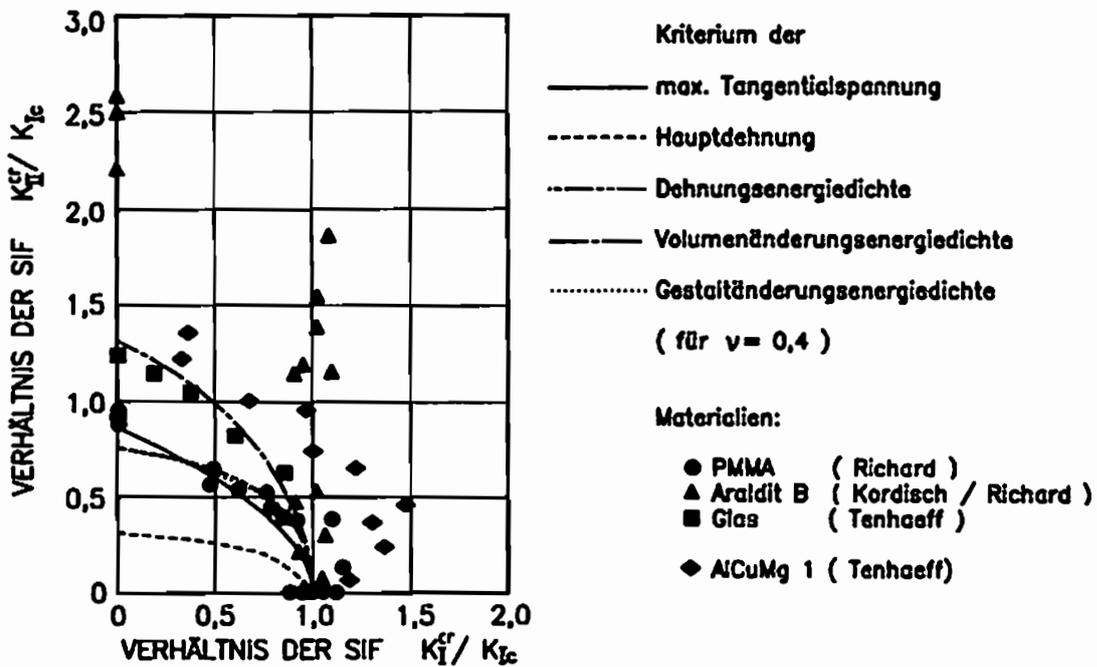


Abb. 17 Vergleich experimentell ermittelter kritischer Spannungsintensitätsfaktoren bei Rißinitiiierung mit theoretischen Bruchgrenzkurven

Die starke Streuung experimentell ermittelter K_{IIc}/K_{Ic} bzw. K_{Ic}^{α}/K_{Ic} , K_{IIc}^{α}/K_{Ic} -Werte legt die Vermutung nahe, daß die Prämisse aller Bruchkriterien, K_{IIc} ließe sich im wesentlichen materialunabhängig als Funktion von K_{Ic} bestimmen (Gl. (27)) falsch ist. Der entscheidende Parameter für den Verlauf der Bruchgrenzkurve wird offensichtlich stark von materialabhängigen Eigenschaften und anderen noch unbekanntem Effekten beeinflusst.

2.4 Bestimmung der Energiefreisetzungsrates für gemischte Modus-I-/Modus-II-Belastungen

Der Energiebetrag, der einem Riß für die Ausbreitung zur Verfügung steht, ist von entscheidender Bedeutung für die Beurteilung der Gefährlichkeit eines Risses. Es ist daher von größter Wichtigkeit, den Betrag der Energiefreisetzungsrates unter gemischter Modus-I-/Modus-II-Belastung berechnen zu können. Nur bei Kenntnis dieser Größe kann eine zuverlässige Sicherheitsbetrachtung bei gemischten Beanspruchungen erfolgen.

2.4.1 Theorien zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrates

Es sind verschiedene Theorien aufgestellt worden, um die Größe der Energiefreisetzungsrates im Modus-II-Fall und bei überlagerten Beanspruchungen zu bestimmen. Diese werden im folgenden ausführlich vorgestellt. Alle Gleichungen zur Berechnung von $G(\vartheta)$ beziehen sich hierbei auf den Zustand ebener Dehnung, da sie auch in der Literatur für gewöhnlich in dieser Form angegeben werden.

Energiefreisetzungsrates nach Irwin

Basierend auf der Arbeit von Irwin /2/ wurde G_{II} ebenfalls als "Rißschließenergie" ermittelt /3, 7, 33/. Analog zum Modus-I-Fall wird ein Riß um eine Strecke δa in Rißrichtung verlängert (siehe Abb. 4), obwohl der Riß unter Scherbeanspruchung nach Rißinitiierung abknickt. Diese Vorgehensweise stellt somit eine starke Vereinfachung des Rißausbreitungsprozesses dar, sie repräsentiert einen falschen Ansatz zur Lösung des Problems. Anstelle der Spannung und der Verschiebung senkrecht zum Riß σ_y und v_x wird in diesem Fall die Schubspannung und die Verschiebung der Rißufer in Rißrichtung τ_{xy} , u_x herangezogen. Entsprechend Gl. (9) erhält man die notwendige Energie, die für eine Rückverformung der Rißufer (von einem Rißschließen kann bei Scherbeanspruchung nicht gesprochen werden) auf der Strecke δa notwendig ist:

$$\delta U_a = 2 \int_a^{a+\delta a} \frac{1}{2} \tau_{xy} u_R^2 dx \quad (52)$$

Die Bestimmungsgleichung für G_{II} entspricht der Beziehung für G_I . Im Fall ebener Dehnung ergibt sich:

$$G_{II} = \frac{1-\nu^2}{E} K_{II}^2 \quad (53)$$

Da es sich bei den Energiefreisetzungsraten um Energiebeträge handelt, ist es möglich diese auch für unterschiedliche Belastungsmodi zu summieren. Unter gemischter Beanspruchung gilt für die Energiefreisetzungsraten $G_{I,II}$ daher die Beziehung:

$$G_{I,II} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (54)$$

Es wird vorausgesetzt, daß der kritische $G_{I,II}$ -Wert bei Rißinitiiierung materialabhängig ist und dem Wert G_{Ic} entspricht. Aus dieser Annahme

$$G_{max} = G_{Ic} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{c2} + K_{II}^{c2}) = \frac{1-\nu^2}{E} K_{Ic}^2 \quad (55)$$

folgt direkt, daß K_{Ic} und K_{IIc} identische Werte annehmen. Für den Modus-II-Fall gilt daher ebenso $G_{IIc} = G_{max} = G_{Ic}$. Aus Gl. (55) wird mit $K_{II}^c/K_I^c = K_{II}/K_I$ die Bestimmungsgleichung für eine Bruchgrenzkurve abgeleitet:

$$\frac{K_{II}^c}{K_{Ic}^c} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{K_{II}}{K_I}\right)^2}} \quad (56)$$

$$\frac{K_{II}^c}{K_{Ic}^c} = \frac{K_I^c}{K_{Ic}^c} \frac{K_{II}}{K_I} \quad (57)$$

In Abb. 18 ist diese Grenzkurve aufgetragen. Sie repräsentiert einen Viertelkreis mit dem Radius K_{Ic} . Eine realistische Aussage über den Bruchwinkel kann aus diesem Lösungsansatz nicht gewonnen werden, da die grundlegende Voraussetzung von einer Rißausbreitung unter dem Winkel $\phi_0 = 0^\circ$ ausgeht.

Energiefreisetzungsraten nach Nuismer

Von Nuismer ist die Energiefreisetzungsraten am abgeknickten Riß für den Moment der Rißinitiiierung ($a_z \rightarrow 0$) berechnet worden /4/. Er ändert die Bestimmungsgleichung für G nach Irwin (Gl. (54)) dahingehend, daß er nicht die Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} an der Spitze des Ausgangsrisses betrachtet, sondern die Faktoren K_I^* und K_{II}^* am Zusatzriß nach erfolgter Initiiierung:

$$G_{I,II}^* = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{*2} + K_{II}^{*2}) \quad (58)$$

Für die Bestimmung der Größen K_I^* , K_{II}^* setzt Nuismer folgendes voraus:

- Das Spannungsfeld an der Spitze des abgelenkten Risses nähert sich dem Spannungsfeld des Ausgangsrisses, für Zusatzrißlängen $a_z \rightarrow 0$.
- Eine mögliche Spannungskonzentration an der beim Abknicken des Risses entstehenden Kerbe hat weder einen Einfluß auf den Spannungsintensitätsfaktor noch auf die Energiefreisetzungsrate des laufenden Risses.

Daher können für diesen Grenzfall die Spannungen σ_y^* und τ_{xy}^* am Zusatzriß aus den Spannungen σ_ϕ und $\tau_{r\phi}$ am Ausgangsriß berechnet werden:

$$\lim_{a_z \rightarrow 0} \sigma_y^*(\phi_0) = \sigma_\phi(\phi_0) \quad (59)$$

$$\lim_{a_z \rightarrow 0} \tau_{xy}^*(\phi_0) = \tau_{r\phi}(\phi_0) \quad (60)$$

Werden in die Beziehungen (59) und (60) die entsprechenden Ausdrücke der Spannungsnahfeldverteilung eingesetzt, so erhält man für die Spannungsintensitätsfaktoren im Moment der Rißinitiierung:

$$K_I^*(\phi_0) = \lim_{a_z \rightarrow 0} K_I^* = \frac{1}{2} \cos \frac{\phi_0}{2} [K_{II}^{\sigma r} (1 + \cos \phi_0) - 3K_{II}^{\tau r} \sin \phi_0] \quad (61)$$

$$K_{II}^*(\phi_0) = \lim_{a_z \rightarrow 0} K_{II}^* = \frac{1}{2} \cos \frac{\phi_0}{2} [K_{II}^{\sigma r} \sin \phi_0 + K_{II}^{\tau r} (3 \cos \phi_0 - 1)] \quad (62)$$

Nach Gl. (58) kann mit diesen Werten die Energiefreisetzungsrate bei Rißinitiierung bestimmt werden, sofern die Beträge der Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} bekannt sind.

Ausgehend von der Bestimmungsgleichung für die Energiefreisetzungsrate G (Gl. (58)) wird von Nuismer ein Bruchkriterium aufgestellt: Rißinitiierung erfolgt in der Richtung in der die Energiefreisetzungsrate ein Maximum besitzt. Rißinitiierung erfolgt sobald dieses Maximum einen kritischen Wert erreicht:

$$\frac{\partial G_{I,II}}{\partial \phi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 G_{I,II}(\phi_0)}{\partial \phi^2} < 0 \quad , \quad G_{max}(\phi_0) = G_c \quad (63)$$

Aus diesen Annahmen folgt für die Energiefreisetzungsrate in Initiierungsrichtung:

$$G_{I,II}(\phi_0) = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2(\phi_0) = \frac{1 - \nu^2}{E} [\sqrt{2\pi r} \sigma_\phi(\phi_0)]^2 \quad (64)$$

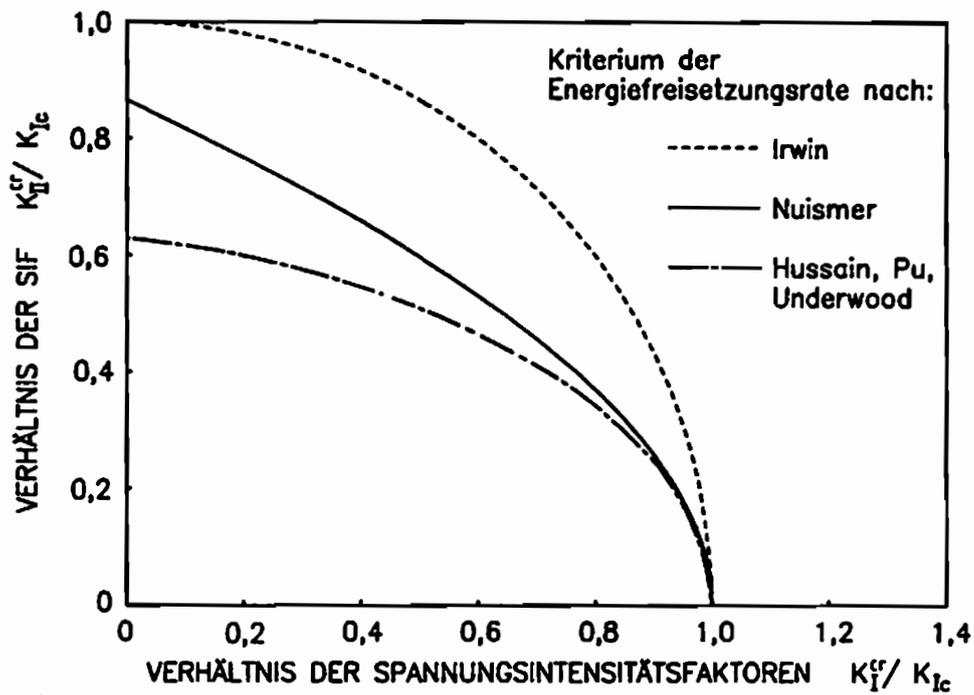


Abb. 18 Bruchgrenzkurven bei Modus-I/Modus-II-Rißbeanspruchung, ermittelt nach Energiefreisetzungsratekriterien

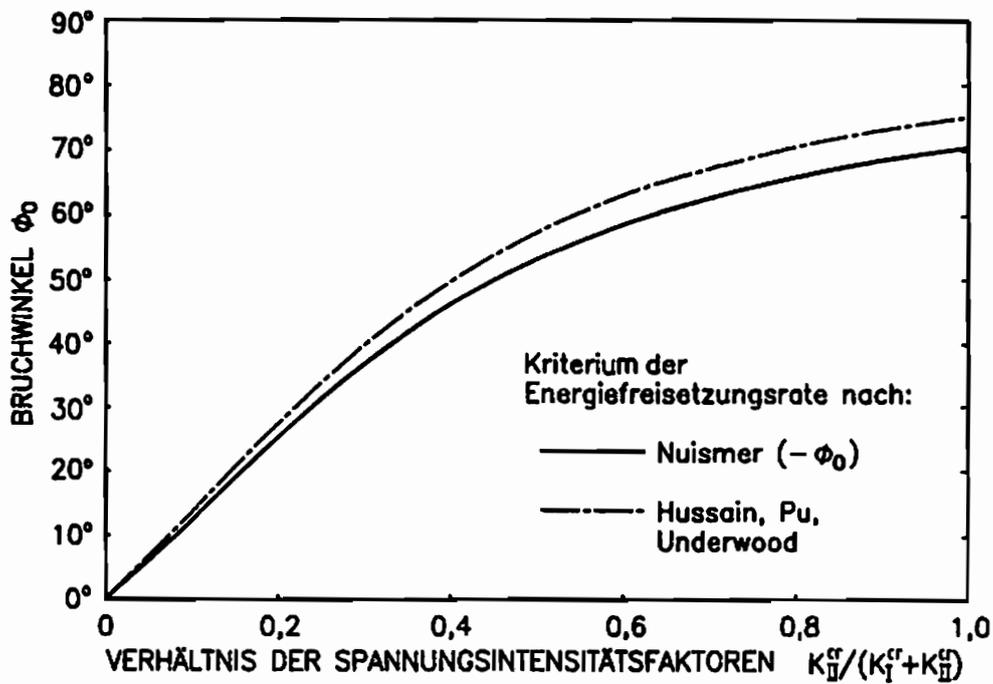


Abb. 19 Bruchwinkel an Modus-I/Modus-II beanspruchten Rissen, ermittelt nach Energiefreisetzungsratekriterien

Ein Riß startet demnach in der Richtung mit $K_{II}^* = 0$. Es ist nur eine Tangentialspannung vorhanden, die somit auch gleichzeitig Hauptnormalspannung ist. Mit diesem Ergebnis ist das Bruchkriterium von Nuismer identisch mit der Tangentialspannungshypothese nach Erdogan und Sih. Für den Rißinitiiierungswinkel ϕ_0 gilt aus diesem Grunde die Beziehung (31). Die resultierende Bruchgrenzkurve ist in Abb. 18, die Bruchwinkel sind in Abb. 19 aufgetragen.

Basierend auf den Ergebnissen nach Gl. (64) kann mit Gl. (61) die Energiefreisetzungsrate für einen Riß unter gemischter Modus-I-/Modus-II-Belastung berechnet werden:

$$G_{I,II}(\phi_0) = \frac{1-\nu^2}{4E} \cos^2 \frac{\phi_0}{2} \left[K_I^{*2}(1 + \cos \phi_0)^2 + 9K_{II}^{*2} \sin^2 \phi_0 - 6K_I^* K_{II}^* \sin \phi_0 (1 + \cos \phi_0) \right] \quad (65)$$

Nach /34/, ist $G_{I,II}(\phi_0)$ unabhängig vom Bruchwinkel durch die Beziehung

$$G_{I,II} = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{K_I^{*4} + 24K_{II}^{*4} + 12K_I^{*2}K_{II}^{*2} + K_I^*(K_I^{*2} + 8K_{II}^{*2})^{3/2}}{2(K_I^{*2} + 9K_{II}^{*2})} \quad (66)$$

zu bestimmen. Da auch bei diesem Kriterium von der Bedingung $G_{max}(\phi_0) = G_{Ic}$ ausgegangen wird, gilt nach Gl. (66) für K_{IIc} : $K_{IIc} = 0,866 K_{Ic}$. Dieses Ergebnis entspricht dem Wert, der aus dem Tangentialspannungskriterium von Erdogan und Sih resultiert (siehe Gl. (34)).

Energiefreisetzungsrate nach Hussain, Pu und Underwood

Von Hussain, Pu und Underwood wird die elastische Energie auf einer Kontur um die Spitze des abgeknickten Risses mit Hilfe wegunabhängiger Integrale berechnet /6/. Der Rißast ist hierbei frei drehbar, so daß für alle Winkel diese Energie ermittelt werden kann. Zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate betrachten die Autoren den Grenzfall einer Kontur an einem beliebig kleinen Rißast $a_z \rightarrow 0$. Die Energiefreisetzungsrate im Fall ebener Dehnung wird für jeden Winkel ϕ_z an der Spitze des Zusatzrisses bestimmt zu:

$$G(\phi_z) = \frac{4(1-\nu^2)}{E} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \phi_z} \right)^2 \left(\frac{1 - \phi_z/180^\circ}{1 + \phi_z/180^\circ} \right)^{\phi_z/180^\circ} \left[(1 + 3 \cos^2 \phi_z) K_I^{*2} + 8 \sin \phi_z \cos \phi_z K_I^* K_{II}^* + (9 - 5 \cos^2 \phi_z) K_{II}^{*2} \right] \quad (67)$$

Dieses Ergebnis zeigt eine deutliche Variation der Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit von ϕ_z . Für die Spannungsintensitätsfaktoren an der neuen Rißspitze werden folgende Beziehungen aufgestellt:

$$K_{II}^*(\phi_Z) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \phi_Z} \right) \left(\frac{1 - \phi_Z/180^\circ}{1 + \phi_Z/180^\circ} \right)^{\phi_Z/360^\circ} \left[K_I^{\sigma} \cos \phi_Z + \frac{3}{2} K_{II}^{\sigma} \sin \phi_Z \right] \quad (68)$$

$$K_{II}^*(\phi_Z) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \phi_Z} \right) \left(\frac{1 - \phi_Z/180^\circ}{1 + \phi_Z/180^\circ} \right)^{\phi_Z/360^\circ} \left[-\frac{1}{2} K_I^{\sigma} \sin \phi_Z + K_{II}^{\sigma} \cos \phi_Z \right] \quad (69)$$

Als Bedingung für den Einsatz instabilen Rißwachstums wird von den Autoren vorausgesetzt, daß der Riß in der Richtung der maximalen Energiefreisetzungsrate initiiert und daß die Initiierung eintritt sobald dieser Maximalwert einen kritischen Grenzwert erreicht. Diese Annahmen entsprechen somit den Annahmen des Bruchkriteriums von Nuismer Gl. (63). Aus dieser Bedingung

$$G_{max} = G(\phi_0) = G_{Ic} = \frac{1 - \nu^2}{E} K_{Ic}^2 \quad (70)$$

wird unter Verwendung von Gl. (67) so die Bruchgrenzkurve ermittelt:

$$\frac{K_{II}^c}{K_{Ic}} = 4 \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \phi_0} \right)^2 \left(\frac{1 - \phi_0/180^\circ}{1 + \phi_0/180^\circ} \right)^{\phi_0/180^\circ} \left[(1 + 3 \cos^2 \phi_0) + 8 \frac{K_{II}^{\sigma}}{K_I^{\sigma}} \sin \phi_0 \cos \phi_0 + (9 - 5 \cos^2 \phi_0) \left(\frac{K_{II}^{\sigma}}{K_I^{\sigma}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (71)$$

$$\frac{K_{II}^c}{K_{Ic}} = \frac{K_I}{K_{Ic}} \frac{K_{II}^{\sigma}}{K_I^{\sigma}} \quad (72)$$

Zu dieser Lösung muß angemerkt werden, daß im Gegensatz zu den übrigen Bruchhypothesen die Bruchwinkel aufgrund einer anderen Vorzeichendefinition positive Werte aufweisen.

Die resultierenden Bruchwinkel sind wiederum in Abb. 18 und die Bruchgrenzkurve ist in Abb. 19 aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß die Beträge der vorhergesagten Bruchwinkel nur geringfügig von den Winkeln des Nuismer-/Tangentialspannungs-Kriteriums abweichen. Die Bruchgrenzkurve liegt hingegen deutlich unter der Kurve nach Nuismer. Für den Fall reiner Modus-II-Belastung gilt: $K_{IIc} = 0,63 K_{Ic}$.

2.4.2 Diskussion der bestehenden Theorien

Mit den vorgestellten Theorien liegen sehr unterschiedliche Lösungsansätze für die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate vor. Es konnte bisher nicht geklärt werden, welche dieser Theorien eine realistische Abschätzung der Energiefreisetzungsrate liefert. Die größte Verbreitung hat sicherlich das Kriterium nach Irwin

gefunden, das in allen Standardwerken der Bruchmechanik angeführt wird (siehe z.B.: /3, 7, 33/). Meist findet hierbei aber auch Irwins grundlegende Annahme Erwähnung, daß sich jeder Riß in seiner Ausgangsrichtung ausbreitet. Hierin liegt gleichzeitig der entscheidende Mangel dieser Theorie. Anhand zahlreicher experimenteller Befunde ist erwiesen, daß ein Riß unter Schubbelastung bei Initiierung abknickt. Diese wesentliche Eigenschaft wird von diesem Kriterium nicht berücksichtigt. Die Gültigkeit der berechneten Energiefreisetzungsraten ist daher anzuzweifeln.

Die Theorie von Nuismer behebt den Mangel des Irwin-Kriteriums, indem es für die Berechnung von G nach Gl. (54) die Spannungsintensitätsfaktoren an der Spitze des Zusatzrisses $K_{I\alpha}$, $K_{II\alpha}$ heranzieht und nicht die des Ausgangsrisses. Die Faktoren $K_{I\alpha}$ und $K_{II\alpha}$ besitzen allerdings nur für den Moment der Rißinitiierung Gültigkeit; die Theorie von Nuismer macht daher keine Aussage über die Energiefreisetzungsraten an einem initiierten Riß mit großer Zusatzrißlänge. Der praktische Nutzen ist somit auf Zusatzrißlängen $a_2 \rightarrow 0$ beschränkt. Die Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren am Zusatzriß geschieht über die Analyse des Spannungsnahfeldes vor Rißinitiierung und hier auch nur über Eigenschaften dieses Feldes in ausgesuchten Richtungen: Es wird stets nur ein Winkel θ betrachtet und über die dort herrschenden Bedingungen auf den Spannungsintensitätsfaktor geschlossen. Die Eigenschaften des Spannungsnahfeldes in umgebenden Winkelbereichen an der Rißspitze werden hierbei nicht berücksichtigt. Nach dem gleichen Prinzip sind von verschiedenen Autoren ebenfalls Spannungsintensitätsfaktoren an Zusatzrissen berechnet worden /5, 35, 36/. Die Ergebnisse aus diesen Berechnungsverfahren stimmen im wesentlichen mit dem Ergebnis von Nuismer überein.

Die Theorie von Hussain, Pu und Underwood basiert auf den Eigenschaften des gesamten Spannungsnahfeldes um die Spitze des Zusatzrisses. Diese werden über wegunabhängige Integrale um den Rißast gewonnen. Auch bei diesem Kriterium wird die Energiefreisetzungsraten für einen Rißast mit der Zusatzrißlänge $a_2 \rightarrow 0$ berechnet, so daß wiederum die Gültigkeit auf den Moment der Rißinitiierung beschränkt bleibt. Die Bruchgrenzkurve weicht wesentlich vom Ergebnis nach Nuismer ab. Sie ergibt deutlich geringere Werte für die Bruchzähigkeit K_{Ic} (Abb. 18). Über die Gültigkeit der Theorie von Hussain, Pu und Underwood liegen unterschiedliche Angaben vor. Von C. H. Wu /37, 38/ wird angeführt, daß mathematische Annahmen nicht verifiziert werden können und das gewonnene Ergebnis fehlerhaft ist. Im Gegensatz zu Wu kommt K. K. Lo /39/ zu dem gleichen Ergebnis für die Energiefreisetzungsraten G wie Hussain u.a.. Darüber

hinaus werden auch von anderen Autoren (siehe Lo) Resultate erzielt, die Hussain u.a. bestätigen.

Aus allen Theorien wurde ein Bruchkriterium abgeleitet, um eine Rißinitiierung vorherzusagen. Anhand eines Vergleiches von Abb. 18 und 19 mit Abb. 16 und 17 ist zu erkennen, daß auch diese Kriterien keine allgemeingültige Aussage für die Rißinitiierung bei gemischten Belastungsmodi liefern. Ein Kriterium kann wiederum nur das Bruchverhalten eines oder einer kleinen Gruppe von Materialien wiedergeben. Diese Unzulänglichkeit der existierenden Theorien sagt aber nichts über die Gültigkeit der Berechnungsformeln für die Energiefreisetzungsrate aus. Alle Theorien bestimmen zunächst die Energiefreisetzungsrate und erst darauf aufbauend unter Hinzunahme einer weiteren Hypothese ($G_{IIc} = G_{Ic}$) ein Bruchkriterium. Es ist somit denkbar, daß eine der Theorien eine korrekte Abschätzung der Energiefreisetzungsrate vornimmt, aber aufgrund unzulänglicher Hypothesen ein falsches Bruchkriterium resultiert. Aus diesem Grunde ist es zweckmäßig, die Unterschiede in den Ergebnissen der G-Berechnungsformeln unabhängig von einem Bruchkriterium zu verdeutlichen. Am besten gelingt dies, wenn die Energiefreisetzungsrate sowohl für eine Modus-I- als auch für eine Modus-II-Belastung für identische Bruchzähigkeiten $K_{Ic} = K_{IIc}$ berechnet wird: In Abb. 20 ist das Verhältnis G_{IIc}/G_{Ic} für die drei diskutierten Berechnungsvarianten aufgetragen. Nach Irwin resultieren identische Energiefreisetzungsraten. Nach Nuismer besäße ein Modus-II initiiertes Riß mit $G_{IIc} = 1,33 G_{Ic}$ schon eine deutlich größere Energie, und nach Hussain, Pu und Underwood würde ein Riß unter Scherbelastung mit $G_{IIc} = 2,52 G_{Ic}$ eine wesentlich höhere Energiefreisetzungsrate als ein Modus-I initiiertes Riß besitzen. Nach den existierenden Theorien werden somit stark differierende Energiefreisetzungsraten für einen Modus-II initiierten Riß ermittelt. Dies hat zur Folge, daß keine zuverlässige Abschätzung des Energieinhaltes vorgenommen werden kann.

Initiiert ein Riß entsprechend der jeweiligen Bruchkriterien, so ist dies ohne Bedeutung für die Gefährlichkeitsbetrachtung, da bei allen Bruchkriterien die Hypothese: $G_{IIc} = G_{Ic}$ zugrunde liegt. Der Energieinhalt eines Risses ist in diesem Fall somit nicht von dem Belastungsmodus abhängig. Die bestehenden Theorien können jedoch für die meisten Materialien keine realistische Bruchgrenzkurve vorhersagen, so daß entgegen der theoretischen Annahme eine Abhängigkeit zwischen der Größe der Energiefreisetzungsrate und dem Belastungsmodus besteht. Wird von der Gültigkeit einer beliebigen Theorie ausgegangen, so bedeutet dies, daß bei Rißinitiierung oberhalb der theoretischen Bruchgrenzkurve mehr Energie zur Verfügung steht ($G_{I,IIc} > G_{Ic}$) und bei Initiierung unterhalb der Bruchgrenzkurve weniger Energie für den Rißfortschritt zur Verfügung

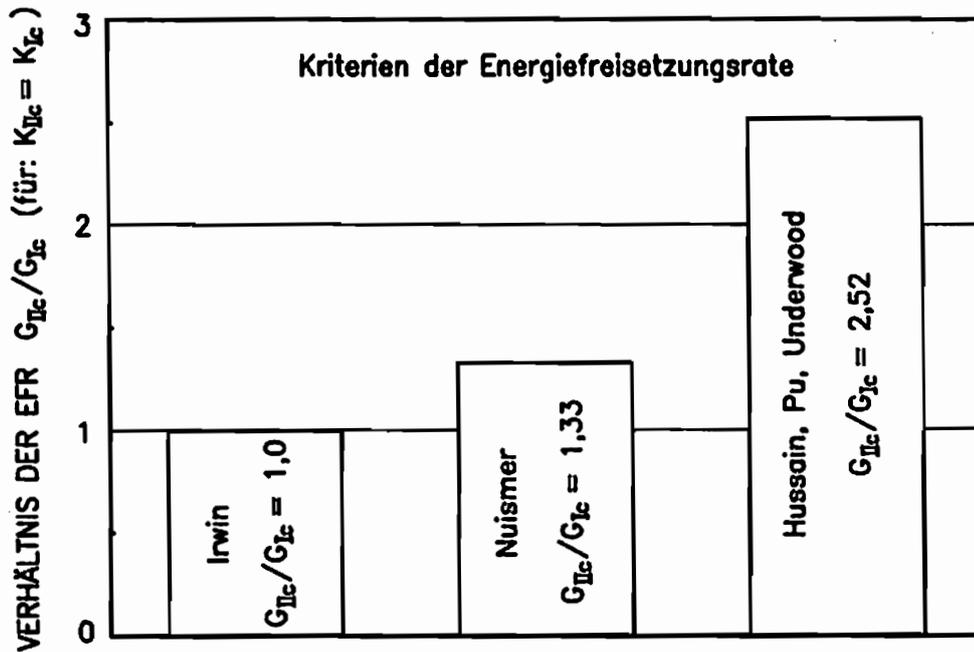


Abb. 20. Verhältnis der Energiefreisetzungsraten an einem Riß unter Scherbelastung und Zugbelastung, ermittelt nach den Kriterien von Irwin, Nuismer und Hussain u.a.

steht ($G_{I,IIc} < G_{Ic}$) als für einen Modus-I initiierten Riß. Bese die Theorie nach Irwin Gültigkeit, so wäre demnach für die meisten Materialien der Modus-II-Fall der ungefährlichere, da die meisten der experimentell ermittelten Bruchgrenzkurven unterhalb der Bruchgrenzkurve von Irwin liegen. Bese die Theorie nach Hussain, Pu und Underwood Gültigkeit, so wäre für die meisten Materialien der Modus-II-Fall der wesentlich gefährlichere, da die meisten der experimentell ermittelten Bruchgrenzkurven oberhalb der theoretischen Bruchgrenzkurve liegen und somit für die meisten Werkstoffe gelten würde: $G_{I,IIc} > G_{Ic}$. Die Kenntnis einer gültigen Berechnungsformel für die Energiefreisetzungsrate im Fall gemischter Belastungsmodi ist im Sinne einer Sicherheitsbeurteilung daher von größter Bedeutung.

Eine experimentelle Analyse kann unter anderem Hinweise auf die Gültigkeit der den Kriterien zugrunde liegenden Annahmen liefern. So bleibt die Nuismer-Hypothese zu verifizieren, inwiefern im Modus-II-Fall die neu entstehende Kerbe bei Rißinitiation keinen Einfluß auf den Spannungsintensitätsfaktor an der Spitze des neugebildeten Riastes und auf die Energiefreisetzungsrate des Risses besitzt.

Alle bestehenden Verfahren berechnen die Energiefreisetzungsrates aufgrund der Verhältnisse vor Rißinitiierung. Eine experimentelle Analyse der Verhältnisse nach Rißinitiierung stellt in diesem Zusammenhang eine neue Vorgehensweise dar.

Bei einem Vergleich der experimentellen Resultate mit den bestehenden Theorien muß stets berücksichtigt werden, daß diese nur für den Zeitpunkt der Rißinitiierung Aussagen treffen. Diesen Zeitpunkt experimentell zu erfassen, kann nur mittels einer Extrapolation der Daten für $a_z > 0$ gegen $a_z = 0$ erfolgen. Darüber hinaus können mit einer experimentellen Untersuchung Hinweise auf die Größe der Energiefreisetzungsrates an einem initiierten Riß für $a_z > 0$ gewonnen werden. Die Experimente dienen daher in erster Linie der Untersuchung des initiierten Risses. Zudem bedarf die Anwendbarkeit bestehender Theorien auf Rißlängen $a_z > 0$ einer Klärung.

3 ANALYSE DES SPANNUNGSNAHFELDES AN EINER RISSSPITZE

Für die Untersuchung der Spannungsverteilung in der Umgebung eines Risses können unterschiedlichste experimentelle Verfahren angewendet werden. Neben denen, die in erster Linie der Messung von Verformungen dienen wie z.B. die Dehnungsmeßstreifentechnik oder das Moiré-Verfahren, liefern sowohl die Spannungsoptik als auch die Schattenoptik Informationen über Spannungen, bzw. Spannungskonzentrationen an einer Rißspitze. Diese beiden Verfahren werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit für die Spannungsanalyse herangezogen. Auf sie wird im folgenden zunächst in einführender Form eingegangen. Im Fall der Schattenoptik ist es darüber hinaus notwendig, für eine korrekte Auswertung der geplanten Experimente zusätzliche theoretische Lösungen herzuleiten. Die Herleitung dieser Gleichungen erfolgt im Anhang I.

3.1 Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mit dem spannungsoptischen Verfahren

Das spannungsoptische Verfahren dient der Spannungsfeldanalyse in Bauteilen. Eine umfassende Beschreibung dieses Verfahrens ist in /40/ und /41/ zu finden. Die Spannungsoptik liefert Aussagen über die Verteilung der Hauptspannungsdifferenz in einer Probe. Ein kurzer Überblick der spannungsoptischen Lösungsgleichungen in der Bruchmechanik soll dies verdeutlichen.

Linien gleicher Hauptspannungsdifferenz werden Isochromaten genannt. Für die Bestimmung der Hauptspannungsdifferenz wird folgende Beziehung herangezogen, die die Grundgleichung der Spannungsoptik repräsentiert:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NS}{h} \quad (73)$$

Hierin bezeichnet N die Isochromatenordnung, S die spannungsoptische Materialkonstante und h die Probendicke. Durch Einsetzen der Spannungsnahfeldverteilung an einem Riß unter Zugbelastung (Modus-I) erhält man für den Radius der Isochromaten um die Rißspitze r:

$$r = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I h}{NS} \right)^2 \sin^2 \phi \quad (74)$$

An einem Riß unter Scherbelastung (Modus-II) gilt für r:

$$r = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{II}h}{NS} \right)^2 (4 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \quad (75)$$

Anhand von Gl. (74) und (75) ist zu erkennen, daß r vom Quadrat der Isochromatenordnung N abhängt. Dies hat zur Folge, daß mit steigender Hauptspannungsdifferenz die Dichte der Isochromaten in der Umgebung einer Spannungssingularität stark zunimmt. In Abb. 21 sind für einen Riß die resultierenden Isochromatensysteme dargestellt. Diese Abbildungen veranschaulichen, daß aufgrund der hohen Isochromatendichte die Bestimmung der Isochromatenordnung in der direkten Umgebung der Rißspitze nur approximativ erfolgen kann. Für die Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren ist die Spannungsoptik somit nur begrenzt geeignet. Die Orientierung der Isochromatensysteme ermöglicht hingegen eine gute Unterscheidung der Beanspruchungsmodi. Während im Modus-I-Fall die Isochromatenschleifen senkrecht zum Riß orientiert sind (Abb. 21a), liegt im Modus-II-Fall eine horizontale Ausrichtung vor (Abb. 21b). Für gemischte Modus-I-/Modus-II-Zustände ist eine Verkipfung der Systeme entsprechend dem Verhältnis der Belastungszustände zu beobachten /42/.

Da das spannungsoptische Verfahren Informationen über das gesamte Feld in der Umgebung der Rißspitze liefert, ist es auch gegenüber höheren Gliedern der Spannungsverteilung sensitiv. Diese höheren Glieder bewirken Veränderungen

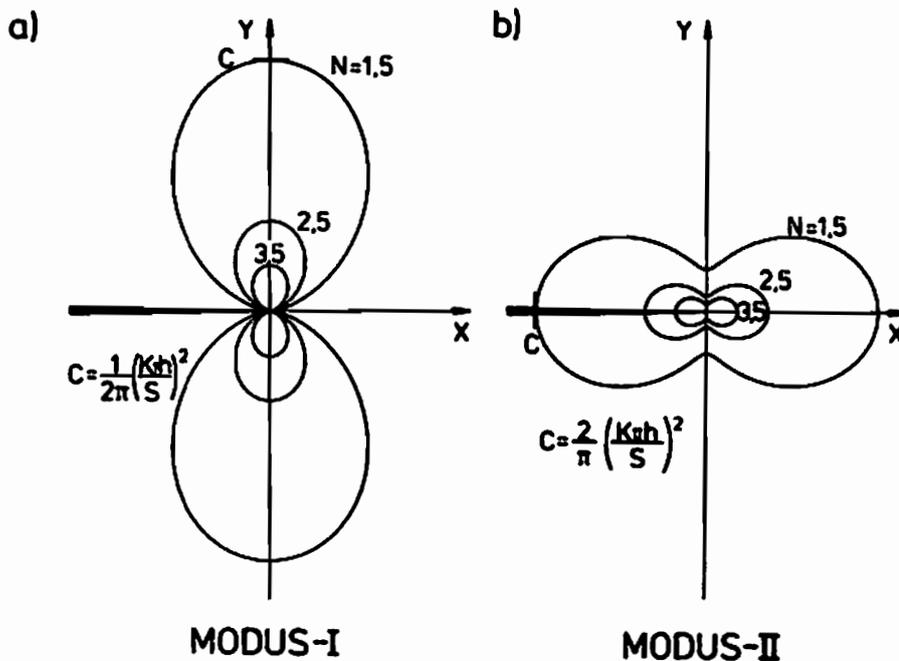


Abb. 21 Isochromatensysteme an einer Rißspitze unter
 a) Zugbelastung (Modus-I) b) Scherbelastung (Modus-II)

der Isochromatenverteilungen. Anhand von Art und Größe dieser Veränderungen können die höheren Glieder zum Teil quantitativ ermittelt werden /42, 43, 44/.

3.2 Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mit dem schattenoptischen Kaustikenverfahren

3.2.1 Das schattenoptische Verfahren

Das schattenoptische Kaustikenverfahren bietet die Möglichkeit, Informationen über das Spannungsfeld an einem Riß aus der direkten Umgebung einer Rißspitze zu beziehen. Es repräsentiert eine moderne optische Methode zur Analyse beliebiger Spannungskonzentrationsprobleme.

Das Kaustikenverfahren wurde von Manogg /45/ entwickelt und später von Kalthoff, Rosakis und Theocaris fortgeführt und auf andere Anwendungsgebiete erweitert (siehe /46/). In Abb. 22 ist das physikalische Prinzip dargestellt: Eine transparente rißbehaftete Probe unter Zugbelastung, die zunächst der Einfachheit halber behandelt wird, wird senkrecht zu ihrer Ebene von parallelem Licht durchstrahlt. Aufgrund der Zugspannungskonzentration erfolgt in der Umgebung der Rißspitze sowohl eine Reduzierung des Brechungsindex des Materials als auch eine Reduzierung der Probendicke. Die Lichtstrahlen werden daher beim Durchtritt durch das Material von der Rißspitze weggebrochen. Die Probe wirkt ähnlich einer Zerstreuungslinse. Die Größe der Lichtstrahlablenkung ist abhängig von dem Durchstrahlungsort. In großer Entfernung zum Riß ist die Ablenkung zunächst gering, sie wird aber mit kleiner werdendem Abstand kontinuierlich größer. Dies führt schließlich bei weiterer Annäherung dazu, daß auf einem Schirm in beliebiger Entfernung z_0 hinter der Probe in der Umgebung der projizierten Rißspitze kein Lichtstrahl mehr auftrifft und somit ein Schattenfleck beobachtet werden kann. Diese Schattenfigur ist von einem Lichtkonzentrationsgebiet umgeben. Die Grenzlinie zwischen Schattenfleck und Lichtkonzentrationsgebiet wird Kaustik genannt. Im Fall einer Probe unter Druckbelastung wirkt hingegen die Umgebung der Rißspitze ähnlich einer Sammellinse - hinter der Probe ist eine Lichtkonzentration zu beobachten. Wird aber anstelle des reellen Bildes - in Strahlrichtung gesehen hinter der Probe - das virtuelle Bild - vor der Probe - betrachtet, so ist auch unter Druckbelastung ein Schattenfleck zu erkennen. Die Lichtverteilung in der reellen und virtuellen Bildebene unterscheidet sich mathematisch lediglich durch einen Vorzeichenwechsel in den nach folgenden Kaustik-Abbildungsgleichungen /46/.

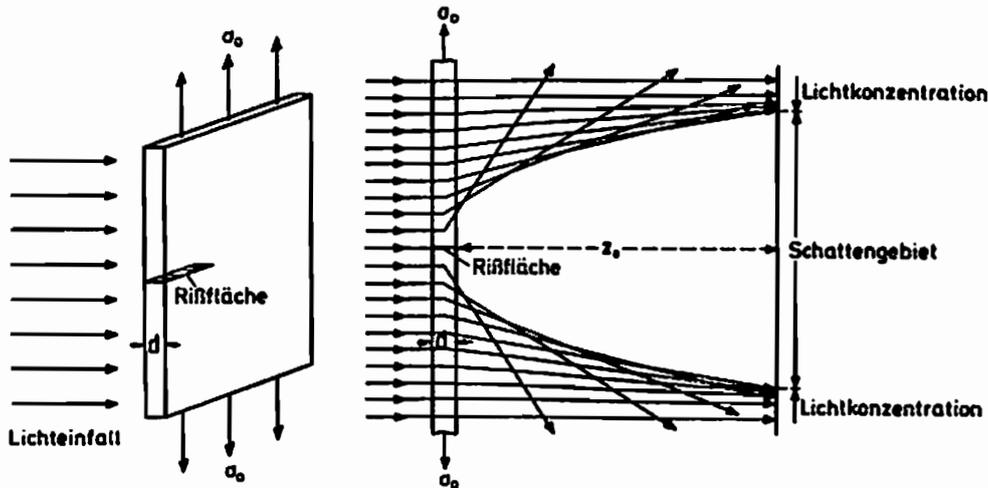


Abb. 22 Schematische Lichtablenkung für eine rißbehaftete Probe unter Zugbelastung

Von Theocaris ist das Kaustikenverfahren auf den Reflexionsfall ausgeweitet worden /47/, so daß es auch an opaken Werkstoffen, insbesondere an Stahl oder Aluminium, angewandt werden kann.

Für die theoretische Beschreibung einer Kaustik muß zunächst die Lichtablenkung an einer Rißspitze analysiert werden. Hierzu betrachtet man die Veränderung des Lichtstrahlweges beim Durchqueren einer Probe: Die Ablenkung eines Lichtstrahles ist durch den Vektor w zu beschreiben. Besitzt ein Lichtstrahl in der Objektebene (Probe) den Abstand r von der Rißspitze, so weist er in der Bildebene den Abstand r' von der projizierten Rißspitze auf (Abb. 23):

$$r' = r + w \quad (76)$$

Die Richtung und Größe von w werden von der Änderung der optischen Weglänge s bestimmt. Es gilt /46/:

$$w = z_0 \text{grad} \Delta s(r, \phi) \quad (77)$$

Die Änderung der optischen Weglänge wird kontrolliert von der zuvor beschriebenen Änderung des Brechungsindex und der Probendicke. Beide Parameter sind neben materialspezifischen Größen von der Hauptspannungsverteilung abhängig, so daß sich der Vektor r' bestimmen läßt zu:

$$r' = r + z_0 c d_{eff} \text{grad} \{ (\sigma_1 + \sigma_2) \pm \lambda (\sigma_1 - \sigma_2) \} \quad (78)$$

Der Anisotropiekoeffizient λ ist eine Materialkonstante und beschreibt die doppelbrechende Eigenschaft von optisch anisotropen Werkstoffen. Mit d_{eff} wird im Fall transparenter Proben die ganze Probendicke bezeichnet (an opaken

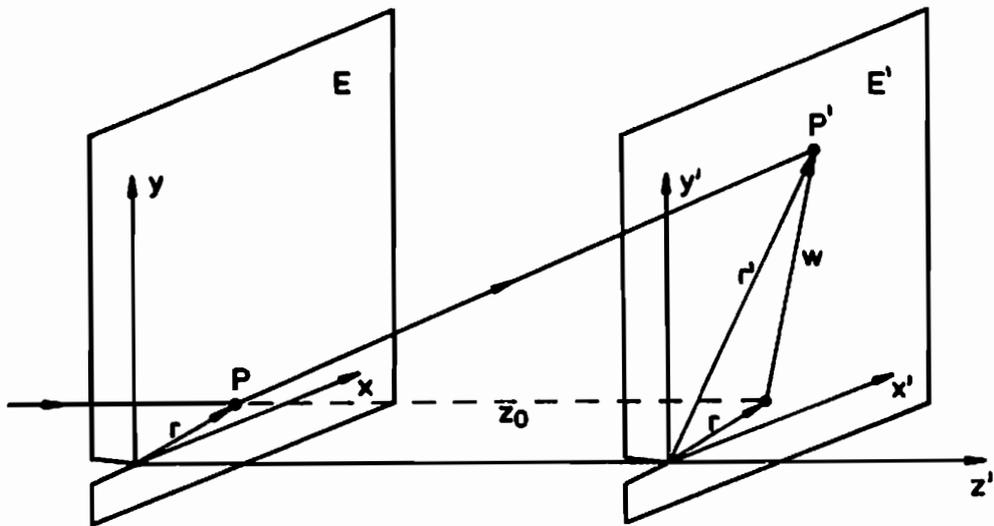


Abb. 23 Lichtstrahlablenkung

Materialien bezeichnet ~~der~~ nur die halbe Probendicke). Die schattenoptische Konstante c ist materialabhängig. Die schattenoptische Konstante und der Anisotropiekoeffizient besitzen darüber hinaus im Fall ebener Dehnung einen anderen Wert als im Fall ebener Spannung. Beziehung (78) verdeutlicht, daß das schattenoptische Verfahren von dem Gradienten der Hauptspannungssumme und dem Gradienten der Hauptspannungsdifferenz abhängig ist. Aufgrund dieser Gradienten-Beziehung erlaubt es somit eine bessere Analyse von Spannungskonzentrationsproblemen als das spannungsoptische Verfahren, das direkt auf der Größe der Spannungen basiert.

Bei Verwendung optisch isotropen Materials ($\lambda = 0$) vereinfacht sich die Lösung der Gl. (78). In diesem Fall existieren für die einzelnen Rißbeanspruchungsmodi Lösungen der Abbildungsgleichungen. Setzt man in Gl. (78) die Spannungsverteilung an einer Rißspitze für eine Modus-I- bzw. eine Modus-II-Belastung ein (Gl. (6)), so erhält man in Komponentenschreibweise die Abbildungsgleichungen für einen Punkt $P'(r')$ in der Bildebene:

Modus-I:

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \cos \frac{3}{2} \phi \\ y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \sin \frac{3}{2} \phi \end{aligned} \quad (79)$$

Modus-II:

$$x' = r \cos \phi + z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \sin \frac{3}{2} \phi \quad (80)$$

$$y' = r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \cos \frac{3}{2} \phi$$

Die Gruppe derjenigen Lichtstrahlen, die in dieser Ebene die Kaustik bilden, besitzt einen minimalen Abstand zum Bild der Rißspitze. Eine notwendige Bedingung für die Existenz der Kaustikkurve ist somit gegeben, wenn nach Einsetzen von Gl. (79) bzw. (80) in die Jacobi-Determinante diese zu Null wird /46/:

$$\frac{\partial x'}{\partial r} \frac{\partial y'}{\partial \phi} - \frac{\partial x'}{\partial \phi} \frac{\partial y'}{\partial r} = 0 \quad (81)$$

Jene Punkte, die in der Objektebene die Gl. (81) erfüllen, bilden die sogenannte Urkurve. Die Kaustik ist die Abbildung der Urkurve in der Bildebene. Nach dem Einsetzen von Gl. (79) bzw. (80) in Gl. (81) ergibt sich:

$$r_0 = \left(\frac{3}{2} |z_0| c |d_{eff}| \frac{K_{I,II}}{\sqrt{2\pi}} \right)^{2/3} \quad (82)$$

Im Fall optisch isotropen Materials beschreibt die Urkurve einen Kreis um die Rißspitze. Mit Gl. (79) erhält man nun für eine Modus-I-Belastung die Abbildungsgleichung der Kaustikkurve:

$$x' = r_0 \left(\cos \phi - \operatorname{sgn}(z_0 c) \frac{2}{3} \cos \frac{3}{2} \phi \right) \quad (83)$$

$$y' = r_0 \left(\sin \phi - \operatorname{sgn}(z_0 c) \frac{2}{3} \sin \frac{3}{2} \phi \right)$$

Für eine Modus-II-Belastung ergibt sich analog mit Gl. (82) und Gl. (80):

$$x' = r_0 \left(\cos \phi + \operatorname{sgn}(z_0 c) \frac{2}{3} \sin \frac{3}{2} \phi \right) \quad (84)$$

$$y' = r_0 \left(\sin \phi - \operatorname{sgn}(z_0 c) \frac{2}{3} \cos \frac{3}{2} \phi \right)$$

In Abb. (24) sind experimentell ermittelte Schattenfiguren den anhand von Beziehung (83) und (84) theoretisch bestimmten Kaustiken gegenübergestellt. Es ist gut zu erkennen, daß im Fall einer reinen Modus-I-Belastung eine symmetrische Kaustikgeometrie existiert (Abb. 24a). Unter reiner Modus-II-Belastung nimmt die Kaustik hingegen eine stark unsymmetrische Form an (Abb. 24b).

Ein optisch isotroper Werkstoff, das Material PMMA, wird häufig bei bruchmechanischen Untersuchungen eingesetzt und findet auch im Rahmen dieser Arbeit für Voruntersuchungen Anwendung. PMMA besitzt jedoch viskoelastische Eigenschaften

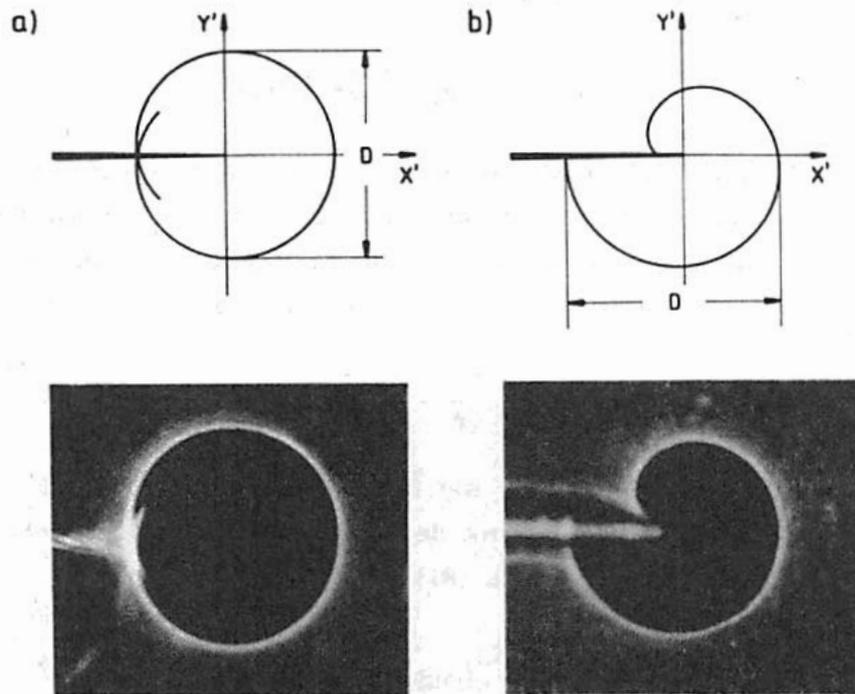


Abb. 24 Theoretisch und experimentell ermittelte Kaustikgeometrien
a) im Modus-I-Belastungsfall b) im Modus-II-Belastungsfall

ten, die Größe der schattenoptischen Konstanten c ist abhängig von der Beanspruchungsrate des Materials. Unter statischer Beanspruchung bilden sich nach der Entlastung des Materials um eine Rißspitze die Verformungen nur sehr langsam zurück. Als Folge davon verbleibt im Fall einer Rißinitiierung um die Ausgangsrißspitze eine Kaustik, die eine korrekte Auswertung der Schattenfigur am initiierten Riß zu Beginn des Ausbreitungsvorganges nahezu unmöglich macht. Ein Epoxidharz, das Material Araldit B, verbindet hingegen sehr gute elastische mit guten optischen Eigenschaften. Araldit B repräsentiert aus diesem Grunde gerade in Verbindung mit optischen Analyseverfahren und bei dynamischen Belastungsvorgängen einen bevorzugten Werkstoff. Ein Vergleich experimenteller Kaustiken verdeutlicht die Unterschiede im elastischen Verhalten dieser beiden Materialien (Abb. 25): Beide Proben wurden von $K_{I}^{stat} = 0,55 \text{ MN/m}^{3/2}$ mit einer Beanspruchungsrate von $\dot{K} = 0,5 \text{ MN/sm}^{3/2}$ bis zum Bruch belastet. Nach Rißinitiierung ist an PMMA eine sehr große Kaustik am Ort der alten Rißspitze zu beobachten, während im Fall von Araldit B nur eine geringe Spannungskonzentration an der Ausgangsrißspitze verbleibt. Bei größeren Beanspruchungsraten sind bei einer Variation von $\delta K/\delta t$ die Änderungen in den Materialeigenschaften von PMMA wesentlich geringer als bei kleineren Beanspruchungsraten, so daß dieses Material unter dynamischen Belastungssituationen besser eingesetzt werden kann als unter statischen.

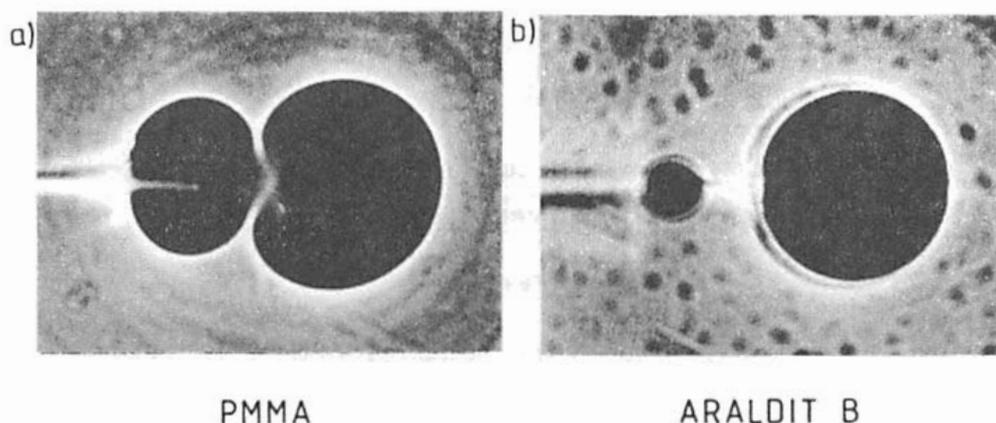


Abb. 25 Viskoelastisches Materialverhalten an einem initiierten Riß unter statischer Belastung a) PMMA b) Araldit B

Eine besondere Eigenschaft von Araldit B ist bei Anwendung des Kaustikenverfahrens von Bedeutung, seine optische Anisotropie. Bei Verwendung optisch anisotropen Materials ist eine Veränderung des Kaustikerscheinungsbildes zu beobachten. Die doppelbrechende Eigenschaft dieser Werkstoffe führt zu einer Aufspaltung in zwei Kaustiken. Dies ist anhand von Beziehung (78) leicht nachzuvollziehen, da nun auch der Anisotropieterm in die Kaustikabbildungsgleichung eingeht. Die Lösung dieser Gleichung gestaltet sich dadurch deutlich schwieriger als für optisch isotropes Material. Die folgenden Untersuchungen zeigten, daß bisher keine korrekten Lösungen dieser Abbildungsgleichungen existierten. Eine neue Kaustikenanalyse ist daher durchgeführt worden und wird in Anhang I dargestellt.

3.2.2 Ermittlung der Spannungsintensitäten an stationären Rissen

Mit wachsender Spannungsintensität an einer Rißspitze nimmt die Stärke der Lichtstrahlablenkung zu. Die Größe der Schattenfigur ist somit ein Maß für den Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_I bzw. K_{II} (siehe Gln. (79), (80)). Es kann daher ein beliebiger Durchmesser der Kaustik herangezogen werden, um diese Spannungsintensitätsfaktoren zu ermitteln. Im Modus-I-Fall wird üblicherweise der maximale vertikale Durchmesser (siehe Abb. 24a) und im Modus-II-Fall der maximale horizontale Durchmesser (siehe Abb. 24b) ausgewählt /46/. Anhand der Gln. (82), (83) und (84) erhält man aufgrund dieser Durchmesserwahl die Bestimmungsgleichungen für die Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} :

$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3f_I^{5/2}z_0cd_{eff}} D^{5/2} \quad (85)$$

$$K_{II} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3f_{II}^{5/2} z_0 c d_{eff}} D^{5/2} \quad (86)$$

mit:

$$f_I = 3,17 \quad f_{II} = 3,02$$

Mit den Beziehungen (83) bzw. (84) lassen sich über den Kaustikdurchmesser auch die jeweiligen Radien der Urkurven bestimmen:

$$r_0 = \frac{D}{f_{I,II}} \quad (87)$$

Die Werte für die Geometriefaktoren $f_{I,II}$ sind für optisch isotropes Material konstant und nur von dem Beanspruchungsmodus der Rißspitze abhängig.

Im Fall einer gemischten Modus-I-/Modus-II-Belastung führt eine Variation der Zug- und Scherbelastungsanteile zu Veränderungen der Kaustikform. Ausgehend von der symmetrischen Kaustikgeometrie unter Modus-I-Belastung wächst mit zunehmendem Modus-II-Anteil der Grad der Unsymmetrie bis hin zu der Form des reinen Modus-II-Zustandes. Neben einer Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} anhand von zwei Kaustikdurchmessern, kann für die Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktorverhältnisses K_{II}/K_I daher ein Durchmesser Verhältnis herangezogen werden, das sensitiv gegenüber diesen Veränderungen ist. Dies ist das Verhältnis des maximalen horizontalen Durchmessers (in Abb. 24b "unterhalb" des Risses) und minimalen horizontalen Durchmessers (in Abb. 24b "oberhalb" des Risses): $(D_{max} - D_{min})/D_{max}$. Mit Gl. (88) kann anhand einer Kaustik sowohl K_I als auch K_{II} ermittelt werden, wobei der Geometriefaktor f abhängig ist von dem Verhältnis $\mu = K_{II}/K_I$ (siehe /46/, /48/, /49/, /50/):

$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3f^{5/2} z_0 c d_{eff}} D_{max}^{5/2} \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \quad (88)$$

$$K_{II} = \mu K_I$$

Das schattenoptische Verfahren erlaubt somit auch die Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren bei beliebiger Kombination von Modus-I- und Modus-II-Belastungsanteilen.

3.2.3 Ermittlung der Spannungsintensitäten an instationären Rissen

Im Fall eines instationären Risses liegt eine andere Spannungsnahfeldverteilung vor als für einen stationären Riß (siehe Kapitel 2.2.2). Die Lichtstrahlablenkung an der Rißspitze ist von der Spannungsverteilung abhängig und unterliegt daher diesen Veränderungen. Für die Ermittlung der Kaustikabbildungsgleichungen muß

somit das Spannungsfeld am instationären RiB herangezogen werden (siehe Gl. (18)). Bezogen auf das bewegte System sind die Abbildungsgleichungen hergeleitet und eine Beziehung zwischen dem Spannungsintensitätsfaktor K_I und dem Kaustikdurchmesser aufgestellt worden /46/:

$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi} F}{3f^{5/2} z_0 c d_{eff}} D^{5/2} \quad (89)$$

mit (siehe auch Gl. (20)):

$$F = \frac{4\alpha_L \alpha_T - (1 + \alpha_T^2)^2}{(\alpha_L^2 - \alpha_T^2)(1 + \alpha_T^2)} \quad (90)$$

Diese Bestimmungsgleichung entspricht der Lösung für den stationären RiB unter Hinzunahme des Faktors F. F repräsentiert eine geschwindigkeitsabhängige Funktion. In Tabelle 2 sind für die Materialien PMMA und Araldit B Funktionswerte entsprechend Gl. (90) für verschiedene RiBgeschwindigkeiten aufgetragen. F nimmt mit wachsender RiBgeschwindigkeit kleinere Werte an. Höhere Geschwindigkeiten bewirken somit bei konstantem Wert für den Spannungsintensitätsfaktor eine Vergrößerung der Kaustik. Bei einer Vernachlässigung des Korrekturfaktors F werden daher zu große Werte für den Spannungsintensitätsfaktor K_I ermittelt. Nur im Fall kleiner RiBgeschwindigkeiten kann der Faktor F ($F \approx 1$) vernachlässigt werden.

		RISSGESCHWINDIGKEIT [m/s] (ESZ)				
		100	200	300	400	500
KORREKTURFAKTOR F(v)	PMMA	1,00	0,99	0,97	0,93	0,87
	Araldit B	1,00	0,99	0,97	0,94	0,89

Tabelle 2 Geschwindigkeitsabhängiger Faktor für die Spannungsintensitätsfaktorermittlung an instationären Rissen

4 ENTWICKLUNG UND ANWENDUNG EXPERIMENTELLER VERFAHREN ZUR ERZEUGUNG VON MODUS-I-/MODUS-II-BELASTUNGSZUSTÄNDEN

Die experimentelle Erzeugung von gemischten Modus-I-/Modus-II-Zuständen stellt zunächst eine prinzipiell einfache Aufgabe dar. So sind im begrenzten Rahmen z.B. bei einem in der Zugzone gekerbten Biege- oder Kragbalken durch eine Verlagerung des Lasteinleitungspunktes die Modus-I- und Modus-II-Anteile an einer Kerb- oder Rißspitze zu variieren. Eine Beschreibung dieser und anderer existierender Verfahren zur Erzeugung von gemischten Beanspruchungsmodi ist in /1/ zu finden. Das entscheidende Problem besteht jedoch in der Erzeugung einer reinen Scherbelastung. Die Verwirklichung reiner Modus-II-Zustände ist unverzichtbar für die Bestimmung von Modus-II-Bruchzähigkeiten K_{IIc} . Für die Analyse von Versagensprozessen unter Scherung ist zumindest eine große Modus-II-Dominanz an der Rißspitze zu fordern. Neben der Problematik statische Scherbeanspruchungszustände zu realisieren, erfordert im besonderen die dynamische Erzeugung eine eingehendere Betrachtung der Belastungsmechanismen während des Krafterleitungsprozesses. Eine Untersuchung der Belastungszustände in einer Izod-Probe (siehe Anhang II) dient in diesem Zusammenhang der Entwicklung einer dynamischen Belastungstechnik.

4.1 Konzeption einer Probe für statische Rißbeanspruchungen

4.1.1 Bestehende Verfahren

Es sind vielfältige Anstrengungen unternommen worden, um eine zuverlässige experimentelle Technik zur Erzeugung reiner Modus-II-Zustände an Rißspitzen zu gewinnen. Die bedeutendsten Techniken werden im folgenden vorgestellt.

Rohr mit Innenriß

Wird ein Rohr mit einem Riß senkrecht zur Rotationsachse versehen und auf Torsion beansprucht, so tritt eine reine Modus-II-Belastung der Rißspitze auf (Abb. 26a) /51/. Bei ausschließlicher Zugbeanspruchung erhält man einen reinen Modus-I-Zustand. Durch die Überlagerung von Zug- und Torsionsbelastung kann der Anteil der Modus-I- und Modus-II-Zustände beliebig variiert werden. Eine ähnliche Vorgehensweise erlaubt die Verwendung eines Rohres mit schrägem Innenriß /52/. Allein mit einer Torsionsbeanspruchung wird jeder beliebige Zustand erzielt. Ist der Riß senkrecht zur Rotationsachse orientiert, so liegt ein Modus-II-Belastungsfall vor. Ist der Riß unter 45° zur Rotationsachse geneigt, wird ein Modus-I-Zustand erreicht. In beiden Fällen müssen dünnwandige Rohre ver-

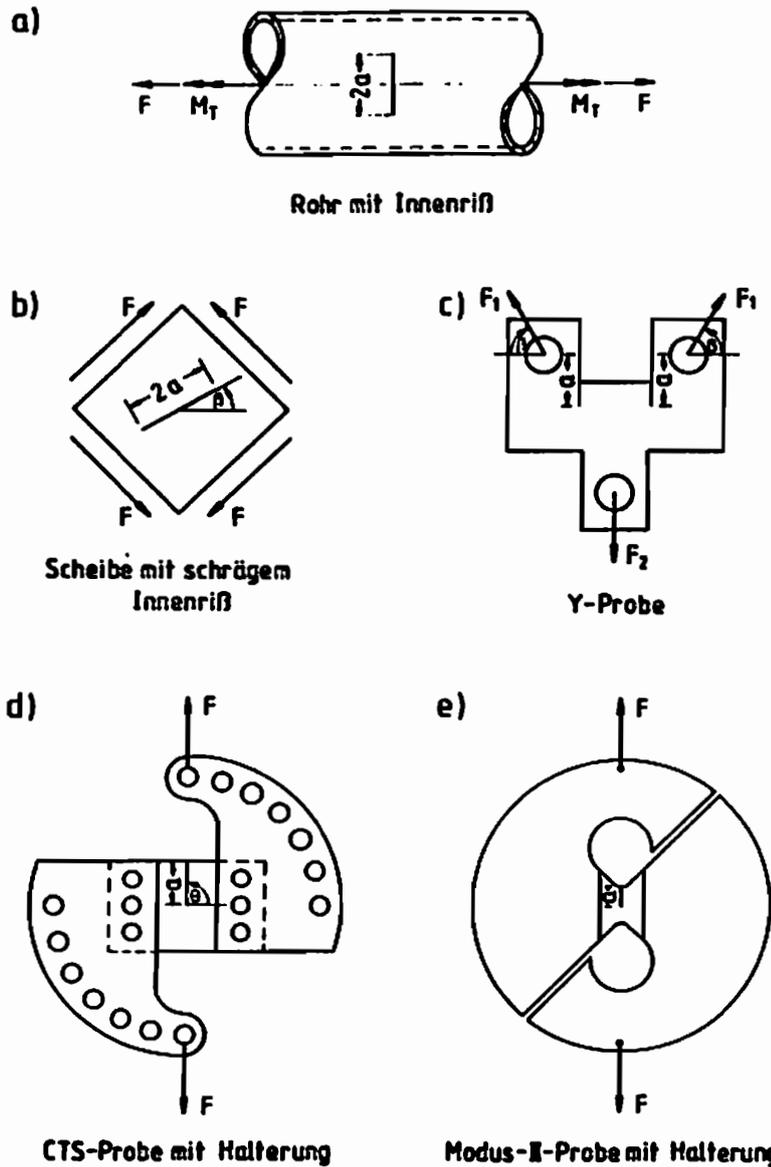


Abb. 26 Probentypen für die Erzeugung gemischter Zug- und Scherbeanspruchungen

wendet werden, um ebene Rißprobleme zu erhalten. Ein schwerwiegendes Problem stellt die Erzeugung von Ermüdungsanrissen dar. Zudem erfordert die Einleitung von Torsionsbeanspruchungen Spezialmaschinen, welche in Versuchslaboratorien weitaus seltener vorhanden sind als herkömmliche Zug-, Druckprüfmaschinen.

Quadratische Scheibe mit schrägem Innenriß

Bei dieser Probenform werden an den Scheibenrändern über Bolzen Scherkräfte eingeleitet (Abb. 26b) /53/. Durch eine Variation des Rißneigungswinkels ist der Beanspruchungszustand von Modus-I ($\beta = 0^\circ$) bis Modus-II ($\beta = 45^\circ$) beliebig wählbar. Auch hier sind aufwendige Konstruktionen zur Lasteinleitung erforderlich.

Y-Probe

Von J. Royer /54/ ist eine Probe mit Y-Form entwickelt worden (Abb. 26c). Sie besitzt eine zur Mittelachse symmetrische Geometrie und weist zwei Risse auf. Bei dieser Probe werden die Kräfte über Bolzen in den drei Armen des Y eingeleitet. Dies geschieht mit Hilfe eines Keiles, der zwischen die beiden symmetrisch angeordneten Bolzen getrieben wird. Eine andere Lasteinleitungsart besteht in der Möglichkeit von außen unter verschiedenen Winkeln Druck auf die Bolzen auszuüben. Die Veränderung des Lasteinleitungswinkels β ergibt eine reine Zugbeanspruchung ($\beta = 0^\circ$), eine reine Scherbeanspruchung ($\beta = 64^\circ$) und jeden beliebigen gemischten Belastungszustand ($0^\circ < \beta < 64^\circ$). Die Erzeugung von Ermüdungsanrissen ist unproblematisch. Für jedes Modus-I-/Modus-II-Verhältnis werden allerdings andere Keile bzw. Werkzeuge für die äußere Druckbelastung benötigt. Es muß eine dementsprechend große Anzahl an Werkzeugen hergestellt werden.

CTS-Probe

Von H.A. Richard wurde die "Compact Tension-Shear"-Probe entwickelt /1, 55, 56/. Eine rechteckige Probe mit Randriß wird über sechs Schrauben mit einer sichelförmigen Lasteinleitungsrichtung verbunden (Abb. 26d). In dieser Halterung sind zwischen $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 90^\circ$ in 15° -Schritten Bohrungen eingebracht. Der Riß kann mit Hilfe einer Zugkraft durch die Variation der Einspannwinkel θ in bestimmten Stufen von Modus-I bis Modus-II beansprucht werden. Für unterschiedliche Rißlängen liegen Berechnungen der resultierenden Spannungsintensitätsfaktoren vor. Die Erzeugung von Ermüdungsanrissen ist mit dieser Vorrichtung leicht zu bewerkstelligen. An die Belastungsvorrichtung werden darüber hinaus keine speziellen Anforderungen gestellt. Es genügt eine herkömmliche Prüfmaschine für Zug- und Druckbelastungen.

Modus-II-Probe nach Arcan und Banks-Sills

M. Arcan und L. Banks-Sills entwickelten eine Probe, die für eine reine Scherbeanspruchung ausgelegt worden ist /57, 58, 59, 60/. Sie wird zwischen zwei Halterungen eingeklebt, so daß eine gleichförmige Lasteinleitung gewährleistet werden kann. Die Halterungselemente bestehen aus zwei Hälften einer Kreisscheibe. Um in einem möglichst großen Gebiet um die Rißspitze eine reine Schubbelastung zu erzeugen, wurde die Kreisscheibe entsprechend optimiert (Abb. 26e). Die Spannungsintensitätsfaktoren sind sowohl für Proben mit Randriß als auch für Proben mit Mittenriß und variierender Rißlänge ermittelt worden. In /61/ ist eine Erweiterung des Anwendungsbereiches dieser Anordnung zu finden. Von den Autoren wurden analog zur CTS-Probe unter verschiedenen Winkeln Bohrungen in die Halterung eingebracht. Auf diese Weise lassen sich ebenfalls

unterschiedliche Modus-I-/Modus-II-Beanspruchungen an der Rißspitze erzeugen. Die CTS-Probe und die von Arcan und Banks-Sills entwickelte Probe unterscheiden sich in den Werten der Spannungsintensitätsfaktoren für identische Einspannwinkel und identische Kräfte um 20 - 30%.

4.1.2 Probenkonzeption

Für eine Untersuchung der Energiefreisetzungsraten von Rissen unter Modus-II-Einfluß, sind im Rahmen dieser Arbeit bestimmte Anforderungen an die Proben zu stellen.

Die Analyse der Rißausbreitungsvorgänge wird mit dem schattenoptischen Kaustikenverfahren in Transmission vorgenommen. Für das Transmissionsverfahren können nur ebene Proben eingesetzt werden, so daß die Rohrprobe nicht anwendbar ist. Bei der Untersuchung von Rißausbreitungsvorgängen, ist zudem eine ausreichend große Entfernung zwischen Probenrand und Rißspitze vorzusehen. Es muß gewährleistet sein, daß Informationen von der Rißspitze abgerufen werden können, bevor am Rand reflektierte Wellen auf den laufenden Riß treffen. Nur mit dieser Bedingung ist sichergestellt, daß das analysierte Bruchverhalten unabhängig von der verwendeten Probengeometrie ist. Die Y-Probe besitzt unter diesem Gesichtspunkt ein sehr schlechtes Verhältnis von Ligamentlänge zu Probengröße. Es ist unverhältnismäßig viel Material erforderlich, um eine relativ kleine Schubzone zu erzeugen. Darüber hinaus ist die Form der Lasteinleitung sehr aufwendig. Die aufwendige Lasteinleitungs-konstruktion spricht ebenfalls gegen die quadratische Scheibe mit Innenriß. Die Anwendung dieser beiden Probentypen erscheint daher nicht sinnvoll. Im Gegensatz zu diesen Konstruktionen verbinden sowohl die CTS-Probe als auch die Arcan-Probe mehrere Vorzüge für die Anwendung im Rahmen von Bruchversuchen. In beiden Fällen sind die Proben kompakt. Mit einem verhältnismäßig geringen Materialaufwand wird eine ausreichend große Ligamentlänge erzeugt. Außerdem ist die Lasteinleitungs-konstruktion einfach in der Herstellung und in der Anwendung. Durch ein schnelles Umspannen der Halterungen können die Beanspruchungsarten an einem Riß mit wenigen Handgriffen geändert werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist daher diesen Prinzipien der Vorzug gegeben worden.

Die Arcan-Konstruktion verlangt das Einkleben der Proben. Für Bruchversuche ist dies nachteiliger als eine Verschraubung nach dem Prinzip der CTS-Probe, da sowohl ein aufwendiger Klebprozeß als auch eine sorgfältige Aufbereitung der

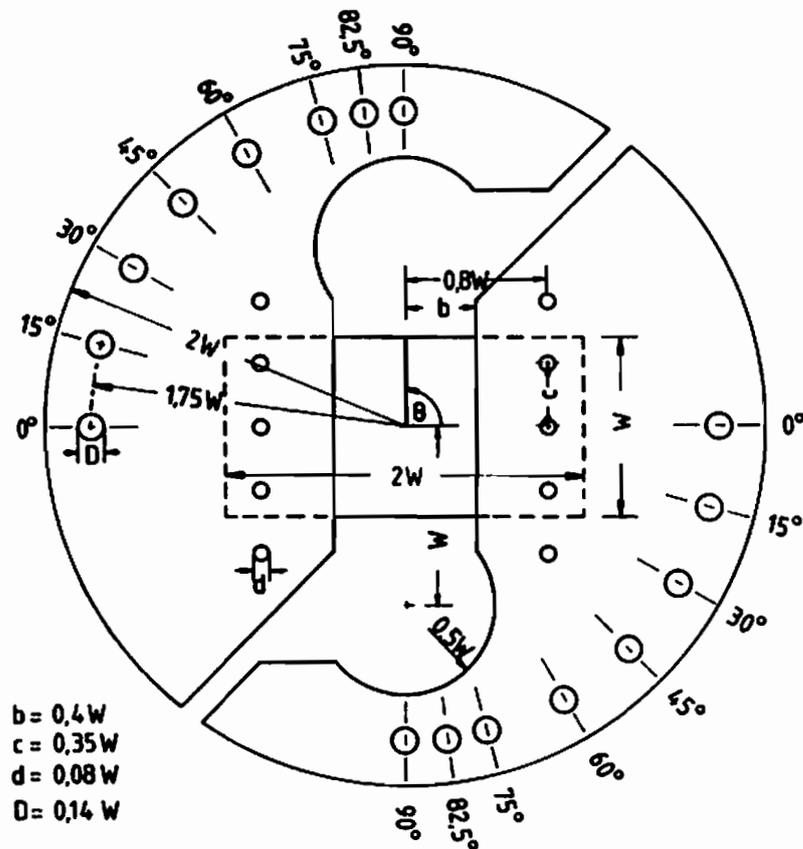


Abb. 27 Geometrie der modifizierten Modus-I-/Modus-II-Probe mit Halterung

Klebekanten notwendig ist. Eine Probenbefestigung mit Hilfe von Schrauben ist somit vorzuziehen.

Eine Probenhalterung sollte möglichst flexibel für unterschiedlichste Proben-
größen zu verwenden sein. Die Arcan- wie auch die CTS-Halterung sind hingegen
auf eine bestimmte Probendimension festgelegt. Aus diesem Grunde wurde in
Anlehnung an diese beiden Typen eine modifizierte Konstruktion gewählt (siehe
Abb. 27): Die Probenhalterung ist auf jeder Seite mit fünf Bohrungen versehen,
so daß sowohl Proben mit einer Höhe von 100 mm als auch größere mit einer
Höhe von über 150 mm einsetzbar sind. Die Probengeometrie entspricht der Form
der CTS-Probe, da diese einfacher zu fertigen ist und einen geringeren Material-
aufwand erfordert als die Arcan-Probe. Im Vergleich zu den bestehenden Kon-
struktionen wurde in die Halterung eine weitere Bohrung für einen Kraftangriff
unter $\theta = 82,5^\circ$ eingebracht. Bei einem Winkel von $\theta = 90^\circ$ stellen sich ungewollte
Druckspannungskonzentrationen an der Rißspitze ein (siehe Tabelle 3), die zu
Reibungskräften an den Rißufern führen können. Eine Beeinflussung des Rißini-
tierungs- oder Rißausbreitungsverhaltens wäre die mögliche Folge. Mit einem
Winkel von $\theta = 82,5^\circ$ sind aber auch solche Proben unter großer Modus-II-

Dominanz ohne Reibungseinfluß zu prüfen. Die Wahl einer solchermaßen geänder-
ten Probenhalterung machte eine neue Berechnung der resultierenden Span-
nungsintensitätsfaktoren notwendig. Diese Berechnung erfolgte mit Hilfe des
Finite-Element-Programmes ABAQUS.

Die in den Versuchen verwendete Probengröße beträgt 100 mm x 200 mm und das
Verhältnis von Rißlänge zu Probenhöhe a/W 0,5. Für diese Abmessungen wurde
das dreidimensionale Problem, der zwischen den Halterungen eingeschraubten
Probe, zu einem zweidimensionalen reduziert (siehe Abb. 28). Der Programmier-
aufwand und die benötigte Rechenzeit wird somit deutlich herabgesetzt, ohne daß
eine Verminderung in der Genauigkeit der Spannungsintensitätsfaktorermittlung
eintritt. Bei der Reduzierung auf ein ebenes Problem wurden auch weitestgehend
spannungsfreie Bereiche sowohl der Probe als auch der Halterung weggeschnit-
ten. Die Kraftübertragung zwischen Halterung und Probe geschah durch eine
Verknüpfung der beiden FE-Netze an den Randelementen der Verschraubungs-
bohrungen. Eine Variation des Kraftübertragungsbereiches durch Einbeziehung
weiterer Elemente zeigte, daß dies eine Veränderung der resultierenden Span-
nungsintensitätsfaktoren von weniger als 1% bewirkt. Entlang des Probenliga-
mentes erfolgte zur besseren Wiedergabe der Spannungsüberhöhung eine feinere
Elementierung als im Bereich der Rißufer. Das Gebiet um die Rißspitze besitzt
eine Einteilung in Elementsektoren mit einem Öffnungswinkel von 15° . Jeder
Sektor besteht aus 8 Elementen auf einer Länge von 20 mm. Zur besseren

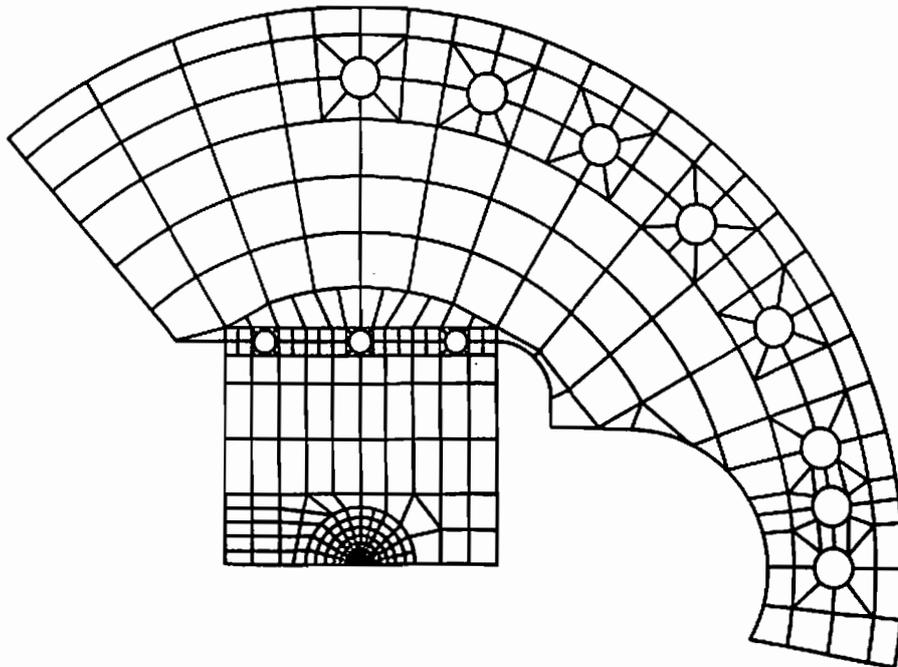


Abb. 28 Finite-Element-Netz von Probe und Halterung (1 Systemhälfte)

der Aufzeichnungsvorgang erst durch den initiierten Riß ausgelöst wird. Weder Laserstrahl noch Dehnungsmeßstreifen können beliebig nahe an der Rißspitze liegen. Beim Start der Aufzeichnung ist daher der Riß schon einige Millimeter gelaufen, so daß erst in dieser Entfernung z.B. mit dem schattenoptischen Kaustikenverfahren Aussagen über die Größe der Spannungsintensität an der Rißspitze zu treffen sind.

Der Rißausbreitungsprozeß wird mit Hilfe einer Cranz-Schardin-24 Funken-Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnet. Mit dieser Kamera können maximal 24 Einzelbilder in Folge aufgenommen werden. Die Bildfolgezeiten sind zwischen 0,4 μ s und 4 ms frei wählbar. Mittels eines halbdurchlässigen Spiegels kann innerhalb der Kamera der Strahlengang geteilt und auf zwei verschiedene Filmebenen gelenkt werden. Dieses Vorgehen ermöglicht die zeitgleiche Registrierung von zwei unterschiedlichen Kaustikebenen - zum Beispiel zur Registrierung von reellen und virtuellen Kaustiken. Bei nur einer Kaustikebene kann durch das Einstellen der Aufnahmeebene auf die Probe zusätzlich die Bestimmung der Rißgeschwindigkeit erfolgen.

4.2 Entwicklung einer dynamischen Belastungstechnik

Im Gegensatz zu einer statischen Belastung ist der Beanspruchungszustand eines Risses bei dynamischer Lasteintragung wesentlich durch Wellenausbreitungsvorgänge bestimmt (siehe Kapitel 2.2). Ihre Bedeutung wird durch Experimente veranschaulicht, die von Kalthoff u.a. /63/ durchgeführt worden sind: Eine Biegeprobe wurde an ihrer vorgekerbten Seite sehr nahe am Riß durch eine Stomasse belastet (Abb. 29). Die Geschwindigkeit der Masse betrug bei diesen Versuchen bis zu 50 m/s. Im Vergleich zu einer quasistatischen Betrachtung sind gänzlich andere Spannungsverhältnisse beobachtet worden: Bei hohen Stoßgeschwindigkeiten versagten die Proben kurz nach Lasteinleitung unter Modus-II-Spannungszuständen.

Nach einem ähnlichen Prinzip wird im Izod-Test ein vorgekerbter Kragbalken durch einen Hammer beaufschlagt /64/ (Abb. 29). Im Gegensatz zu den hochdynamischen Experimenten allerdings weit entfernt vom Kerb und mit geringeren Schlaggeschwindigkeiten von maximal 5 m/s. Eigene Analysen der dynamischen Vorgänge beim Izod-Test (siehe Anhang II) zeigten, daß auch bei diesen geringen Geschwindigkeiten reine Modus-II-Beanspruchungszustände an einer Rißspitze erzeugt werden können.

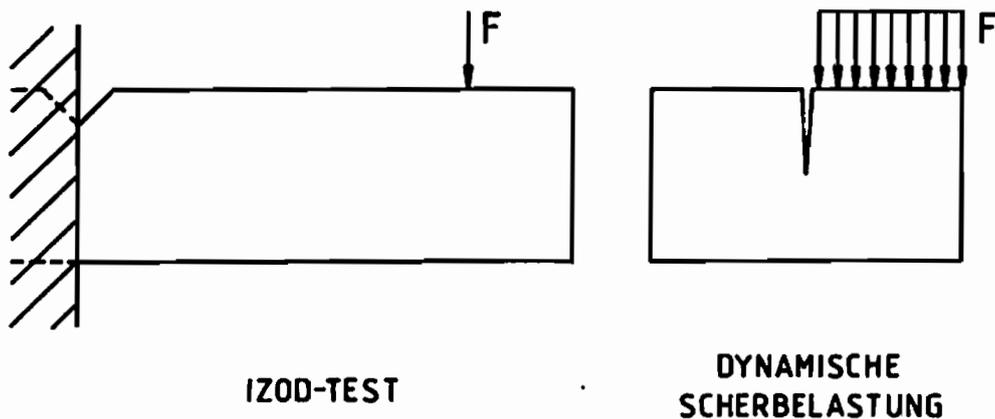


Abb. 29 Belastungsanordnungen für Schlagexperimente

Erste Untersuchungen liegen auch für eine Dreipunktbiegeprobe mit außermittigem Riß /65/ vor. Bei einer derartigen Anordnung sind kurzzeitig ebenfalls Modus-II-Zustände wie im Izod-Test zu erzeugen. Diese Versuchsanordnung wurde allerdings noch nicht eingehender analysiert und führte bisher zu keiner ausgearbeiteten Modus-II-Testmethode.

Die im Fall des Izod-Tests erzielten Ergebnisse lassen vermuten, daß aufbauend auf dem Prinzip des Kragbalkens eine Modus-II-Testmethode entwickelt werden kann.

4.2.1 Konzeption von Probe und Belastungstechnik

Bei einer Izod-Probe treten zu Beginn der Lasteinleitung Modus-II dominierte Spannungszustände auf, obwohl der Lasteinleitungspunkt sehr weit vom Riß entfernt ist und aufgrund statischer Überlegungen Modus-I-Belastungen vorherrschen sollten. Da aber selbst bei statischer Betrachtungsweise, bei Verringerung des Abstandes zwischen Lasteinleitungspunkt und Riß ein größerer Modus-II-Belastungsanteil erwartet werden kann, ist bei Verringerung dieses Abstandes auch bei dynamischer Belastung eine Steigerung des Modus-II-Einflusses zu vermuten. Eine Belastungstechnik, die auf dem Kragbalkenprinzip beruht, sollte daher bei Variation des Abstandes zwischen Lasteinleitungspunkt und Riß beliebige Spannungszustände an einem Riß von Modus-I bis Modus-II ermöglichen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde für die Untersuchung dynamischer Prozesse das schattenoptische Kaustikenverfahren herangezogen. Zur Registrierung dynamischer Kaustiken ist ein schnelles optisches Aufzeichnungs-

verfahren notwendig. Für alle folgenden dynamischen Untersuchungen wurde zu diesem Zweck eine Cranz-Schardin-Kamera benutzt. Die dynamische Lasteinleitung erfolgte mit Hilfe eines Fallwerkes. Die Hammerfinne war mit Dehnungsmessstreifen instrumentiert, so daß das Kraftsignal während des Schlagvorgangs aufgezeichnet werden konnte (siehe Abb. 30). Dieses Kraftsignal diente zur Triggerung der Funkeneinheit. Diese Vorgehensweise erlaubt die Aufzeichnung sowohl des Belastungsvorgangs vor Rißinitiierung als auch des Rißausbreitungsprozesses nach Rißinitiierung. Im Vergleich zu einer statischen Lasteinleitung können mit dieser Triggermethode die ersten Meßdaten näher an einen Rißstart herangelegt werden.

Zur Entwicklung einer Belastungstechnik mit den erwähnten Eigenschaften wurden Proben ähnlich den Izod-Proben verwandt. Ihre Abmessungen betragen: Länge $L = 405$ mm, Höhe $W = 100$ mm, Abstand zwischen Riß und Probenende $s = 240$ mm und Probendicke $B = 10$ mm (siehe Abb. 31). Die Distanz zwischen Riß und Probenhalterung wurde zu 75 mm gewählt, so daß mögliche Störeinflüsse der Probenhalterung auf die Kaustikgeometrien ausgeschlossen werden können. Bei diesen Untersuchungen wurden ausschließlich Sägeschnitte mit einer Tiefe von 50 mm benutzt. Die Izod-Untersuchungen haben gezeigt, daß bei dieser Länge ein größerer Modus-II-Anteil zu erzielen ist als an kürzeren Sägeschnitten. Die Verwendung von Sägeschnitten ermöglicht den Aufbau von Druckspannungskonzentrationen und gewährleistet somit eine schattenoptische Analyse aller eventuell auftretenden K_{II}/K_I -Verhältnisse. Das Probenmaterial bestand aus Araldit B. Die

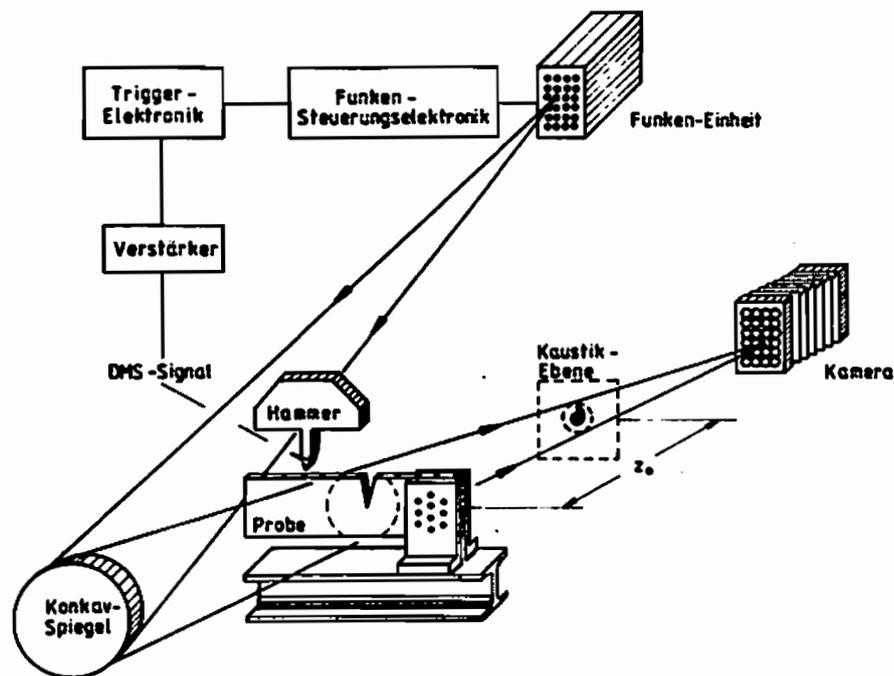


Abb. 30 Schattenoptische Versuchsanordnung

Belastung mit der Fallgewichtsanlage kann mit Fallgeschwindigkeiten bis zu 5 m/s erfolgen; dies entspricht für die verwendete Fallmasse einer verfügbaren Energie bis zu 70 J. Die Fallgewichtsanlage ist so konstruiert, daß die Fallgeschwindigkeit stufenlos von 0 m/s bis 5 m/s einzustellen ist. Die Schlaggeschwindigkeiten lagen in einem Bereich von 0,3 - 3 m/s.

4.2.2 Untersuchung des Beanspruchungsverhaltens

Mit den folgenden Experimenten war durch eine Variation des Abstandes zwischen Lasteinleitungspunkt und Riß, die Auswirkung auf den Rißspannungszustand zu analysieren. Eine zusammenfassende Betrachtung dieser Experimente ist auch in /66, 67/ zu finden.

Die Spannungsintensitätsfaktoren wurden mit der Schlaggeschwindigkeit v_0 und der Wurzel des Elastizitätsmoduls \sqrt{E} normiert (siehe Anhang II). Eine Normierung der Zeitachse erfolgte ebenfalls mit \sqrt{E} .

Bei einer Entfernung des Lasteinleitungspunktes zum Riß von $l = 200$ mm konnten bei niedrigen Belastungsgeschwindigkeiten K-Kurven mit sinusförmigem Verlauf ermittelt werden (Abb. 31a). Diese sinusförmige Kurve wird aufgrund quasi-statischer Betrachtungen für den Modus-I-Anteil erwartet (vgl. Abb. 95 Anhang II). Der Anteil an Scherbeanspruchung ist klein im Vergleich zu den Zugspannungen, so daß über einen langen Zeitraum hinweg ein stark Modus-I dominierter Spannungszustand vorherrscht. Wird allerdings der frühe Zeitbereich betrachtet (Abb. 31b), so ist erkennbar, daß der K_{II} -Anteil größer ist als zu späteren Zeiten und kurzfristig Modus-II auch den dominierenden Beanspruchungszustand repräsentiert. Zu frühen Zeiten ist darüber hinaus ein Vorzeichenwechsel von K_{II} zu verzeichnen.

Eine Verringerung des Abstandes l auf 150 mm zeigt für späte Zeiten nach Belastungsbeginn ein nahezu unverändertes Belastungsprofil (Abb. 32a), jedoch ist nun eine leichte Störung des sinusförmigen K_I -Verlaufes erkennbar. Zu frühen Zeiten ist eine stärkere Veränderung zu bemerken (Abb. 32b). Der Modus-II-Anteil wird größer, er ist fast während der gesamten Zeit positiv. Bei einem Abstand l von 100 mm bleibt der spätere Zeitbereich (Abb. 33a) gegenüber dem Abstand von 150 mm fast unverändert. In der Frühphase der Lasteinleitung treten größere Veränderungen ein, es existiert ein nahezu reiner Modus-II-Zustand (Abb. 33b). Hier ist ein Vorzeichenwechsel von K_I zu beobachten. Zeitweise liegt eine kombinierte Druck-/Scherbelastung vor. Anhand einer Serie schatten-

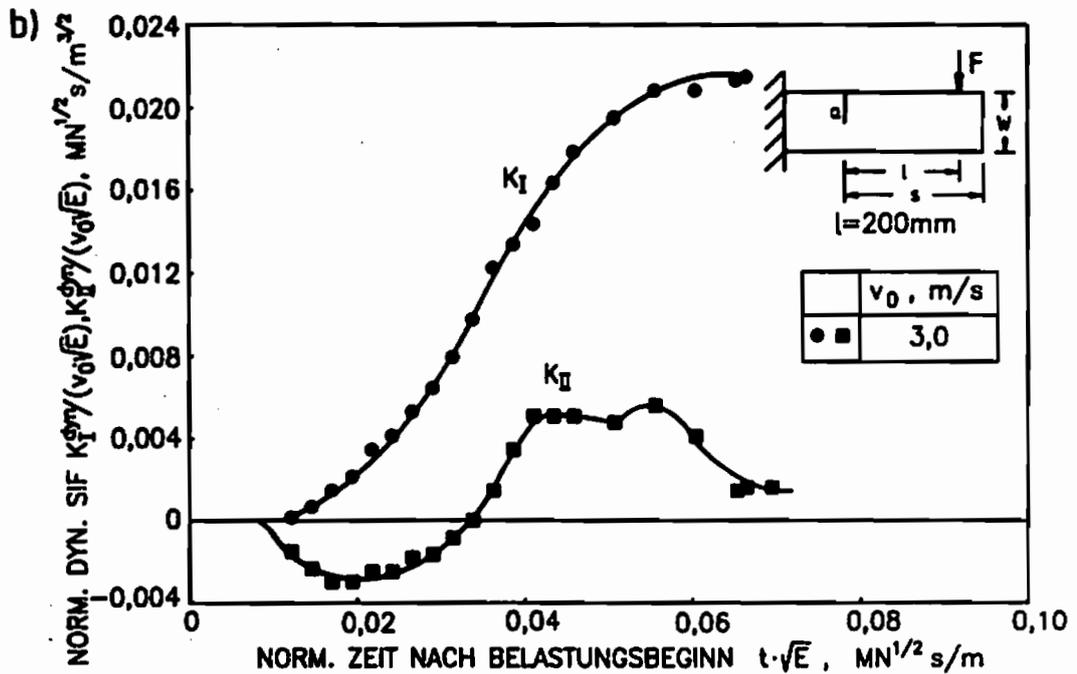
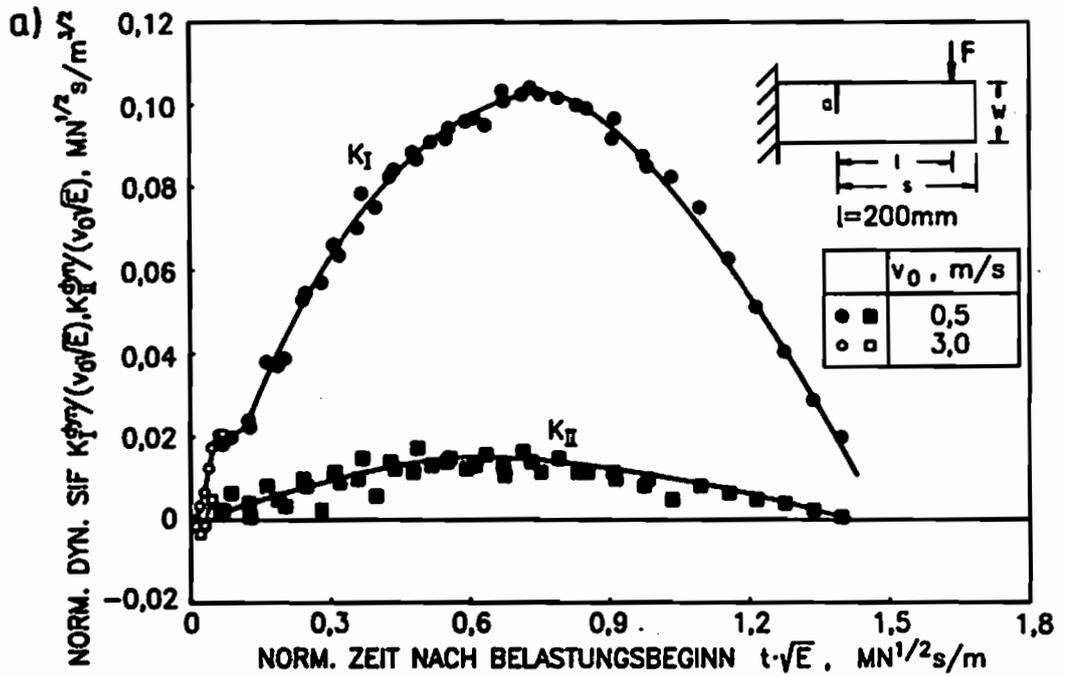


Abb. 31 Spannungsintensitätsverlauf für $l = 200 \text{ mm}$

a) Langzeitverlauf

b) Kurzzeitverlauf

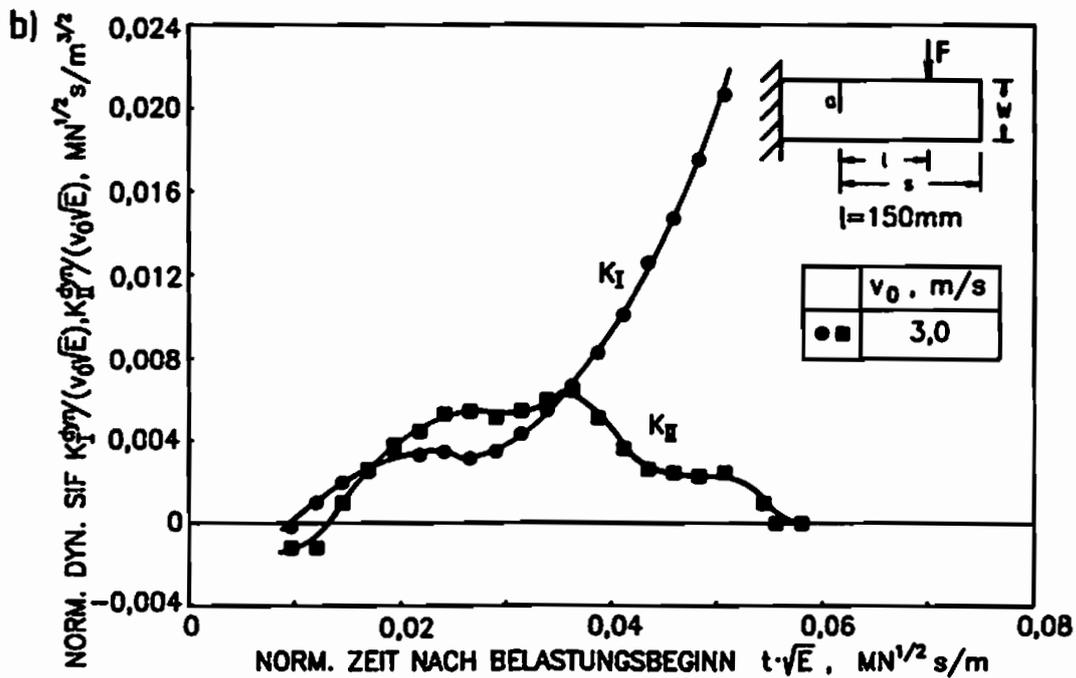
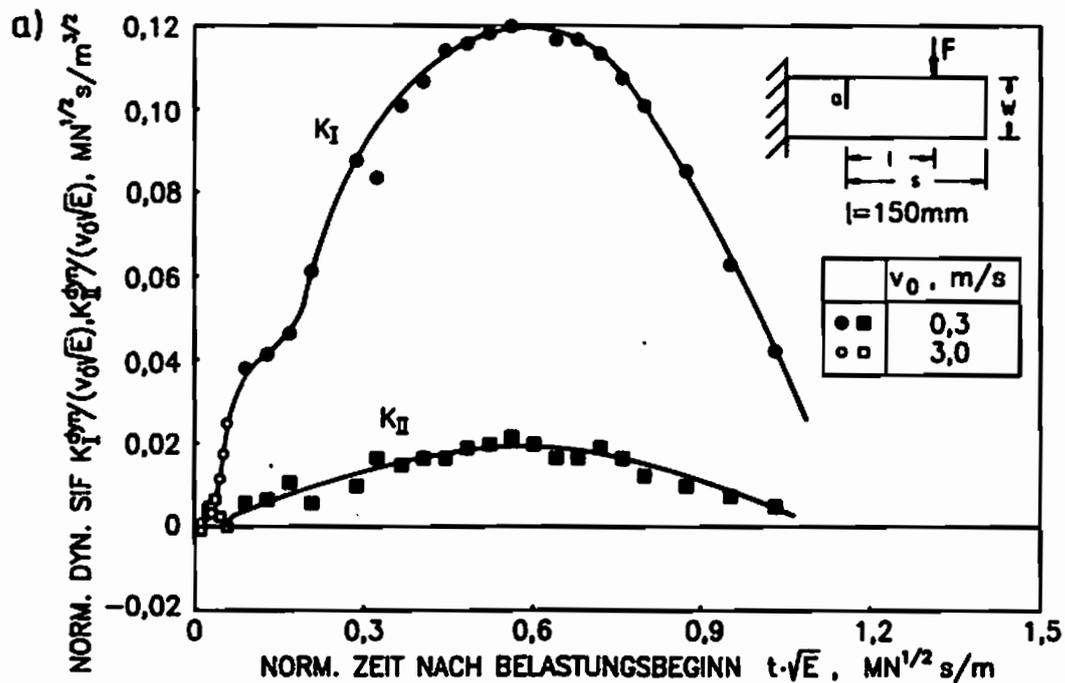


Abb. 32 Spannungsintensitätsverlauf für $l = 150 \text{ mm}$

a) Langzeitverlauf

b) Kurzzeitverlauf

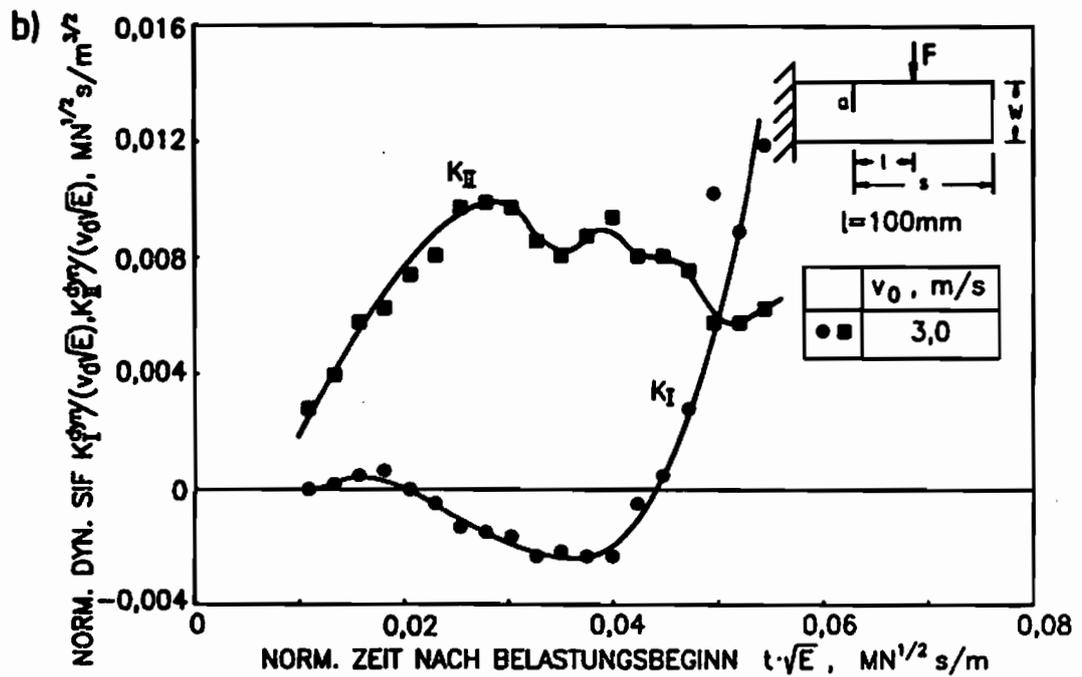
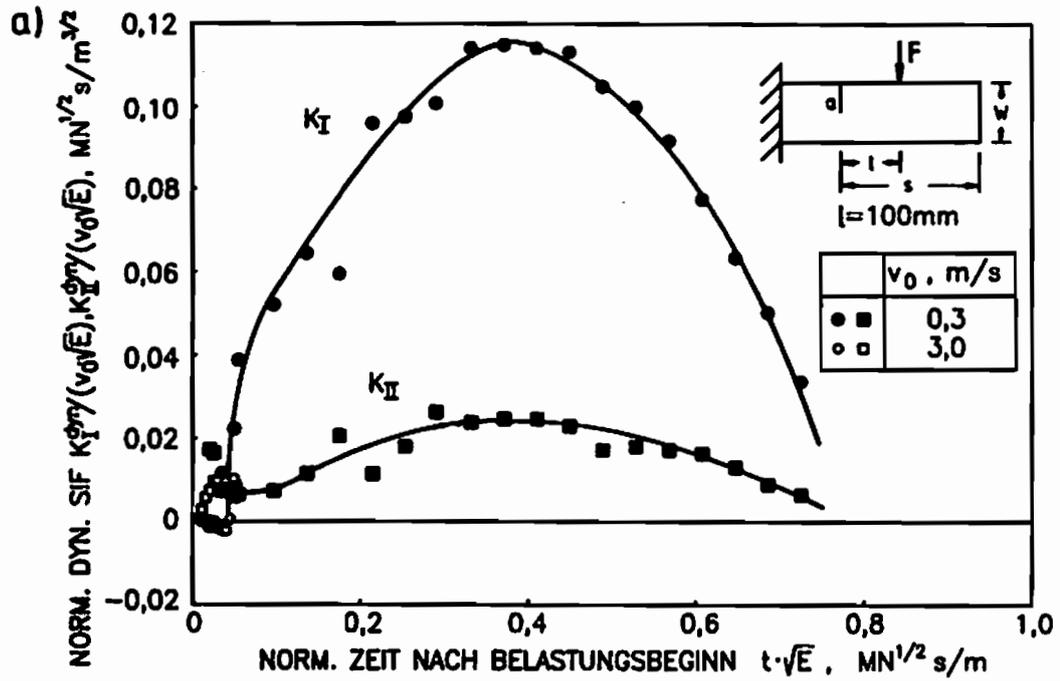


Abb. 33 Spannungsintensitätsverlauf für $l = 100 \text{ mm}$

a) Langzeitverlauf

b) Kurzzeitverlauf

optischer Aufnahmen wird dieser Sachverhalt deutlich. In Abb. 34 ist eine Auswahl von Kaustiken für den Abstand $l = 100$ mm dargestellt. Die stark un-symmetrische Kaustikgeometrie auf den ersten Bildern ist typisch für einen Modus-II-Zustand. Mit zunehmender Zeit ($t = 545$ μ s) wird die Kaustik etwas kleiner; dies ist ein Indiz für die nun auftretende Druckspannung. Zu späteren Zeiten vergrößert sich der Durchmesser wieder und es wird eine zunehmende Symmetrie erkennbar; ein Indiz für das Erreichen eines Modus-I-Zustandes mit stetig anwachsendem Spannungsintensitätsfaktor.

Im Fall eines weiter reduzierten Abstandes $l = 50$ mm wird der Anteil an Modus-II-Belastung deutlich größer (Abb. 35). Der ursprünglich sinusförmige Verlauf der K_I -Kurve ist stark gestört. Die Druckspannungskonzentration zu frühen Zeiten ist ausgeprägter. Die Beobachtung einer Druckbelastung an der Rißspitze ist für ein Biegeexperiment bemerkenswert, denn ausgehend von quasistatischen Betrachtungsweisen sollten nur Zugbelastungen am Riß erzeugt werden.

Bei einer Aufschlagentfernung von 25 mm ist es interessant zu beobachten, daß während der gesamten Belastungsdauer ein nahezu konstanter Betrag an Scherbelastung an dem Riß anliegt (Abb. 36).

Für einen sehr nahe am Riß liegenden Lasteinleitungspunkt ($l = 5$ mm) wurde fast während des gesamten Schlagvorgangs eine Modus-II dominierte Belastungssituation ermittelt (Abb. 37). Dies Ergebnis konnte aufgrund der dynamischen Scherbelastungsexperimente von Kalthoff u.a. erwartet werden. Während eines großen Zeitraumes ist K_I sehr klein und negativ. In diesem Fall besitzt die K_I -Kurve einen sinusförmigen Verlauf.

Es ist erkennbar, daß mit verringertem Abstand l der Scherbeanspruchungsanteil stetig zunimmt (Abb. 31 - 37). Besitzt er bei großen Aufschlagentfernungen noch untergeordnete Bedeutung, so stellt er bei kleinen Entfernungen den dominierenden Anteil. Die Amplitude der K_I -Kurve wird aufgrund des geringeren Biegeeffektes mit abnehmendem l kleiner. Darüber hinaus geht der sinusförmige Verlauf der K_I -Kurve mit kleiner werdendem Abstand l immer stärker verloren. Eine quasistatische Betrachtungsweise des Beanspruchungsvorganges führt somit gerade bei kleinen Aufschlagentfernungen zu falschen Ergebnissen.

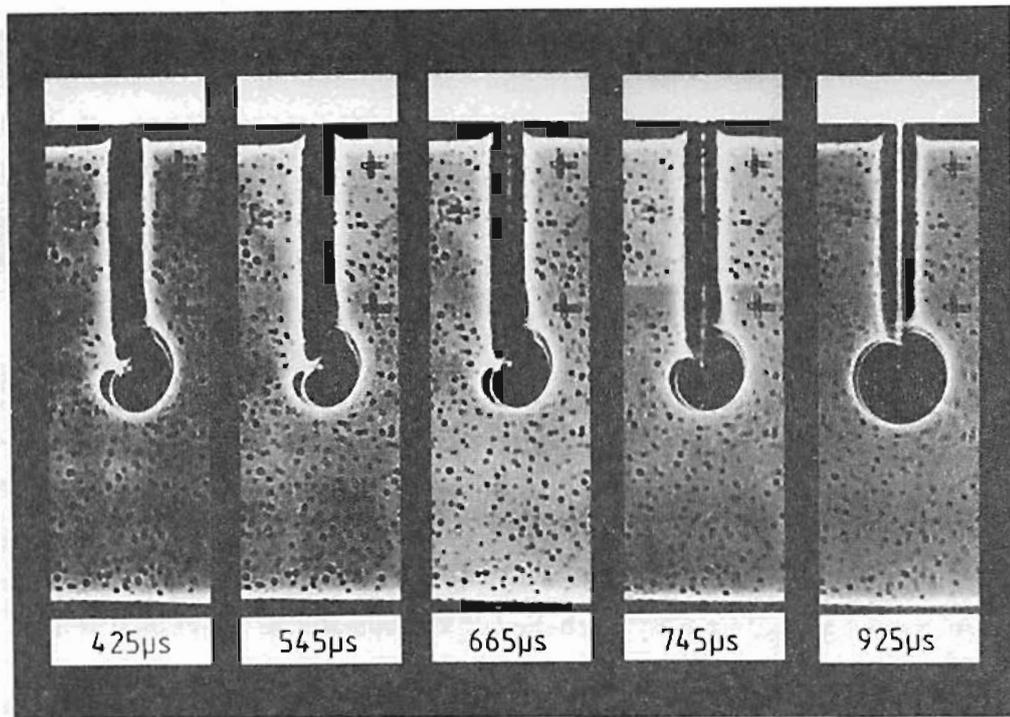


Abb. 34 Hochgeschwindigkeitsserie von schattenoptischen Aufnahmen ($l = 100\text{mm}$)

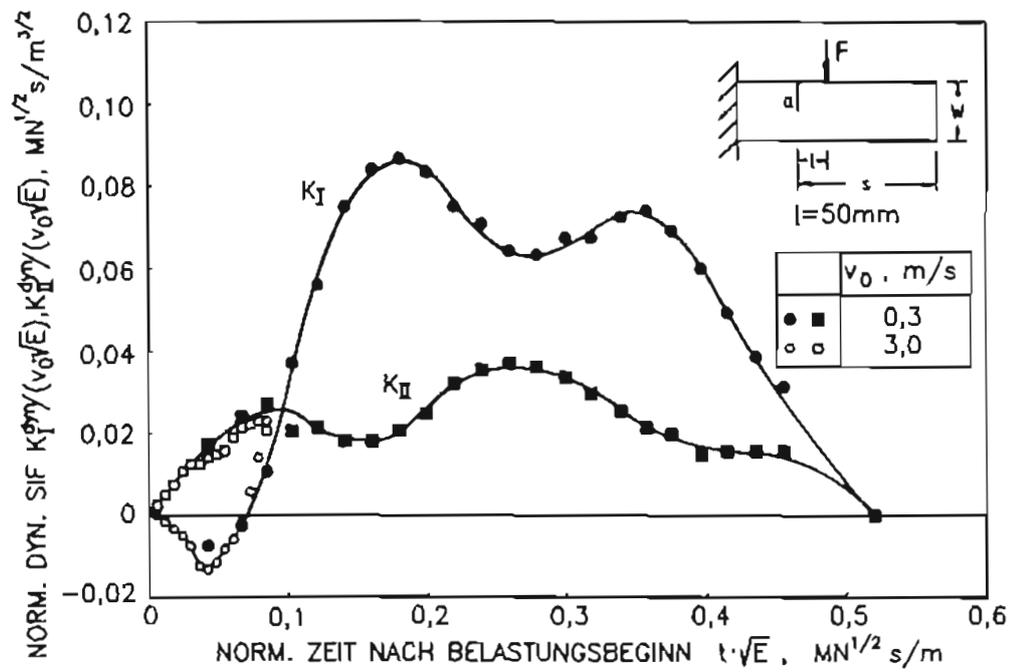


Abb. 35 Spannungsintensitätsverlauf für $l = 50 \text{ mm}$

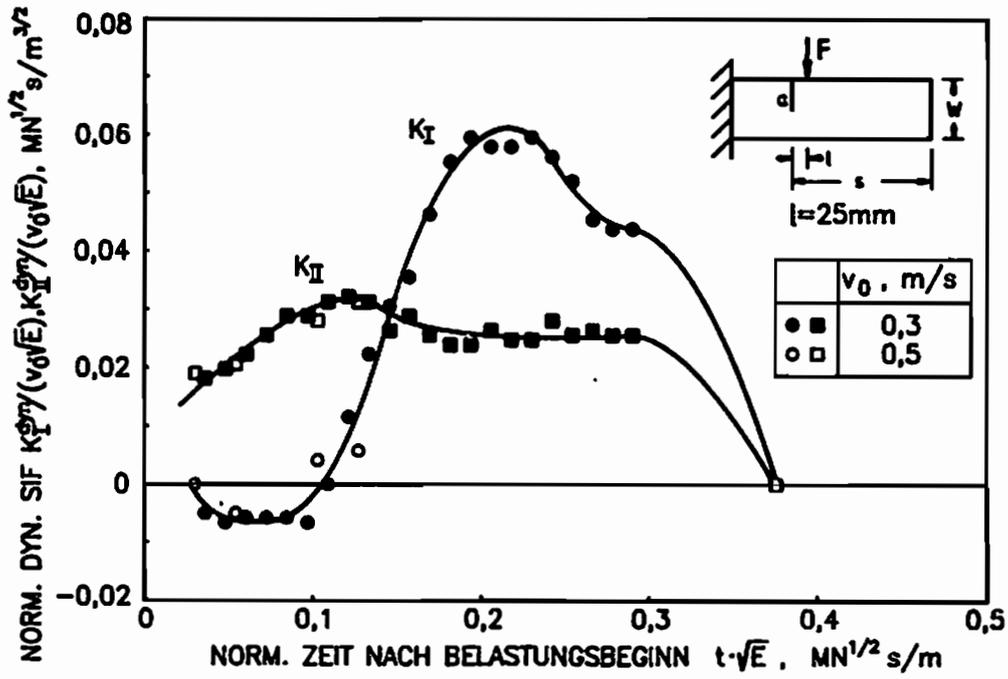


Abb. 36 Spannungintensitätsverlauf für $l = 25 \text{ mm}$

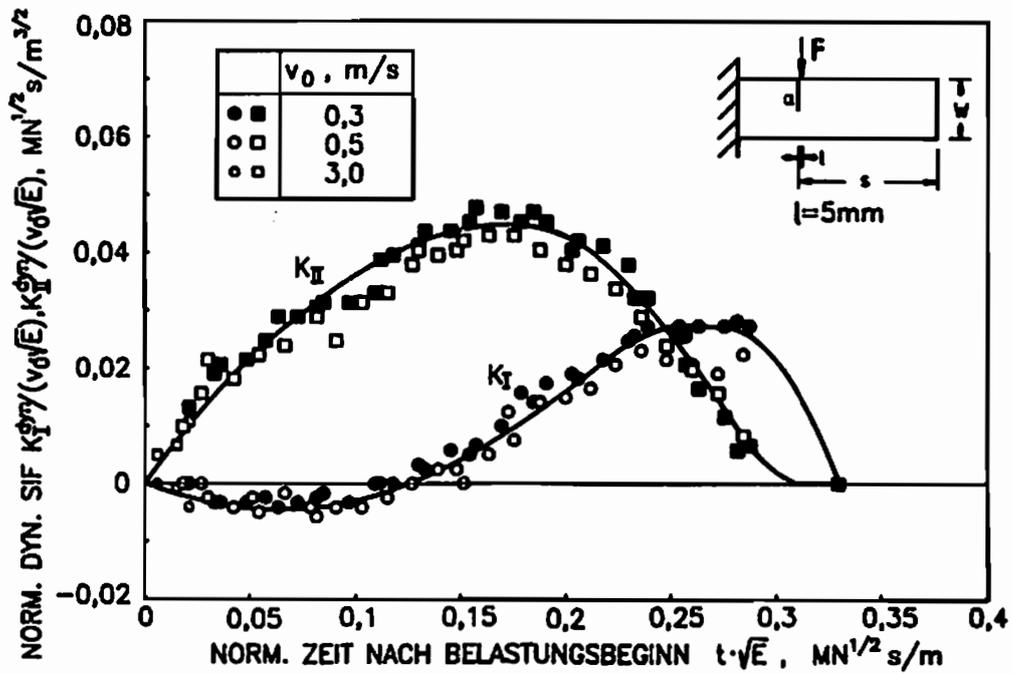


Abb. 37 Spannungintensitätsverlauf für $l = 5 \text{ mm}$

4.2.3 Analyse der dynamischen Einflüsse

Es ist angebracht, die obigen Resultate anhand des folgenden Verhältnisses der Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} : $\text{sgn}(K_I \cdot K_{II}) \cdot |K_{II}| / (|K_I| + |K_{II}|)$ zu diskutieren. Dieses in der Modus-I-/Modus-II-Bruchmechanik häufig verwendete Verhältnis ist hier durch Einbeziehung der Vorzeichen von K_I und K_{II} erweitert worden. Abbildung 38 zeigt die Resultate, die sich für diesen Verhältniswert ergeben. Der Wert 0 repräsentiert eine reine Modus-I-Belastung und die Werte ± 1 eine reine Modus-II-Belastung. Am rechten Bildrand sind die für die einzelnen Diagrammabschnitte gültigen Belastungszustände schematisch dargestellt. Durch eine Variation des Belastungsabstandes l kann offensichtlich jeder beliebige Beanspruchungszustand von reinem Modus-I bis reinem Modus-II zu einer bestimmten Zeit erreicht werden. Selbst gemischte Modus-I-/Modus-II-Zustände mit negativer Scherbelastung und Druckspannungen an der Rißspitze sind zu

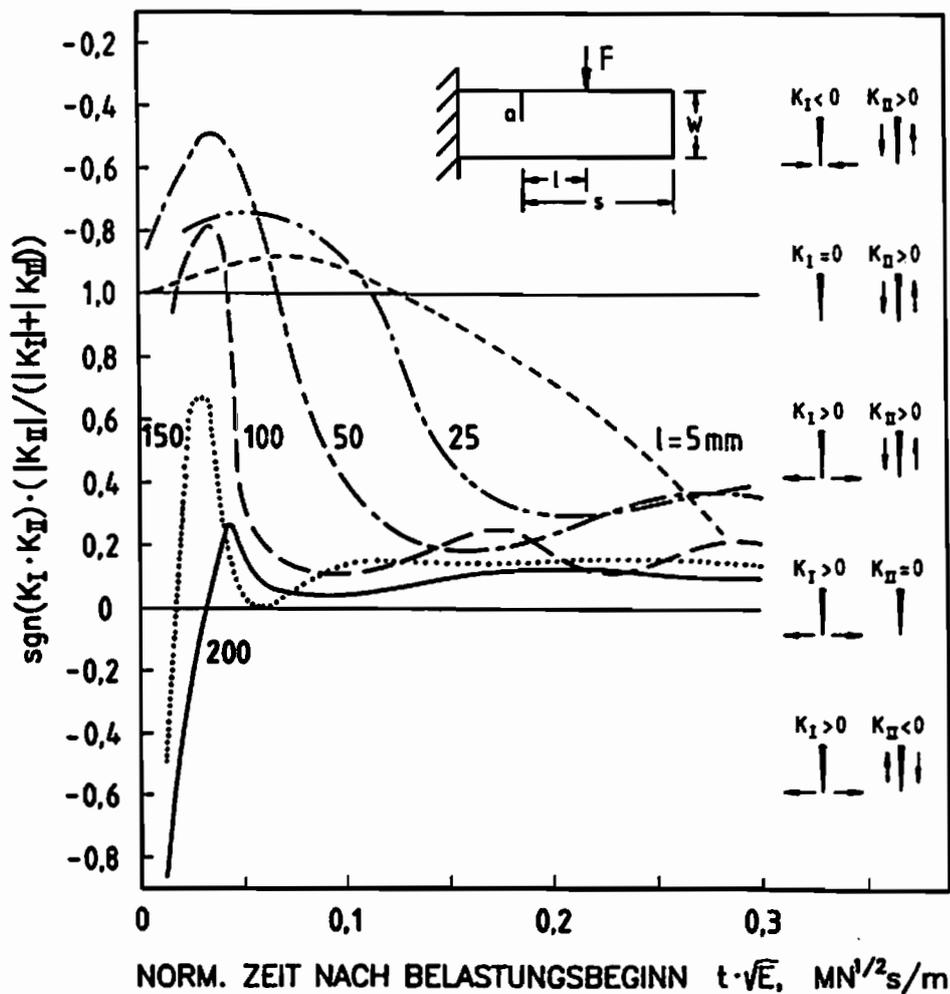


Abb. 38 Spannungsintensitätsverläufe für unterschiedliche Aufschlagpunkte, normiert

erzielen. Diese kombinierten Druck-/Scherbeanspruchungen werden in Abb. 38 durch die ersten Schwingungsmaxima im oberen negativen Bereich des Diagrammes wiedergegeben. Für alle Abstände l ist zu Beginn des Schlagvorgangs eine stark Modus-II dominierte Lastsituation zu verzeichnen. Mit zunehmender Zeit wird Modus-I vorherrschend. In Abb. 38 ist zu erkennen, daß der Scherbelastungsanteil eine Schwingung mit gedämpfter Amplitude repräsentiert, die der quasistatischen Spannungssituation überlagert ist. Je größer der Abstand l wird, desto eher überwiegt der Biegeeffekt die dynamischen Anteile und um so früher existiert eine Modus-I dominierte Belastungssituation.

Der große Anteil an Scherbeanspruchung und die auftretenden Druckspannungen zu Beginn des Belastungsprozesses werden von Wellenausbreitungsvorgängen hervorgerufen (Abb. 39): Während des Schlagvorgangs trifft eine vom Aufschlagpunkt ausgehende Druckwelle den Riß, wodurch ein Teil der belastenden Kräfte senkrecht zum Riß orientiert ist und die beobachtete Druckspannungskonzentration verursacht. Im Fall einer geringen Entfernung zwischen Aufschlagpunkt und Riß ist der Kraftangriffswinkel sehr klein. Es ist somit nur ein geringer Anteil der belastenden Kräfte senkrecht zum Riß orientiert; der größere Betrag kann in Form von Scherkräften eingeleitet werden. Mit wachsendem Abstand l vergrößert sich auch der Winkel, so daß der Anteil an Druckbelastung stetig zunimmt. Dieser Effekt wird in Abb. 38 anhand der mit dem Abstand l sich vergrößernden Amplituden deutlich. Mit größer werdendem Abstand benötigen die Wellen eine zunehmend längere Zeit, um die Rißspitze zu erreichen. Darüber hinaus werden Wellen an den Probenrändern reflektiert. Eine Druckwelle wird dabei in eine Zugwelle umgewandelt. Diese Zugwellen erreichen bei großer Aufschlagentfernung den Riß nur kurze Zeit nach den direkt auftreffenden Druckwellen und reduzieren daher die Druckspannungskonzentration. Für eine bestimmte Entfernung l existiert somit eine maximale Druckspannungskonzentration, welche mit zunehmendem Abstand l wieder verkleinert wird. Diese Vorgänge werden durch die experimentellen Resultate in Abb. 38 sehr gut wiedergegeben.

4.2.4 Anleitung für die dynamische Erzeugung von Modus-I- und Modus-II-Zuständen

Die experimentellen Untersuchungen zeigen, daß durch eine Variation des Abstandes zwischen Aufschlagpunkt und Riß in einem Kragbalken jede beliebige Kombination von Modus-I- und Modus-II-Zuständen zu erzielen ist. Die vorgestellte Probe und Belastungsanordnung, in Verbindung mit den ermittelten $K(t)$ -Kurven, repräsentiert somit eine Methode zur Rißinitiierung unter jeder

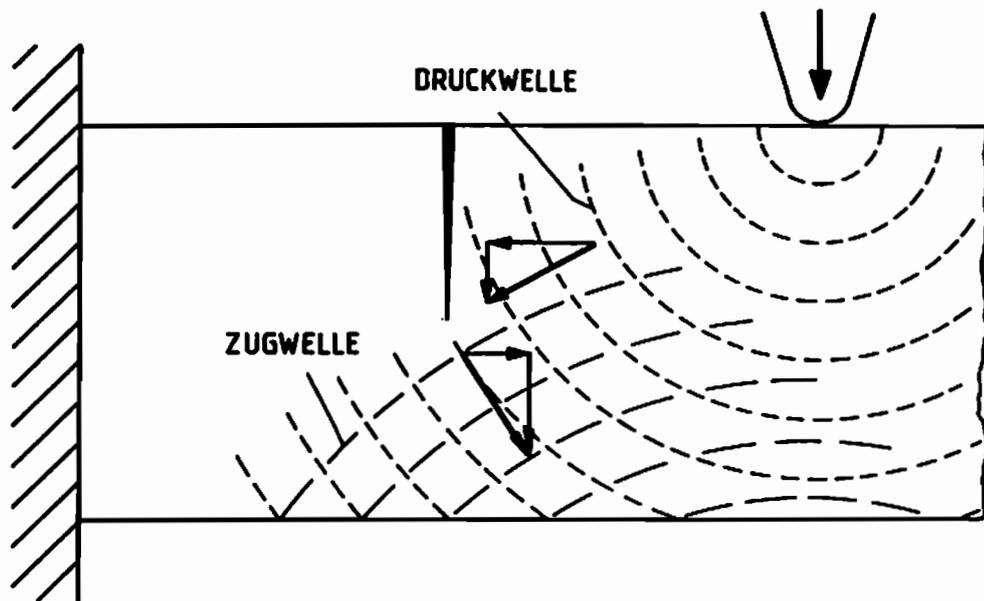


Abb. 39 Wellenausbreitungsvorgänge infolge einer Schlagbelastung

beliebigen dynamischen Belastungssituation von reinem Modus-I bis reinem Modus-II. Alle ermittelten Daten sind mit Hilfe von materialspezifischen Parametern normiert worden. Die erzielten Ergebnisse können daher auf jedes beliebige Material übertragen werden.

Für die Ermittlung von materialspezifischen dynamischen Bruchzähigkeiten K_{II}^d im Fall reiner Modus-II-Belastung, K_{I}^d im Fall reiner Modus-I-Belastung oder K_{II}^d und K_{I}^d bei gemischten Beanspruchungen ist folgendermaßen vorzugehen: Anhand von Abb. 38 können entsprechend dem gewünschten Modus-I-/Modus-II-Verhältnis bei Reißinitiation mehrere in Frage kommende Aufschlagentfernungen ausgewählt werden. Ein Vergleich der zugehörigen $K(t)$ -Kurven erlaubt die Wahl verschiedener Beanspruchungsraten \dot{K} . Bei der Wahl früher Zeitbereiche ist zumeist eine hohe Beanspruchungsrate zu erzielen, bei späteren Zeitbereichen liegt diese Rate in der Regel deutlich niedriger. Entsprechend der voraussichtlich auftretenden Bruchzähigkeit ist schließlich eine Schlaggeschwindigkeit zu wählen, so daß eine Reißinitiation bei den beabsichtigten Verhältnissen eintritt. Sollte eine Abschätzung der Bruchzähigkeiten nicht möglich sein, so ist in Vorversuchen durch die Benutzung von $l = 5 \text{ mm}$ für K_{II}^d und $l = 200 \text{ mm}$ für K_{I}^d ein erster Richtwert zu ermitteln. Diese beiden Aufschlagentfernungen sind hierfür besonders geeignet, da sie während eines langen Zeitraumes mit relativ konstanter Beanspruchungsrate weitestgehend konstante Beanspruchungsverhältnisse gewährleisten.

Experimente, die unter Berücksichtigung dieser Vorgehensweise durchgeführt wurden zeigten, daß die Anwendung der ermittelten $K(t)$ -Kurven eine sehr exakte Rißinitiierung bei den beabsichtigten Beanspruchungsverhältnissen erlaubt. Die vorgestellte Belastungsanordnung ermöglicht somit die Untersuchung der Energiefreisetzungsraten an dynamisch belasteten Rissen unter gemischten Beanspruchungen.

5 ANALYSE DES SPANNUNGSFELDES EINES INITIIERTEN MODUS-II-RISSES

Im Fall des Reißversagens unter gemischter Modus-I-/Modus-II-Belastung kommt es zu einer Ablenkung des neu gebildeten Reißastes. Er schließt zu seiner ursprünglichen Orientierung den Winkel \varnothing ein, so daß auf diese Weise die entstehenden Reißufer auch gleichzeitig die Ränder einer Kerbe darstellen. Diese Kerbe liegt bei großen Modus-II-Belastungsanteilen im "Druck"-Bereich der Spannungsverteilung des Ausgangsrisses. Es ist nicht geklärt in welchem Maße nach der Reißinitiation an der Kerbe eine Spannungskonzentration verbleibt und ob diese einen Einfluß auf das Reißspitzen Spannungsfeld besitzt.

5.1 Untersuchung der Spannungsnahfelder an Kerb- und Reißspitze

Nach der Initiierung eines scherbeanspruchten Risses ist in der Frühphase des Reißfortschritts die Distanz zwischen der neu gebildeten Kerbe und der Reißspitze sehr gering. Für den Fall, daß sich eine nennenswerte Spannungssingularität an der Kerbe befindet, muß es zu einer Wechselwirkung zwischen der benachbarten Reißspitzen- und Kerbsingularität kommen. Die Analyse des Spannungsnahfeldes an der Zusatzreißspitze sollte somit Hinweise auf die Gültigkeit der Nuismer-Hypothese liefern, inwiefern beim Reißinitiationvorgang der Kerbeinfluß vernachlässigt werden kann.

Für ein anderes Problem zweier benachbarter Singularitäten, der Reißgabelung, liegen sowohl analytische Lösungen als auch experimentelle Untersuchungen vor /68, 69, 70/. Für den unter Modus-II-Belastung initiierten Reiß ist dies nicht der Fall. Da es sich bei der Reißgabelung um zwei Reißspitzensingularitäten handelt, erscheint es nicht angebracht, diesbezügliche Vorkenntnisse auf die hier zu betrachtende anders gelagerte Kerb-Reiß-Problematik zu übertragen.

In der folgenden Betrachtung (siehe auch /71/) wird zunächst auf numerischem Wege geklärt, welche Spannungssingularitäten an einem Zusatzreiß existieren. Der Fall des Modus-II initiierten Risses wird eingehend behandelt. Diese Variante stellt für gemischte Zug- und Scherbeanspruchungen einen Grenzfall dar. Sie läßt, unter Berücksichtigung der Tangentialspannungshypothese mit einem Bruchwinkel von $\varnothing_0 = -70,5^\circ$ die größte Spannungssingularität an der Kerbe erwarten. Eine anschließende schattenoptische Untersuchung von Kerbe und Reißspitze gibt Auskunft über die gegenseitige Beeinflussung der Spannungsfelder.

5.1.1 FE-Analyse von Kerb- und Rißspitzensingularität

Die Erzeugung von Modus-II-Belastungen erfolgt mit der in Kapitel 4.1.2 beschriebenen Probenhalterung. Für die numerische Betrachtung des Zusatzrisses wird diese Halterung inklusive Probe herangezogen. Im folgenden wird nur der Bereich direkt um Kerb- und Rißspitze betrachtet.

Es wurden verschiedene Netze mit unterschiedlicher Zusatzrißlänge a_z aufgestellt. Insgesamt sind fünf Zusatzrißlängen betrachtet worden; dies sind $a_z = 0, 5, 10, 15, 20$ mm. Diese liegen alle unter einem Winkel von $\phi = -70,5^\circ$. Für kleine Rißlängen ist somit nach der Tangentialspannungshypothese der Fall des Modus-II initiierten Risses mit einer alleinigen Zugspannungskonzentration an der Zusatzrißspitze gut angenähert. Mit wachsender Zusatzrißlänge wird aber eine verstärkte Abweichung der Rißspitzenspannungsverteilung von dem theoretisch vorhergesagten Modus-I-Zustand erwartet, da in diesem Fall nicht mehr davon ausgegangen werden kann, daß das Spannungsnahfeld der Ausgangsrißspitze die Spannungsverteilung am Zusatzriß bestimmt.

An den Stellen möglicher Spannungskonzentrationen ist eine sehr feine Element-einteilung vorgenommen worden. Mit zunehmender Entfernung von diesen Stellen wird das Netz schrittweise vergrößert. Es wurden wie auch bei der Untersuchung der Probenhalterung vierseitige, sowie an Kerb- und Rißspitze dreiseitige isoparametrische Elemente mit jeweils 8 Knoten verwendet. Die Berechnung erfolgte wiederum mit dem FEM-Code ABAQUS. Für die Zusatzrißlänge $a_z = 10$ mm besteht ein quadratisches Gebiet mit 60 mm Kantenlänge beispielsweise aus 255 Elementen (Abb. 40). Die Spannungsintensitätsfaktoren wurden entsprechend der in Kapitel 4.1.2 beschriebenen Vorgehensweise ermittelt. Für die Kerbkonzentration wird aus den Spannungen in Kerbmitte ($\phi = 0$, siehe Abb. 100 Anhang III) analog zu Gl. (2) der Faktor K_K bestimmt:

$$K_K = \lim_{r \rightarrow 0} r^{1-\eta} \sigma_y(r, \phi = 0) \quad (92)$$

In Gl. (92) repräsentiert η eine Winkelkonstante, deren Wert von der Größe des Kerböffnungswinkels und somit von der Größe des Bruchwinkels abhängig ist. Ihre Größe variiert zwischen 0,5 und 1, so daß die Dimension des Spannungskonzentrationsfaktors K_K ebenfalls von der Größe des Bruchwinkels abhängt und sowohl die Dimension eines Spannungsintensitätsfaktors ($\eta = 0,5$), als auch die Dimension einer Spannung ($\eta = 1$) annehmen kann (siehe Anhang III). Alle FE-Netze wurden mit der gleichen Belastung beansprucht. Durch Extrapolation der nach den Beziehungen (91) und (92) ermittelten Werte sind die Faktoren K_I, K_{II}

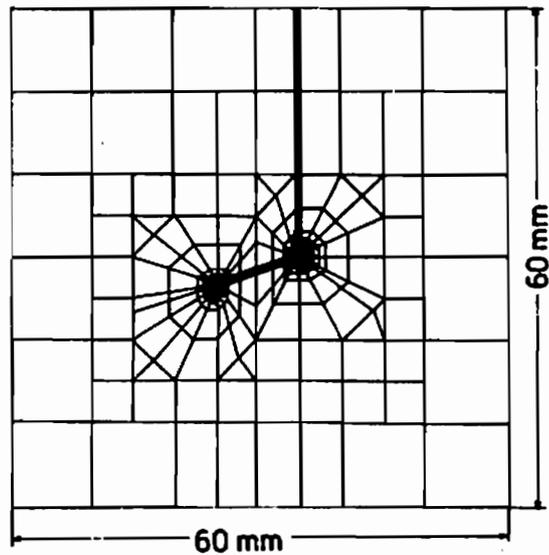


Abb. 40 Finite-Element-Netz am Zusatzriß

und K_k zu erhalten. Ein Vergleich mit den ABAQUS-Werten für das J-Integral ermöglicht die Verifizierung dieser Daten.

Bei einer Zusatzrißlänge von $a_z = 0$ mm wurden die Spannungen unter dem Bruchwinkel $\phi_0 = -70,5^\circ$ ermittelt. Mit Hilfe des Kriteriums von Nuismer erhält man aus diesen Werten die Spannungsintensität für einen unendlich kurzen Zusatzriß. Nach der gleichen Methode erfolgte für $a_z = 0$ mm die Berechnung von K_k . Hierzu muß in Richtung der angenommenen Kerbmitte die Spannung σ_0 aus der Spannungsnahfeldverteilung am Ausgangsriß berechnet werden. Nach Einsetzen dieses Wertes in Gl. (130) (siehe Anhang III) erhält man den Wert für $K_k(a_z = 0$ mm). Hierbei besteht allerdings die Problematik, daß man mit einem Rißproblem mit $r^{-0,5}$ -Singularität ($\eta = 0,5$) ein Kerbproblem mit $r^{-0,415}$ -Singularität ($\eta = 0,585$ für $\phi_0 = -70,5^\circ$) bestimmt. Der erzielte Spannungskonzentrationsfaktor K_k ist somit nur als erste Näherung für den unendlich kurzen Zusatzriß zu betrachten. Die Resultate der numerischen Berechnungen sind in einem Diagramm (Abb. 41) über der Zusatzrißlänge aufgetragen. Mit steigender Zusatzrißlänge a_z ist ein lineares Anwachsen der Spannungsintensität K_I zu verzeichnen, da immer weniger Probenligament bei gleichzeitig konstant bleibender äußerer Last zur Verfügung steht. Der für $a_z = 0$ mm ermittelte K_I -Wert liegt als Grenzfall ebenfalls auf dieser Geraden und kann somit als gute Näherung für einen sehr kurzen Zusatzriß angesehen werden. Darüber hinaus entspricht dieser Wert mit $K_I = 1,87$ MN/m^{3/2} dem Wert, der nach der Spannungsnahfeldverteilung aus $K_{II} = 1,61$ MN/m^{3/2} ($\phi = 0^\circ$) (Tabelle 3) aufgrund der Nuismer-Hypothese für $\phi = -70,5^\circ$ resultiert. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zu der Hypothese

von Hussain, Pu und Underwood. Nach deren Lösung (Gl. (68)) ergibt sich für den Zusatzriß der deutlich größere K_I -Wert von $2,11 \text{ MN/m}^{3/2}$. Die K_{II} -Werte gehen für Rißlängen $a_z < 4 \text{ mm}$ gegen Null. Erst bei größeren Zusatzrißlängen ist ein verstärkter Einfluß einer Scherbeanspruchung vorhanden. Die Tatsache, daß für kleine Zusatzrißlängen keine Modus-II-Belastung berechnet wurde, bestätigt die Annahme der Tangentialspannungshypothese, daß ein Modus-II initiiertes Riß unter $\phi = -70,5^\circ$ anfänglich unter reiner Modus-I-Belastung läuft.

Es ist notwendig, die Auswirkung einer Vergrößerung des Elementnetzes in der Umgebung der Kerbe auf die numerische K_I -Ermittlung zu untersuchen. Zu diesem Zweck wurde für das Netz mit $a_z = 10 \text{ mm}$ eine Variante aufgestellt. Das bisher benutzte Netz besitzt an der Kerbe 96 Elemente, die Variante stattdessen nur 21. Durch diese schlechtere Wiedergabe der Spannungssingularität ist eine Erniedrigung des K_I -Wertes um 8% festzustellen. Bei der Betrachtung von Modus-II initiierten Rissen sollte also in jedem Fall die Elementierung an der Kerbe einer Spannungssingularität angepaßt sein. Ein Vernachlässigen dieses Bereiches führt zu einer Vergrößerung der Fehlerbreite.

Die Finite-Element-Rechnungen ergeben, daß eine Spannungskonzentration an der Kerbe existiert. Es ist eine Druckspannungskonzentration, deren Größe unabhängig von der Länge des Zusatzrisses ($a_z < 20 \text{ mm}$) ist. Ihr Betrag ist fast doppelt

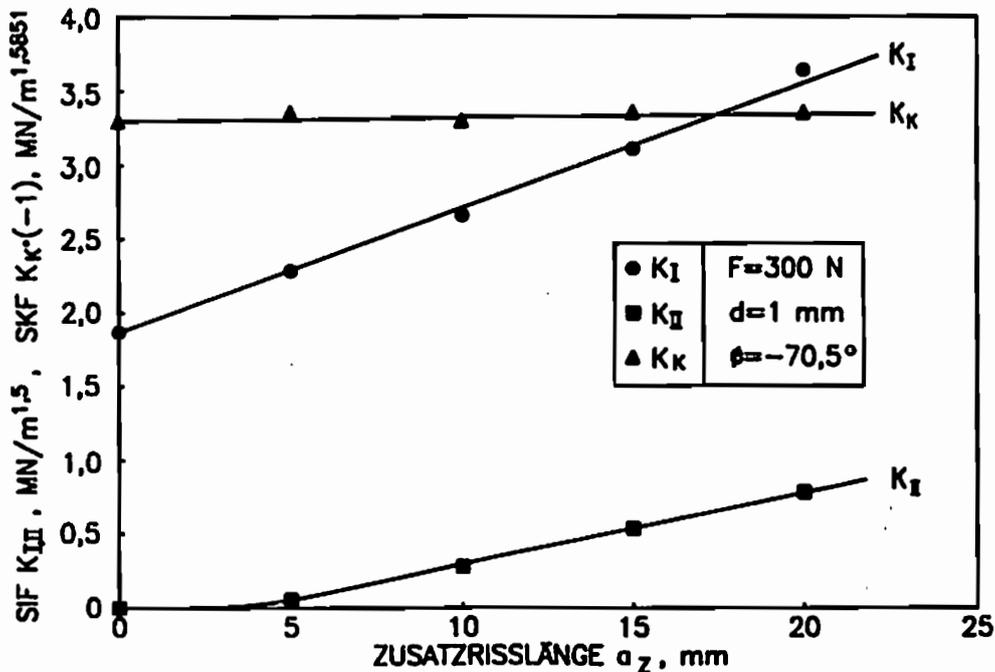


Abb. 41 Spannungsintensitäten am Zusatzriß in Abhängigkeit der Zusatzrißlänge

so groß wie der für den Spannungsintensitätsfaktor K_I . An der Kerbe tritt auch eine Schubspannungskonzentration auf, deren Anteil jedoch nur ca. 25% der Druckspannungskonzentration beträgt und im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt wird. Der Fehler bei der Ermittlung von $K_K(a_z=0\text{mm})$, anhand des Rißspitzenstressnahfeldes des Ausgangsrisses, ist offensichtlich trotz der unterschiedlichen Singularitätenausprägung vernachlässigbar, da auch hier der Wert für $a_z = 0$ mm auf der extrapolierten Geraden der Werte für $a_z > 0$ mm liegt.

Eine Betrachtung der Rißuferverschiebungen des Zusatzrisses erklärt das Vorhandensein einer Druckspannungskonzentration an der Kerbe. In Abb. 42 sind für eine Zusatzrißlänge von 5 mm die berechneten Rißuferverschiebungen überhöht dargestellt. Es wird deutlich, daß der Kerbwinkel durch den Abschervorgang verkleinert wird, die Kerbe wird durch das Öffnen des Zusatzrisses zusammengedrückt - eine Druckspannung in der Kerbe ist die Folge. Die Aufweitung 2δ des Risses ist größer, als aufgrund des Spannungsintensitätsfaktors an der Rißspitze zu erwarten wäre. Sie beträgt $2\delta = 0,16$ mm. Anhand des vorliegenden K_I -Wertes von $2,28 \text{ MN/m}^{3/2}$ werden nur $0,14$ mm ermittelt. Dieses Resultat und die für einen Modus-I beanspruchten Riß untypische Rißuferverschiebung im Bereich der Kerbe zeigen, daß die Modus-I-Spannungsnahfeldlösung im Kerbbereich nicht mehr gültig ist.

Nach der Initiierung eines Modus-II beanspruchten Risses existieren somit zwei Spannungssingularitäten auf engstem Raum - eine Rißspitzensingularität und eine Kerbsingularität. Es ist wahrscheinlich, daß das Modus-I-Spannungsfeld an der Spitze des Zusatzrisses hierdurch beeinflusst wird. Die Größe des Kerbeinflusses kann allein aufgrund des Betrages des Kerbkonzentrationsfaktors K_K jedoch nicht vorhergesagt werden.

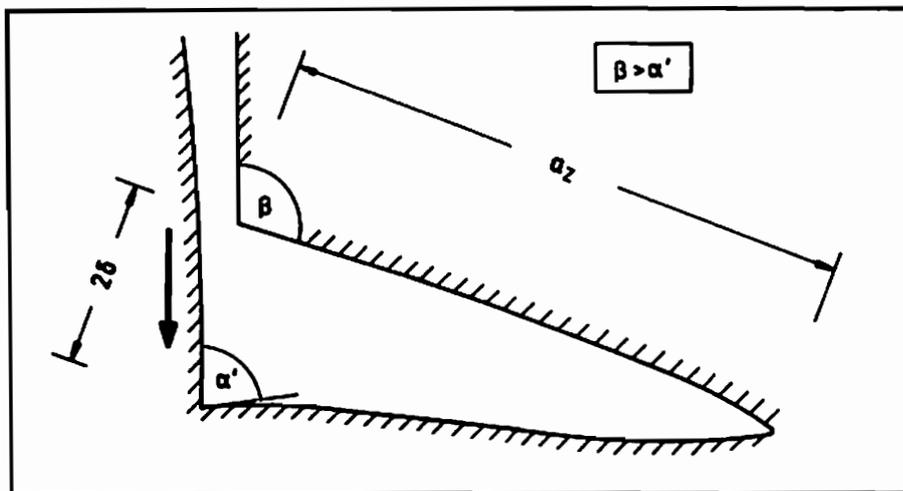


Abb. 42 Rißöffnung des Zusatzrisses (maßstäblich überhöht)

Bisher wurde die Kerbkonzentration nur für den Fall eines rein Modus-II beanspruchten Ausgangsrisse betrachtet. Ergänzend ist im folgenden die Größe der Kerbkonzentration auch für gemischte Beanspruchungen aufgeführt. Die Größe des Kerbkonzentrationsfaktors nach Reißinitiiierung kann mit Hilfe der Spannungsverteilung am Reiß vor Initiierung korrekt ermittelt werden; dies wird durch die Resultate der numerischen Rechnung am Modus-II initiierten Reiß (Abb. 41) belegt. Für gemischte Beanspruchungen ist demnach der Wert von K_K ebenfalls mit Hilfe der Spannungsverteilung am Ausgangsreiß zu bestimmen. Man erhält folgende Werte für den Spannungskonzentrationsfaktor K_K :

$K_{II}/(K_I+K_{II})$	K_I [MN/m ^{3/2}]	K_{II} [MN/m ^{3/2}]	φ_0	α	α'	η	K_K (*) [MN/m ^{1/2}]
0	1,42	0	0°	90,00°	180,00°	1,0	0,89
0,1	1,40	0,16	-12,38°	96,19°	167,62°	0,881	0,71
0,3	1,17	0,50	-36,87°	108,44°	143,13°	0,714	0,08
0,5	0,79	0,79	-53,13°	116,57°	126,87°	0,641	-0,74
0,7	0,42	1,01	-62,61°	121,31°	117,39°	0,608	-1,50
0,9	0,13	1,17	-68,42°	124,21°	111,58°	0,591	-2,11
1,0	0	1,23	-70,53°	125,27°	109,47°	0,585	-2,36

(*) K_K entspricht für $\alpha'=180^\circ$ einer Spannung

Tabelle 4 Kerbkonzentrationsfaktoren für gemischte Beanspruchungen

An der Kerbe existiert erst bei einem Verhältniswert $K_{II} / (K_I + K_{II}) > 0,3$ eine Druckspannungskonzentration. Bei geringeren Scherbeanspruchungsanteilen ist im Kerbbereich eine Zugspannung dominierend. Die Berechnung verdeutlicht, daß mit steigendem Modus-II-Anteil an der Kerbe nicht nur die Spannungssingularität ausgeprägter ist, sondern der Wert von K_K auch betragsmäßig ansteigt. Die zu Beginn der Untersuchung aufgestellte Behauptung der reine Modus-II-Zustand ermögliche (unter ausschließlicher Berücksichtigung positiver K_I -Werte) die größte Spannungssingularität an der Kerbe, wird durch die vorliegenden Daten bestätigt.

5.1.2 Experimentelle Ermittlung der Spannungssingularitäten

Die Ermittlung von Spannungskonzentrationen mit dem schattenoptischen Verfahren basiert in der Regel auf den theoretischen Lösungen der Spannungsverteilungen des Spannungsnahfeldes (siehe Kapitel 3.2 und Anhang III). Der Gültigkeitsbereich dieses Nahfeldes ist von der Größe der höheren Glieder der Spannungsverteilung des gesamten Spannungsfeldes in einer Probe abhängig und

kann nicht allgemein angegeben werden. Da eine Kaustik aber in einer endlichen Entfernung r_0 von der Singularität erzeugt wird, führen Abweichungen von dieser theoretischen Spannungsnahfeldverteilung zu Änderungen der Kaustikgeometrie und somit zu veränderten Meßergebnissen. Bei der schattenoptischen Analyse eines Zusatzrisses kommt es somit zu Abweichungen von der theoretischen Schattenfigur, falls der Einfluß der Kerbkonzentration die Spannungsverteilung um die Rißspitze verändert. Mit Hilfe einer experimentellen Analyse kann die Größe dieses Einflusses aufgezeigt werden. Dies wird ermöglicht durch einen Vergleich der experimentell ermittelten K-Werte mit den numerisch erzielten. Da die K-Werte der Finite-Element-Lösung durch Extrapolation von r gegen Null gefunden wurden, repräsentieren sie die gültigen Werte für das Spannungsnahfeld.

Für die experimentelle Untersuchung von Kerb- und Rißspitze wurden Proben mit unterschiedlichen Zusatzrißlängen gefertigt. Die Zusatzrisse sind in Form von Sägeschnitten mit einer Breite von 0,4 mm ausgeführt worden. Wie im Fall der numerischen Betrachtung betrug die Rißlänge: $a_z = 5, 10, 15, 20$ mm und zusätzlich $a_z = 3$ mm und $a_z = 7,5$ mm. Die Proben bestanden aus dem Material Araldit B. Die Belastung erfolgte statisch bei Variation der Last.

In Abb. 43 ist eine Folge von schattenoptischen Aufnahmen für verschiedene Zusatzrißlängen abgebildet. An der Rißspitze (Abb. 43a) wurden die Kaustiken in der reellen Bildebene (siehe Kapitel 3.2.1) aufgezeichnet, so daß die Zugspannungskonzentration an der Rißspitze anhand einer Schattenfigur analysiert werden konnte. Es ist deutlich zu erkennen, daß bei kleiner Zusatzrißlänge eine starke Abweichung von der erwarteten Modus-I-Kaustikgeometrie existiert. Mit wachsender Zusatzrißlänge a_z ist jedoch eine zunehmende Ähnlichkeit mit einer Modus-I-Kaustik festzustellen. Da bei dieser Aufnahmeserie die reelle Bildebene gewählt worden ist, wird die Druckspannungskonzentration an der Kerbe in Form einer Lichtkonzentration abgebildet. Die Rißkaustik weist im Kerbbereich für kleine Zusatzrißlängen die größte Deformation auf. Für die Analyse der Kerbkonzentration wurde die virtuelle Bildebene gewählt (Abb. 43b), so daß auch die dort vorhandene Druckspannungskonzentration in der Aufnahmeebene eine Schattenfigur erzeugt. Die Kerbkaustiken werden bei kurzen Zusatzrißlängen stark durch die Rißspitzenkonzentration gestört. Erst bei großen a_z -Werten ist mit dem bloßen Auge kein Einfluß mehr erkennbar. Diese erste Betrachtung der Kaustikengeometrien zeigt, daß die Spannungsverteilungen für Kaustiken in einer Entfernung r_0 , also schon in relativ geringer Entfernung zur jeweiligen Spannungssingularität, nicht mehr den theoretischen Nahfeldverteilungen entsprechen. Die herkömmlichen schattenoptischen Verfahren können somit keine korrekten Lösungen der Faktoren K_I und K_K liefern.

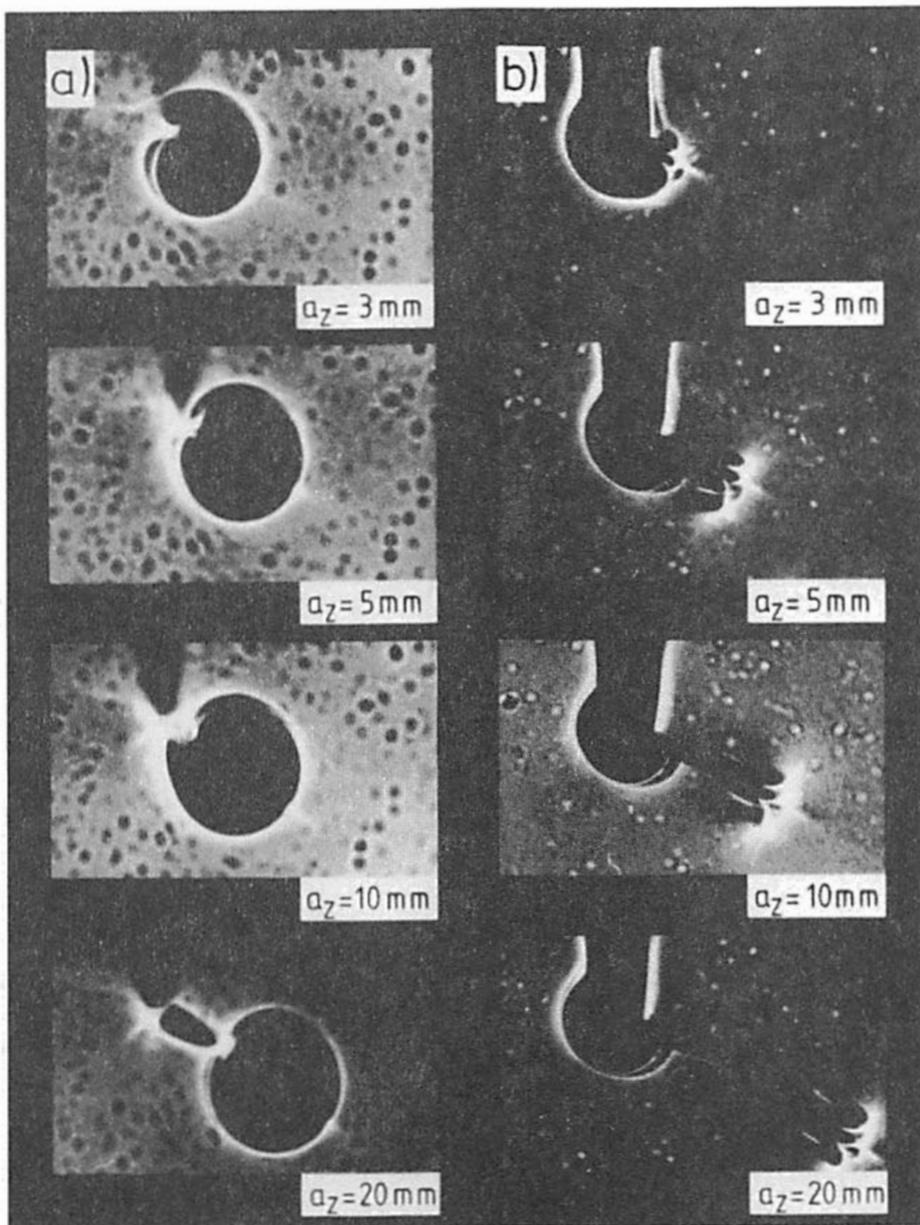


Abb. 43 Schattenfiguren an Zusatzrissen unterschiedlicher Länge
a) an der Zusatzrißspitze b) an der Kerbe

Die erzielten Schattenfiguren werden auf der Basis der neuen Lösungen der Kaustik-Abbildungsgleichungen (siehe Anhang I und Anhang III), nach den beschriebenen Kriterien ausgewertet: Modus-I/Modus-II-Kaustiken durch Mittelwertbildung von sieben Durchmessern der äußeren und inneren Schattenfigur und Kerbkaustiken mit Hilfe der maximalen vertikalen Durchmesser. Die Ausrichtung der Rißkaustik-Durchmesser orientierte sich am Zusatzriß. Der jeweilige horizontale Durchmesser lag daher parallel zum Zusatzriß und die vertikalen senkrecht dazu. An der Kerbe erfolgte eine Auswertung nur für $a_z = 3, 5, 10, 20$ mm, da mit diesen Werten eine ausreichende Genauigkeit für die Abhängigkeit $K_K(a_z)$ erreicht werden konnte. Die quantitativen Daten der Spannungskonzentrationen sind in Abb. 44 für diese vier Rißlängen aufgetragen. Sie wurden normiert

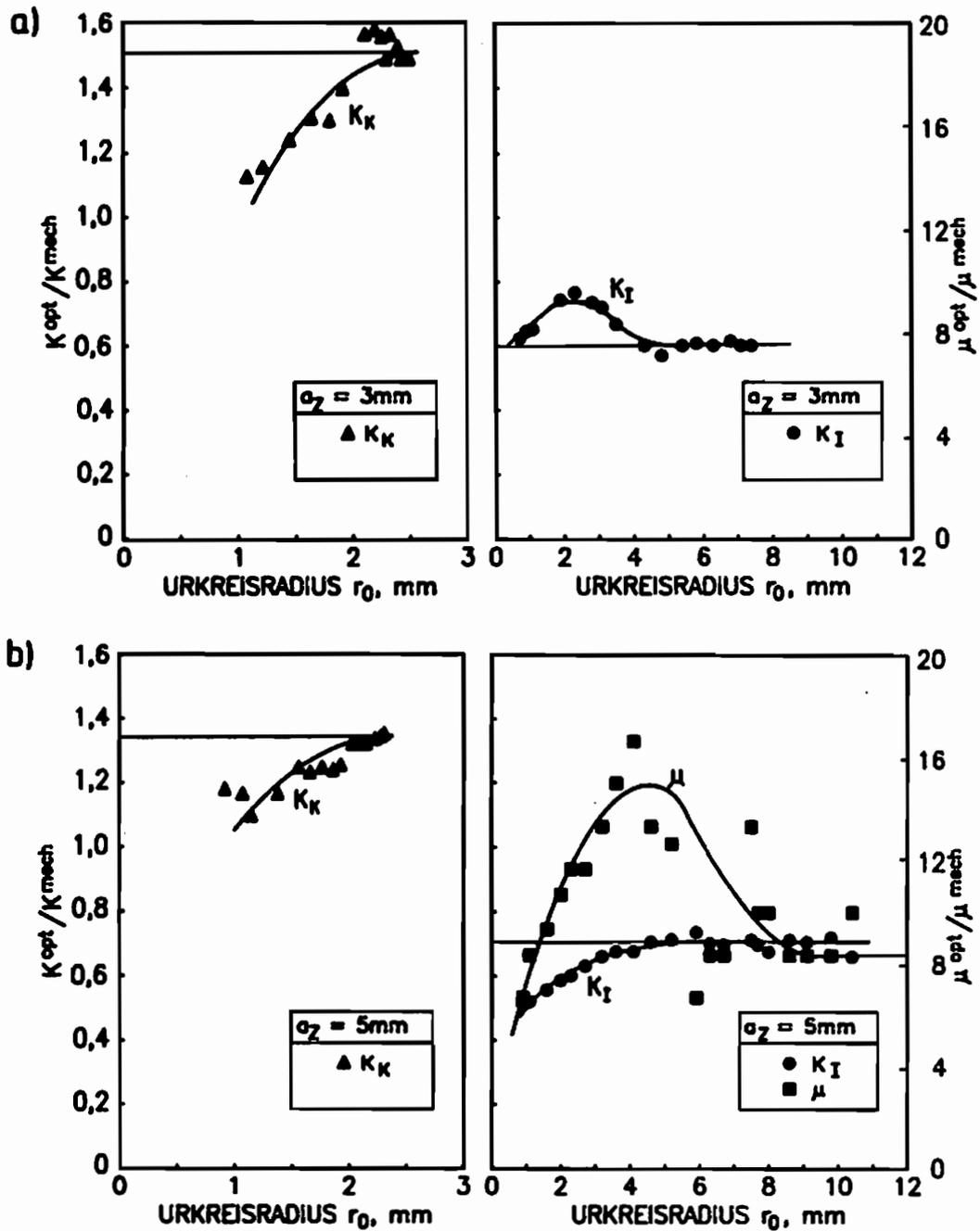


Abb. 44 K_I , K_K , μ am Zusatzriß in Abhängigkeit des Urkurvenradius für
 a) $a_z = 3 \text{ mm}$ b) $a_z = 5 \text{ mm}$, normiert

mit dem numerisch ermittelten Wert K_{mech} , so daß direkt die Abweichung von dem theoretischen Wert der Spannungskonzentration abgelesen werden kann. Zusätzlich abgebildet ist der Verhältnisswert $\mu = K_{II} / K_I$. Alle Größen sind dargestellt als Funktion des Urkurvenradius.

Die Werte für K_I und K_K erreichen offensichtlich erst ab einem bestimmten Urkurvenradius einen konstanten Betrag. Diese konstanten Beträge sind ein sicheres Indiz für die Existenz eines ebenen Spannungszustandes in der Entfer-

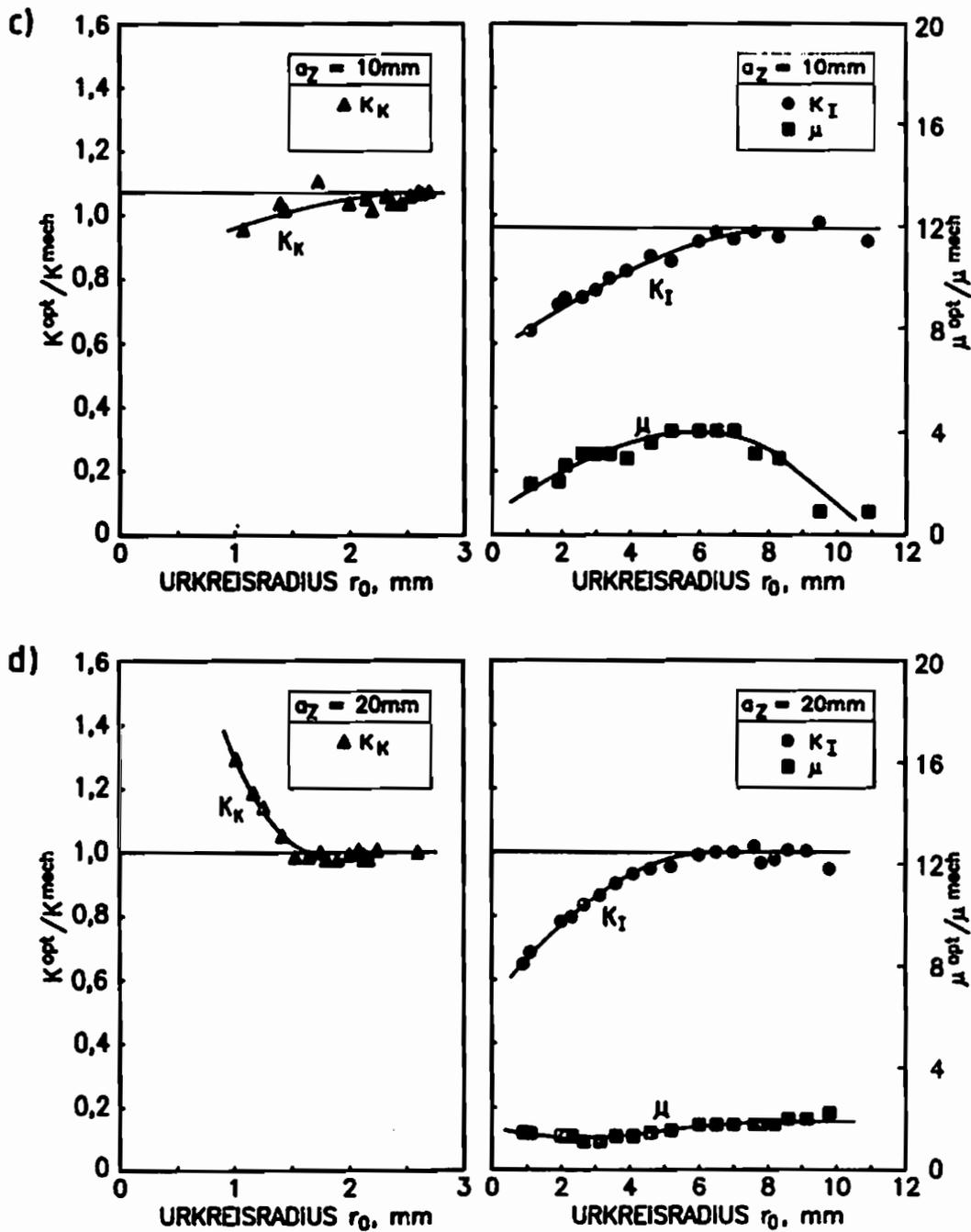


Abb. 44 K_I , K_K , μ am Zusatzriß in Abhängigkeit des Urkurvenradius für
 c) $a_z = 10\text{ mm}$ d) $a_z = 20\text{ mm}$, normiert

nung r_0 von der Rißspitze (siehe auch Anhang I.1.2). Für eine Rißkaustik liegt dieser Grenradius bei einer Probendicke von 10 mm bei ca. 6 mm und für eine Kerbkaustik bei ca. 2,5 mm. Diese konstanten Werte bei großen Urkurvenradien besitzen für unterschiedliche Zusatzrißlängen jedoch nicht den gleichen Betrag. Die Werte sind offensichtlich von der Länge des Zusatzrisses abhängig. In Abb. 45 ist das jeweilige Verhältnis von experimentell und numerisch ermittelten Daten über der Zusatzrißlänge a_z

aufgetragen. Für die experimentellen Daten sind die Werte nach Erreichen eines ebenen Spannungszustandes herangezogen worden. Der ermittelte Spannungsfaktor K_I ist für kurze Zusatzrisse eindeutig zu klein. Bei einem a_z von ungefähr 2 mm beträgt der experimentell bestimmte K_I -Wert nur ca. 50% des tatsächlich vorhandenen Wertes. An der Kerbe ist die umgekehrte Tendenz zu beobachten, dort liegen die experimentell bestimmten K_K -Werte deutlich über den berechneten. Der Verhältniswert μ wird stets zu groß ermittelt.

Der Vergleich von numerischen und experimentellen Resultaten macht deutlich, daß die Spannungsverteilung in der Umgebung von Kerb- und Rißspitze stark von der theoretischen Nahfeldverteilung abweicht, die für die Auswertung von Kaustiken im allgemeinen herangezogen wird. Mit zunehmender Zusatzrißlänge nimmt dieser Effekt ab, es ist daher anzunehmen, daß diese Störung durch die Nachbarschaft zur zweiten Spannungssingularität hervorgerufen wird. Erst ab einer Länge von $a_z = 15$ mm liefert die Auswertung der Kaustiken korrekte Werte für K_I und K_K . Auch für längere Zusatzrisse entsprechen die experimentell ermittelten Werte für K_{II} noch nicht den Werten, die sich aus der numerischen Berechnung für das Spannungsnahfeld ergeben, wie die zu großen μ -Werte zeigen. Es werden somit auch bei diesen Zusatzrißlängen noch zu große Werte für K_{II} ermittelt.

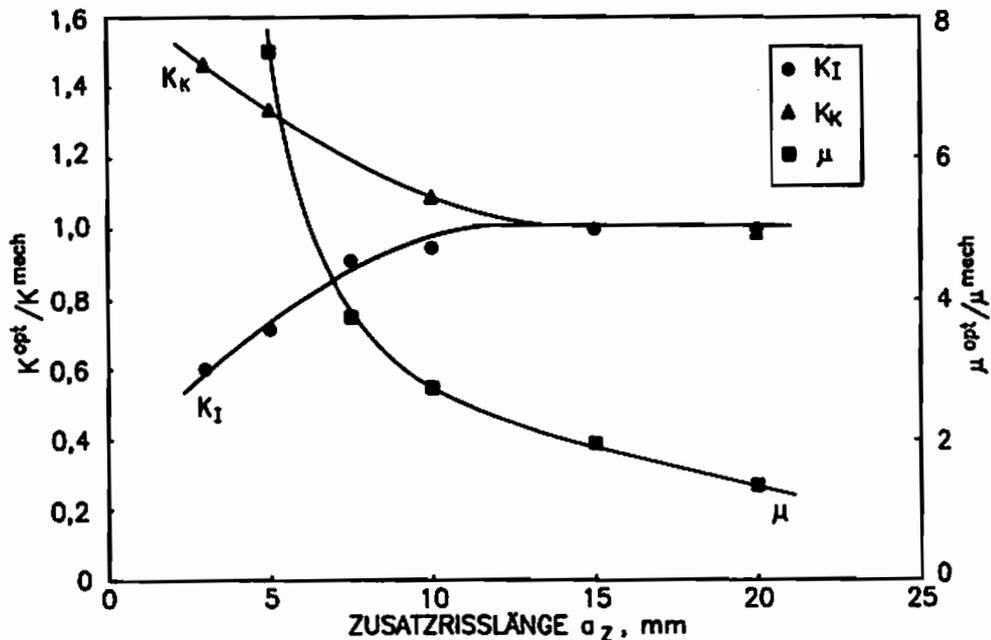


Abb. 45 Schattenoptisch ermittelte Spannungsintensitäten am Zusatzriß in Abhängigkeit der Zusatzrißlänge

Eine Kaustikauswertung an Zusatzrissen kurzer Länge nach dem herkömmlichen schattenoptischen Verfahren ist somit zu korrigieren. Zu diesem Zweck ist das Diagramm in Abb. 45 heranzuziehen. Sollte es nicht möglich sein, Kaustiken in einem Gebiet mit ebenem Spannungszustand zu erzeugen (bei kleineren Urkurvenradien als 6 mm für eine Reißkaustik bzw. 2,5 mm für eine Kerbkaustik), sind anhand der erzielten Kaustiken dennoch die K-Werte zu bestimmen. Hierzu können die Diagramme der Abb. 44 herangezogen werden. Mit diesen Kurven kann eine Korrektur entsprechend der jeweils vorliegenden Urkurvenradien erfolgen. Wird in der beschriebenen Weise vorgegangen, so ist eine korrekte Bestimmung zweier benachbarter Reiß- und Kerbsingularitäten mit dem schattenoptischen Verfahren gewährleistet.

Die numerische Analyse zeigt, daß die am sehr kurzen Zusatzriß ermittelten K-Werte, den Werten für den Ausgangsriß ($a_z = 0$) entsprechen. Das jeweilige Spannungsnahfeld ist für $r \rightarrow 0$ somit scheinbar unbeeinflußt von der zweiten Singularität. Diese Beobachtung bestätigt die Annahme der Nuismer Hypothese. Die schattenoptische Untersuchung hat jedoch erbracht, daß Kerb- und Reißsingularität sehr wohl eine wechselseitige Beeinflussung des Spannungsfeldes bewirken. Schon in relativ geringer Entfernung von der jeweiligen Singularität sind Abweichungen von der theoretischen Spannungsnahfeldverteilung zu bemerken. Bei der Initiierung eines Modus-II beanspruchten Risses kann somit wahrscheinlich nicht davon ausgegangen werden, daß der Riß schon bei kurzen Zusatzrißlängen in einem großen Bereich der Probe ein ungestörtes Modus-I-Spannungsfeld aufbaut. Es bleibt daher zu klären, wo die Grenze zwischen einem reinen Modus-I-Spannungsfeld und einem Zwei-Singularitäten-Mischgebiet verläuft.

5.2 Untersuchung des Spannungsfeldes an Kerb- und Reißspitze

Es soll geklärt werden welche Spannungsverteilungen in weiterer Umgebung um einen Modus-II initiierten Riß existieren. Zu diesem Zweck wird mit verschiedenen experimentellen Methoden und numerischen Berechnungen das Spannungsfeld um die Reißspitze im folgenden meist qualitativ analysiert. Es erfolgt die Untersuchung von kurzen stationären Rissen unter statischer Belastung. Diese Risse können als gute Näherung eines instationären Risses betrachtet werden, da direkt nach Reißinitiierung, infolge der kurzen Wege, über Wellenvorgänge sehr schnell ein Spannungsausgleich und somit ein angenähert quasistatischer Zustand eintritt.

5.2.1 Spannungsoptische Analyse

Für eine erste Betrachtung des Spannungsfeldes wurde das spannungsoptische Verfahren benutzt, da es eine einfache visuelle Beurteilung der Belastungszustände in der Umgebung eines Risses erlaubt. Hierzu wurden Proben mit unterschiedlicher Zusatzrißlänge a_z verwendet. Sie bestanden aus dem Material Araldit B, das aufgrund seiner hohen spannungsoptischen Empfindlichkeit schon bei geringen Hauptspannungsdifferenzen eine große Isochromatenanzahl liefert. Abbildung 46 zeigt drei spannungsoptische Aufnahmen für die Längen $a_z = 0$ mm (Abb. 46a), $a_z = 2$ mm (Abb. 46b) und $a_z = 5$ mm (Abb. 46c). In Abb. 47 sind für diese drei Zusatzrißlängen die aus den spannungsoptischen Aufnahmen (Abb. 46) abgelesenen Gültigkeitsbereiche der Modus-I-, Modus-II- und der Kerbspannungsverteilung grob skizziert. An dem Ausgangsriß ($a_z = 0$ mm) ist in Abb. 46a gut das typische Modus-II-Isochromatensystem zu erkennen. Allerdings bewirkt der Einfluß höherer Glieder eine deutliche Stauchung der Isochromaten beiderseits der Rißufer. Die unsymmetrische Linienanordnung in unmittelbarer Nähe des Risses ist eine Folge von herstellungsbedingten Eigenspannungen. In direkter Umgebung der Rißspitze können die Isochromaten nicht mehr einzeln aufgelöst werden. Aufgrund des hohen Spannungsgradienten ist die Liniendichte dort sehr groß. In der Umgebung des Risses ist nur ein Modus-II-Spannungsfeld vorhanden (Abb. 47a). Betrachtet man die Isochromaten für 2 mm Zusatzrißlänge, so beobachtet man an der neuen Rißspitze ein Modus-I-Spannungsfeld (Abb. 46b und Abb. 47b). In größerer Entfernung existiert immer noch die typische Modus-II-Verteilung. Offensichtlich ist auf der kerblosen ("oberen") Seite des Risses das Modus-I-Spannungsfeld stärker ausgeprägt als auf der Kerbseite "unterhalb" des Risses. Dort ist in deutlich geringerer Entfernung von der Rißspitze ein Übergang zum ursprünglichen Isochromatensystem zu erkennen. Bei Vergrößerung der Zusatzrißlänge umfaßt das Modus-I-Spannungsfeld immer weitere Gebiete der Probe (Abb. 46c und Abb. 47c). Die Modus-II-Verteilung wird in entferntere Bereiche zurückgedrängt. Auf der kerblosen Seite kann auch in größerem Abstand keine Modus-II-Verteilung mehr beobachtet werden. Ansonsten bleibt aber der zuvor beschriebene prinzipielle Verlauf der Isochromaten erhalten. An der Kerbe ist bei beiden Zusatzrissen eine Spannungskonzentration vorhanden. Diese ähnelt bei der kurzen Zusatzrißlänge noch stark der ursprünglichen Modus-II-Konzentration. Mit wachsender Zusatzrißlänge geht diese Ähnlichkeit jedoch zunehmend verloren und das Kerbspannungsfeld wird deutlich größer.

Die Aufnahmen der Isochromatenfelder in Abb. 46b und 46c zeigen, daß offensichtlich eine Beziehung zwischen der Größe des Modus-I-Feldes und der Zusatz-

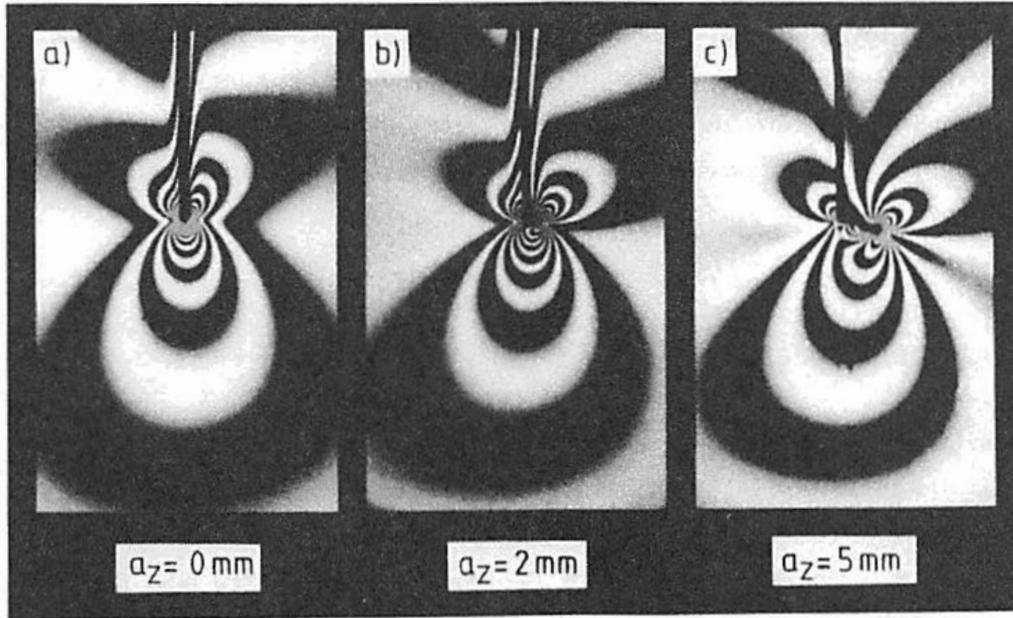


Abb. 46 Isochromatensysteme am Modus-II beanspruchten Riß

a) $a_z = 0 \text{ mm}$

b) $a_z = 2 \text{ mm}$

c) $a_z = 5 \text{ mm}$

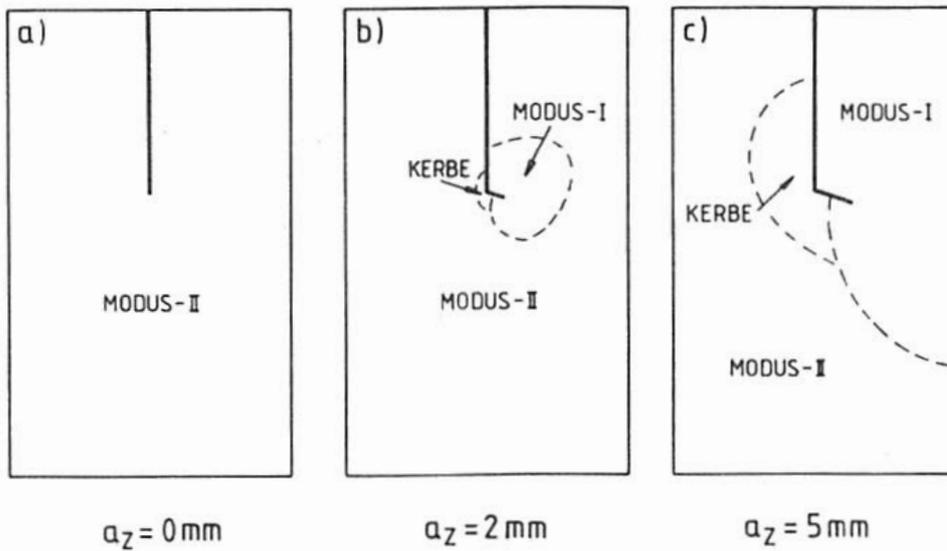


Abb. 47 Spannungsverteilungen am Modus-II beanspruchten Riß, schematisch

a) $a_z = 0 \text{ mm}$

b) $a_z = 2 \text{ mm}$

c) $a_z = 5 \text{ mm}$

rißlänge a_z besteht. Darüber hinaus wird deutlich, daß eine isolierte Betrachtung der Spannungsverteilung ausschließlich in Zusatzrißrichtung nur ein unvollständiges Bild des Rißausbreitungsprozesses liefert. Vielmehr sollte die gesamte Umgebung des Risses in die Untersuchung einbezogen werden, da sich dort sehr komplexe Veränderungen der Spannungsverteilungen vollziehen. Diese Veränderungen haben kein symmetrisches Spannungsfeld beiderseits der Rißufer zur Folge.

5.2.2 Schattenoptische Analyse

Mit dem schattenoptischen Verfahren wird untersucht, wie sich das Spannungsfeld in der Umgebung des Zusatzrisses mit wachsender Entfernung zur Rißspitze qualitativ verändert. Die Analyse erfolgte an Rissen mit den Längen $a_z = 2$ mm, $a_z = 3$ mm, $a_z = 5$ mm. Die verwendete Probendicke betrug 10 mm. Der Riß unterlag in allen Fällen der gleichen äußeren Belastung. Durch eine Variation des Parameters z_0 wurden unterschiedliche Urkurvenradien erzeugt. Auf diese Weise können Informationen aus unterschiedlichen Entfernungen von der Zusatzrißspitze abgerufen werden. Es sind keine verlässlichen quantitativen Aussagen über die Größe der Spannungsintensität möglich, da bei kleinen Urkurvenradien kein Bereich ebener Spannung zu erreichen ist und der Einfluß höherer Glieder der Spannungsverteilung, z.B. infolge der Nähe der Rißspitze zu Probenrändern (Kerbe), nicht quantifiziert werden kann. Es werden daher nicht die absoluten Größen der Spannungsintensitätsfaktoren, sondern nur das Verhältnis von Zug- und Scherbeanspruchung ermittelt.

Abweichungen von der theoretischen Spannungsnahfeldverteilung in einzelnen Winkelbereichen um eine Rißspitze sind anhand einer Kaustik nicht genau zu lokalisieren, da eine Kaustik annähernd ein integrales Bild der Spannungsverteilung über einen größeren Winkelbereich erzeugt. Dies steht im Gegensatz zur spannungsoptischen Betrachtung, die auch Resultate für bestimmte Punkte in der Umgebung einer Rißspitze liefert.

In Abb. 48 ist eine Folge schattenoptischer Aufnahmen für $a_z = 2$ mm abgebildet. Die Kaustiken wurden in der reellen Bildebene aufgezeichnet und sind für verschiedene Urkurvenradien in unterschiedlichen Vergrößerungen wiedergegeben. Selbst bei sehr kleinen Radien ist keine reine Modus-I-Kaustik zu erkennen. Schon in einer Entfernung von 0,6 mm von der Zusatzrißspitze kann aufgrund des geringen Versatzes der Kaustikbereiche am Rißufer geschlossen werden, daß ein kleiner Modus-II-Anteil vorhanden ist. Das im vorangegangenen Kapitel nach-

gewiesene Modus-I-Spannungsfeld für $r \rightarrow 0$ ist offensichtlich schon bei $r_0/a_2 = 0,3$ nicht mehr störungsfrei gegeben. Wird der Urkurvenradius r_0 vergrößert, so vergrößert sich auch die Schattenfigur an der Spitze des Zusatzrisses. Teilbereiche der Kaustik nähern sich demzufolge dem Kerbbereich; dort treten zunehmend stärkere Deformationen der Kaustikgeometrie auf. Bei einem Urkurvenradius der annähernd der Zusatzrißlänge entspricht wird der Zusatzriß von der Kaustik völlig überdeckt. Bei weiterer Vergrößerung des Urkurvenradius weist die Kaustik verstärkt eine Modus-II-Geometrie auf; diese gleicht zunehmend der Modus-II-Kaustikgeometrie am Ausgangsriß mit zu vernachlässigender Zusatzrißlänge. Dieser Sachverhalt ist bedeutend, läßt er doch darauf schließen, daß in größerer Entfernung von der Zusatzrißspitze das Modus-II-Spannungsfeld des Ausgangsrisses noch weitestgehend existiert. Dieses Resultat bestätigt die spannungsoptische Beobachtung. Im folgenden dient eine quantitative Analyse der Kaustikgeometrien der zusätzlichen Bestätigung der hier mit Hilfe einer visuellen Analyse gewonnenen Ergebnisse.

Eine Quantifizierung der Scher- und Zugbeanspruchungsanteile wird durch Berechnung des Verhältnisses der Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} ermöglicht. Die abgebildeten Kaustiken wurden zu diesem Zweck nach dem in Anhang I beschriebenen Verfahren anhand von sieben Durchmessern ausgewertet. Im vorangegangenen Kapitel erfolgte die Ausrichtung der einzelnen Kaustikdurchmesser am Zusatzriß. Es wurde hierbei das Modus-I-Spannungsfeld an der Zusatzrißspitze für variierende Rißlängen a_2 analysiert. Bei der Analyse kleiner a_2 -Werte zeigt die Variation des Urkurvenradius nun, daß für große r_0 -Werte die Kaustiken der Modus-II-Kaustik am Ausgangsriß entsprechen. Daher wird im folgenden die Ausrichtung der Kaustikdurchmesser am Ausgangsriß vorgenommen: Horizontale Durchmesser werden parallel zum Ausgangsriß und vertikale Durchmesser senkrecht zum Ausgangsriß abgegriffen. Auf diese Weise kann überprüft werden, inwieweit nach Rißinitiation im Spannungsfernfeld die Modus-II-Spannungsverteilung des Ausgangsrisses erhalten bleibt. Da das Modus-II-Spannungsfeld des Ausgangsrisses erst ab einer bestimmten Entfernung von der Ausgangsrißspitze erwartet wird, ist bei dieser Vorgehensweise für kleinere Urkurvenradien mit größeren Fehlern in der Spannungsintensitätsfaktorermittlung zu rechnen. Daher wird zusätzlich die Streubreite $(K_{a_2}^{\max} - K_{a_2}^{\min}) / K_{II}$ (siehe Anhang I.2.3) der sieben ermittelten K-Werte einer Kaustik betrachtet.

In Abb. 49 sind die experimentellen Daten aufgetragen. Die Auswertung ergibt für alle Urkurvenradien und Zusatzrißlängen einen annähernd reinen Modus-II-Zustand um die Ausgangsrißspitze (auch der Verhältniswert $K_{II} / (K_I + K_{II}) = 0,9$, dies entspricht einem Wert $\mu = K_{II} / K_I = 9$, ist aufgrund der sehr großen K_{II} -Dominanz schon als annähernd reiner Modus-II-Zustand zu interpretieren). Bei

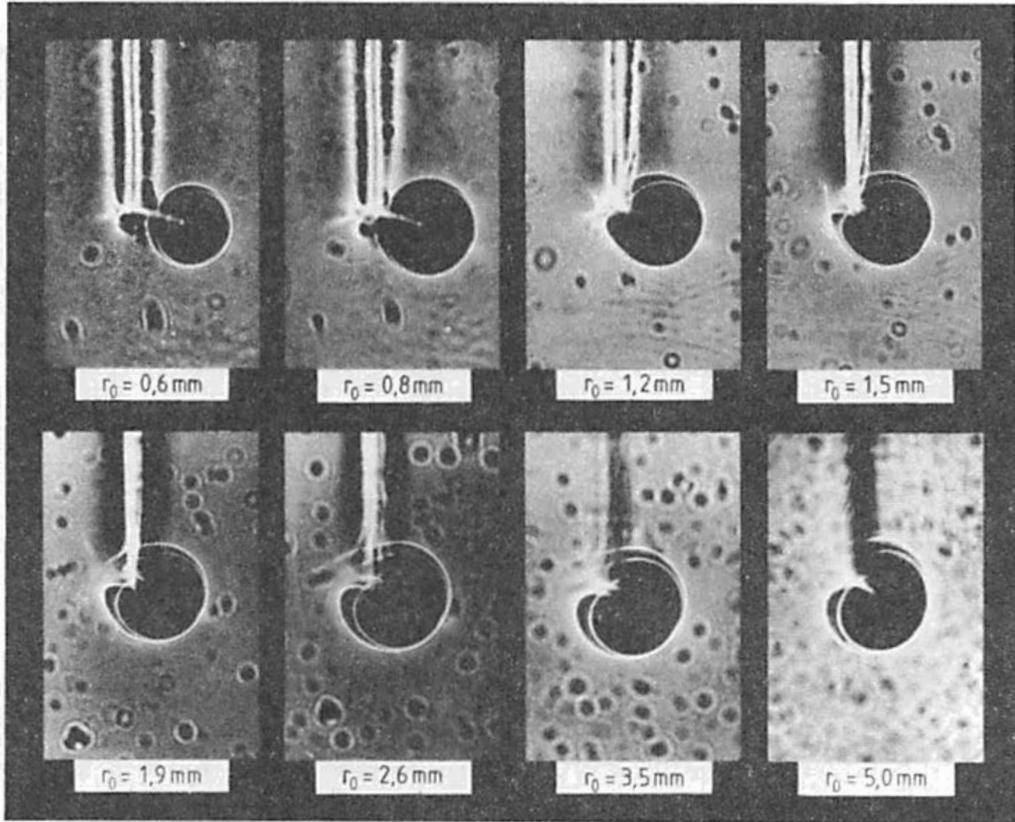


Abb. 48 Schattenfiguren an einem Zusatzriß mit $a_z = 2$ mm für verschiedene Urkurvenradien

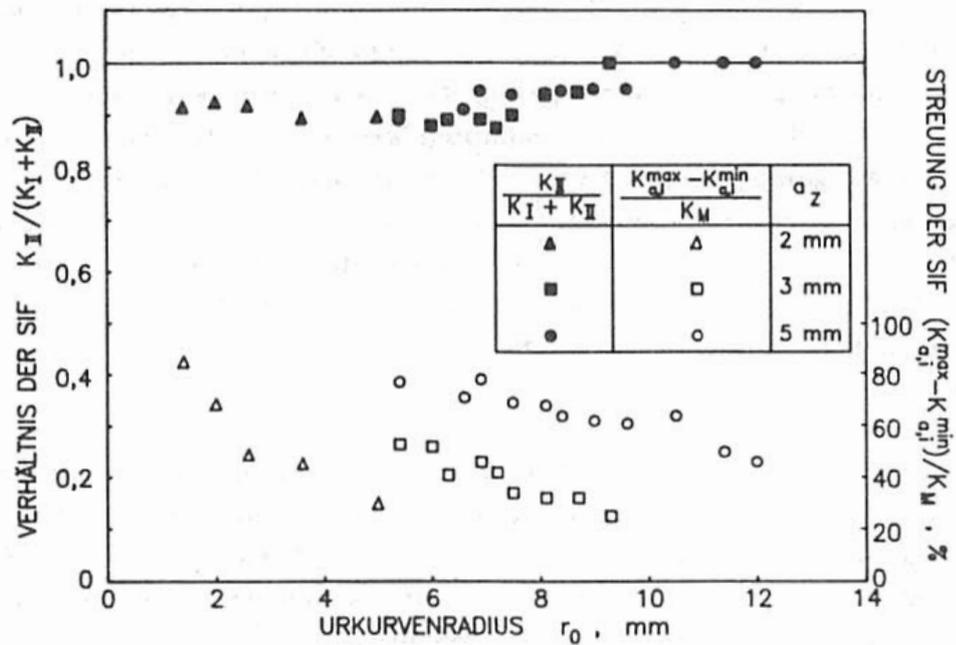


Abb. 49 Ermittlung der Zug-/Schersbeanspruchungsverhältnisse am Ausgangsriß

kleinen Radien ist die Streubreite der K-Werte mit bis zu 80% jedoch so groß, daß in diesem Bereich die Auswertung keine zuverlässige Aussage über die Größe der Spannungsintensitätsfaktoren und somit über die Beanspruchungsmodi ermöglicht. Es ist aber zu erkennen, daß der Fehler in der K-Ermittlung für alle Zusatzrißlängen mit wachsendem Urkurvenradius stetig abnimmt und somit die ermittelten Werte immer besser die wirklichen Verhältnisse repräsentieren. Für alle betrachteten Zusatzrißlängen kann der gleiche Verlauf der Streubreite beobachtet werden. Bei einem Verhältniswert von ungefähr $r_0/a_z > 3$ ist aus einer Streubreite von nur noch ca. 20 % zu schließen, daß am Ausgangsriß in dieser Entfernung tatsächlich eine Modus-II-Spannungsverteilung noch weitestgehend erhalten geblieben ist. Die vorhandene Abweichung von 20 % zeigt aber auch, daß das Modus-II-Spannungsfeld selbst in dieser Entfernung noch nicht vollständig der theoretischen Spannungsnahfeldverteilung für den Modus-II-Beanspruchungszustand entspricht.

Die schattenoptische Analyse ergibt somit, daß das Modus-II-Spannungsfeld mit der Zusatzrißlänge a_z zurückweicht; dieses Ergebnis entspricht den Resultaten der spannungsoptischen Untersuchungen. Außerhalb eines Gebietes mit einem Radius von ca. $3 a_z$ dominiert die Modus-II-Spannungsverteilung des Ausgangsrisses. Da direkt an der Rißspitze nach den Ergebnissen der vorangegangenen Untersuchungen ein Modus-I-Zustand existiert, muß sich zwischen diesen beiden Grenzfällen (ca.: $3 a_z > r > 0,3 a_z$) eine komplizierte Spannungsverteilung einstellen, die sowohl von der Rißspitzensingularität, der Kerbsingularität als auch von dem ursprünglichen Spannungsfeld am Ausgangsriß beeinflusst wird.

5.2.3 Numerische Analyse

Eine Analyse mit der Methode der finiten Elemente erlaubt eine genauere Erfassung der Veränderungen des Spannungsfeldes um einen Zusatzriß. Hierzu wird die Spannungsverteilung um einen Modus-II beanspruchten Riß vor der Initiierung ($a_z = 0$) mit der Verteilung um die Spitze eines Zusatzrisses mit der Zusatzrißlänge $a_z = 1$ mm verglichen. Die Wahl einer solch kleinen Rißlänge gewährleistet, daß im Verhältnis zur Zusatzrißlänge auch weitreichende Spannungsumlagerungen erfaßt werden können. Für beide Varianten ist das gleiche Elementnetz verwandt worden. Für die Simulation des Ausgangsrisses wurden die Rißuferenelemente entlang des Zusatzrisses miteinander verknüpft.

In Abb. 50 und Abb. 51 sind für zwei Schnitte durch die Spitze des Zusatzrisses beispielhaft die Spannungssingularitäten basierend auf den Spannungen σ_θ bzw.

σ_r als Funktion der Entfernung zur Zusatzrißspitze r_z aufgetragen. Abbildung 50 zeigt die Spannungssingularität auf dem Ligament. Für $a_z = 0$ mm besitzt aufgrund des Fehlens eines Risses die Spannungssingularität trivialerweise den Wert Null. Das Einbringen des Zusatzrisses führt im Bereich der neuen Rißspitze erwartungsgemäß zum Auftreten einer Spannungsüberhöhung. Eine Extrapolation dieser Daten ergibt: $K_I = 1,97 \text{ MN/m}^{3/2}$. Dies entspricht dem korrekten Wert, der nach Abb. 41 für diese Rißlänge erwartet wird. Die Daten lassen auch erkennen, daß sich die Steigung der Ausgleichskurve durch die Datenpunkte für $a_z = 1$ mm der Steigung der Ausgleichskurve für $a_z = 0$ mm mit zunehmendem Abstand r_z annähert. Insgesamt ist eine Erhöhung der Spannungsintensität vor der Rißspitze eingetreten, wobei das ursprüngliche Modus-II-Spannungsfeld schon nach wenigen Millimetern fast unverändert vorhanden ist. Nur bei kleineren Entfernungen liegt ein ausgeprägtes Modus-I-Feld vor.

In Abb. 51 ist ein Schnitt senkrecht zum Zusatzriß geführt worden. Es sind die Spannungssingularitäten sowohl auf der Kerbseite als auch auf der kerblosen Seite berechnet worden. Für $a_z = 0$ mm ist aufgrund des Fehlens einer Rißspitze auch hier keine Spannungsintensität zu erwarten. Für die Spannungsverteilung am Zusatzriß ist auf der Kerbseite gegenüber den Werten für $a_z = 0$ mm eine Erhöhung der Spannungsintensität an der Rißspitze zu beobachten. Diese Erhöhung wird gegenüber den Werten ohne Zusatzriß von einem Absinken in größeren Entfernungen begleitet. Für $r_z > 1,5 a_z$ existiert auf diesem Schnitt eine qualitativ und quantitativ große Ähnlichkeit zu der Spannungsverteilung des ursprünglichen Modus-II-Spannungsfeldes. Auf der kerbfreien Seite ist hingegen eine gravierendere Veränderung vorhanden: In der direkten Umgebung der neuen Rißspitze tritt auch hier gegenüber den Werten ohne Zusatzriß eine Vergrößerung, in Entfernungen $r_z > a_z$ aber eine starke Verringerung der Spannungsintensität auf. Auch bei einem Abstand größer 7 a_z existiert noch eine wesentlich größere Diskrepanz zum ursprünglichen Modus-II-Spannungsfeld als in den zuvor behandelten Richtungen.

Die Resultate der numerischen Berechnungen verifizieren die experimentellen Ergebnisse. Die FE-Daten zeigen eine starke Veränderung des Spannungsfeldes auf der kerblosen Seite und eine schwach ausgeprägte Veränderung auf der Kerbseite. Dieses Ergebnis entspricht den spannungsoptischen Beobachtungen. Eine deutliche Abweichung vom Modus-II-Spannungsfeld ist auf der Kerbseite für Entfernungen $r_z < a_z$ zu verzeichnen und auf dem Ligament für $r_z < 3 a_z$. Dieses Resultat entspricht dem Ergebnis der schattenoptischen Analyse. Sie zeigte, daß ein Modus-II-Spannungsfeld erst bei $r_z > 3 a_z$ zu erwarten ist. Die starke Streubreite der schattenoptischen Resultate, die auch in Abständen von

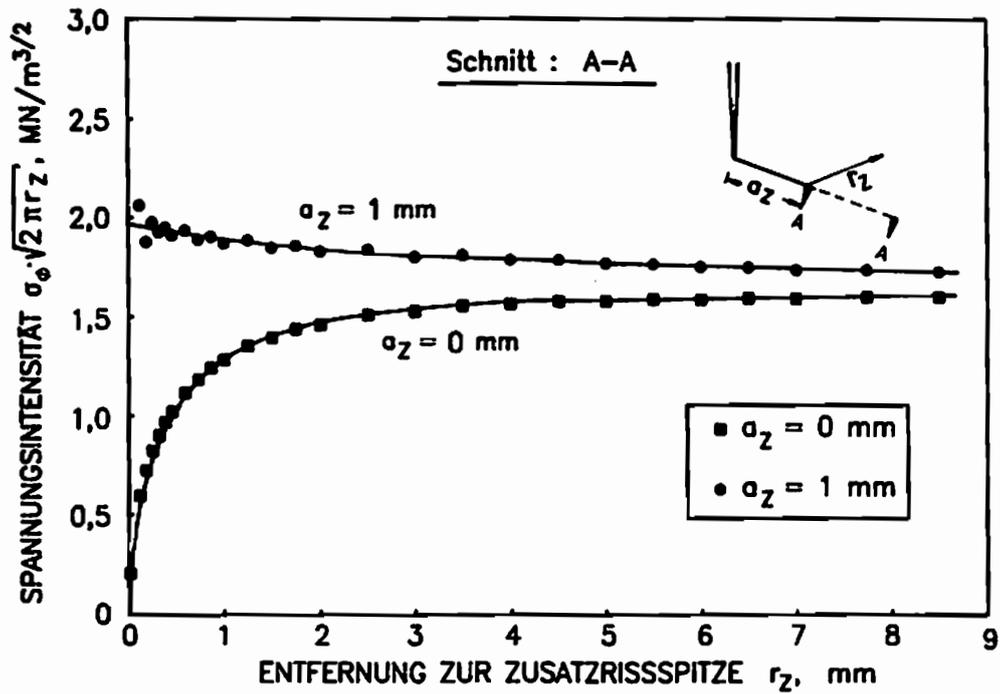


Abb. 50 Numerisch ermittelter Verlauf der Spannungsintensität auf dem Ligament des Zusatzrisses

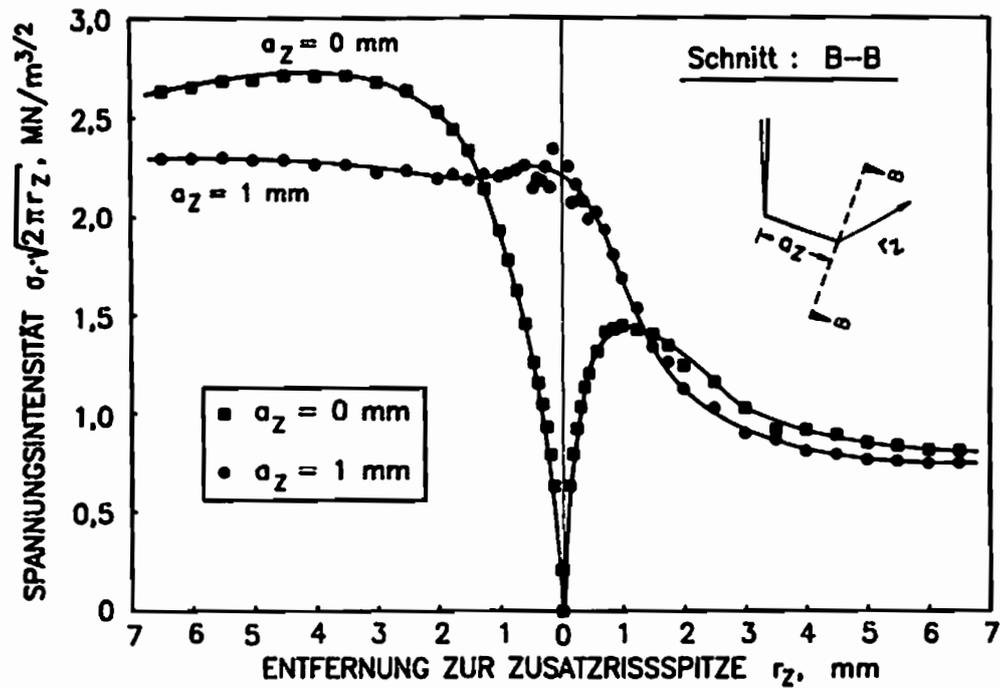


Abb. 51 Numerisch ermittelter Verlauf der Spannungsintensität auf einem Schnitt senkrecht zum Zusatzriß

rz > 3 mm noch existiert, ist durch die gravierenden Veränderungen auf der kerblosen Seite zu erklären.

5.3 Beurteilung der Analyseergebnisse

Die Analyse des Spannungsfeldes am Zusatzriß ergibt, daß eine ungleichmäßig verteilte Spannungsumlagerung bei Rißinitiierung eintritt. Der Aufbau einer neuen Singularität an der Spitze des Zusatzrisses führt zu einer Erhöhung der Spannungsintensität auf dem Ligament des Zusatzrisses, bei gleichzeitiger Reduzierung der Spannungsintensität in den anderen Bereichen beiderseits der Rißufer des Zusatzrisses. Auf der kerblosen Seite wird großflächig ein Modus-I-Spannungsfeld aufgebaut. Auf der Kerbseite hingegen nur in einem wesentlich kleineren Bereich um die Zusatzrißspitze, da hier zusätzlich die Kerbsingularität vorhanden ist. Die Untersuchungen verdeutlichen darüber hinaus, daß die Größe dieses Modus-I-Spannungsfeldes mit der Länge des Zusatzrisses korreliert ist. Bei der Initiierung eines Modus-II beanspruchten Risses kann demnach davon ausgegangen werden, daß mit dem Rißfortschritt in immer größeren Bereichen eines Bauteiles oder einer Probe eine Umwandlung eines Modus-II-Spannungsfeldes in ein Modus-I-Spannungsfeld erfolgt. Die Analysen zeigen, daß dies ein kontinuierlicher Prozeß sein muß. Bei Rißinitiierung tritt keine schlagartige Umwandlung ein. Es kann nicht davon ausgegangen werden, daß nach erfolgter Rißinitiierung nur noch ein Modus-I-Spannungsfeld in der Probe existiert. Die realen Verhältnisse an einem Zusatzriß gestalten sich somit deutlich komplexer als sie durch vereinfachende Theorien, wie z.B. von Nuismer, erfaßt werden können. Die Reduzierung des Ausbreitungsverhaltens eines scherbeanspruchten Risses auf die Analyse der Spannungs-/Dehnungsverteilungen auf einer Linie - dem Ligament des Zusatzrisses - vernachlässigt offensichtlich bedeutende Vorgänge in den anderen Bereichen beiderseits des Ligamentes.

6 EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DER ENERGIEFREISETZUNGSRATE

Eine experimentelle Ermittlung der Spannungsintensitäten an einem Riß vor und nach erfolgter Initiierung ermöglicht die Berechnung der Energiefreisetzungsrates und den Vergleich mit theoretischen Voraussagen. Durch die Untersuchung sowohl statischer als auch dynamischer Beanspruchungszustände können grundlegende mechanische Prozesse bei der Rißinitiierung eines Modus-II beanspruchten Risses untersucht und die allgemeine Gültigkeit bestehender Theorien überprüft werden. Da diese nur Aussagen für den Initiierungszeitpunkt treffen, erlauben die folgenden Experimente zum ersten Mal auch eine Beurteilung der Gültigkeit dieser Theorien für initiierte Risse großer Länge.

6.1 Rißinitiierung unter statischer Beanspruchung

Proben vom Typ nach Abb. 27 werden mit einem Ermüdungsriß versehen und unter verschiedenen Beanspruchungsmodi durch langsame Laststeigerung bis zum Bruch belastet. Mit dem Wert der Maximallast sind die kritischen Spannungsintensitätsfaktoren K_{Ic} und K_{IIc} nach Tab. 3 zu berechnen. Aus diesen Daten werden Bruchgrenzkurven ermittelt. Diese Kurven können mit Bruchgrenzkurven aus der Literatur verglichen werden, um eine Übereinstimmung der erzielten Ergebnisse mit diesen Literaturdaten zu überprüfen. Der Durchführung von Vorversuchen dienten Proben aus PMMA. Die Proben der Hauptversuche bestanden aus Araldit B.

6.1.1 Bestimmung der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren

Es wurden PMMA-Proben mit einer Dicke von 5mm und 10mm verwandt. Die 5mm-Proben unterlagen einer Belastungsrate von $\dot{K} = 1 \text{ MN/sm}^{3/2}$ und die 10mm-Proben einer Rate von $\dot{K} = 0,2 \text{ MN/sm}^{3/2}$. Vier verschiedene Modus-II-/Modus-I-Verhältnisse wurden für die Versuche mit PMMA herangezogen; dies sind: $\mu = 0$, $\mu = 0,5$, $\mu = 3,9$, $\mu = -40$. In Abb. 52 sind die hieraus resultierenden kritischen Spannungsintensitätsfaktoren aufgetragen. Die Werte sind auf den Durchschnitt aller in reinen Modus-I-Bruchversuchen ermittelten kritischen Modus-I-Spannungsintensitätsfaktoren $\bar{K}_{Ic} = K_{Ic}$ bezogen. Im Fall der dünnen Proben ergaben sich um 15% höhere Werte für die kritischen Spannungsintensitätsfaktoren als für die Dicke von 10 mm. Da die Probentypen aus unterschiedlichen Chargen gefertigt wurden, ist diese Diskrepanz wahrscheinlich auf herstellungsbedingte Materialunterschiede zurückzuführen. Aufgrund der gewählten

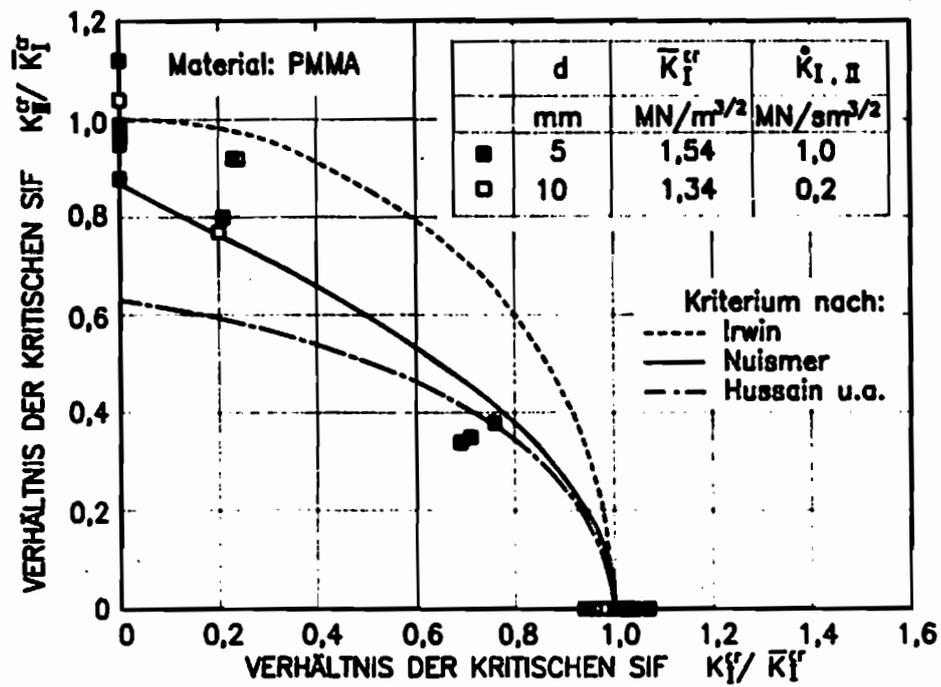


Abb. 52 Kritische Spannungsintensitätsfaktoren von PMMA bei Rißinitierung unter statischer Modus-I/Modus-II-Belastung

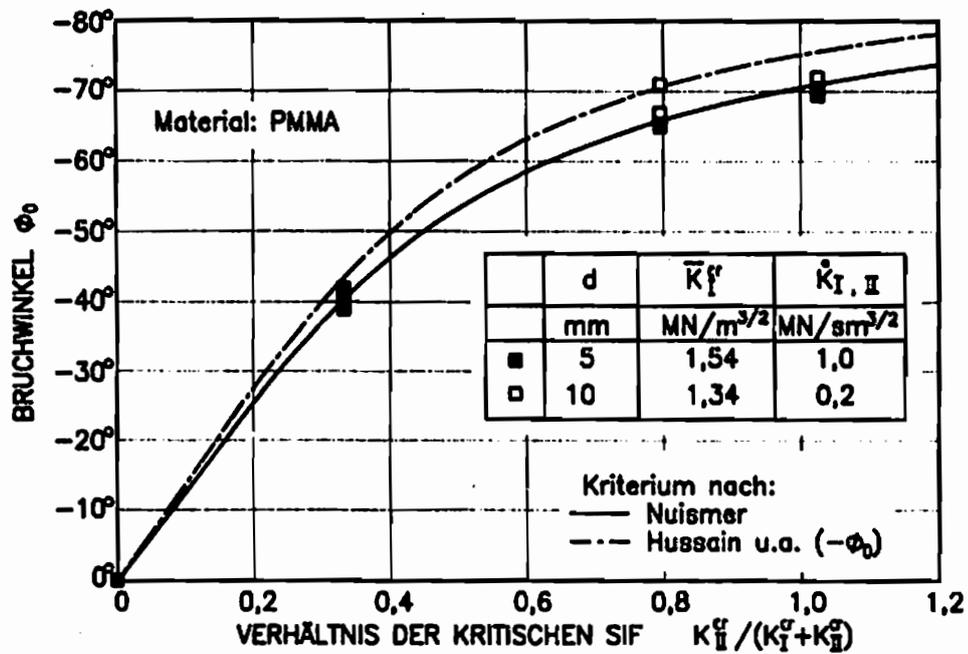


Abb. 53 Unter statischer Modus-I/Modus-II-Belastung an PMMA ermittelte Bruchwinkel

Normierung der K_{Ic}^{cr} -Werte mit \bar{K}_{Ic}^{cr} , ist das Versagensverhalten im Bruchgrenzkurvendiagramm jedoch für beide Probendicken identisch. Ein Vergleich mit Abb. 17 zeigt, daß die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Daten den gleichen Verlauf wie die dort präsentierten Literaturwerte besitzen. In Abb. 52 sind zusätzlich die Bruchgrenzkurven nach den diskutierten Energiefreisetzungsratekriterien eingezeichnet. Keine der Theorien kann das Materialverhalten von PMMA für alle Modus-I-/Modus-II-Beanspruchungszustände richtig beschreiben. Bei geringen Modus-II-Anteilen liegen die experimentellen Werte im Bereich der Hussain, Pu, Underwood-Vorhersage. Im mittleren Bereich streuen sie zwischen der Nuismer- und Irwin-Kurve, während bei einem reinen Modus-II-Beanspruchungszustand die Irwin-Hypothese das Bruchverhalten am besten wiederzugeben scheint.

In Abb. 53 werden die Bruchwinkel in Abhängigkeit vom Beanspruchungsverhältnis $K_{II}^{cr} / (K_{I}^{cr} + K_{II}^{cr})$ betrachtet. Es sei angemerkt, daß sich für negative K_I -Werte Verhältnisse größer als 1 ergeben. Da bei dem gewählten Einspannwinkel von 90° ein μ von -40 resultiert, ist somit das Diagramm über den Wert 1 hinaus zu erweitern. Die Kurven nach dem Nuismer- bzw. nach dem Hussain-Kriterium liegen im Streubereich der experimentellen Daten, so daß keine Aussage über die Gültigkeit eines der beiden Kriterien anhand der Bruchwinkel getroffen werden kann.

Die Versuche mit dem Material Araldit B wurden ebenfalls bei vier verschiedenen Modus-II-/Modus-I-Verhältnissen durchgeführt; dies sind: $\mu = 0$, $\mu = 1,88$, $\mu = 3,9$, $\mu = -40$. Es wurde auch bei diesem Material nicht ausschließlich der nahezu reine Modus-II-Beanspruchungszustand betrachtet. Die Hinzunahme von gemischten Beanspruchungsverhältnissen mit positiven K_I -Werten erlaubt es, den Einfluß möglicher Reibungskräfte an den Rißufern auf das Initiierungsverhalten auszuschließen. Dieses Vorgehen ist für eine Überprüfung der extrem hohen K_{IIc} -Literaturwerte (siehe Abb. 17) von besonderer Bedeutung. Die Proben besaßen eine Dicke von 5 mm. Die Belastung erfolgte mit einer Rate von $\dot{K} = 0,2$ MN/sm^{3/2}. Die K_{Ic}^{cr} -Werte unter reiner Modus-I-Belastung sind gegenüber dem Literaturwert von $0,7$ MN/m^{3/2} um ca. 30% erhöht. Dieser Sachverhalt deutet darauf hin, daß die erzeugten Ermüdungsanrisse wahrscheinlich keinem ideal scharfen Anriß entsprachen. Sie müssen vielmehr einen geringen Krümmungsradius an der Spitze aufgewiesen haben, der eine Erhöhung der kritischen Werte bewirkte. Da der Ermüdungsprozeß für alle Proben aber identisch war, kann davon ausgegangen werden, daß auch die Absolutbeträge der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren der anderen Beanspruchungsverhältnisse um einen ähnlichen Prozentsatz erhöht sind. Daher ergibt unabhängig von diesen, gegenüber den Literaturwerten erhöhten Absolutbeträgen, die normierte

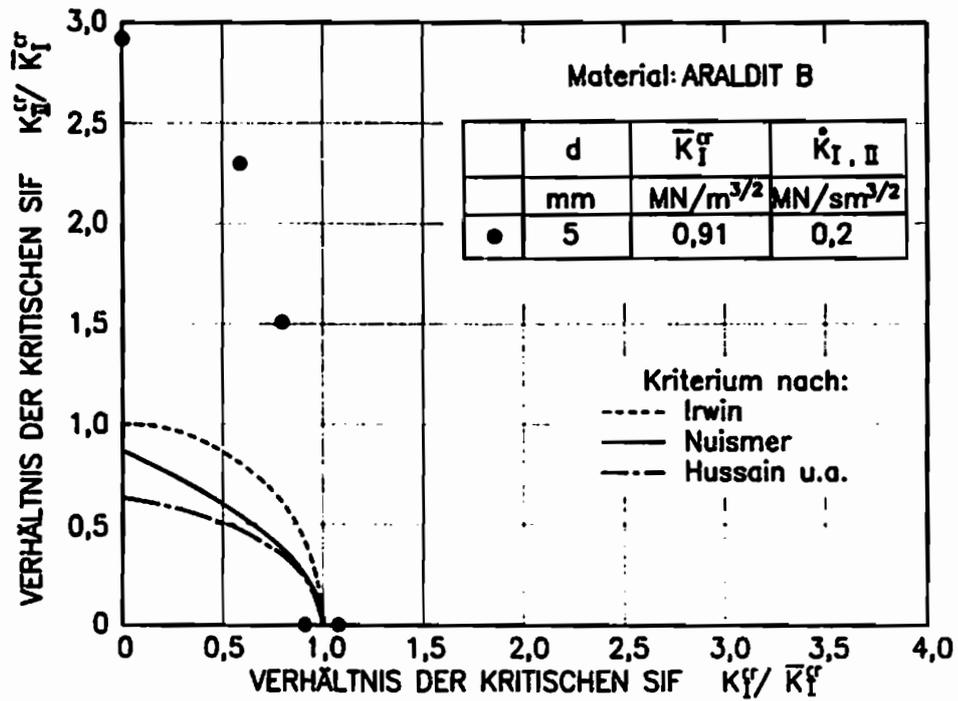


Abb. 54 Kritische Spannungsintensitätsfaktoren von Araldit B bei Rißinitilierung unter statischer Modus-I/Modus-II-Belastung

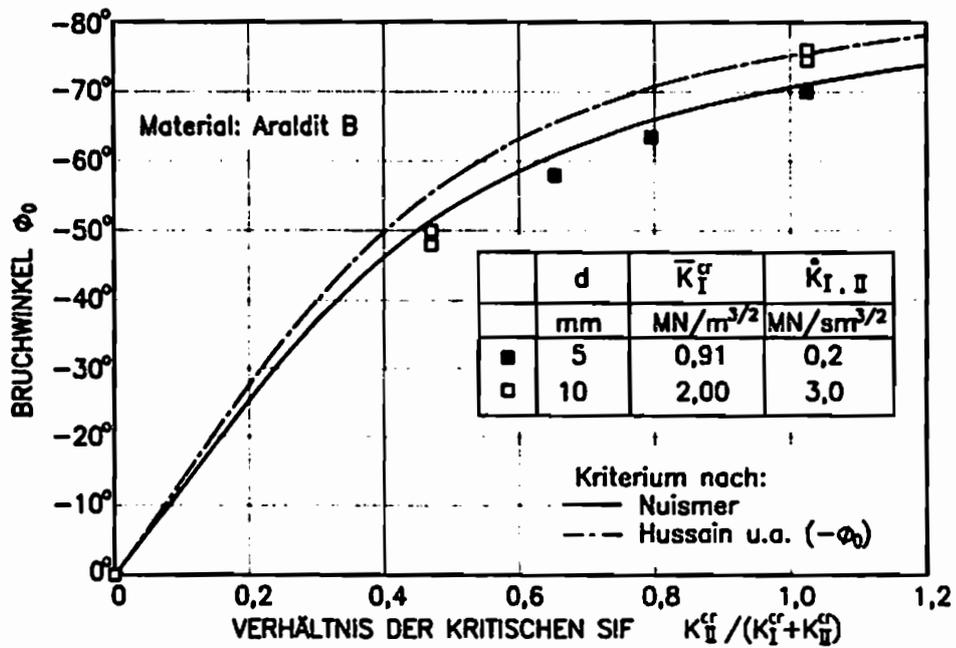


Abb. 55 Unter statischer Modus-I/Modus-II-Belastung an Araldit B ermittelte Bruchwinkel

Auftragung in Abb. 54 für Araldit B die gleiche Bruchgrenzkurve wie die Literaturwerte in Abb. 17. Es wurden somit auch in den neu durchgeführten Versuchen im Vergleich zu K_{Ic}^{cr} stark erhöhte K_{Ic}^{cr} -Werte gemessen. Dieses Ergebnis wird auch nicht annähernd von einem bestehenden Bruchkriterium erfaßt. Da bei mehreren verwendeten μ -Werten kein Kontakt der Rißufer vorlag, können die hohen K_{Ic}^{cr} -Werte nicht durch Reibung oder ein Verzahnen der Rißufer erklärt werden.

Zusätzliche Experimente wurden durchgeführt, um eine Rißinitiierung unabhängig vom materialbedingten K_{Ic}^{cr} -Wert zu ermöglichen und auf diese Weise die Gültigkeit des Nuismer-Kriteriums zu überprüfen. Das Nuismer-Kriterium besagt, daß bei einer Variation von Zug- und Scherbelastungsanteilen nach einer Rißinitiierung bei identischen K_{Ic}^{cr} -Werten, die Risse auch identische Energiefreisetzungsraten aufweisen müssen. Eine Rißinitiierung unabhängig vom materialbedingten kritischen Spannungsintensitätsfaktor bei identischem K_{Ic}^{cr} -Wert ist durch folgende Versuchsanordnung zu erzielen: Anstelle eines scharfen Anrisses wird eine Bohrung an der Rißspitze eingebracht. Durch einen anschließenden Ermüdungsvorgang mit zyklischer Belastung werden sehr kleine Anrisse erzeugt. Diese wachsen mit der Zyklenzahl, so daß sie schließlich eine kritische Größe erreichen und bei der Maximallast instabil werden. Diese Last wird so eingestellt, daß sich für alle Zug-/Scherbelastungsverhältnisse identische maximale Tangentialspannungen in Initiierungsrichtung ergeben. Der Riß startet nach dem Nuismer-Kriterium somit bei allen Beanspruchungsverhältnissen mit einem einheitlichen K_{Ic}^{cr} -Wert. K_{Ic}^{cr} betrug $2,0 \text{ MN/m}^{3/2}$. Die zyklische Belastung wurde mit einer Frequenz von 0,4 Hz ausgeführt.

In Abb. 55 sind neben den Resultaten der herkömmlichen Bruchversuche auch die Bruchwinkel aus den Ermüdungsbruchversuchen aufgetragen. Alle Daten zeigen einen nahezu einheitlichen Verlauf, der von der Theorie nach Nuismer etwas besser erfaßt wird als von der Theorie nach Hussain u.a..

Die ermittelten Bruchgrenzkurven und Bruchwinkel entsprechen den Literaturwerten. Diese Daten sind somit repräsentativ für den jeweiligen Werkstoff. Nach der hiermit durchgeführten Betrachtung des Materialverhaltens bis zum Versagenszeitpunkt kann das Rißverhalten nach erfolgter Initiierung analysiert werden.

6.1.2 Analyse des Rißausbreitungsverhaltens

Die Auswertung der Vorversuche an PMMA soll sich auf die Bestimmung der Rißgeschwindigkeiten beschränken. Eine Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren am initiierten Riß wird nicht durchgeführt. Aufgrund der viskoelastischen Materialeigenschaft ist eine korrekte Bestimmung der Energiefreisetzungsrate bei PMMA nicht sicherzustellen (siehe Kapitel 3.2). Die für Araldit B im folgenden präsentierten K_{I}^{dyn} -Kurven sind mit den in Kapitel 5.1.2 ermittelten Korrekturfaktoren berechnet worden. Dieses Vorgehen gewährleistet eine vom Kerbeinflu unbeeinflusste Bestimmung der Spannungsintensität. Die zusätzliche Einbeziehung des rißgeschwindigkeitsabhängigen Faktors F (siehe Kapitel 3.2.3) führt zu einer korrekten Ermittlung der Spannungsintensitäten unabhängig von der Rißgeschwindigkeit. Bei allen folgenden Betrachtungen ist stets zu berücksichtigen, daß sich bei einer Rißinitiation Entlastungswellen in das Bauteil ausbreiten. Sobald diese Wellen nach einer Reflexion an der Berandung wieder auf den Riß treffen, ist keine allgemeingültige Aussage über das Rißausbreitungsverhalten aufzustellen. Von diesem Zeitpunkt an kann die Probengeometrie den weiteren Rißverlauf beeinflussen. Eine Analyse muß daher immer vor diesem Zeitpunkt ansetzen.

Messungen an Modus-I belasteten PMMA-Proben ergaben nach einem anfänglichen Rückgang eine sehr einheitliche konstante Rißgeschwindigkeit. Bei allen Proben liegt der Wert zwischen 125 m/s und 140 m/s. Diese Geschwindigkeiten wurden bis zu einer Zusatzrißlänge von 7 mm bestimmt. Bei einer ermittelten durchschnittlichen Rißgeschwindigkeit von 130 m/s hat der Riß diese Strecke zurückgelegt, bis die erste am Probenrand reflektierte Longitudinalwelle die Rißspitze erreicht. In Abb. 56 ist beispielhaft für alle Modus-I-Versuche das Geschwindigkeitsprofil eines Risses aufgetragen. Die Werte sind in Abhängigkeit von der Zusatzrißlänge angegeben. Die Streuungen in den Meßwerten sind auf Meßungenauigkeiten zurückzuführen, die aufgrund der viskoelastischen Störungen nicht vermieden werden können. Dies verdeutlicht, daß bei PMMA eine Beziehung zwischen Spannungsintensitäten und Rißgeschwindigkeiten nur näherungsweise aufgestellt werden kann. Unabhängig von dieser Betrachtung zeigt das Geschwindigkeitsprofil jedoch, daß der Modus-I initiierte Riß eine sehr geringe Geschwindigkeit besitzt und nach einer Strecke von ca. 12 mm zum Stillstand kommt. Dieser Riarrest wurde durch eine Betrachtung der Bruchflächen verifiziert.

Die Analyse von Modus-II initiierten Rissen zeigte, daß diese eine deutlich höhere Geschwindigkeit aufweisen als Modus-I initiierte Risse. Die ermittelten Werte lagen zwischen 195 m/s und 210 m/s. Die mittlere Geschwindigkeit aller Versuche liegt bei 200 m/s. Für die Bestimmung dieser Werte wurden die Geschwindigkeiten bis zu einer Rißlänge von 10 mm herangezogen, dies entspricht wiederum

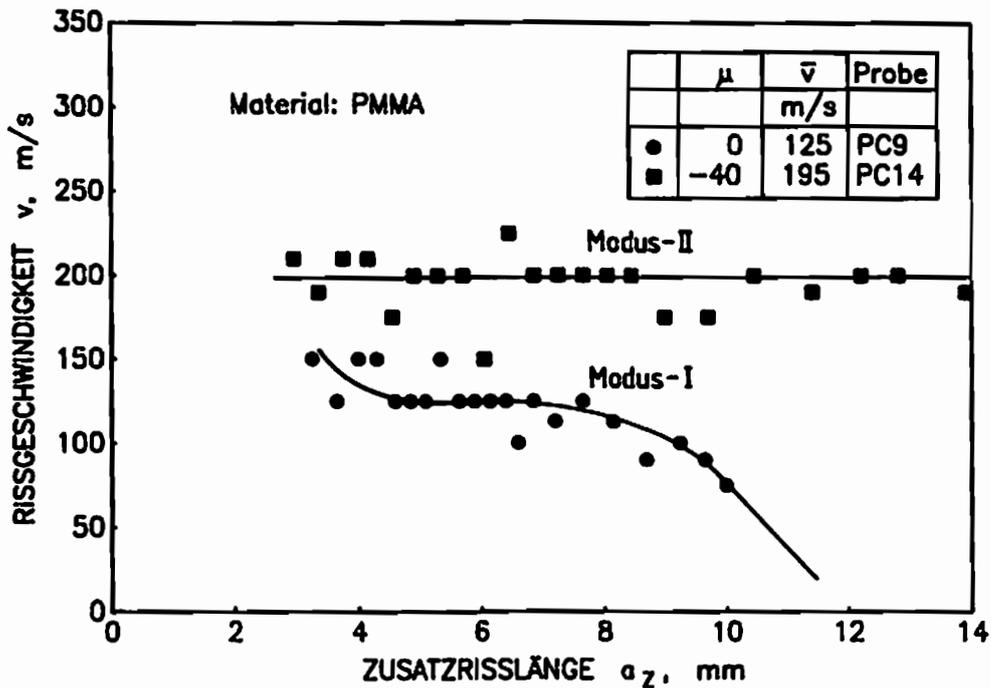


Abb. 56 Ausbreitungsgeschwindigkeit eines unter statischer Modus-I- und Modus-II-Belastung initiierten Risses

dem von der Probengeometrie unabhängigen Zeitbereich. In Abb. 56 ist neben dem Geschwindigkeitsprofil des Modus-I initiierten Risses auch das eines Modus-II initiierten Risses dargestellt. Es ist zu erkennen, daß der Riß nicht frühzeitig arretiert, sondern mit unverändert hoher Geschwindigkeit die Probe durchtrennt. Während bei einem Modus-I initiierten Riß die erste reflektierte Welle offensichtlich den Arrestvorgang einleitet, zeigen sich an einem Modus-II initiierten Riß keine Auswirkungen von Wellenreflexionen.

In Abb. 57 sind alle ermittelten Rißgeschwindigkeiten in Abhängigkeit vom Zug-/Scherbelastungsverhltnis aufgetragen. Hierbei sind neben den reinen Belastungszuständen auch weitere Versuche mit gemischten Beanspruchungen aufgeführt. Bei steigendem Modus-II-Anteil ist ein deutlicher Trend zu größeren Geschwindigkeiten zu verzeichnen. Die ermittelten Daten zeigen, daß sich ein Modus-II initiiertes Riß in PMMA mit ca. 50% höherer Geschwindigkeit ausbreitet als ein Modus-I initiiertes Riß.

Da zwischen dem Spannungsintensitätsfaktor an einem laufenden Riß und seiner Geschwindigkeit in erster Näherung eine feste Abhängigkeit besteht (siehe Kapitel 2.2.2), kann aufgrund der Rißgeschwindigkeit die Größe von K_{I}^{dyn} abgeschätzt werden. Anhand umfangreicher experimenteller Daten wurde für PMMA

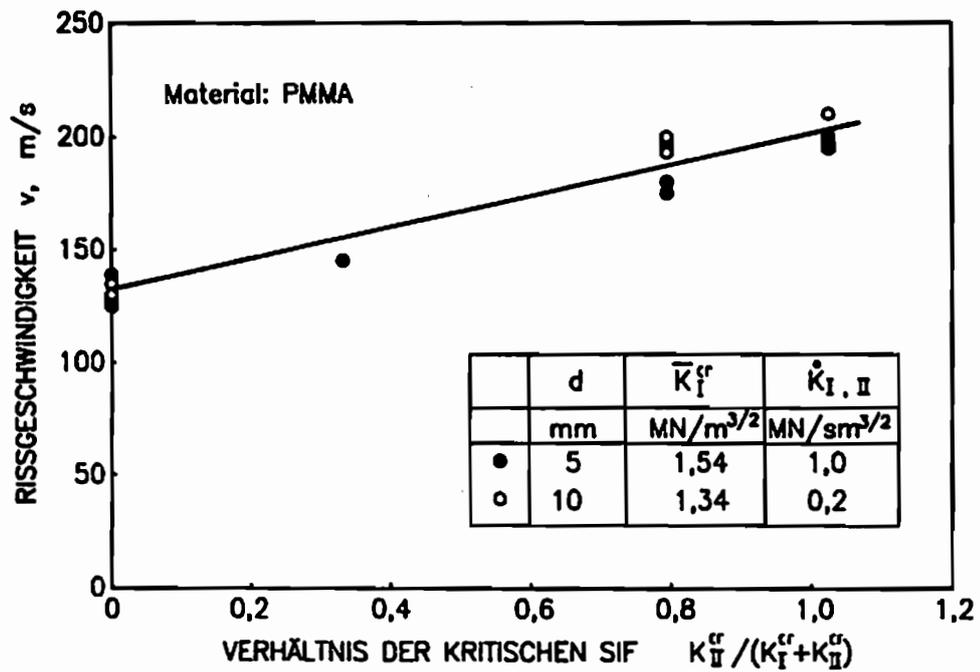


Abb. 57 Rißgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Modus-I/Modus-II-Belastungsanteile vor Rißinitiierung

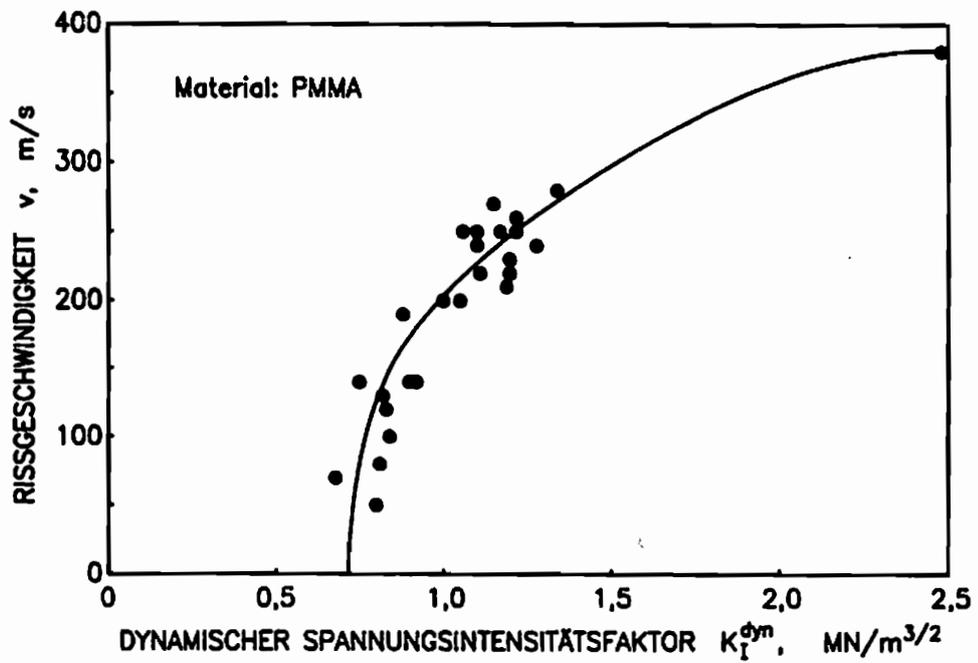


Abb. 58 Rißgeschwindigkeit in Abhängigkeit des dynamischen Spannungsintensitätsfaktors am initiierten Riß

das $v(K_{r^{dyn}})$ -Diagramm in Abb. 58 erstellt. Die aufgeführten Spannungsintensitätsfaktoren wurden stets an laufenden Rissen mit großer Länge ermittelt, so daß sie nicht durch Reste der ursprünglichen Kaustik an der Ausgangsrißspitze gestört waren. Der Abstand zu Probenrändern war andererseits ausreichend groß, um Störungen infolge höherer Glieder der Spannungsverteilung zu vermeiden. Die Werte zeigen, daß die Rißgeschwindigkeit mit steigender Spannungsintensität des initiierten Risses stetig zunimmt. Aufgrund der Streuung ist für die relevanten Geschwindigkeiten von 130 m/s und 200 m/s jedoch nur grob abzuschätzen, daß der dynamische Spannungsintensitätsfaktor am Modus-II initiierten Riß 10% - 50% über dem Wert am Modus-I initiierten Riß liegt. Der Modus-II initiierte Riß besitzt somit mehr Energie als der unter Modus-I initiierte Riß. Nach dieser mehr qualitativen Betrachtung erfolgt die quantitative Beurteilung anhand von Experimenten mit Araldit B.

Es werden zunächst jene Versuche betrachtet, die deutlich unterschiedliche $K_{r^{cr}}$ - und $K_{r^{dyn}}$ -Werte ergaben. In Abb. 59 ist der $K_{r^{dyn}}$ -Verlauf und das Geschwindigkeitsprofil für einen Modus-I initiierten Riß aufgetragen: Auf ca. 5 mm ist ein Abfall des Spannungsintensitätsfaktors zu beobachten. Im weiteren Rißverlauf bleibt $K_{r^{dyn}}$ jedoch nahezu konstant. Die Rißgeschwindigkeit erreicht nach einem anfänglichen Rückgang ebenfalls einen konstanten Wert. Sie beträgt vor dem Eintreffen der ersten Welle ca. 100 m/s. Das Rißgeschwindigkeitsprofil zeigt auch bei diesem Versuch, daß bei 12 mm Zusatzrißlänge Arrest eintritt. Eine Verifizierung dieser optischen Messung erfolgte wiederum durch eine Betrachtung der Bruchflächen.

Ein Bruchversuch mit einem Verhältnis $\mu = 3,8$ ergibt für den Beginn der Rißausbreitung einen Abfall der $K_{r^{dyn}}$ -Werte (Abb. 60); dies entspricht dem $K_{r^{dyn}}$ -Verhalten am Modus-I initiierten Riß. Der Spannungsintensitätsfaktor fällt jedoch nicht auf den am Modus-I initiierten Riß gemessenen Wert ab, sondern stabilisiert sich auf einem deutlich höheren Niveau. Die ermittelte scheinbar vorhandene Scherbeanspruchung am laufenden Riß kann vernachlässigt werden, da sie aufgrund ihrer geringen Größe keinen Einfluß auf das Rißausbreitungsverhalten ausübt. Das zugehörige Geschwindigkeitsprofil zeigt zu Beginn keinen Abfall. Die Geschwindigkeit beträgt durchschnittlich 355 m/s. Da der Riß mit diesem Wert schon nahezu seine Bruchhöchstgeschwindigkeit in Araldit B erreicht hat, bewirkt eine Veränderung des $K_{r^{dyn}}$ -wertes keine Geschwindigkeitsänderung /18/; entsprechend den Resultaten für PMMA befindet sich der Riß in einem Zustand, der durch die Horizontale in Abb. 58 wiedergegeben wird. Bei ca. 17 mm Zusatzrißlänge ist mit der Ankunft der ersten Welle zu rechnen. Da $K_{r^{dyn}}$ zu diesem

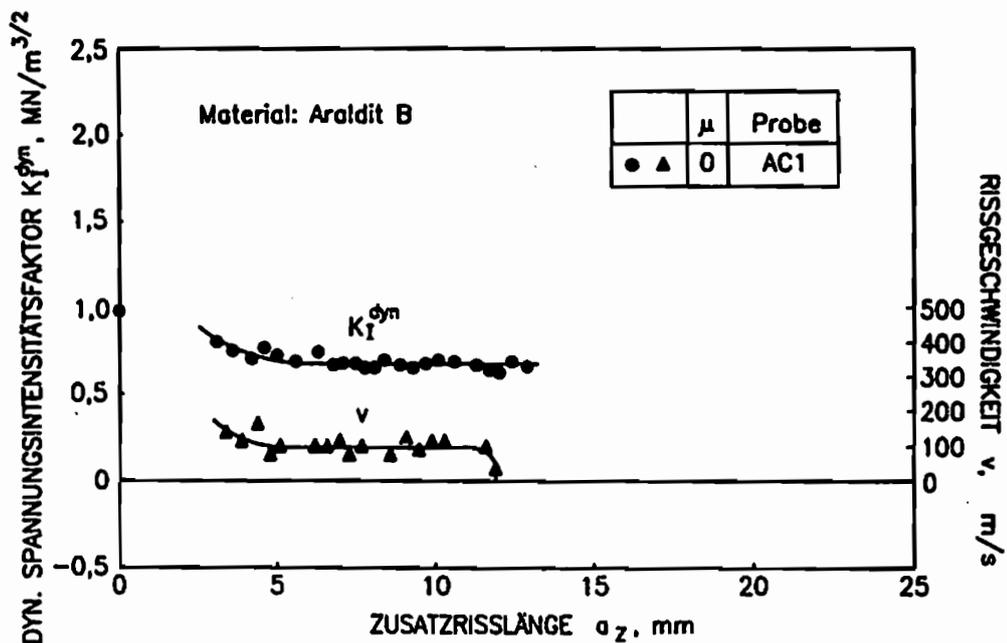


Abb. 59 Spannungsintensitätsverlauf eines unter statischer Modus-I-Belastung initiierten Risses

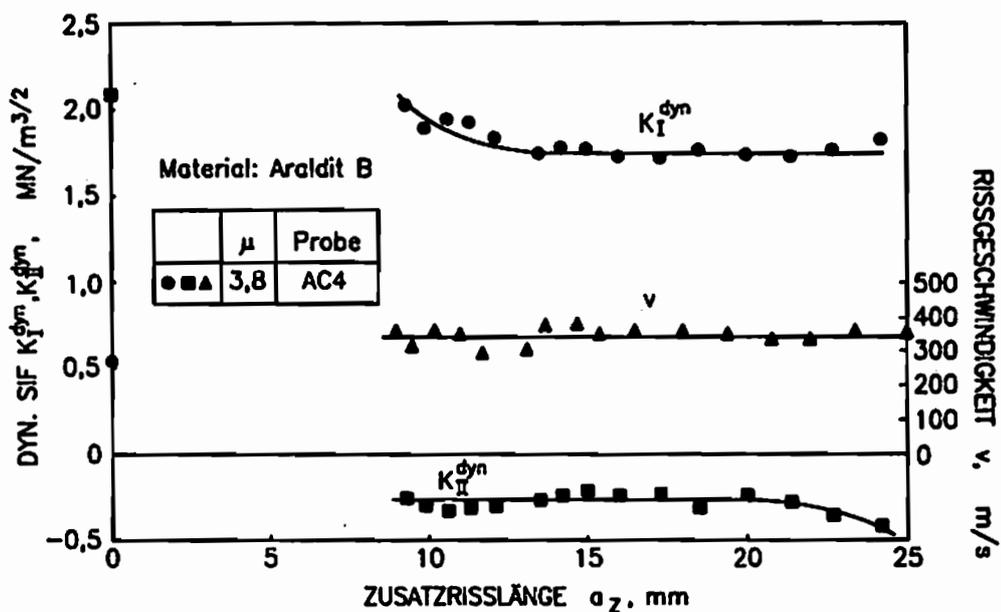


Abb. 60 Spannungsintensitätsverlauf eines unter statischer Modus-II-Belastung initiierten RiB

Zeitpunkt schon einen konstanten Wert besitzt, ist auch bei diesem Experiment ein von der Probengeometrie unabhängiges Verhalten zu analysieren.

In Abb. 61 und 62 sind die K_r^{dyn} -Verläufe für einen Modus-I und einen Modus-II initiierten Riß abgebildet, die bei identischen K_r^s -Werten initiiert worden sind. Die Risse laufen alle mit nahezu Bruchhöchstgeschwindigkeit, so daß keine auswertbare Beziehung zwischen K_r^{dyn} und v besteht. Das Geschwindigkeitsprofil wurde aus diesem Grund nicht in die Diagramme aufgenommen. Wie schon bei den vorangegangenen Versuchen, wurde am Modus-II initiierten Riß eine scheinbar überlagerte Scherbeanspruchung gemessen. Es ist zudem zu beobachten, daß der Modus-II initiierte Riß erst nach dem Modus-I initiierten Riß einen konstanten K_r^{dyn} -Wert erreicht. Dieses Ergebnis entspricht den Resultaten in Abb. 59 und 60. Der Modus-II initiierte Riß erreicht in beiden Fällen nach ca. 12 mm einen konstanten K_r^{dyn} -Wert. Der Abfall der K_r^{dyn} -Kurve zu Beginn der Rißausbreitung konnte für den Modus-I initiierten Riß in Abb. 61 nicht registriert werden. Dieser Unterschied wird durch den Umstand hervorgerufen, daß in Abb. 59 der K_r^{dyn} -Rückgang bei ca. $a_z = 5$ mm beendet ist, die Messung in Abb. 61 bei dieser Rißlänge jedoch erst einsetzt. Als wichtiges Resultat ist festzustellen, daß K_r^{dyn} am Modus-II initiierten Riß größer ist als am Modus-I initiierten Riß. Dieses Ergebnis widerspricht dem Nuismer-Kriterium: K_I am initiierten Riß ist trotz identischer K_r^s -Werte für unterschiedliche K_{II}/K_I - Verhältnisse nicht identisch.

Bei einem gemischten Beanspruchungsverhältnis von $\mu = 0,86$ wurde die Spannungskonzentration an der Kerbe analysiert. Abbildung 63 zeigt die Abhängigkeit der Kerbkonzentration von der Zusatzrißlänge. Der Ausgangswert von K_K bei Rißinitiiierung wurde aus der Spannungsnahfeldverteilung des Risses mit den Werten $K_{r^{cr}}$ und $K_{r^{cr}}$ nach Beziehung (128) (siehe Anhang III) ermittelt. Die Größe der Spannungskonzentration an der Kerbe bleibt über den gesamten betrachteten Zeitraum konstant. Ihr Betrag entspricht fast genau dem Initiierungswert. Offensichtlich tritt mit Vergrößerung der Zusatzrißlänge keine Verringerung von K_K ein. Dies steht im Gegensatz zu dem Verhalten von K_r^{dyn} , bestätigt aber die Resultate aus Kapitel 5.1.1 - in den statischen Versuchen und den numerischen Berechnungen traten für K_K keine Veränderung über einer Zusatzrißlänge von 20mm auf.

Die durchgeführten Versuche ergeben, daß der dynamische Spannungsintensitätsfaktor nach Rißinitiiierung zunächst kleiner wird. Dieser K_r^{dyn} -Rückgang setzt sich aber nicht stetig fort; vielmehr erreicht der Riß einen Zustand, der durch einen konstanten K_r^{dyn} -Wert gekennzeichnet ist. Dieser Zustand wird zumindest

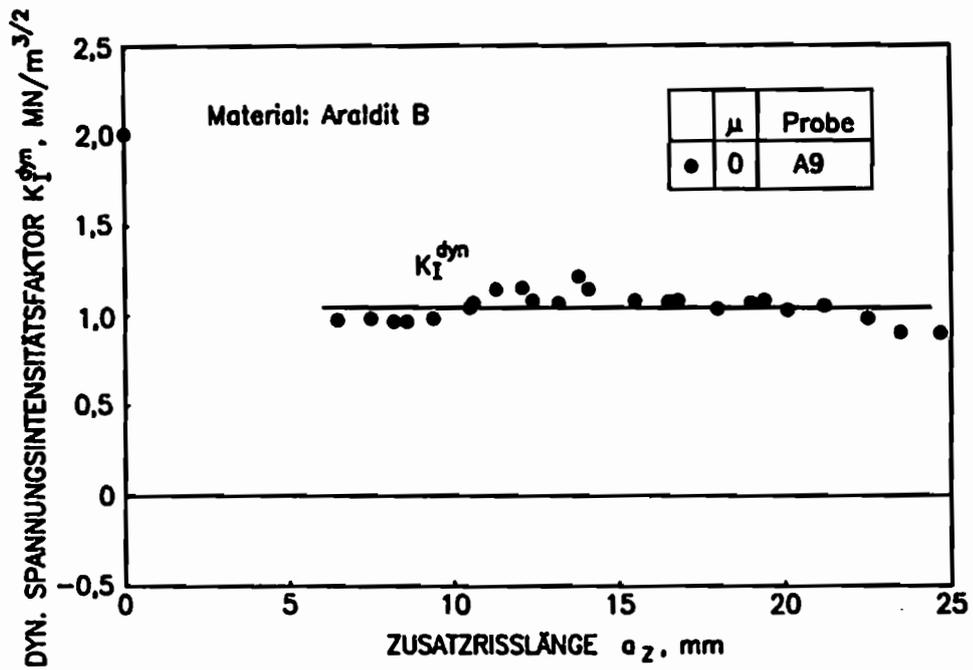


Abb. 61 Spannungsintensitätsverlauf eines unter statischer Modus-I-Belastung initiierten Risses ($(K_I^s)_I = (K_I^s)_II$)

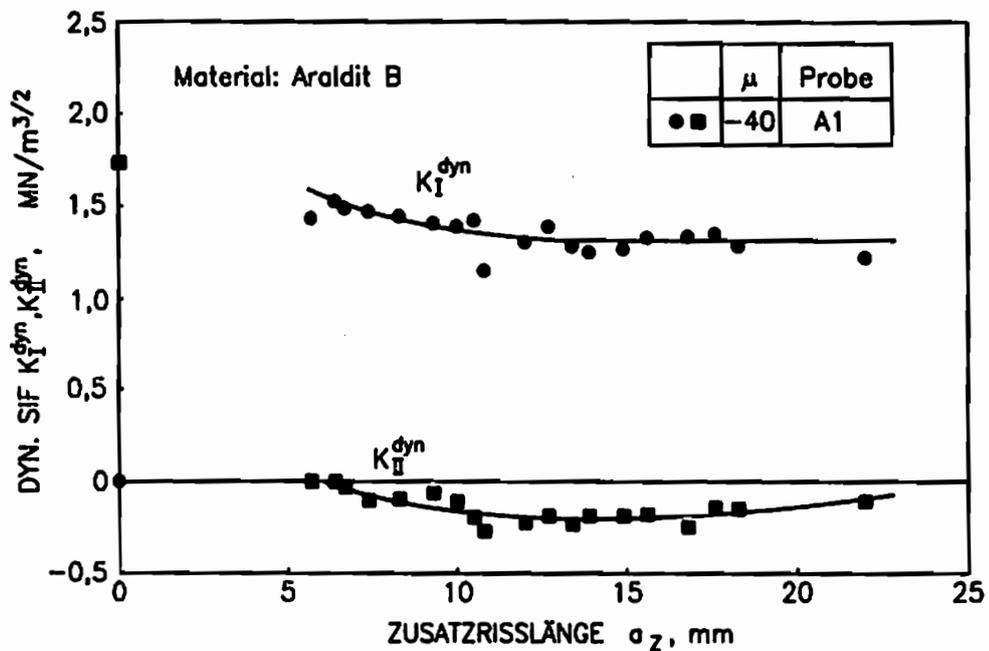


Abb. 62 Spannungsintensitätsverlauf eines unter statischer Modus-II-Belastung initiierten Risses ($(K_I^s)_I = (K_I^s)_II$)

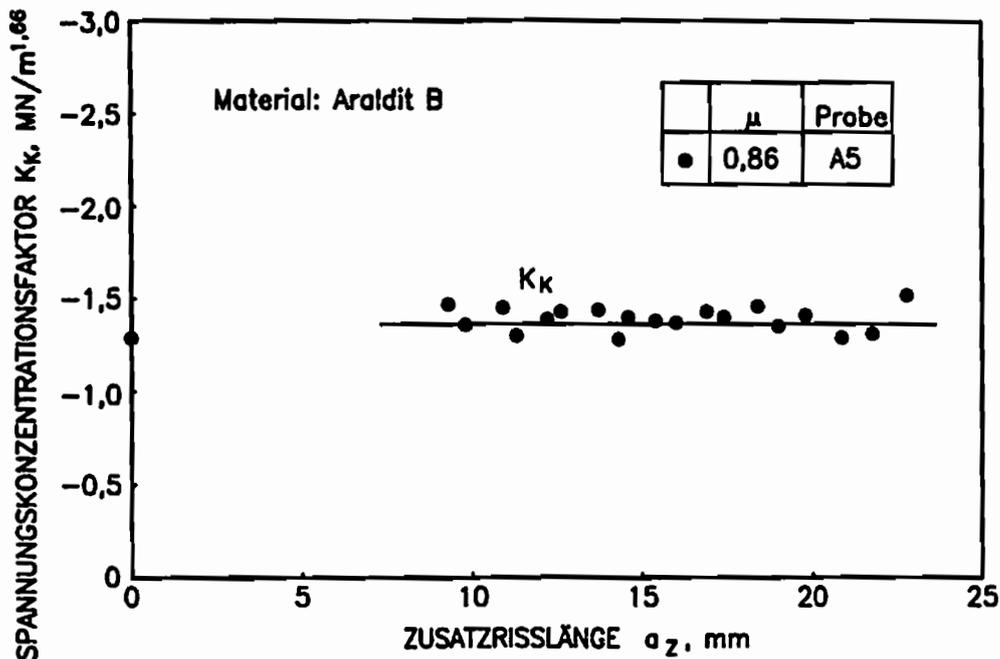


Abb. 63 Kerbkonzentrationsverlauf nach einer Riβinitiiierung unter statischer Modus-I-/Modus-II-Belastung

bis zur Ankunft der ersten vom Initiierungsvorgang herrührenden reflektierten Welle aufrechterhalten. Er repräsentiert somit das Verhalten, das ein Riβ in ausreichend großen Proben stets aufweist, bevor er Informationen von den Bauteilberandungen und somit über die Probengeometrie erhält. Vor diesem Hintergrund muß das Ergebnis, daß ein Modus-II initiiertes Riβ nicht nur bei den Versuchen mit variablem K_I^* sondern auch in den Versuchen mit identischen K_I^* -Werten einen größeren K_I^{dyn} -Wert besitzt als ein Modus-I initiiertes Riβ nochmals besonders hervorgehoben werden. Alle Experimente zeigen zudem, daß ein scherbeanspruchter Riβ erst bei wesentlich größeren Zusatzriβlängen ein konstantes K_I^{dyn} -Niveau erreicht. Bei reiner Zugbeanspruchung stellt sich der konstante Wert schon bei ca. 5 mm ein, bei Scherbeanspruchung hingegen erst bei ca. 12 mm. Die Betrachtung der Kerbspannungskonzentration zeigt keine Veränderung dieses Spannungsfeldes. Im Nahbereich der Kerbe treten somit geringere Änderungen der ursprünglichen Modus-II-Spannungsverteilung ein als an der Riβspitze. Eine Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren unmittelbar nach der Initiierung ist nicht möglich. Eine Extrapolation zu sehr kleinen Zusatzriβlängen gewährleistet aufgrund der großen Zusatzriβlänge beim Start der Aufzeichnung keine exakten Ergebnisse. Die Resultate am laufenden Riβ verdeutlichen jedoch, daß die Energiefreisetzungsrates eines Modus-II initiierten Risses größer sein muß als die eines Modus-I initiierten Risses. Eine Berechnung dieser Größe soll eine quantitative Beurteilung erlauben.

6.1.3 Ermittlung der Energiefreisetzungsrate am initiierten RiB

Auf eine Bestimmung der Energiefreisetzungsrate für sehr kleine Zusatzrißlängen wird aus den zuvor dargelegten Gründen verzichtet. Im folgenden werden für die Bestimmung der Energiefreisetzungsrate ausschließlich die experimentellen Resultate der späteren aber noch von Wellenreflexionen unbeeinflußten Zeiträume mit konstantem K_I^{dyn} -Wert herangezogen. Sie repräsentieren die Verhältnisse an einem RiB in einer unendlich großen Probe. Aufgrund dieser Tatsache ist mit Beziehung (21) die dynamische Energiefreisetzungsrate aus dem Wert des dynamischen Spannungsintensitätsfaktors zu bestimmen. Der hierzu noch erforderliche Faktor h ist mit den gemessenen Rißgeschwindigkeiten anhand von Gl. (22) oder Abb. 7 zu ermitteln.

In Tabelle 5 sind alle benötigten Daten in Abhängigkeit von dem Modus-I-/Modus-II-Verhältnis vor Rißinitiierung angegeben. Die Daten repräsentieren für Experimente mit reiner Modus-I- oder nahezu reiner Modus-II-Belastung in der Regel die Ergebnisse zweier Versuche, für gemischte Modus-I-/Modus-II-Zustände wurde jeweils nur 1 Versuch durchgeführt. In Abb. 64 sind die resultierenden $G_{I,II}^{dyn}$ -Werte grafisch aufgetragen. Die Energiefreisetzungsraten wurden mit dem Elastizitätsmodul normiert. Alle Werte beziehen sich auf den ebenen Spannungszustand. Für Beanspruchungsverhältnisse μ größer als 3,90 wurden die Energiefreisetzungsraten ausschließlich aufgrund des K_I^{dyn} -wertes ermittelt. Der K_{II}^{dyn} -Wert, der bei solch großen Modus-II-Anteilen ebenfalls gemessen werden konnte, wurde nicht berücksichtigt. Eine Berechnung aufgrund beider Spannungsintensitätsfaktoren hätte der Hinzunahme einer bestehenden Theorie bedurft. Nach den Kriterien von Nuismer bzw. Hussain u.a. würden sich unter Hinzunahme von K_{II}^{dyn} etwa 5 % größere $G_{I,II}^{dyn}$ -Werte ergeben. Die ermittelten Daten repräsentieren somit eine vorsichtige Abschätzung der wahren Energiefreisetzungsraten.

Berechnung für ESZ	μ	K_I^{dyn} [MN/m ^{3/2}]	v [m/s]	h	$E \cdot G_{I,II}^{dyn}$ [MN ² /m ³]
K_I^* : variabel	0	0,67	95	1,00	0,45
	1,88	1,25	345	1,09	1,70
	3,90	1,77	355	1,09	3,41
K_I^* : konstant	0	1,06	330	1,08	1,21
	0,86	1,08	340	1,09	1,27
	-40,0	1,33	390	1,12	1,98

Tabelle 5 Energiefreisetzungsraten unter statischer Belastung

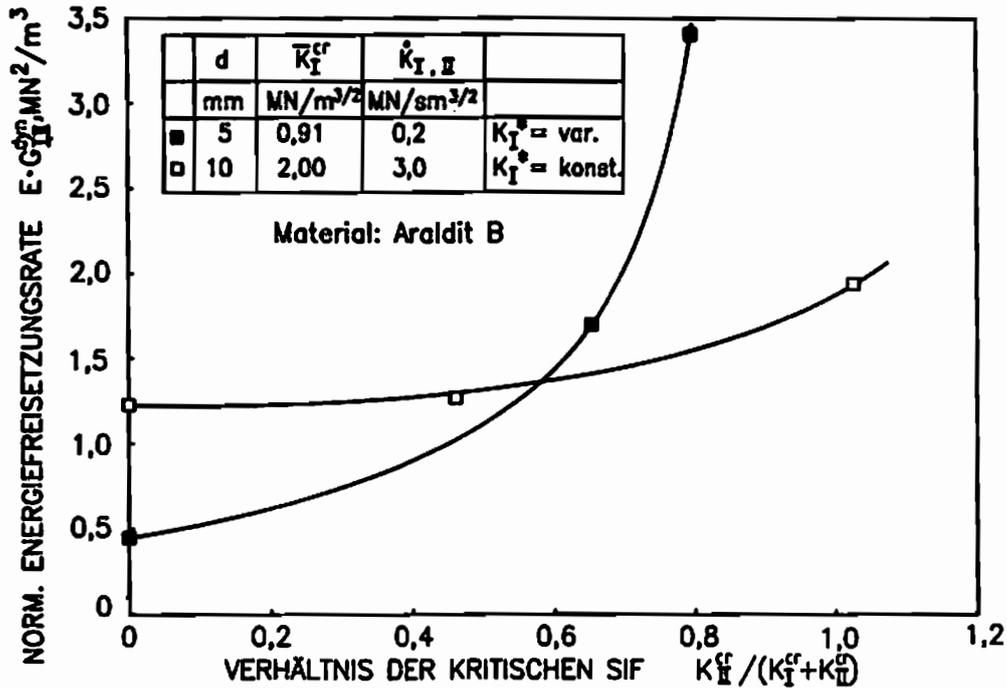


Abb. 64 Dynamische Energiefreisetzungsrates in Abhängigkeit der Modus-I-/Modus-II-Belastungsanteile vor Rißinitiation, normiert

Die Energiefreisetzungsrates des laufenden Risses besitzt mit wachsendem Modus-II-Anteil eine deutlich steigende Tendenz. An einem Modus-II initiierten Riß fällt der G_{II}^{dyn} -Wert nicht auf das Niveau am Modus-I initiierten Riß ab, der Riß breitet sich vielmehr mit wesentlich größerer Energiefreisetzungsrates aus. Der Unterschied in den Absolutwerten der Energiefreisetzungsrates an den Araldit B-Proben der beiden Versuchsserien zeigt, daß der Wert der Energiefreisetzungsrates nicht losgelöst von den kritischen Spannungsintensitätsfaktoren im Moment der Rißinitiation betrachtet werden kann. Je größer die Spannungskonzentration am Ausgangsriß ist, desto größer ist auch die Energie, die dem Riß zur Ausbreitung zur Verfügung steht. Aufgrund des starken Anstiegs der kritischen K_{II} -Werte bei veränderlichem K_I^* ist daher die Vergrößerung von G_{II}^{dyn} bei diesen Versuchen wesentlich ausgeprägter als im Fall der Experimente mit identischen K_I^* -Werten. Bei der Betrachtung von G_{II}^{dyn} muß somit auch stets der Ausgangszustand an der Rißspitze mit berücksichtigt werden. Die Tatsache, daß in den Versuchen mit identischen K_I^* -Werten hingegen ebenfalls ein Anstieg von G_{II}^{dyn} zu beobachten ist erscheint bemerkenswert. Obwohl hier alle Risse identische K_I^* -Werte vor der Initiation aufweisen, liegt G_{II}^{dyn} am Modus-II initiierten Riß 60% über dem Wert für einen Modus-I initiierten Riß. Dieses Ergebnis steht eindeutig im Widerspruch zu der Vorhersage des Nuismer Kriteriums, mit der Einschränkung, daß das Nuismer-Kriterium strenggenommen nur Aussagen für sehr kurze Zusatzrißlängen trifft. Wie festgestellt werden konnte

muß auch in PMMA $K_{I,II}^{dyn}$ am Modus-II initiierten Riß größer sein als unter Zugbelastung. Aufgrund der angenommenen Werte für den dynamischen Spannungsintensitätsfaktor könnten sich im Fall von PMMA 20 % - 125 % höhere Energiefreisetzungsraten am Modus-II initiierten Riß ergeben.

Die Experimente zeigen, daß eine Scherbeanspruchung einen kritischeren Zustand für das Versagen eines Bauteiles darstellt als eine Zugbelastung. Inwiefern dieses Verhalten von den existierenden Kriterien zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten richtig erfaßt wird, kann nur ein Vergleich mit den aufgeführten experimentellen Daten klären.

6.1.4 Vergleich von Theorie und Experiment

Im folgenden ist zu berücksichtigen, daß von keiner Theorie zur Berechnung der Energiefreisetzungsraten unter gemischten Beanspruchungen eine Aussage über die Größe von $G_{I,II}^{dyn}$ für Zusatzrißlängen $a_z > 0$ getroffen wird. Die Energiefreisetzungsraten werden stets nur direkt nach der Rißinitiierung betrachtet. Im folgenden soll daher kein Vergleich der Absolutbeträge von experimentell ermittelten Energiefreisetzungsraten und theoretisch vorausgesagten erfolgen. Es wird vielmehr überprüft inwiefern die bestehenden Kriterien von Irwin, Nuismer und Hussain u.a. die Veränderung der Energiefreisetzungsraten bei Variation des Zug- und Scherbelastungsanteils am Ausgangsriß richtig wiedergeben. Unabhängig von absoluten Werten wird daher das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten an einem Modus-I/Modus-II initiierten Riß $G_{I,II}^{dyn}$ zur Energiefreisetzungsraten am rein Modus-I initiierten Riß G_I^{dyn} , das heißt das Verhältnis $G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn}$ betrachtet. Die experimentellen Energiefreisetzungsraten $G_I^{dyn_{exp}}$ und $G_{I,II}^{dyn_{exp}}$ werden mit Hilfe der am laufenden Riß nach Rißinitiierung ermittelten Spannungsintensitätsfaktoren K_I^{dyn} bestimmt. Aus den experimentell ermittelten kritischen Spannungsintensitätsfaktoren bei Rißinitiierung $K_I^{cr_{exp}}$ und $K_{II}^{cr_{exp}}$ werden die Energiefreisetzungsraten $G_I^{dyn_{theor}}$ und $G_{I,II}^{dyn_{theor}}$ bestimmt, die sich aufgrund der verschiedenen vorgestellten Theorien für diese kritischen Spannungsintensitätsfaktoren unmittelbar nach der Initiierung ergeben sollten. Ein Vergleich zwischen dem experimentell ermittelten Verhältniswert $(G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn})_{exp}$ und dem Verhältniswert, der sich aufgrund der verschiedenen Theorien ergibt, $(G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn})_{theor}$, liefert somit erste Hinweise auf die Gültigkeit der bestehenden Theorien für initiierte Risse endlicher Zusatzrißlänge.

Anhand der gemessenen kritischen Spannungsintensitätsfaktoren bei Rißinitiierung wird die jeweilige theoretische Energiefreisetzungsraten nach den Gln. (54), (66) und (67) unter Einbeziehung des rißgeschwindigkeitsabhängigen Faktors $g(v)$ nach den Beziehungen (25) und (26) berechnet. In Abb. 65

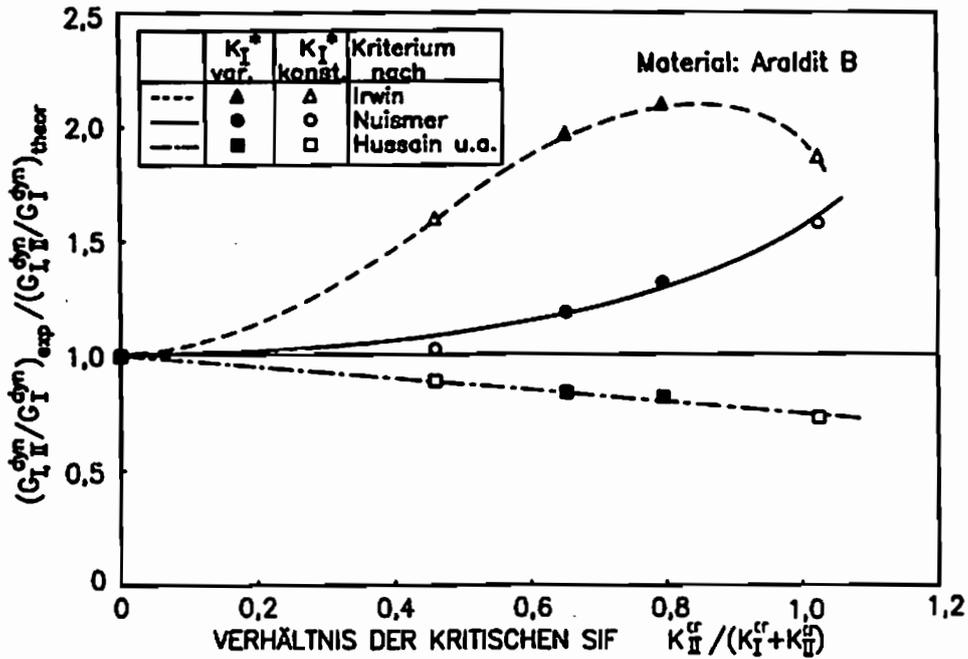


Abb. 65 Verhältnis experimentell und theoretisch ermittelter Energiefreisetzungsraten

ist das Verhältnis zwischen experimentellen und theoretischen Werten $(G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn})_{exp} / (G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn})_{theor}$ aufgetragen über dem Modus-II-/Modus-I-Verhältnis am Ausgangsriß zum Zeitpunkt der Rißinitiierung. Für den Fall, daß ein gemessenes Energiefreisetzungsratenverhältnis durch eine der bestehenden Theorien richtig wiedergegeben werden kann, ist in Abb. 65 ein Verhältniswert von 1 zu erwarten.

Für eine reine Zugbelastung sind die Berechnungsformeln für die Energiefreisetzungsraten nach den verschiedenen Theorien identisch, daher wurden für den Modus-I-Zustand auch identische Verhältniswerte ermittelt. Mit steigendem Modus-II-Anteil wird die Abweichung größer, da die Theorien zunehmend unterschiedliche Voraussagen über die Energieinhalte treffen. Die beiden Versuchsreihen sowohl jene mit veränderlichem als auch jene mit identischem K_I^* -Wert werden für jedes Kriterium durch eine einheitliche Kurve wiedergegeben. Die Tatsache, daß die Risse bei sehr unterschiedlichen Energieniveaus initiiert worden sind beeinflußt somit offenbar nicht das betrachtete Verhältnis der Energiefreisetzungsraten. Der Verhältniswert $(G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn})_{exp} / (G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn})_{theor}$ gibt somit ein Verhalten wieder, daß unabhängig vom Absolutbetrag des kritischen K-Wertes bei Rißinitiierung auf anderen mechanischen Gesetzmäßigkeiten beruhen muß.

Betrachtet man den Verlauf der einzelnen Kurven in Abb. 65, so ist festzustellen, daß die Irwin-Lösung das beobachtete Verhalten der Energiefreisetzungsraten am schlechtesten erfassen kann; der dargestellte Verhältniswert ist ca. doppelt so

groß als der aus der Irwin-Lösung resultierende. Dies bedeutet, daß die am Modus-II initiierten Riß beobachteten Energiefreisetzungsraten ca. 100 % über den vom Irwin-Kriterium vorhergesagten liegen. Das Nuismer-Kriterium kann das experimentell beobachtete Verhalten ebenfalls nicht richtig erfassen. Die Abweichung zwischen Theorie und Experiment ist jedoch geringer als im Falle der Theorie von Irwin. Vom Nuismer-Kriterium wird ebenfalls am Modus-II initiierten Riß eine zu geringe Energiefreisetzungsraten vorhergesagt - das experimentelle Energiefreisetzungsratenverhältnis ist um ca. 50% höher als das theoretische Verhältnis. Am besten von den drei betrachteten Theorien kann die Theorie von Hussain, Pu und Underwood das experimentelle Verhalten beschreiben. Allerdings beträgt hier im Modus-II-Fall die Abweichung zwischen Theorie und Experiment ca. 20% - 30%; eine korrekte Beschreibung der Versuchsergebnisse ist demnach auch mit dieser Theorie nicht möglich. Im Gegensatz zu den beiden zuvor besprochenen Theorien, wird allerdings gegenüber der Theorie von Hussain u.a. experimentell ein kleinerer Verhältniswert gemessen.

6.2 Rißinitiiierung unter dynamischer Beanspruchung

Bei der folgenden Untersuchung ist die neu entwickelte Technik zur dynamischen Erzeugung gemischter Beanspruchungen angewandt worden (Kapitel 4.2). Die Probandimensionen entsprechen den in Kapitel 4.2 beschriebenen Dimensionen. Die Aufschlagentfernungen der Hammerfinne wurden so gewählt, daß möglichst reine Modus-I- bzw. Modus-II-Beanspruchungszustände zum Zeitpunkt der Rißinitiiierung vorlagen. Darüber hinaus sollte dieser Beanspruchungszustand auch während der instabilen Rißausbreitung weitestgehend erhalten bleiben. Bei dem Material PMMA nehmen bei hohen Beanspruchungsraten im Vergleich zu einer statischen Belastung die viskoelastischen Einflüsse ab, sie sind aber auch in diesem Fall nicht zu vernachlässigen. PMMA wird daher auch in den folgenden Experimenten nur im Rahmen von Vorversuchen herangezogen und dient nicht zur Bestimmung von Energiefreisetzungsraten. Aufgrund der verwendeten Triggertechnik bei dynamischer Lasteinleitung (siehe Kapitel 4.2.1), sollten nun auch Aussagen über die Größe der Energiefreisetzungsraten an sehr kurzen Rissen zu treffen sein.

6.2.1 Bestimmung der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren

Für die Erzeugung möglichst reiner Modus-I-Beanspruchungszustände wurde eine Aufschlagentfernung von 200 mm und für Modus-II-Beanspruchungszustände eine Entfernung von 100 mm gewählt. Die Schlaggeschwindigkeit betrug 3 m/s im Modus-I-Fall und 5 m/s im Modus-II-Fall. Die Beanspruchungsrate \dot{K} lag bei

ca. $1 \cdot 10^4$ MN/sm^{3/2}. Diese Wahl der Versuchsparameter bewirkt sowohl stark Modus-I als auch stark Modus-II dominierte Beanspruchungszustände um den Zeitpunkt der erwarteten Reißinitiation.

In Abb. 66 sind die kritischen Spannungsintensitätsfaktoren für die Materialien PMMA und Araldit B in Abhängigkeit vom kritischen Wert K_{Ia} unter Modus-I-Belastung aufgetragen. Die erzielten Daten weichen erheblich von denen bei statischer Lasteinleitung ab (vgl. Abb. 52 und Abb. 54). Im Fall von PMMA besitzt der kritische K_{II}^d -Wert nur etwa 55 % des K_{Ia} -Wertes. Unter statischer Beanspruchung liegt der Anteil bei etwa 95 %. Bei Araldit B ist der gleiche Trend zu erkennen. Die Abnahme der Bruchzähigkeit unter Scherbeanspruchung ist bei diesem Material aber noch wesentlich ausgeprägter. Unter statischer Belastung beträgt K_{II}^{cr} 300 % von K_{I}^{cr} ; dieser Wert fällt auf ca. 90% unter Schlagbelastung. Der kritische Spannungsintensitätsfaktor im Fall reiner Modus-I-Belastung entspricht für PMMA bei dynamischer Beanspruchung dem kritischen Spannungsintensitätsfaktor unter statischer Beanspruchung, für beide Belastungsvarianten stellen sich für K_{Ic} bzw. K_{Ia} Werte von ca. 1,3 - 1,35 MN/m^{3/2} ein. Für Araldit B verkleinert sich jedoch die Modus-I-Bruchzähigkeit im dynamischen Fall gegenüber dem statischen Wert. Offenbar wurde an diesen Proben ein schärferer Ermüdungsanriß erzeugt als an den zuvor verwendeten Proben für statische Belastungen. Der Wert für K_{Ia} von 0,68 MN/m^{3/2} entspricht fast genau dem Wert von 0,7 MN/m^{3/2}, der in unabhängigen Untersuchungen /65/ sowohl unter statischen als auch unter dynamischen Belastungen gemessen worden ist. Die kritischen K_I -Werte im Fall reiner Modus-I-Belastung bleiben somit offensichtlich unbeeinflusst von der Vergrößerung der Beanspruchungsrate; es wird ausschließlich der kritische K_{II} -Wert verkleinert. Dieser starke Rückgang des kritischen K_{II} -Wertes bei dynamischer Beanspruchung des Risses war bislang unbekannt. In /65/ ist ebenfalls eine Bruchgrenzkurve für Araldit B unter Schlagbelastung ermittelt worden. Die wenigen präsentierten Daten zeigen, daß bei diesen Experimenten ein Verhältnis von K_{II}^d/K_{Ia} zwischen 0,9 und 1,1 erzielt wurde. Der hiervon stark abweichende Verhältniswert der statischen Experimente wurde jedoch nicht gefunden. Die Beanspruchungsrate lag bei ca. $1,5 \cdot 10^4$ MN/sm^{3/2} /72/ und ist somit fast identisch mit der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Beanspruchungsrate. Die in Abb. 66 präsentierten Daten werden durch die Literaturdaten daher in überaus guter Weise bestätigt.

Der starke Rückgang des kritischen K_{II}^d -Wertes bewirkt, daß nun die experimentellen Daten für PMMA unterhalb der theoretischen Bruchgrenzkurven angesiedelt sind, hingegen für Araldit B die Werte zufällig bei der Bruchgrenzkurve von Nuismer liegen. Ein Blick auf die Bruchwinkel (Abb. 67) zeigt keine wesentliche

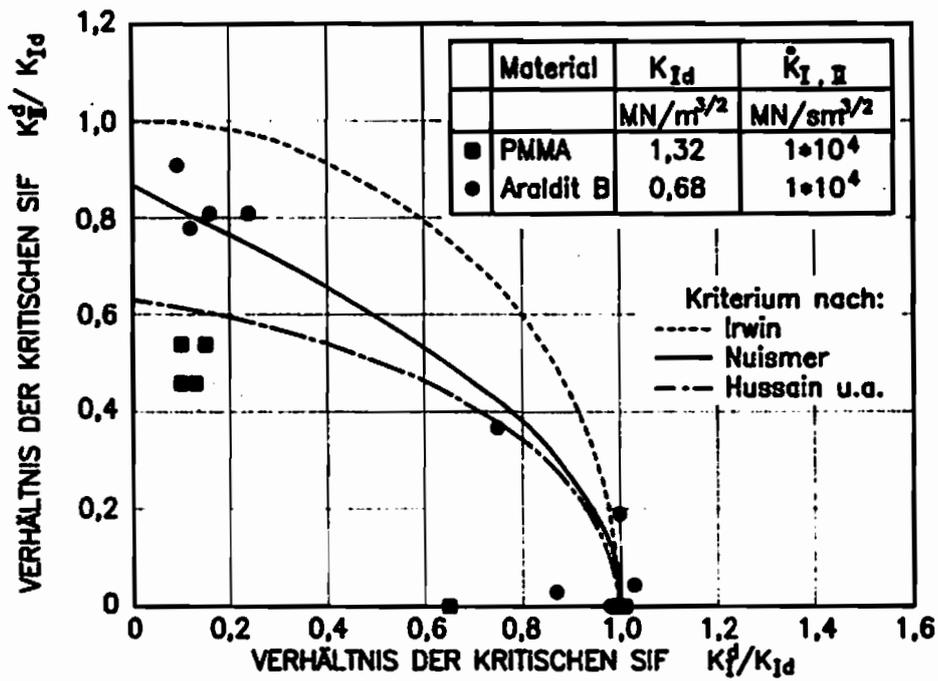


Abb. 66 Kritische Spannungsintensitätsfaktoren bei Rißinitiation unter dynamischer Modus-I/Modus-II-Belastung

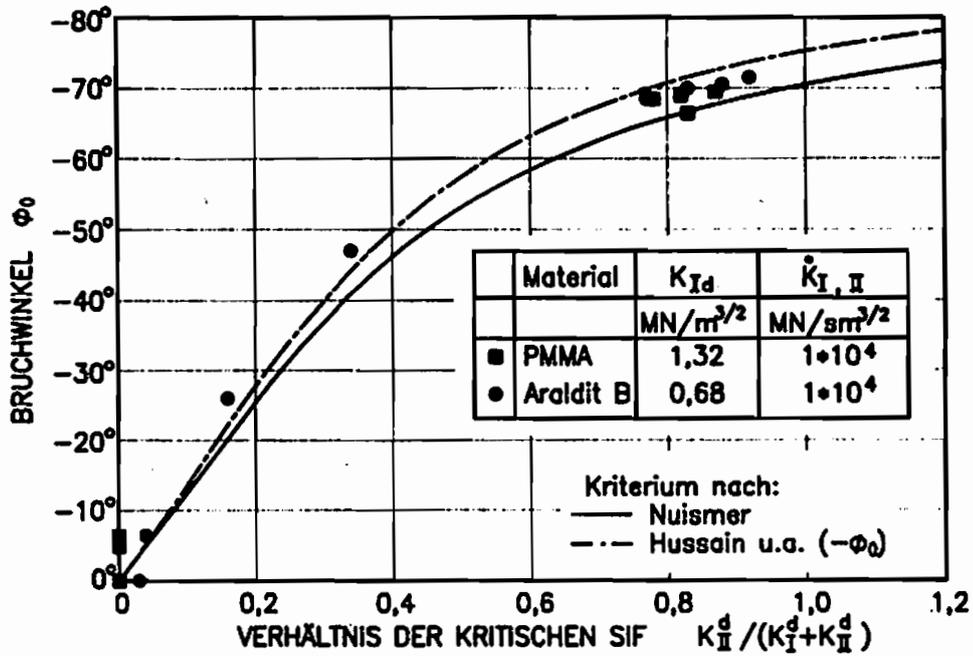


Abb. 67 Unter dynamischer Modus-I/Modus-II-Belastung ermittelte Bruchwinkel

Veränderung zur statischen Beanspruchung. Die erzielten Winkel besitzen fast die gleiche Abhängigkeit vom Modus-II/Modus-I-Verhältnis wie die in Abb. 53 und 55 präsentierten, sie sind aus diesem Grunde wiederum nicht signifikant für eine Gültigkeitsbeurteilung der betrachteten Kriterien.

Die gute Übereinstimmung der experimentellen Bruchgrenzkurve von Araldit B mit der Bruchgrenzkurve nach Nuismer bedeutet, daß auch in diesen Experimenten gemäß dem Nuismer-Kriterium eine Reißinitilierung bei nahezu identischen K_I^* -Werten stattfand. Dieses Verhalten muß im Gegensatz zu den statischen Experimenten demnach nicht extra erzwungen werden. Eine Ermittlung der K_I^{dyn} - Werte am Modus-II initiierten Reiß und am Modus-I initiierten Reiß ermöglicht somit die direkte Überprüfung dieses Kriteriums. Eine fehlende Übereinstimmung der K_I^{dyn} - Werte wäre somit schon vor einer Bestimmung der Energiefreisetzungs-raten ein deutlicher Hinweis auf die Ungültigkeit des Nuismer-Kriteriums.

6.2.2 Analyse des Reißausbreitungsverhaltens

Die Analyse des Reißausbreitungsverhaltens schließt die Messung der Reißgeschwindigkeit, des Spannungsintensitätsfaktors am instationären Reiß, sowie des Kerb-Spannungskonzentrationsfaktors ein. In den folgenden Diagrammen sind diese Parameter über der Zeit nach Reißinitilierung aufgetragen. Diese Zeit ist aufgrund der veränderten Triggertechnik exakter zu bestimmen als im Fall statischer Belastungen. Im Gegensatz zu der zuvor gewählten Auftragung über der Zusatzreißlänge ermöglicht die nun gewählte Darstellung einen von der Reißgeschwindigkeit unabhängigeren Vergleich der Einflüsse von Wellenreflexionen. Bei allen im folgenden präsentierten Kurven ist nach ca. 50 μ s mit der Ankunft der ersten am Probenrand reflektierten Longitudinalwelle zu rechnen. Hierbei ist eine Streuung von ungefähr $\pm 10 \mu$ s zu berücksichtigen. Diese Streubreite besitzt zwei Ursachen: Der Zeitpunkt des Reißstarts kann nur mit einer Genauigkeit von einer halben Bildfolgezeit bestimmt werden, Unterschiede in der Reißgeschwindigkeit bewirken zudem eine Veränderung der Reißlänge und somit der Wellenankunftszeit.

Zunächst werden Modus-I initiierte Risse betrachtet. In Abb. 68 ist repräsentativ für Araldit B der zeitliche Verlauf von K_I^{dyn} und der Reißgeschwindigkeit aufgetragen. Nach der Initilierung entspricht der Wert von K_I^{dyn} während eines langen Zeitraumes nahezu dem Initilierungswert. Erst bei späten Zeiten können leichte Veränderungen auftreten. Dieses Resultat steht im Gegensatz zu den Experimenten bei statischer Lasteinleitung, da diese Versuche einen Rückgang

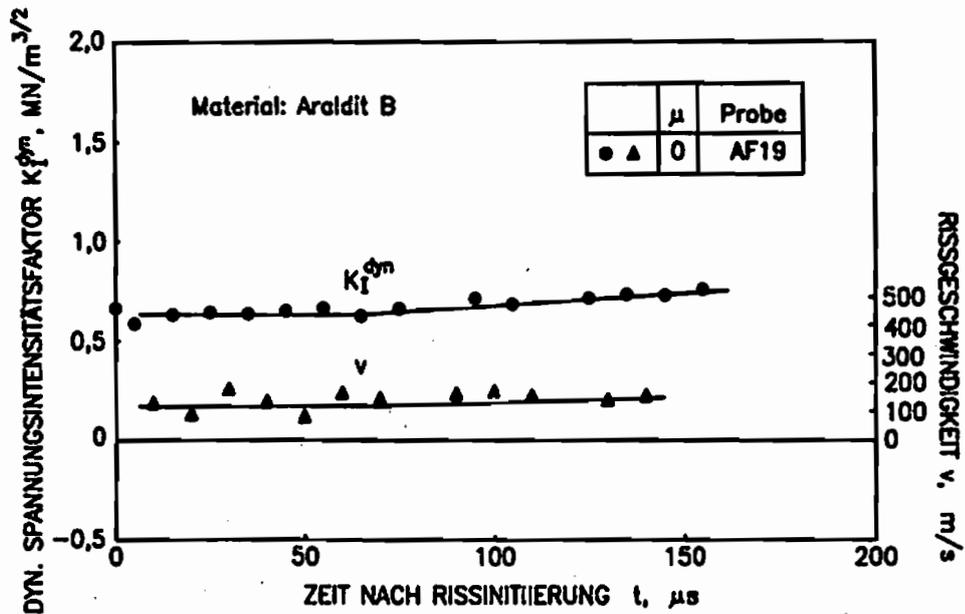


Abb. 68 Spannungsintensitätsverlauf eines unter dynamischer Modus-I-Belastung initiierten Risses

des Spannungsintensitätsfaktors ergaben. Eine Auswirkung von Wellenreflexionen ist in dem betrachteten Zeitbereich praktisch nicht zu beobachten. Auch die Reißgeschwindigkeit besitzt in dem betrachteten Zeitraum nahezu einen konstanten Wert.

In Abb. 69 sind beispielhaft für Modus-II initiierte Risse in Araldit B die Parameter K_I^{dyn} , K_{II}^{dyn} , K_k und v aufgetragen. Sehr kurze Zeit nach dem Reißstart besitzt K_I^{dyn} (Abb. 69a) einen deutlich höheren Wert als aufgrund der kritischen $K_{I,II}^d$ -Werte zu erwarten ist. Nach Ankunft der ersten reflektierten Welle ist ein kontinuierlicher Anstieg von K_I^{dyn} zu beobachten. K_{II}^{dyn} ist in allen Fällen vernachlässigbar klein. Die höheren Werte bei sehr späten Zeiten sind auf Störungen der Kaustik zurückzuführen, die aufgrund der zunehmenden Nähe des Risses zum Auflager erzeugt werden. Der Reiß läuft von Anfang an mit nahezu Bruchhöchstgeschwindigkeit, so daß kein Geschwindigkeitsanstieg bei Vergrößerung von K_I^{dyn} zu beobachten ist. Eine Energiezufuhr ist nicht in vermehrte kinetische Energie umzusetzen. Eine fast ausschließliche Vergrößerung der Spannungsintensität ist die Folge. Dieser Zustand wird durch die Horizontale des gegebenen $v(K)$ -Verlaufs für PMMA in Abb. 58 beschrieben.

Die Betrachtung der Kerb-Spannungskonzentration liefert weitere interessante Befunde zum Verständnis der Vorgänge am Modus-II initiierten Reiß. Anhand von Abb. 69b ist erkennbar, daß K_k nach dem Reißstart zunächst den Startwert

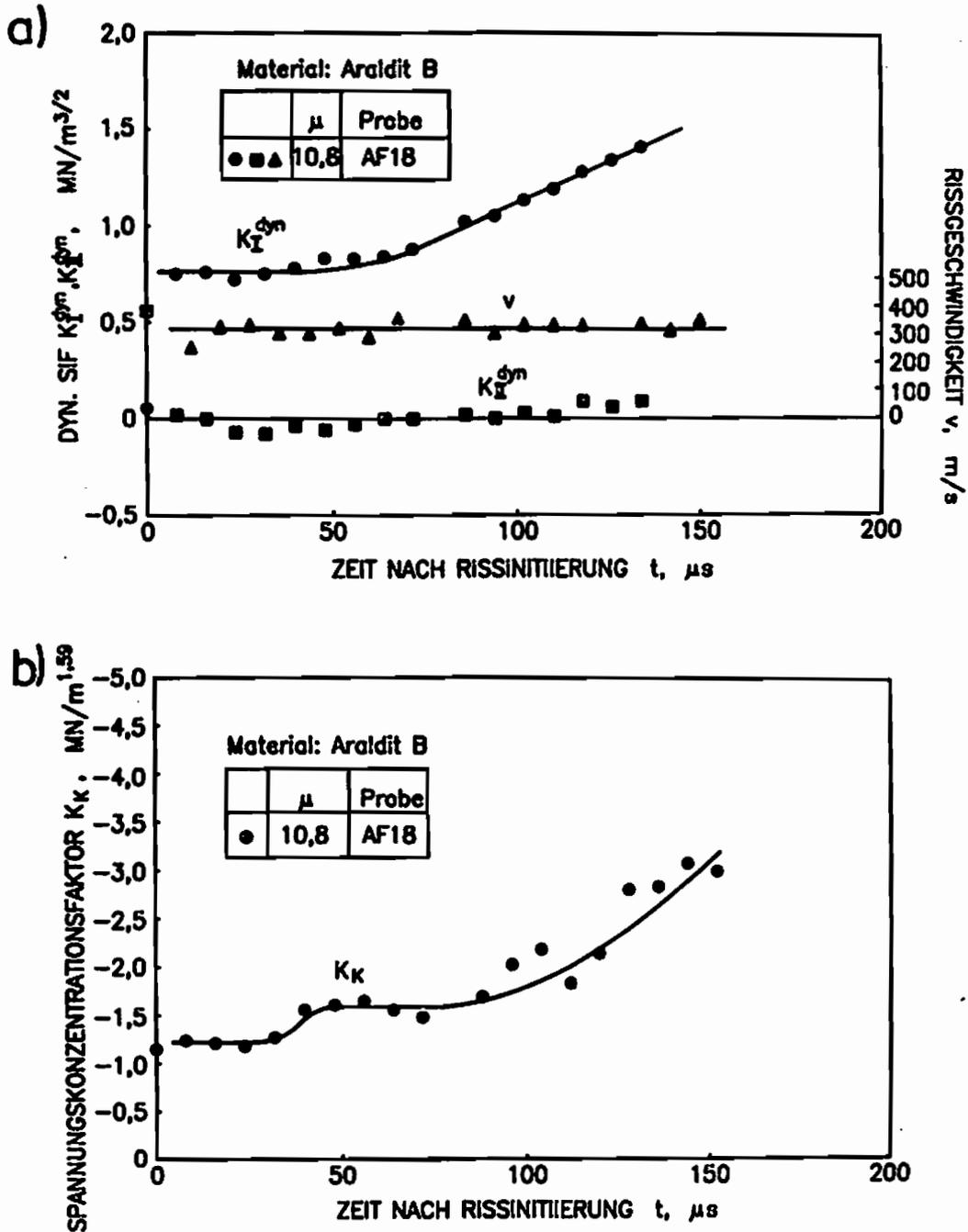


Abb. 69 Spannungskonzentrationsverlauf eines unter dynamischer Modus-II-Belastung initiierten Risses

a) Spannungintensitäten an der Rißspitze b) Kerbkonzentration

beibehält; dies entspricht dem Verhalten unter statischer Beanspruchung. Nach einer Zeit von ca. 50 μ s ist auch hier ein Anstieg der Spannungskonzentration vorhanden.

Die präsentierten Daten zeigen, daß das Spannungsfeld um die alte und neue Rißspitze in der von der Probengeometrie unbeeinflußten Phase von ca. 50 μ s

nach Rißinitiiierung konstante Verhältnisse am laufenden Riß und an der Kerbe besitzt. Es bereitet daher keine Schwierigkeiten Aussagen über die Höhe der Energiefreisetzungsrates an Rissen unter gemischten Beanspruchungen aufzustellen. Es ist zu betonen, daß der K_{I}^{dyn} -Verlauf einen signifikanten Unterschied zu den statischen Versuchen aufweist: Während zuvor stets ein Rückgang der Spannungsintensität ermittelt wurde, behält der Modus-I initiierte Riß seinen K_{I}^{dyn} -Startwert bei und am Modus-II initiierten Riß tritt eine offensichtlich sprunghafte Vergrößerung des Spannungsintensitätsfaktors K_{I}^{dyn} ein, dessen Absolutwert größer ist als der Wert am Modus-I initiierten Riß. Dieses Ergebnis steht eindeutig im Widerspruch zu der Vorhersage des Nuismer-Kriteriums, das aufgrund der guten Übereinstimmung von theoretischer und experimenteller Bruchgrenzkurve auf diese Experimente anzuwenden ist und identische K_{I}^{dyn} - Werte fordert.

Die Meßdaten erlauben es, Aussagen für einen wesentlich früheren Zeitraum zu treffen als unter statischer Beanspruchung. Erste Werte für die betrachteten Parameter sind teilweise schon nach einer Zusatzrißlänge von 1,5 mm zu erhalten. Es kann somit festgestellt werden, daß die ermittelten Größen sehr früh nach Rißinitiiierung zumindest bei $a_z = 1,5$ mm ihren konstanten Wert erreichen. Eine Berechnung der Energiefreisetzungsrates und der Vergleich mit theoretischen Voraussagen ist somit auch für sehr kurze Zusatzrißlängen gewährleistet.

6.2.3 Energiefreisetzungsrates am initiierten Riß

Für den Zeitbereich bis 50 μ s nach Rißinitiiierung sind die Verhältnisse am laufenden Riß wiederum unbeeinflusst von Wellenreflexionen. Aus diesem Grunde kann die Berechnung der Energiefreisetzungsrates auch hier mit Hilfe der Beziehung (21) unter Berücksichtigung des Faktors $h(v)$ (Gl. (22)) erfolgen. In Abb. 70 sind die ermittelten Werte für $G_{I,II}^{dyn}$ in Abhängigkeit von dem Modus-II/Modus-I-Verhältnis für Araldit B aufgetragen. Mit wachsendem Scherbelastungsanteil tritt eine Zunahme der Energiefreisetzungsrates auf. Dieses Resultat war aufgrund der Vergrößerung des K_{I}^{dyn} -Wertes nach Rißinitiiierung am stark Modus-II beeinflussten Riß zu erwarten. Der Kurvenverlauf entspricht dem Verlauf in Abb. 64 für die Versuche mit identischen K_{I}^{*} -Werten. Unabhängig von der Beanspruchungssituation, ob dynamisch oder statisch, ist demnach bei einer Rißinitiiierung bei identischen K_{I}^{*} -Werten die gleiche Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrates vom Zug-/Scherbeanspruchungsverhältnis am Ausgangsriß festzustellen.

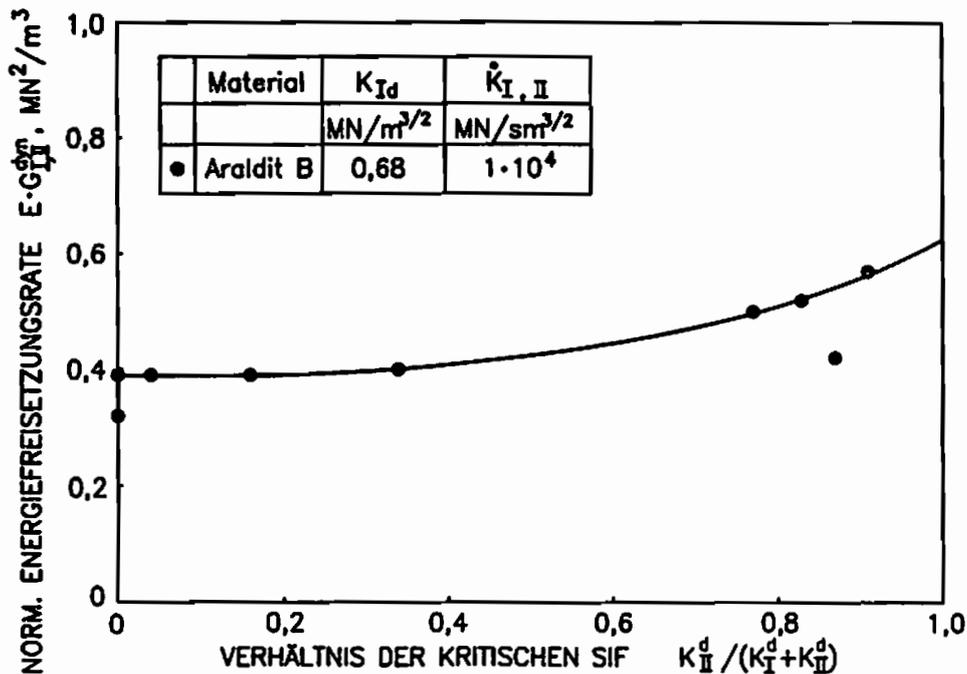


Abb. 70 Dynamische Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit der Modus-I-/Modus-II-Belastungsanteile vor Reißinitierung, normiert

6.2.4 Vergleich von Theorie und Experiment

Die bei dynamischer Belastung gewonnenen K_{r}^{dyn} - Kurven zeigen eine andere Tendenz als im Fall statischer Belastung. Im Gegensatz zum statischen Belastungsfall ist für K_{r}^{dyn} kein Abfall der Werte zu Beginn der Reißausbreitung zu beobachten, die Erhöhung der Beanspruchungsrate \dot{K} bewirkt offenbar auch eine Erhöhung der K_{r}^{dyn} -Werte am laufenden Reiß. Da diese Abhängigkeit von den bestehenden Theorien zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate nicht berücksichtigt wird ist es nicht möglich für einen laufenden Reiß unabhängig von der Beanspruchungsrate einen gültigen G_{r}^{dyn} -Wert mit Hilfe der bestehenden Theorien aus den Beanspruchungsgrößen vor der Initiierung zu berechnen. Eine Betrachtung des schon zuvor benutzten Verhältniswertes $(G_{I,II}^{dyn} / G_{r}^{dyn})_{exp} / (G_{I,II}^{dyn} / G_{r}^{dyn})_{theor}$ dient daher auch bei diesen Ergebnissen der Gültigkeitsüberprüfung bestehender Theorien unabhängig von den Absolutbeträgen der Energiefreisetzungsraten. Dieser Vergleich mit den theoretischen Werten nach der Lösung von Irwin, Nuismer und Hussain u.a. ist in Abb. 71 aufgetragen: Die Daten zeigen eine ähnliche Abhängigkeit vom Zug-/Scherbeanspruchungsverhältnis wie die Daten der statischen Versuche in Abb. 65. Nach der Lösung von Irwin liegt das experimentell gemessene Verhältnis bei Modus-II-Beanspruchung um mehr als 100% über dem theoretisch erwarteten. Betrachtet man die Lösung

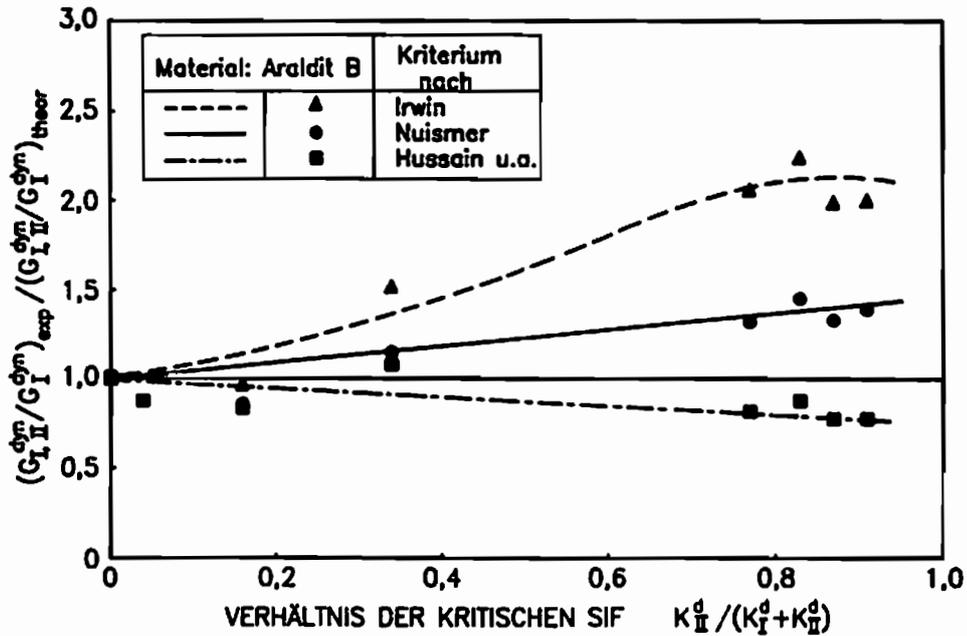


Abb. 71 Verhältnis experimentell und theoretisch ermittelter Energiefreisetzungsraten

von Nuismer, so kann auch hier für eine reine Modus-II-Belastung eine Abweichung von der theoretischen Voraussage um ca. 50% beobachtet werden. Die Lösung nach Hussain, Pu und Underwood beschreibt die Zunahme der Energiefreisetzungsrates mit wachsendem Modus-II-Anteil am besten, aber auch in diesem Fall letztlich nicht korrekt. Dieses Kriterium sagt wiederum für einen Modus-II initiierten Riß eine größere Energiefreisetzungsrates gegenüber dem Modus-I initiierten Riß voraus als dies experimentell beobachtet werden konnte.

6.3 Zusammenfassende Betrachtung der experimentellen Resultate

Sowohl unter statischer Beanspruchung wie auch bei Schlagbelastung ist mit Hilfe der gewonnenen Resultate das Rißausbreitungsverhalten in einem von der Probengeometrie unabhängigen Zeitbereich analysiert worden. Im Fall dynamischer Rißbeanspruchung kann dieser Zeitbereich bis zu einer Zusatzrißlänge von ca. 1,5 mm an den Initiierungszeitpunkt herangelegt werden. Dies erlaubt eine gute Näherung der Voraussetzung sehr kurzer Zusatzrißlängen, die allen Theorien zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrates unter gemischten Zug- und Scherbeanspruchungen zugrunde liegt.

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß der Absolutwert des Spannungsintensitätsfaktors K_I^{dyn} am initiierten Riß von der Beanspruchungsrates \dot{K} abhängt.

In den Versuchen mit statischer Beanspruchung erfolgt aufgrund der sehr geringen Beanspruchungsrate praktisch keine Laststeigerung während des Reißausbreitungsprozesses. Der Reiß verlängert sich daher unter Beibehaltung der Reißuferverschiebung bei Reißinitiiierung. Dies hat einen Rückgang der Spannungsintensität an der Spitze des Zusatzrisses zur Folge. In den Versuchen mit dynamischer Beanspruchung ist die Beanspruchungsrate groß genug, um die Last auch während des Ausbreitungsprozesses weiter zu erhöhen. Die gewählte Beanspruchungsrate reicht aus, um am Reiß ein höheres $K_{I,II}^{dyn}$ -Niveau aufrechtzuerhalten. Diese Abhängigkeit wird von den bestehenden Theorien nicht berücksichtigt. Ein direkter Vergleich, der anhand von $K_{I,II}^{dyn}$ ermittelten Werte für die Energiefreisetzungsraten $G_{I,II}^{dyn}$ mit den theoretischen Voraussagen ermöglicht daher keine zuverlässige Überprüfung der Übereinstimmung von Theorie und Experiment. Die Verhältnismerte der Energiefreisetzungsraten von gemischt Modus-I /Modus-II initiierten Rissen $G_{I,II}^{dyn}$ mit der Energiefreisetzungsraten am Modus-I initiierten Reiß G_I^{dyn} , das heißt die Verhältnismerte $G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn}$ sind jedoch unabhängig von der Beanspruchungsrate. Ein Vergleich von Theorie und Experiment anhand dieses Wertes erlaubt es die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsraten vom Zug-/Scherbeanspruchungsverhältnis zu analysieren und die Gültigkeit der bestehenden Theorien zu überprüfen. Diese Analyse zeigt, daß von dem Kriterium nach Hussain, Pu und Underwood die experimentellen Resultate am besten angenähert werden. Nach dieser Theorie werden jedoch etwas größere Energiefreisetzungsraten am Modus-II initiierten Reiß vorausgesagt als experimentell beobachtet werden konnten. Hingegen läßt der Vergleich mit den Theorien von Irwin und Nuismer erkennen, daß diese gegenüber den experimentellen Werten wesentlich kleinere Energiefreisetzungsraten am Modus-II initiierten Reiß vorhersagen. In Abb. 72 sind die Ergebnisse der dynamischen und statischen Versuche gemeinsam dargestellt. Obwohl die Risse sehr unterschiedlichen Beanspruchungsgeschwindigkeiten unterlagen und zum Teil bei stark voneinander abweichenden kritischen K-Werten initiiert wurden, beschreiben die präsentierten Daten für jedes Kriterium eine einheitliche Kurve. Das betrachtete Verhältnis ist von der Größe der Parameter \dot{K} , K_{Ic} , K_{IIc} , K_{Ia} , K_{IIa} somit unabhängig. Die Veränderung der Energiefreisetzungsraten bei variierendem Modus-II-Beanspruchungsanteil muß daher einer Gesetzmäßigkeit unterliegen, die allen Versuchsreihen gemeinsam ist.

Der Sachverhalt, daß die in Abb. 72 präsentierten Daten zudem bei sehr unterschiedlichen Zusatzreißlängen gewonnen wurden (im statischen Fall für $5\text{mm} < a_z < 15\text{mm}$ und im dynamischen Fall für $a_z > 1,5\text{mm}$) läßt die Vermutung zu, daß die gefundenen Kurven auch für kleinere Reißlängen als $a_z = 1,5\text{ mm}$ Gültigkeit

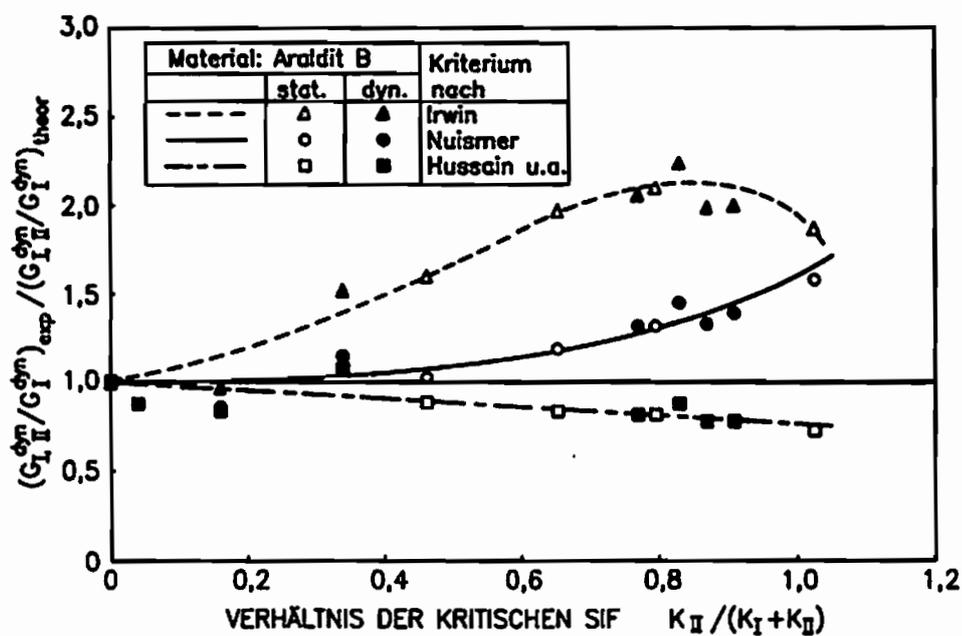


Abb. 72 Verhältnis experimentell und theoretisch ermittelter Energiefreisetzungsraten, statische und dynamische Belastung

besitzen und somit auch für einen von den Kriterien geforderten beliebig kurzen Zusatzriß zutreffen.

7 EINE NEUE LÖSUNG ZUR BERECHNUNG DER ENERGIEFREISETZUNGSRATE AN EINEM RISS UNTER SCHERBELASTUNG

Die Untersuchung der Rißausbreitungsprozesse hat gezeigt, daß von den drei betrachteten Theorien die Theorie von Hussain, Pu und Underwood die experimentell ermittelte Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrates vom Modus-II/Modus-I-Beanspruchungsverhältnis zwar am besten erfaßt, aber auch hier noch Abweichungen bis zu 30 % zwischen experimenteller Beobachtung und theoretischer Voraussage auftreten. Die Theorie von Hussain u.a. berücksichtigt über die Berechnung von wegunabhängigen Integralen den Betrag der elastischen Energie an der Rißspitze. Die Theorien von Nuismer bzw. Irwin basieren lediglich auf den Eigenschaften der Spannungs-/Dehnungsverteilungen in ausgewählten Richtungen an einer Rißspitze und können die experimentellen Resultate weitaus schlechter wiedergeben. Der Betrag der elastischen Energie an einem Riß vor Initiierung ist somit offensichtlich von wesentlicher Bedeutung für die Energiefreisetzungsrates eines initiierten Risses.

7.1 Kriterium der elastischen Energie

Ausgehend von dem Energieinhalt des Spannungsnahfeldes eines stationären Risses wird im folgenden eine Beziehung zur Berechnung der Energiefreisetzungsrates an einem Modus-I/Modus-II beanspruchten Riß hergeleitet.

7.1.1 Berechnung der elastischen Energie des Rißspitzenspannungsnahfeldes

Der Energieinhalt des Rißspitzenspannungsnahfeldes ergibt sich aus den Beziehungen für die elastische Energiedichte ((39) - (41)). Hierzu wird folgendes Integral der Energiedichte \bar{U} gebildet:

$$U^o = \int_{\alpha}^{\beta} \bar{U} d\phi \quad (93)$$

U^o repräsentiert die Summe der elastischen Energie auf einem Kreisbogenstück in einer Entfernung r um die Rißspitze. Mit den Gln. (40) und (41) gilt für den Fall ebener Dehnung:

$$U^o = \left[\frac{1(1+\nu)}{r} \frac{1}{8\pi E} \left\{ K_{II}^2 \left[\left(\kappa - \frac{1}{2} \right) \phi + (\kappa - 1) \sin \phi - \frac{1}{4} \sin 2\phi \right] + 2K_I K_{II} \left[\sin^2 \phi + (\kappa - 1) \cos \phi \right] + K_{II}^2 \left[\left(\kappa + \frac{3}{2} \right) \phi + (1 - \kappa) \sin \phi + \frac{3}{4} \sin 2\phi \right] \right\} \right]_{\alpha}^{\beta} \quad (94)$$

Der Energieinhalt auf einem Kreis um die Rißspitze (mit $\alpha = -\pi$, $\beta = \pi$) berechnet sich somit nach:

$$U^o = \frac{1(1+\nu)}{r} \frac{1}{8E} [(2\kappa - 1)K_I^2 + (2\kappa + 3)K_{II}^2] \quad (95)$$

Die Formel für die Gesamtenergie eines Kreisgebietes von a nach b lautet nach Integration über r:

$$U = \frac{(1+\nu)}{8E} [(2\kappa - 1)K_I^2 + (2\kappa + 3)K_{II}^2] [\ln r]_a^b \quad (96)$$

Mit dieser Beziehung ist das Verhältnis im Energieinhalt zwischen einem Modus-II und einem Modus-I beanspruchten Riß U_{II}/U_I zu ermitteln. Für diesen Vergleich der elastischen Energien beider Beanspruchungsvarianten kann sowohl die Gl. (95) als auch Gl. (96) herangezogen werden. Diese ergeben unter Berücksichtigung identischer Radien r für variierende Beanspruchungsverhältnisse den gleichen Verhältniswert U_{II}/U_I . Nach den Gln. (95) und (96) ist der Betrag von U_{II}'/U_I' bzw. U_{II}/U_I abhängig von der Existenz eines ebenen Spannungs- oder Dehnungszustandes und von der Querkontraktionszahl des betrachteten Materials. Unter der Voraussetzung identischer kritischer K-Werte ($K_{Ic} = K_{IIc}$) ergibt eine Berechnung der Energieinhalte nach Gl. (96):

PMMA :	$U_{II}/U_I = 2,31$	(ESZ)	Araldit B :	$U_{II}/U_I = 2,45$	(ESZ)
	$U_{II}/U_I = 2,64$	(EDZ)		$U_{II}/U_I = 3,13$	(EDZ)

In der Umgebung einer Modus-II beanspruchten Rißspitze ist demnach bis zu drei mal mehr elastische Energie gespeichert als an einer Rißspitze unter Modus-I-Belastung. Dieser Sachverhalt war bislang unbekannt und ist demzufolge bisher in keiner Theorie zur Beschreibung des Rißausbreitungsverhaltens unter gemischten Beanspruchungen explizit berücksichtigt worden. In der Lösung von Hussain u.a. ist dieser Unterschied in der elastischen Energie allerdings implizit enthalten. Ein Vergleich der oben aufgeführten Verhältniswerte U_{II}/U_I mit dem in Abb. 20 präsentierten Wert G_{IIc}/G_{Ic} (ebenfalls für $K_{Ic} = K_{IIc}$ ermittelt) von 2,52 für das Kriterium nach Hussain verdeutlicht dies. (Bei der Berechnung von G_{IIc}/G_{Ic} nach Hussain u.a. kürzt sich die Querkontraktionszahl aus der Berechnung heraus, so daß dieses Verhältnis unabhängig vom Material und von der Existenz eines ebenen Spannungs- bzw. Dehnungszustandes ist - im Gegensatz zum Energieverhältnis U_{II}/U_I . Für die Verhältnisse der elastischen Energien wird nahezu der gleiche Wert ermittelt wie für die Energiefreisetzungsraten nach dem Hussain-Kriterium. Aufgrund dieser Übereinstimmung und der guten Anpassung des Hussain-Kriteriums an die experimentellen Resultate liegt der Schluß nahe, daß die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsraten vom Zug-/Scherbean-

spruchungsverhältnis von dem Verhältnis der elastischen Energie an einer scherbeanspruchten zu der elastischen Energie an einer rein zugbeanspruchten Rißspitze bestimmt wird.

Die Berechnung der Energiefreisetzungsraten an Modus-II beanspruchten Rissen nach dem Hussain-Kriterium lieferten zu große Werte. Dies läßt den Schluß zu, daß nicht die gesamte elastische Energie an der Modus-II beanspruchten Rißspitze für eine Rißausbreitung maßgebend ist. Aufgrund der experimentellen Resultate sollte sich dieser Fehlbetrag auf ca. 20% - 30% der Gesamtenergie an einem Modus-II beanspruchten Riß belaufen (siehe Abb. 72). Dieser Energieanteil muß in anderer Form verbraucht werden, oder aber weiterhin in der Umgebung der Ausgangsrißspitze gebunden sein. Zur Klärung dieses Problems ist es notwendig die Initiierung eines Modus-I bzw. Modus-II beanspruchten Risses näher zu betrachten.

Der Initiierungsvorgang beider Rißtypen unterscheidet sich grundlegend. Bei dem Start eines Risses unter Modus-I-Beanspruchung tritt eine Entlastung des Bereichs um die alte Rißspitze ein. Die Rißspitze wird zusammen mit der vorhandenen Spannungssingularität stetig verlagert (Abb. 73a). Der Verbrauch an elastischer Energie, z.B. durch die Schaffung neuer Rißoberflächen, kann durch eine stetige Energiezufuhr aus der neuen Umgebung, der sich verlagernden Rißspitze ausgeglichen werden, so daß der Riß mit konstanter Energiefreisetzungsrate das Material durchtrennt. Das Energiefeld behält bei diesem Vorgang seine Modus-I-Charakteristik.

Ein unter Scherbeanspruchung initiiertes Riß führt ebenfalls zu einer stetigen Verlagerung der Spannungssingularität während der Rißausbreitung (Abb. 73b). Hierbei ändert sich jedoch die Charakteristik des Spannungsfeldes. Nach den Untersuchungen in Kapitel 5.2 wird bei diesem Ausbreitungsvorgang kontinuierlich ein immer größeres Gebiet des Modus-II-Spannungsfeldes in ein Modus-I-Spannungsfeld umgewandelt. Dies führt dazu, daß (z.B. für $K_{Ic} = K_{IIc}$) im Vergleich zu einem Modus-I initiierten Riß der Rißspitze wesentlich mehr Energie zugeführt wird. An der neuen Rißspitze kann somit eine größere Spannungsüberhöhung aufgebaut werden als im Modus-I-Fall. Aufgrund der Tatsache, daß der Riß sich jedoch nicht in seiner ursprünglichen Orientierung ausbreitet sondern abknickt, entsteht am Initiierungsort eine Kerbe. Die vorliegenden Untersuchungen zeigen, daß an dieser Kerbe eine Kerbspannungssingularität vorhanden ist. Dies hat zur Folge, daß ein Teil der elastischen Energie eines Modus-II initiierten Risses an der Kerbe gebunden ist, und die Energie nicht in ihrer Gesamtheit für den Rißfortschritt herangezogen werden kann. Wieviel Energie für

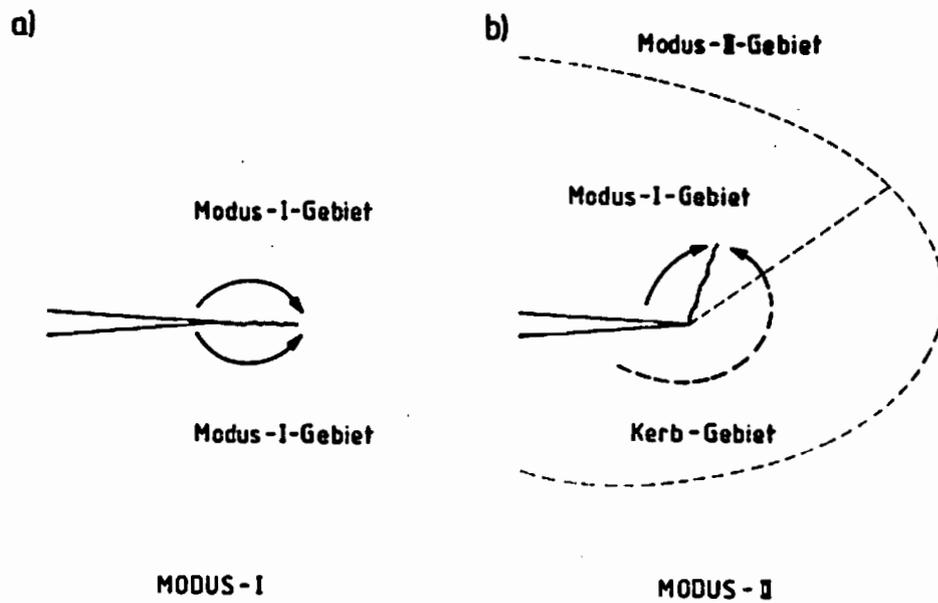


Abb. 73 Veränderungen der Spannungsfeldcharakteristik nach Rißinitierung

a) Modus-I initiiertes Riß

b) Modus-II initiiertes Riß

die Rißausbreitung vorhanden ist, wird somit auch von der Größe der Kerbenergie bestimmt.

7.1.2 Elastische Energie an der Kerbe

Eine Kerbe besitzt eine geringere Spannungssingularität als ein Riß (siehe Anhang III). Aus diesem Grund ist bei der Umwandlung der Rißspannungsverteilung in eine Kerbspannungsverteilung bei gleichem Amplitudenfaktor mit einer entsprechend geringeren Energie im Kerbgebiet zu rechnen.

Analog zur Vorgehensweise bei der Ermittlung der elastischen Energie an der Rißspitze, wird auch im Kerbfall basierend auf Gl. (38) die Energie auf einem Kreisbogen um die Kerbe bestimmt. Unter Vernachlässigung des Scherbeanspruchungsanteils an der Kerbe erhält man ausgehend von Gl. (130) und Gl. (131) (siehe Anhang III) nach aufwendiger Berechnung für die Energiedichte \bar{U}_K :

$$\bar{U}_K = \frac{1 + \nu}{2\pi E (\eta + 1)^2 (L + 1)^2} r^{2(\eta - 1)} K_K^2 \left[\eta^2 - 2\eta + \kappa + (\eta + 1)^2 L^2 + (2\eta^2 - 2)L \cos 2\phi - (1 - \kappa) \cos 2(\eta - 1)\phi \right] \quad (97)$$

Nach Integration über den Kerbwinkel

$$U_K^o = \int_{-\alpha}^{+\alpha} \bar{U}_K d\phi \quad (98)$$

ergibt sich:

$$U_K^o = \frac{1+\nu}{2\pi E (\eta+1)^2 (L+1)^2} r^{2(\eta-1)} K_K^2 \left\{ \left[2\eta^2 - 4\eta + 2\kappa + (2\eta^2 + 4\eta + 2) L^2 \right] \alpha + (2\eta^2 - 2) L \sin 2\alpha - \frac{1-\kappa}{\eta-1} \sin 2(\eta-1)\alpha \right\} \quad (99)$$

Die Integration über den Radius r führt zu der Bestimmungsgleichung der Kerbenergie

$$U_K = \frac{1+\nu}{\pi E (L+1)^2 (2\eta-1)} K_K^2 \left\{ \left[\left(\frac{\eta-1}{\eta+1} \right)^2 + \frac{\kappa-1}{(\eta+1)^2} + L^2 \right] \alpha + \frac{\eta-1}{\eta+1} L \sin 2\alpha - \frac{1-\kappa}{2(\eta-1)(\eta+1)^2} \sin 2(\eta-1)\alpha \right\} [r^{2\eta-1}]_a^b \quad (100)$$

Die Gln. (96) und (100) ermöglichen die Berechnung der elastischen Energie an der Modus-II beanspruchten Rißspitze und an der Kerbe. Für die Ermittlung des Rißinitiierungswinkels ϕ_0 und des darauf basierenden Kerbwinkels 2α wird im folgenden das Tangentialspannungskriterium zugrunde gelegt.

Aufgrund der unterschiedlichen Singularitätenausprägung ist das Verhältnis der Energieinhalte an Kerb- und Rißspitze abhängig vom Abstand zur Singularität. Für die korrekte Erfassung der elastischen Energien, muß daher ein sinnvoller Bereich um die Singularitäten gewählt werden. Im folgenden wird ein Bereich betrachtet, der für die vorgestellten Experimente relevant ist und für den noch annähernd die Gültigkeit der Spannungsnahfeldverteilung vorausgesetzt werden kann: Er umfaßt das Gebiet von 1 μm (ungefähre Begrenzung der plastischen Zone in spröden Materialien) und 1 mm bzw. 25 mm (halbe Entfernung von der Rißspitze zum Probenrand). Anhand von Gl. (96) und Gl. (100) ergibt sich somit aus der Berechnung der elastischen Energie an der Modus-II beanspruchten Rißspitze vor Rißinitiierung und an der Kerbe nach Rißinitiierung für identische Gebiete (Abb. 74) das Energieverhältnis wie in Tabelle 6 aufgeführt.

Nach dieser Abschätzung verbleiben nach einer Initiierung des Modus-II beanspruchten Risses ca. 25% der Gesamtenergie an der Kerbe. Dieses Ergebnis entspricht sehr gut dem aufgrund der experimentellen Resultate ermittelten Energiefehlbetrag von 20% - 30%. Die in Tabelle 6 aufgeführten Ergebnisse zeigen keine bedeutende Abhängigkeit vom Material und somit auch nicht von der Querkontraktionszahl. Der Einfluß des Abstandes von der Singularität ist dagegen

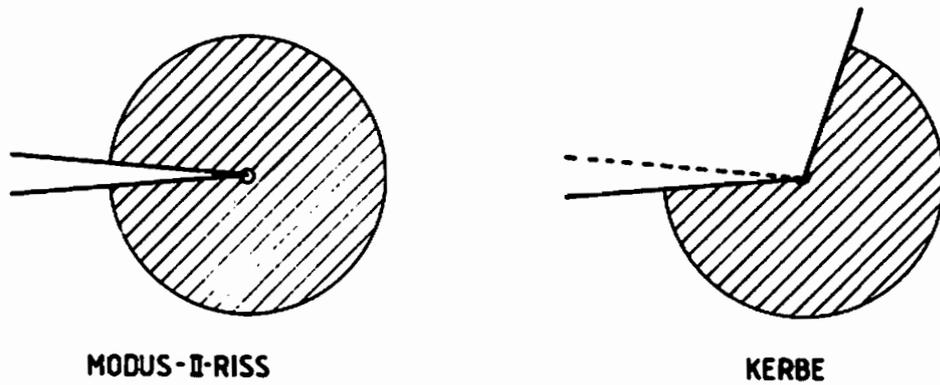


Abb. 74 Integrationsgebiete zur Berechnung der elastischen Energie an einer Modus-II beanspruchten Rißspitze vor Rißinitiiierung und einer Kerbe nach Rißinitiiierung

Bereich	Material	U_{Kerb}/U_{Riss}	
		ESZ	EDZ
$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	Araldit B	0,22	0,20
$1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	PMMA	0,23	0,21
$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	Araldit B	0,31	0,27
$25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	PMMA	0,32	0,28
$K_{II} = 1,0 \text{ MN/m}^{3/2}$, $K_K = -1,93 \text{ MN/m}^{1,5851}$ *)			

Tabelle 6 Verhältnis der elastischen Energien an Kerbe und Modus-II beanspruchtem Riß, *)aus der theoretischen Rispannungsnahfeldverteilung ermittelt

wesentlich ausgeprägter. In Abb. 75 ist daher das Verhältnis U_{Kerb} / U_{Riss} für veränderliche Außenradien und die Fälle ebener Spannung und ebener Dehnung aufgetragen; der Innenradius ist stets zu $1 \mu\text{m}$ gewählt worden. In dem betrachteten Bereich von $10 \mu\text{m}$ bis 10 cm beträgt die Kerbenergie zwischen 12% und 36% der Gesamtenergie des Modus-II beanspruchten Risses vor Initiiierung. Da nach einer Rißinitiiierung die Probenbereiche in unmittelbarer Umgebung der Rißspitze von größerer Bedeutung sind für den Rißausbreitungsprozeß, als die sehr weit entfernten Bereiche, repräsentiert der Wert von 25% somit nicht nur im Fall der vorliegenden Probenabmessungen, sondern für alle Anwendungsfälle eine gute Abschätzung des Kerbenergieanteils. Einem Modus-II initiierten Riß steht demnach ca. 25% seiner Ausgangsenergie nicht zur Verfügung, so daß nur ca. 75% der Energie für die Rißausbreitung herangezogen werden können.

Unter gemischten Beanspruchungen verändert sich der Riinitiiierungswinkel. Bei gemischten Zug- und Scherbeanspruchungen wird im Vergleich zu einem rein

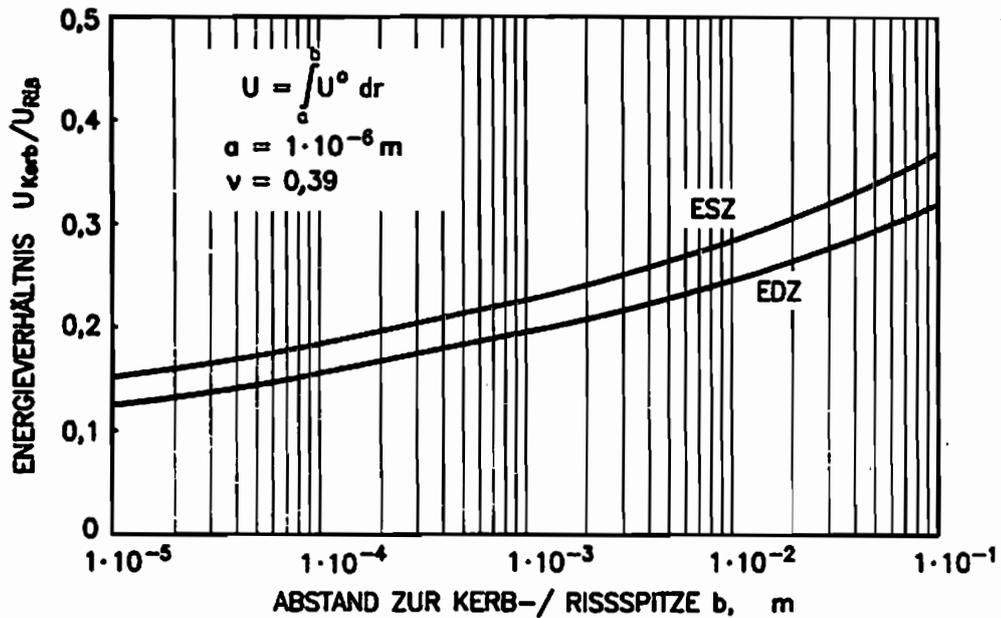


Abb. 75 Verhältnis der elastischen Energie an der Kerbe nach Initiierung und an der Rißspitze vor Initiierung eines Modus-II beanspruchten Risses

scherbeanspruchten Riß der Kerböffnungswinkel vergrößert, die Kerbsingularität nimmt ab und der Anteil der Kerbenergie an der Rißgesamtenergie wird kleiner. Für gemischte Beanspruchungen ist in Abb. 76 das Verhältnis U_{Kerb} / U_{Riss} aufgetragen. Die Berechnung wurde entsprechend der zuvor angestellten Betrachtung am Modus-II beanspruchten Riß vorgenommen. Hierbei dient das Material Araldit B und sowohl der ebene Spannungszustand als auch der ebene Dehnungszustand als Berechnungsgrundlage. Betrachtet wurde der Bereich von 1 μ m bis 1 cm um die Spannungssingularität. Der Kerbenergieanteil fällt mit abnehmender Scherbeanspruchung. Für Verhältniswerte $K_{II} / (K_I + K_{II}) < 0,6$ (dies entspricht $\mu = K_{II}/K_I = 1,5$) beträgt die Kerbenergie weniger als 5% von der Rißgesamtenergie und ist somit zu vernachlässigen. Erst bei hohen Modus-II Beanspruchungsanteilen ist die Kerbenergie von Bedeutung. Unter reiner Modus-II-Belastung beträgt ihr Anteil an der Gesamtenergie 24 % - 28 %. Im Fall überlagerter Druck- und Scherbeanspruchungen steigt dieser Wert weiter an. Für eine noch folgende Einbeziehung dieser Kerbenergie in eine Berechnungsformel für die Energiefreisetzungsrate können die Kurven in Abb. 76 durch die Funktion

$$\frac{U_K}{U_{I,II}} = \frac{1}{4} \left(\frac{K_{II}}{K_I + K_{II}} \right)^{5/2} \quad (101)$$

ausreichend genau angenähert werden. Diese Beziehung stellt bei nur geringer Genauigkeitseinbuße eine wesentliche Vereinfachung der Berechnung des

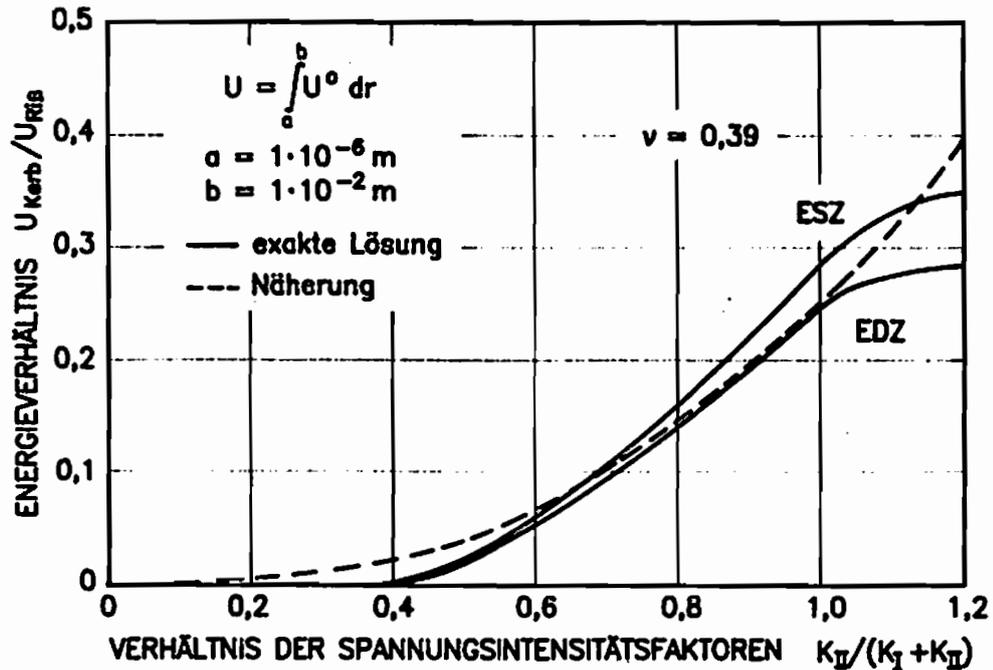


Abb. 76 Verhältnis der elastischen Energien an Kerbe und Rißspitze in Abhängigkeit der Modus-I-/Modus-II-Belastungsanteile vor Rißinitierung

Kerbenergieanteils gegenüber dem aufwendigen Berechnungsverfahren nach den Gln. (96) und (100) dar.

7.1.3 Berechnung der Energiefreisetzungsrates für gemischte Beanspruchungen

Aufgrund der ermittelten Abhängigkeit der K_I^{dyn} - und G_I^{dyn} -Werte von der Beanspruchungsrate, ist ohne deren Berücksichtigung keine allgemeingültige Voraussage über die Größe der Energiefreisetzungsrates an einem initiierten Riß größerer Zusatzrißlänge zu treffen. Die zuvor angeführten Analysen der Energieverhältnisse an initiierten Rissen haben jedoch gezeigt, daß unabhängig von dem Wert des kritischen Spannungsintensitätsfaktors und der Größe der Beanspruchungsrate eine feste Beziehung zwischen den Energiefreisetzungsrates $G_{I,II}^{dyn}$ und G_I^{dyn} existiert. Diese feste im Experiment gefundene Beziehung ist in einem Zeitbereich gültig, der von der Probengeometrie unbeeinflusst ist; sie kann durch das Kriterium von Hussain, Pu und Underwood am besten, aber nicht korrekt wiedergegeben werden. Die anhand dieser Theorie ermittelten Verhältniswerte $G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn}$ sind nahezu identisch mit den Verhältniswerten der elastischen Energien an einem gemischt Modus-I/Modus-II beanspruchten Riß $U_{I,II}$ und an einem rein Modus-I beanspruchten Riß U_I : $U_{I,II}/U_I$. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 77 für eine Energieberechnung getrennt nach ebenem

Spannungs- und ebenem Dehnungszustand dargestellt. Die experimentell ermittelten Energiefreisetzungsratenverhältnisse werden hierin sowohl mit den Ergebnissen des Kriteriums nach Hussain, wie in Abb. 72 geschehen, als auch mit den Ergebnissen der Energieverhältnisberechnung verglichen. Anhand dieser Abbildung ist sehr gut zu erkennen, daß beide Berechnungsverfahren nahezu identische Werte liefern; die Werte nach Hussain liegen zwischen den Extremfällen der Energieberechnung des ebenen Spannungszustandes und des ebenen Dehnungszustandes.

Es kann daher die Annahme aufgestellt werden, daß sich bei Variation der Modus-I-/Modus-II-Belastungsanteile die Energiefreisetzungsraten der initiierten Risse ähnlich dem Verhältnis der elastischen Energien der Spannungnahfelder vor Rißinitiierung verändern, unter zusätzlicher Berücksichtigung des Kerbenergieanteils. Für die Berechnung der Energiefreisetzungsratenverhältnisse $G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn}$ gilt somit folgende Beziehung:

$$\frac{G_{I,II}^{dyn}}{G_I^{dyn}} = \left(1 - \frac{U_K}{U_{I,II}}\right) \frac{U_{I,II}}{U_I} \frac{(g(v))_{I,II}}{(g(v))_I} \quad (102)$$

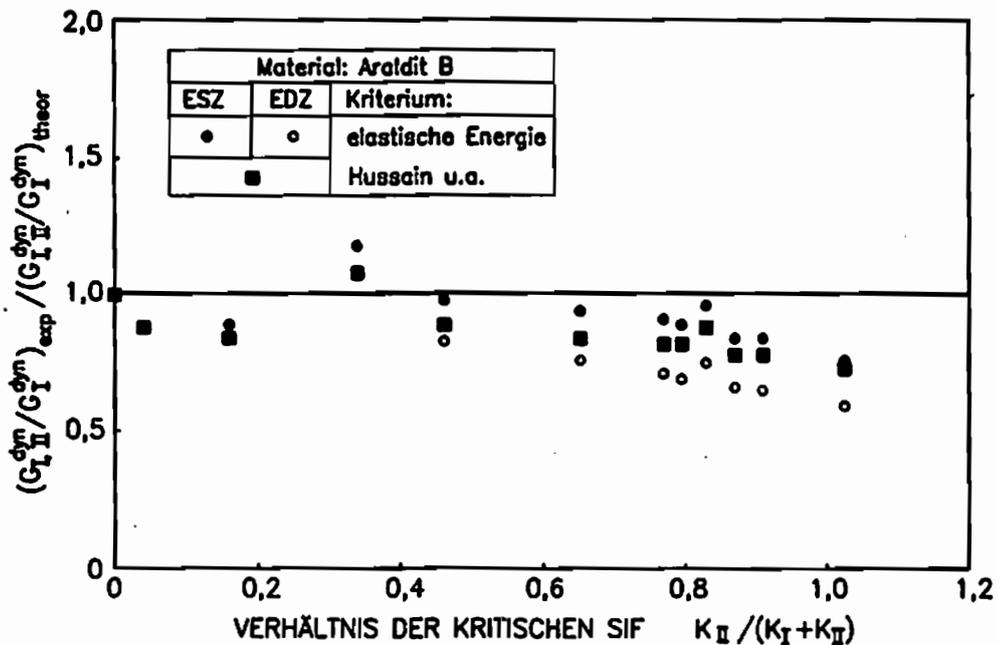


Abb. 77 Verhältnis experimentell und theoretisch mit Hilfe der elastischen Energien und dem Kriterium nach Hussain ermittelter Energiefreisetzungsraten

Das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten $G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn}$ wird nach dieser Gleichung somit wie folgt ermittelt:

1. Berechnung des Energieverhältnisses $U_{I,II}/U_I$ aus den kritischen K -Werten bei Rißinitiiierung nach Gl. (95)
2. Verminderung um den Kerbenergieanteil $U_k / U_{I,II}$ durch eine Berechnung nach Gl. (100) und (95), bzw. Abb. 75 und 76
3. Berücksichtigung der rißgeschwindigkeitsabhängigen Veränderung der Energiefreisetzungsraten mit dem Verhältnis der Faktoren $(g(v))_{I,II} / (g(v))_I$ (siehe Abb. 8)

Der Kerbenergieanteil kann vereinfachend und mit ausreichender Genauigkeit mit Gl. (101) erfaßt werden. Aus Gl. (102) folgt daher unter zusätzlicher Berücksichtigung von Gl. (95):

$$\frac{G_{I,II}^{dyn}}{G_I^{dyn}} = \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{K_{II}}{K_I + K_{II}} \right)^{5/2} \right] \left[\frac{K_I^2}{K_I^{cr2}} + \frac{(2\kappa + 3) K_{II}^2}{(2\kappa - 1) K_I^{cr2}} \right] \frac{(g(v))_{I,II}}{(g(v))_I} \quad (103)$$

Mit Hilfe von Gl. (103) wird im folgenden das Energiefreisetzungsratenverhältnis für die durchgeführten Versuche aus den kritischen Spannungsintensitätsfaktoren vor Rißinitiiierung berechnet. Diese Werte werden wiederum mit den experimentell am initiierten Riß ermittelten verglichen. In Abb. 78 sind diese Verhältniswerte aufgetragen. Es erfolgte eine Berechnung im ebenen Spannungszustand und im ebenen Dehnungszustand, da der Energieinhalt des Spannungsfeldes eines Risses, wie zuvor gezeigt, wesentlich von diesen beiden Zustandsformen abhängig ist. Anhand von Abb. 78 wird deutlich, daß die neu hergeleiteten Gleichungen eine sehr genaue Voraussage über die Größe der Energiefreisetzungsratenverhältnisse am initiierten Riß liefern. Die Werte für eine Berechnung im ebenen Spannungszustand liegen in der Regel über 1 und die für eine Berechnung im ebenen Dehnungszustand unter 1. Dieses Ergebnis entspricht den Erwartungen, da an einer Rißspitze in der Regel weder ein reiner ebener Spannungszustand noch ein reiner ebener Dehnungszustand vorherrscht. Mit der Abschätzung des Kerbenergieanteils von 25 % wird somit eine weitaus bessere Wiedergabe der experimentellen Resultate ermöglicht, als mit dem Hussain-Kriterium oder den anderen diskutierten Kriterien gegeben ist (vgl. Abb. 65). Mit Gl. (103) ist somit eine sehr genaue Voraussage der Größe des Energiefreisetzungsratenverhältnisses $G_{I,II}^{dyn} / G_I^{dyn}$ in einem von Wellenreflexionen unbeeinflussten Zeitbereich gewährleistet.

Keine der bestehenden Theorien trifft Voraussagen über die absolute Größe der Energiefreisetzungsraten an einem initiierten Riß endlicher Länge, weder für einen Modus-I initiierten Riß, noch im Fall eines Modus-II initiierten Risses. Mit der Beziehung (103) kann aber nun nach experimenteller Ermittlung der Energie-

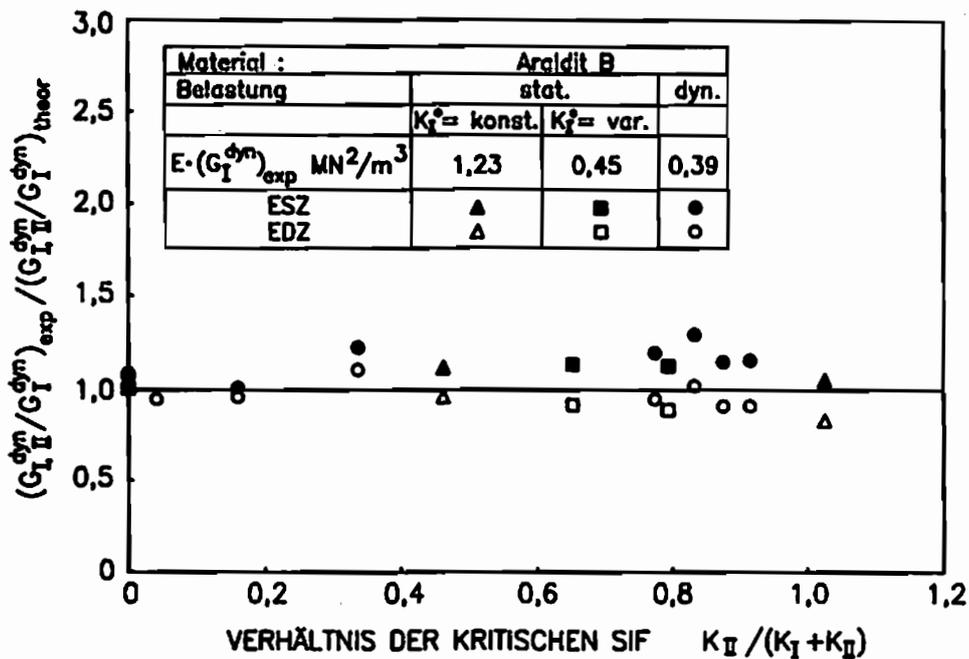


Abb. 78 Verhältnis experimentell und theoretisch mit Hilfe der elastischen Energien (einschließlich Korbenergie) ermittelter Energiefreisetzungsraten

freisetzungsrates an einem Modus-I initiierten RiB $G_I^{\text{dyn}}_{\text{exp}}$, die Energiefreisetzungsrates an einem unter jeder beliebigen gemischten Beanspruchung initiierten RiB $G_{I,II}^{\text{dyn}}$ berechnet werden. Aus Gl. (103) wird daher die folgende Beziehung abgeleitet:

$$G_{I,II}^{\text{dyn}} = \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{K_{II}}{K_I + K_{II}} \right)^{5/2} \right] \left[\frac{K_I^2}{K_I^{\text{cr}2}} + \frac{(2\kappa + 3) K_{II}^2}{(2\kappa - 1) K_I^{\text{cr}2}} \right] \frac{(g(v))_{I,II}}{(g(v))_I} G_I^{\text{dyn}}_{\text{exp}} \quad (104)$$

Die durchgeföhrten Experimente zeigten, daß die ermittelten Resultate auch für sehr kurze Zusatzrißlängen ($a_z = 1,5 \text{ mm}$) Gültigkeit besitzen. Es ist daher anzunehmen, daß die gefundene Beziehung (103) auch auf Risse mit $a_z \rightarrow 0$ anzuwenden ist. Da für solch kurze Zusatzrißlängen, die Berechnungsformel für die Energiefreisetzungsrates am Modus-I initiierten RiB korrekt ist, kann in Anlehnung an die bestehenden Kriterien für den Fall $a_z \rightarrow 0$ eine Gleichung zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrates unter gemischten Modus-I-/Modus-II-Beanspruchungen aufgestellt werden. Hierzu wird in Gl. (104) lediglich der experimentell zu ermittelnde Wert $G_I^{\text{dyn}}_{\text{exp}}$ durch die korrekte Berechnungsformel nach Irwin für G_I ersetzt:

$$G_{I,II} = \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{K_{II}^{cr}}{K_I^{cr} + K_{II}^{cr}} \right)^{5/2} \right] \left[\frac{K_I^{cr2}}{K_{Ic}^2} + \frac{(2\kappa + 3) K_{II}^{cr2}}{(2\kappa - 1) K_{Ic}^2} \right] \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (105)$$

Durch Kürzen von K_{Ic} vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$G_{I,II} = \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{K_{II}^{cr}}{K_I^{cr} + K_{II}^{cr}} \right)^{5/2} \right] \left[K_I^{cr2} + \frac{(2\kappa + 3)}{(2\kappa - 1)} K_{II}^{cr2} \right] \frac{1}{E} \quad \text{für: } ESZ \quad (106)$$

Mit dieser Beziehung kann die Energiefreisetzungsrates an Rissen unter beliebiger Modus-I-/Modus-II-Belastung unmittelbar nach Initiierung ($a_z \rightarrow 0$) ermittelt werden. Hierzu ist, wie bei anderen Kriterien, lediglich die Kenntnis der kritischen K-Werte vor Reißinitiierung notwendig.

Mit den Gln. (102), (103) und (104) ist eine Berechnung der Energiefreisetzungsrates an initiierten Rissen endlicher Länge unter gemischter Modus-II/Modus-I-Belastung, nach experimenteller Ermittlung der Energiefreisetzungsrates an einem Modus-I beanspruchten Reiß gewährleistet. Für den Initiierungszeitpunkt, bei sehr kleiner Zusatzreißlänge ($a_z \rightarrow 0$), kann aufgrund der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren vor Initiierung mit Gl. (106), die Energiefreisetzungsrates für alle Beanspruchungsverhältnisse berechnet werden. Ein Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den Berechnungen nach diesen Gleichungen ergibt eine sehr gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment. Die Berücksichtigung der elastischen Energie an einer Reißspitze, unter Einbeziehung der Kerbenergie, kann die mechanischen Prozesse an einem initiierten Reiß somit weitaus besser erfassen, als dies mit den Theorien von Irwin, Nuismer und auch Hussain u.a. möglich ist.

7.2 Die elastische Energie als Grundlage für ein neues Bruchkriterium

Die vorangegangenen Untersuchungen belegen, daß es bei Versagensprozessen nicht ausreicht nur die Eigenschaften eines Spannungsnahfeldes in einer ausgewählten Richtung an der Reißspitze für die Beschreibung von Bruchprozessen heranzuziehen. Einen überaus bedeutenden Beitrag für die korrekte Erfassung der Vorgänge bei einer Reißausbreitung liefert die elastische Energie an einer Reißspitze. Diese Größe ermöglicht eine genaue Analyse der Vorgänge nach erfolgter Reißinitiierung. Hiermit wird die Hypothese zur Diskussion gestellt, daß die Änderung der elastischen Energie auch den Beginn der Reißinstabilität maßgeblich beeinflusst.

Die für eine Reißinitiierung verantwortliche Größe könnte durch einen kritischen Wert der Energiefreisetzungsrates an einer Reißspitze repräsentiert werden. Sobald

ein kritischer materialabhängiger Wert erreicht ist, initiiert der Riß und breitet sich senkrecht zur maximalen Tangentialspannung aus. Es wird vorausgesetzt das die kritische Größe der Energiefreisetzungsrates für alle Beanspruchungsverhältnisse konstant ist: $G_{I,II}^{cr} = G_{Ic}$. Es gilt somit für den ebenen Dehnungszustand:

$$\left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{K_{II}}{K_I + K_{II}} \right)^{5/2} \right] \left[\left(\frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^2 + \frac{2\kappa + 3}{2\kappa - 1} \left(\frac{K_{II}}{K_{Ic}} \right)^2 \right] - 1 = 0 \quad (107)$$

mit: $\kappa = 3 - 4\nu$ (EDZ)

Aus Gl. (107) wird die Bestimmungsgleichung der Bruchgrenzkurve abgeleitet. Die Ausbreitungsrichtung kann mit Hilfe von Gl. (31) ermittelt werden. Beziehung (107) repräsentiert die Bestimmungsgleichung der Bruchgrenzkurve. Die Größe der Modus-II-Bruchzähigkeit ist von der Querkontraktionszahl abhängig. In Abb. 79 sind die resultierenden Bruchgrenzkurven für die Querkontraktionszahlen 0,1 bis 0,5 aufgetragen. Für niedrige ν -Werte liegen die Kurven oberhalb und für hohe ν -Werte unterhalb der Bruchgrenzkurve des Hussain-Kriteriums (vgl. Abb. 17). Aufgrund der gefundenen Beziehungen für die Größe der Energiefreisetzungsrates, ist für eine Sicherheitsbeurteilung folgendes Ergebnis festzuhalten: Besitzt ein Material einen größeren K_{IIc} -Wert als nach Gl. (107) berechnet, so bedeutet dies, daß der Modus-II initiierte Riß eine größere Energiefreisetzungsrates aufweist als der entsprechende Modus-I initiierte Riß. Der Modus-II-

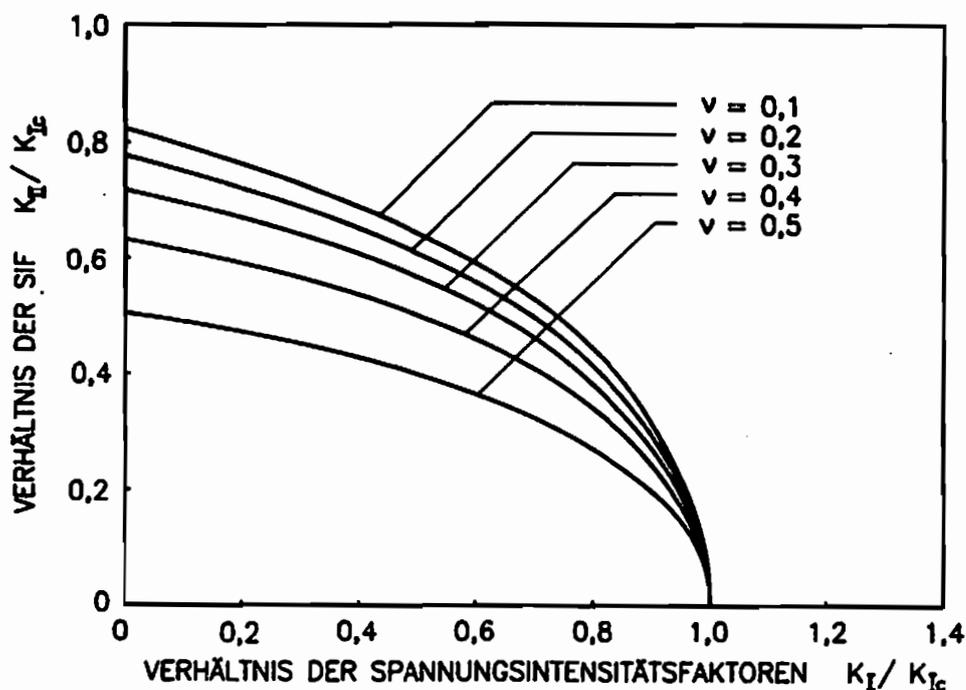


Abb. 79 Nach dem Kriterium der elastischen Energie resultierende Bruchgrenzkurven

Beanspruchungszustand würde somit den gefährlicheren Belastungsfall repräsentieren. Die umfangreichen Literaturdaten über K_{Ic} -Werte zeigen, daß diese Werte in der Regel über den Bruchgrenzkurven von Abb. 79 liegen. Für die meisten Materialien repräsentiert der Modus-II-Beanspruchungszustand somit den gefährlicheren Belastungsfall.

Die abgeleitete Bruchgrenzkurve kann nur eine erste Näherung darstellen, um die Verhältnisse bei der Rißinitiierung mit Hilfe der elastischen Energie zu beschreiben. Die Annahme, daß die für eine Berechnung der Energien notwendigen Radien stets identisch sind, ist nur bei der Betrachtung ideal-elastischer Materialien korrekt. Sobald eine plastische Zone vorhanden ist, und dies ist auch bei allen spröden Materialien gegeben, ist diese Annahme einzuschränken. Da bei einer Rißinitiierung nur der Bereich direkt an der Rißspitze den Versagensprozeß steuert, wird bei einer Energiebetrachtung in diesem kleinen Bereich, im Gegensatz zur Berechnung der Energiefreisetzungsrates, die Größe der plastischen Zone zum entscheidenden Faktor. Sowohl Größe, als auch Form und Orientierung der plastischen Zone sind von dem Modus-II/Modus-I-Beanspruchungsverhältnis abhängig (siehe /31/). Dementsprechend wird je nach Stärke des plastischen Effektes bei der Energieberechnung ein mehr oder minder großer Fehler begangen. Die resultierende Bruchgrenzkurve dürfte somit für verschiedene Materialien unterschiedlich sein. Die Größe dieser Abweichungen kann aber nur nach eingehender Untersuchung des Einflusses plastischer Zonen beurteilt werden. Inwiefern die starke Streuung der kritischen K_{Ic} -Werte für unterschiedliche Materialien aufgrund dieser Betrachtung zu klären ist, bleibt zunächst offen.

8 ZUSAMMENFASSUNG

Die bestehenden Kriterien zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate an einem Riß unter Scherbeanspruchung treffen für den Initiierungszeitpunkt sehr unterschiedliche Aussagen über die Größe der Energiefreisetzungsrate. Diese Abweichungen basieren auf den jeweils verwendeten voneinander differierenden Ansätzen. Die meisten Autoren, so z.B. Irwin und Nuismer gehen davon aus, daß nur Eigenschaften des Spannungsnahfeldes in ausgezeichneten Richtungen für die Rißinitiierung und für die Größe der Energiefreisetzungsrate von Bedeutung sind. Charakteristika des Spannungsnahfeldes in den umgebenden Winkelbereichen werden vernachlässigt. Nach der Theorie von Hussain, Pu und Underwood wird hingegen die gesamte elastische Energie um eine Rißspitze in die Berechnung der Energiefreisetzungsrate einbezogen.

Bislang blieb ungeklärt welche der bestehenden Theorien eine realistische Abschätzung der Energiefreisetzungsrate liefert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Versuch unternommen diese Frage zu klären. Hierbei ist eine andere Vorgehensweise gewählt worden als von den zuvor genannten Autoren. Die Bestimmung der Energiefreisetzungsrate eines initiierten Risses erfolgte auf experimentellem Wege ausgehend von den Verhältnissen nach Rißinitiierung. Es wurden Modus-II initiierte Risse betrachtet und die Energiefreisetzungsrate an diesen Rissen endlicher Zusatzrißlänge ermittelt. Durch Extrapolation auf den Initiierungszeitpunkt konnten ebenfalls Resultate für sehr kurze Zusatzrißlängen gewonnen werden, um somit die Gültigkeit der bestehenden Theorien zu überprüfen.

Die Probenbelastung erfolgte mit Hilfe verschiedener Beanspruchungsraten, sowohl unter näherungsweise statischer Belastung als auch unter Schlagbelastung. Aufgrund der ermittelten Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate von den Initiierungsbedingungen kann davon unabhängig keine Voraussage über die Größe der Energiefreisetzungsrate getroffen werden. In der vorliegenden Arbeit ist daher nicht ausschließlich der Absolutwert der Energiefreisetzungsrate betrachtet worden; vielmehr dient zusätzlich ein spezieller Verhältniswert dem Vergleich von Experiment und theoretischen Voraussagen. Dieser Verhältniswert wird von dem Quotienten aus der Energiefreisetzungsrate an einem unter Modus-II-Anteilen initiierten Riß und der Energiefreisetzungsrate an einem unter reiner Modus-I-Belastung initiierten Riß gebildet. Wie die Untersuchungen ergaben ist dieser Wert nicht von den Initiierungsbedingungen, sondern nur von dem Modus-II/Modus-I-Verhältnis vor Rißinitiierung abhängig. Es zeigt sich ein Anstieg der Energiefreisetzungsrate mit wachsendem Modus-II-Anteil. Dieses Verhalten wird durch die Theorie von Irwin am schlechtesten wiedergegeben. Die

Theorie von Nuismer erlaubt eine bessere Erfassung der experimentellen Resultate, sie wird in der Genauigkeit aber von der Hussain-Theorie übertroffen. Diese erlaubt mit einer Abweichung von ca. 20% - 30% im Modus-II-Fall, die zwar beste aber auch keine korrekte Anpassung an die experimentellen Resultate. Somit kann ein Ansatz, der die elastische Energie an einer Rißspitze zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrates heranzieht, die realen Verhältnisse am initiierten Riß am besten beschreiben. Ausgehend von diesem Resultat wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine neue Theorie vorgestellt, die eine Ermittlung der Energiefreisetzungsrates sowohl an Rissen großer als auch sehr kleiner Zusatzrißlänge erlaubt.

Die elastische Energie, welche vor der Initiierung eines Risses in der Umgebung der Rißspitze gespeichert ist, bildet den entscheidenden Parameter für die Größe der Energiefreisetzungsrates. Die Berechnungen ergaben, daß für identische kritische Spannungsintensitätsfaktoren vor Rißinitiierung, die elastische Energie an einer Modus-II beanspruchten Rißspitze um einen Faktor 2 bis 3 größer ist als einer Modus-I beanspruchten Rißspitze. Dieser Sachverhalt war bislang unbekannt. Analysen am Zusatzriß ergaben, daß nach der Initiierung eines Modus-II beanspruchten Risses ein Modus-II-Spannungsfeld kontinuierlich in ein Modus-I-Spannungsfeld umgewandelt wird. Gegenüber einem Modus-I initiierten Riß steht der Zusatzrißspitze am Modus-II initiierten Riß somit mehr Energie zur Verfügung. Aus diesem Grunde ergab die vorliegende Analyse, daß die prozentuale Änderung der Energiefreisetzungsrates bei Steigerung des Modus-II-Belastungsanteils mit der prozentualen Änderung der elastischen Energie vergleichbar ist.

Da nach einer Rißinitiierung unter Modus-II-Belastungsanteilen am Ort der Ausgangsrißspitze eine Kerbe verbleibt wurde zusätzlich der Einfluß dieser Kerbe auf den Rißausbreitungsprozeß untersucht. Analysen an stationären und initiierten Rissen ergaben, daß an dieser Kerbe nach einer Rißinitiierung eine Spannungssingularität existiert. An der Kerbe ist demnach ein Teil der elastischen Energie des Ausgangsrisses gebunden. Diese Energie steht nicht für den Rißausbreitungsprozeß zur Verfügung. Unter Berücksichtigung der elastischen Energie an der Ausgangsrißspitze und des Kerbenergieanteils wurden Bestimmungsgleichungen hergeleitet, die eine sehr genaue Ermittlung der Energiefreisetzungsrates für alle Zusatzrißlängen ermöglichen, sofern von Wellenreflexionen unbeeinflusste Zeiträume betrachtet werden. Dies wurde durch einen Vergleich mit experimentellen Resultaten verifiziert.

Die 20% - 30% Abweichung der Voraussagen nach der Theorie von Hussain gegenüber den experimentellen Daten, erklärt sich aus der Vernachlässigung der Kerb-

energie. Die sehr starke Abweichung der Voraussagen nach der Theorie von Irwin liegt zum Teil an der vereinfachenden und falschen Annahme, daß sich ein Riß stets unter einem Winkel von 0° ausbreitet. Der entscheidende Grund für die großen Abweichungen liegt jedoch in dem Ansatz begründet, daß sowohl nach Nuismer als auch nach Irwin nur Eigenschaften des Spannungsnahfeldes in ausgezeichneten Richtungen an der Rißspitze für die Größe der Energiefreisetzungsrates bestimmend sind. Dieser Ansatz ist offensichtlich falsch. Dies gilt ebenso für die Annahme von Nuismer, daß der Einfluß der Spannungssingularität an der Kerbe auf den Rißausbreitungsprozeß vernachlässigt werden kann.

Es ist somit nachgewiesen, daß die Theorie von Hussain, Pu und Underwood die realen Verhältnisse am initiierten Riß am besten beschreibt, jedoch auch von dieser Theorie nicht alle für eine Berechnung der Energiefreisetzungsrates notwendigen Parameter berücksichtigt werden, so daß auch hier Abweichungen zwischen Theorie und Experiment bestehen. Die Theorie von Hussain u.a. konnte aufgrund der neu gewonnenen Erkenntnisse über die mechanischen Zusammenhänge verbessert werden. Durch die Analyse der elastischen Energie unter zusätzlicher Berücksichtigung der Kerbenergie ist mit den neu hergeleiteten Beziehungen eine sehr genaue Ermittlung der Energiefreisetzungsrates an Rissen unter Scherbeanspruchung gewährleistet. Dies gilt sowohl für den Initiierungszeitpunkt als auch für initiierte Risse großer Zusatzrißlänge.

Basierend auf dem neu gewonnenen Verständnis der Riausbreitungsvorgnge wurde ein Bruchkriterium aufgestellt, daß auf der elastischen Energie des Rispannungsnahfeldes basiert. Ein kritischer Wert der Energiefreisetzungsrates wird als bestimmender Parameter für eine Rißinitiierung angesehen. Diese Hypothese wird hiermit zur Diskussion gestellt. Sie könnte unter Einbeziehung materialabhängiger Parameter, wie der Plastizität, eine bessere Wiedergabe der experimentellen Resultate gewährleisten, als dies mit den bestehenden Kriterien erreicht werden kann. Inwiefern die starke Abhängigkeit der Modus-II-Bruchzähigkeit von der Beanspruchungsrates durch das neue Kriterium erfaßt werden kann, oder ob sie allein auf werkstoffbedingten Prozessen beruht bleibt zunächst ungeklärt. Dieses Phänomen bedarf einer eingehenden Analyse, zumal die experimentellen Daten zeigen, daß bei dynamischer Beanspruchung der Modus-II-Belastungsfall wesentlich kritischer ist als der Modus-I-Belastungsfall.

9 ANHANG

I Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mit dem schattenoptischen Verfahren an optisch anisotropen Materialien

Die doppelbrechende Eigenschaft optisch anisotroper Materialien führt bei Anwendung des Kaustikenverfahrens zu einer Aufspaltung der Kaustik. Lösungen der Abbildungsgleichungen der resultierenden Doppelkaustik sind nur teilweise aufgestellt worden. Die existierenden Lösungen weisen zudem Fehler auf. Im folgenden werden für die Belastungsfälle: reine Modus-I-Beanspruchung, reine Modus-II-Beanspruchung und gemischte Modus-I/Modus-II-Beanspruchung die Abbildungsgleichungen hergeleitet und mit den existierenden Lösungen, soweit vorhanden, verglichen und anhand experimenteller Befunde überprüft.

I.1 Eine neue Lösung zur Ermittlung von K_I

Abbildungsgleichungen der Lichtverteilung für den Modus-I-Fall wurden bereits von Manogg /45/ angegeben. Sein Ergebnis führt zu zwei unsymmetrischen Teilkaustiken, die sich zu einer symmetrischen Doppelkaustik ergänzen (siehe Abb. 80a). Bei einem Riß unter Zugbelastung, einer zu den Rißufern symmetrischen Beanspruchung, ist allerdings kein physikalischer Grund zur Erzeugung unsymmetrischer Teilkaustiken zu erkennen. Von Manogg wurden darüber hinaus keine Abbildungsgleichungen der Kaustikkurve (vgl. Gl. (83)) und zur Bestimmung des Urkurvenradius (vgl. Gl. (82)) aufgestellt. Kaustikkurven und Geometriefaktoren wurden aus diesem Grund bisher auf numerischem Wege anhand der Beziehungen für die Lichtverteilung ermittelt. Eine Lösung der Kaustik-Abbildungsgleichungen

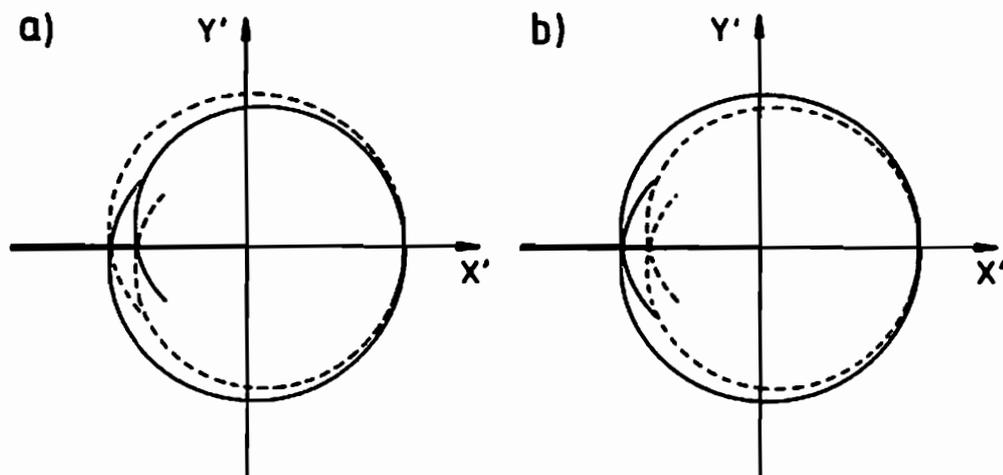


Abb. 80 Aufspaltung einer Modus-I-Doppelkaustik, theoretische Berechnung
a) nach Manogg b) neue theoretische Lösung

ist zwar von Theocaris /47/ hergeleitet worden, hierin sind jedoch mehrere Fehler enthalten. Zudem führt auch dieses Ergebnis zu unsymmetrischen Teilkaustiken. Eine neue korrekte Herleitung der Abbildungsgleichungen der Kaustikkurve ist somit erforderlich. Im folgenden wird diese Herleitung vorgenommen. Dadurch wird es ermöglicht die Ergebnisse der Manogg- und Theocaris-Lösungen zu überprüfen und darüber hinaus durch Kenntnis einer geschlossenen Lösung numerische Berechnungen zukünftig zu vermindern.

I.1.1 Theoretische Beschreibung einer Modus-I-Doppelkaustik

Den Ausgangspunkt bildet die Herleitung der Abbildungsgleichungen für die Lichtverteilung anhand von Beziehung (78). Nach Einsetzen der Spannungsverteilung für eine Modus-I-Beanspruchung (Gl. (6)) bei ausschließlicher Berücksichtigung des singulären Terms erhält man analog zu Gl. (79):

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left[\cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{4} \operatorname{sgn}(\phi) 3 \sin 2\phi \right] \\ y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left[\sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{4} \operatorname{sgn}(\phi) (-1 - 3 \cos 2\phi) \right] \end{aligned} \quad (108)$$

Das Einsetzen der Gl. (108) in die Jacobi-Determinante ergibt analog zum optisch isotropen Fall nach deutlich aufwendigerer Berechnung die Lösungsgleichung des Urkurvenradius r_0 :

$$r_0 = \left(\frac{3}{2} |z_0| c |d_{eff}| \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} B_I \right)^{2/5} \quad (109)$$

mit:

$$B_I = \left| \pm \frac{\lambda}{4} \operatorname{sgn}(\phi) \sin \phi - \sqrt{1 \pm \frac{\lambda}{4} \operatorname{sgn}(\phi) \left(7 \sin \frac{\phi}{2} - \sin \frac{3}{2} \phi \right) + \left(\frac{\lambda}{4} \right)^2 \left(\frac{25}{2} + \frac{7}{2} \cos 2\phi \right)} \right|$$

Die Urkurve bildet im Gegensatz zu optisch isotropem Material keinen Kreis um die Reißspitze. Eine Analyse der vorliegenden Gleichung zeigt jedoch, daß die Abweichungen gegenüber der Kreisform minimal sind. Für die weitere Betrachtung braucht ein veränderlicher Urkurvenradius somit nicht berücksichtigt zu werden.

Mit Beziehung (109) ergeben sich die Gleichungen der Kaustikkurve zu:

$$\begin{aligned} x' &= r_0 \left\{ \cos \phi - \operatorname{sgn}(z_0 c) \frac{2}{3} B_I^{-1} \left[\cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{4} \operatorname{sgn}(\phi) 3 \sin(2\phi) \right] \right\} \\ y' &= r_0 \left\{ \sin \phi - \operatorname{sgn}(z_0 c) \frac{2}{3} B_I^{-1} \left[\sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{4} \operatorname{sgn}(\phi) (-1 - 3 \cos 2\phi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (110)$$

Eine mit den Gl. (109) und (110) ermittelte Kaustik ist in Abb. 80b dargestellt. Es liegt eine symmetrische Form sowohl der inneren als auch der äußeren Kaustik vor. Dieses Ergebnis steht somit im Gegensatz zu /45/ und /47/, bestätigt aber die zuvor angeführten Symmetrieüberlegungen. Ein Vergleich beider Resultate zeigt, daß der Ausdruck $\operatorname{sgn}(\phi)$ in den bisherigen Lösungen vernachlässigt worden ist. Das Fehlen dieses Ausdrucks führt eindeutig zu einer fehlerhaften Lösung, es hat aber keine Auswirkung auf die Größe der Kaustik oder die Größe der Aufspaltung in innere und äußere Schattenfigur. Die vorhandenen Bestimmungsgleichungen für K_I (siehe /46/) behalten somit ihre Gültigkeit.

Da von Manogg nur die Abbildungsgleichungen für die Lichtverteilung (analog Gl. (108)) angegeben werden und die von Theocaris aufgestellten Beziehungen fehlerbehaftet sind, liegt mit der neu hergeleiteten Beziehung nun erstmals eine exakte geschlossene Lösung der Kaustikgleichung für optisch anisotropes Material unter Modus-I-Belastung vor. Diese ermöglicht eine einfache Bestimmung der resultierenden Kaustikkurve.

1.1.2 Einflüsse auf die Kaustikgeometrie

Einfluß des ebenen Spannungs-/Dehnungszustandes

Den größten Einfluß auf die Kaustikgeometrie hat neben dem Reißbeanspruchungsmodus der Anisotropiekoeffizient des verwendeten Materials. Er bestimmt die Größe der Aufspaltung in innere und äußere Kaustik. Im Fall ebener Dehnung besitzt der Anisotropiekoeffizient einen größeren Wert als im Fall ebener Spannung. Die schattenoptische Konstante, die ebenfalls diesen Einflüssen unterliegt, besitzt hingegen im Fall ebener Dehnung einen kleineren Wert als im Fall ebener Spannung. Die Frage inwiefern ein zwei- oder dreidimensionaler Spannungszustand an der Reißspitze existiert kann somit auf einfache Weise durch die Variation des Urkurvenradius r_0 geklärt werden: Im Fall einer dünnen Scheibe geht bei Annäherung an eine Reißspitze der zweidimensionale Spannungszustand der Scheibe in einen dreidimensionalen Zustand über (siehe Kapitel 2.1.1); dies bewirkt aufgrund der erwähnten Abhängigkeiten eine Zunahme der Aufspaltung, bei gleichzeitiger Verkleinerung der Schattenfiguren. Dieser Sachverhalt ergibt bei einer Auswertung im ebenen Spannungszustand für die beobachtete Kaustik,

daß für größere Urkurvenradien größere Spannungsintensitätsfaktoren ermittelt werden. In Abb. 81 ist das Verhältnis von optisch mit dem Kaustikenverfahren ermittelten K-Werten und dem theoretisch für den ebenen Spannungszustand ausgewerteten Spannungsintensitätsfaktor beispielhaft aufgetragen. Das Vorliegen eines zwei- bzw. dreidimensionalen Spannungszustandes an der Rißspitze wird entscheidend von der Probendicke beeinflusst (siehe Kapitel 2.1.1 und /73/), so daß es sinnvoll ist den Urkurvenradius mit diesem Parameter zu normieren. Bei einem bestimmten Radius ist der ebene Spannungszustand erreicht, und die K-Kurve geht in eine Horizontale über. Erst bei diesen Urkurvenradien kann ein korrektes Meßergebnis erzielt werden. Vor einer Meßaufgabe sollte daher sichergestellt sein, daß die Urkurven in einem Gebiet ebener Spannung liegen.

Einfluß der σ_{α} -Spannung

Im vorangegangenen Kapitel wurde bei der Herleitung der Kaustik-Abbildungsgleichungen nur der singuläre Term der Rißspitzenspannungsverteilung berücksichtigt. Diese Lösung ist für die Nahfeldverteilung an der Rißspitze gültig. Mit zunehmender Entfernung vom Riß gewinnen aber Terme höherer Ordnung an Bedeutung (siehe Kapitel 2.1.1). Im praktischen Gebrauch bedeutet dies einen zunehmenden Einfluß der Probenberandung auf die Spannungsverteilung. In /46/ und /74/ ist eine kurze Betrachtung der Einflüsse dieser Terme auf die Kaustikgeometrie angegeben, der zweite Term σ_{α} fand aber in erster Näherung keine

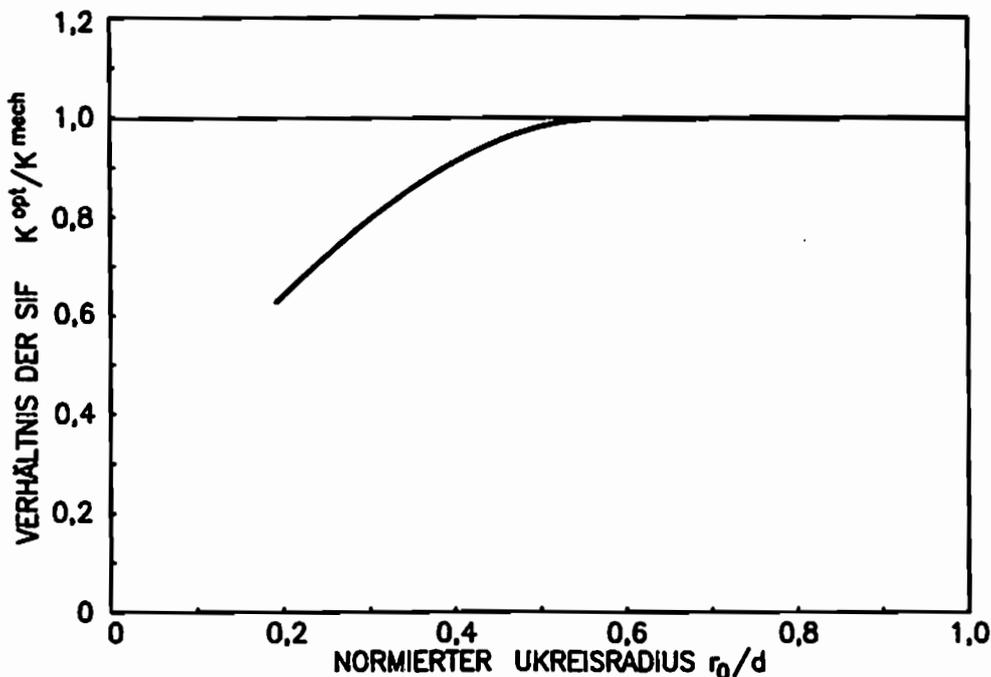


Abb. 81 Abhängigkeit der optisch ermittelten Größe des Spannungsintensitätsfaktors vom Abstand zur Rißspitze

Berücksichtigung. Im Fall optisch isotropen Materials verändert dieses Konstantspannungsglied nicht die Form der Schattenfigur, da es aus der Abbildungsgleichung aufgrund der Gradientenbildung herausfällt. Bei dem hier betrachteten optisch anisotropen Fall geht dieser Ausdruck hingegen durch das Auftreten gekoppelter Glieder in die Abbildungsgleichung ein, daher wird im folgenden erstmals der Einfluß dieses Terms auf die Kaustikgeometrie untersucht. Die Berücksichtigung von $\sigma_{\alpha\alpha}$ ergibt für die Lichtverteilung folgende Lösung:

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} \operatorname{sgn}(\phi) S_I^{-1/2} \left[3 \cos \phi - 3 \cos 3\phi \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sqrt{2\pi\tau} \frac{\sigma_{0z}}{K_I} \left(6 \cos \frac{3}{2} \phi - 6 \cos \frac{7}{2} \phi \right) \right] \right\} \\ y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} \operatorname{sgn}(\phi) S_I^{-1/2} \left[\sin \phi - 3 \sin 3\phi \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sqrt{2\pi\tau} \frac{\sigma_{0z}}{K_I} \left(2 \sin \frac{3}{2} \phi + 6 \sin \frac{7}{2} \phi \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (111)$$

mit:

$$S_I = \sin^2 \phi + 2\sqrt{2\pi\tau} \frac{\sigma_{0z}}{K_I} \sin \phi \sin \frac{3}{2} \phi + 2\pi\tau \left(\frac{\sigma_{0z}}{K_I} \right)^2$$

Eine Analyse von Gl. (111) zeigt, daß für positive Verhältnisse $\sigma_{\alpha\alpha}/K_I$ der äußere Kaustikdurchmesser mit wachsendem $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Anteil stetig kleiner wird, der innere Durchmesser hingegen ansteigt (Abb. 82). Mit wachsender Entfernung von der Rißspitze gewinnt, wie zu erwarten, die $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Spannung mehr und mehr an Bedeutung. Die Veränderung der Durchmesser ist demnach abhängig vom Urkurvenradius. Die Verkleinerung bzw. Vergrößerung der Teilkaustiken verläuft annähernd symmetrisch. Sofern ein Mittelwert aus den Ergebnissen beider Teilkaustiken gebildet wird, hat dieses Verhalten somit praktisch keinen Einfluß auf die Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors.

In Abb. 83 ist für positive und negative $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Spannungen das Verhältnis $(D_{av}-D_{iv})/D_{av}$ aufgetragen. Der Einfluß der konstanten Spannung wird für den Fall eines ebenen Spannungszustandes untersucht. Eine Kaustik ohne $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Einfluß besitzt einen Verhältniswert von 0,0799. Es ist gut zu erkennen, daß aufgrund der $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Spannung dieser Wert starken Veränderungen unterliegt. Die Kaustikspaltung wird sowohl vergrößert (für negative $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Spannungen) als auch verkleinert (für positive $\sigma_{\alpha\alpha}$ -Spannungen). Bei bestimmten $\sigma_{\alpha\alpha}/K_I$ -Verhältnissen ist nur noch eine Einfach-Kaustik vorhanden ($(D_{av}-D_{iv})/D_{av}=0$). In Experimenten kann dieses Verhalten gelegentlich beobachtet werden. Es bleibt zu untersuchen,

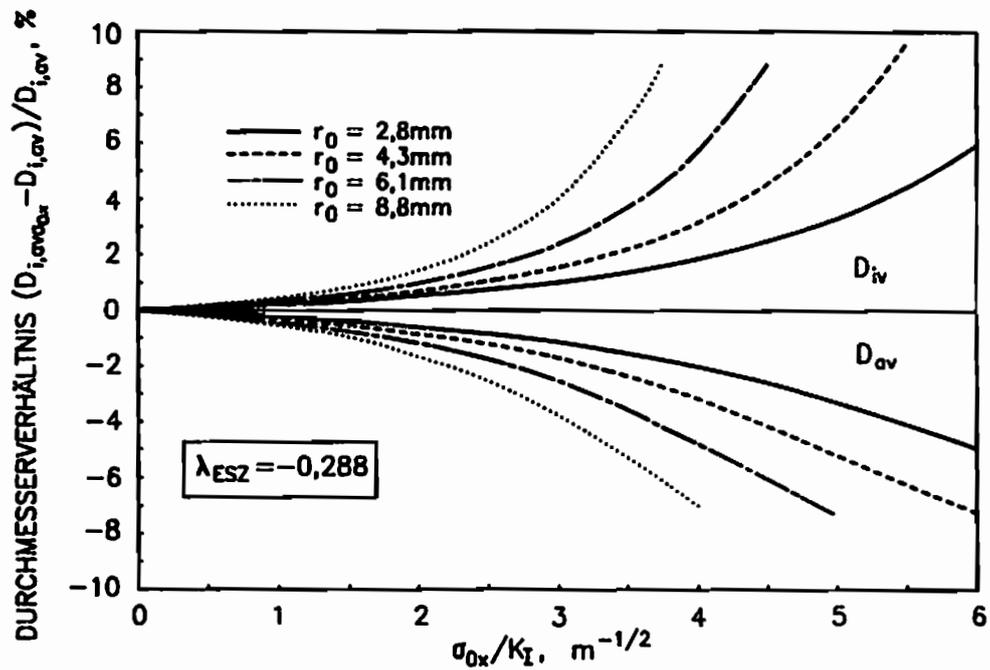


Abb. 82 Einfluß des Konstantspannungsgliedes auf die Größe der vertikalen Durchmesser einer Modus-I-Kaustik (Material: Araldit B, für ESZ)

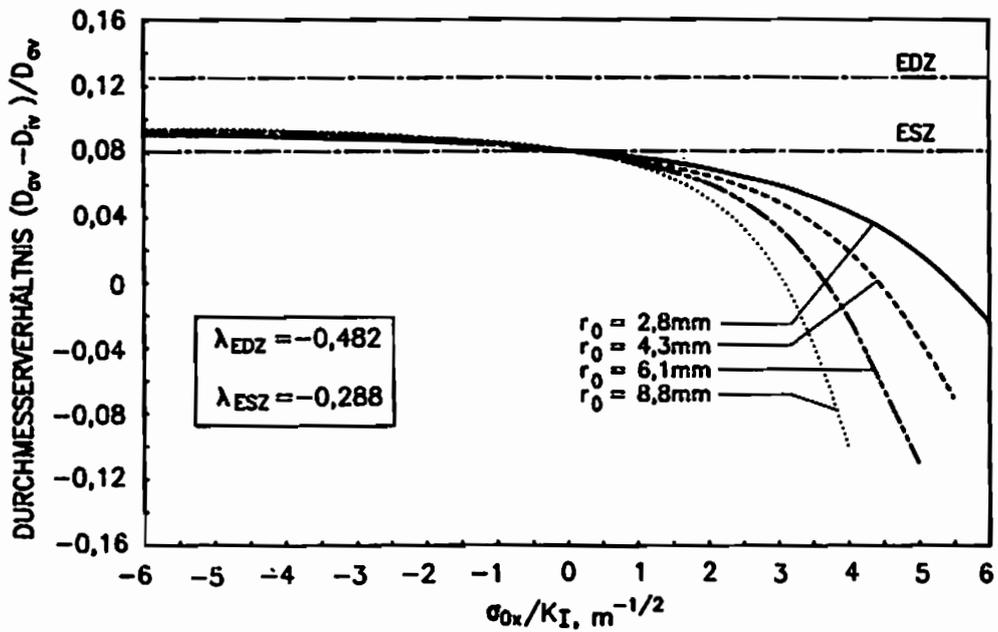


Abb. 83 Einfluß des Konstantspannungsgliedes auf die vertikale Aufspaltung einer Modus-I-Kaustik (Material Araldit B, für ESZ)

ob dies auf dem hier besprochenen σ_{∞} -Einfluß beruht oder noch andere Ursachen hat.

Um sicherzustellen, daß die Urkurve bei einer Meßaufgabe in einem Gebiet ebener Spannung liegt wird oft auf die Kaustikaufspaltung zurückgegriffen /75/, /76/. Dieser Rückgriff basiert auf der Annahme, daß die Aufspaltung keinen weiteren Einflüssen unterliegt, welche ebenfalls vom Abstand zur Rißspitze abhängen. Die zuvor durchgeführte Betrachtung des Einflusses der konstanten Spannung σ_{∞} zeigt jedoch, daß diese Annahme nicht gerechtfertigt ist.

Eine Betrachtung der Abb. 83 verdeutlicht, daß ein negatives σ_{∞}/K_I -Verhältnis eine ähnliche Wirkung auf die Kaustikgeometrie hat wie ein dreidimensionaler Spannungszustand - die Aufspaltung wird vergrößert. Positive σ_{∞}/K_I -Verhältnisse führen hingegen zu Verhältniswerten noch unterhalb des Wertes für den ebenen Spannungszustand - die Aufspaltung wird verringert. Im Experiment wäre ein solch geringer Wert, der noch unterhalb des Wertes für den ebenen Spannungszustand liegt, ein eindeutiger Hinweis auf die Existenz einer konstanten Spannung in Rißrichtung.

Betrachtet man den σ_{∞} -Einfluß im Fall eines dreidimensionalen Spannungszustandes, so würde die Kurvenschar in Abb. 83 zu höheren Werten verschoben, ihr qualitativer Verlauf bliebe aber im wesentlichen erhalten. Der σ_{∞} -Term bewirkt in diesem Fall für positive Verhältniswerte, aufgrund der Verringerung der Kaustikaufspaltung, den gleichen Effekt wie einen zweidimensionalen Spannungszustand.

Die Klärung der Frage inwieweit an einer Rißspitze ein ebener Spannungs- oder Dehnungszustand vorliegt, ist mit Hilfe der Kaustikaufspaltung somit nur mit größter Vorsicht vorzunehmen. Es muß vor einer solchen Analyse sichergestellt sein, daß keine σ_{∞} -Spannung vorhanden ist, oder daß diese quantitativ bekannt ist. Anhand von spannungsoptischen Untersuchungen kann gezeigt werden, daß ein Verhältnis von $\sigma_{\infty} / K_I = \pm 4 \text{ m}^{-1/2}$ in gewöhnlichen SEN- oder DCB-Proben existiert (siehe auch Vergleich von /43/ und /75/). Der hier diskutierte Einfluß ist im Experiment somit nicht zu vernachlässigen.

Einfluß einer abgestumpften Rißspitze

Einen weiteren Einfluß auf den Kaustikdurchmesser bildet die Abstumpfung der Rißspitze. Wird anstelle eines scharfen Anrisses ein Sägeschnitt eingebracht oder ein scharfer Anriß mit einer Bohrung an der Spitze versehen, verändert dies zusätzlich die Kaustikaufspaltung. Benutzt man anstelle der bisher betrachteten

Spannungsbeziehungen die Gleichungen für die Spannungsverteilung an einem RiB mit Kerbradius r_K /77/, so kann auch in diesem Fall die Lichtverteilung hinter der Probe analysiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Abbildungsgleichungen für die Lichtverteilung an einem Modus-I belasteten RiB mit Kerbradius r_K hergeleitet. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 x' &= r \cos \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{4} \cos \phi \left[\sin^2 \phi + \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \right]^{-1/2} \right. \\
 &\quad \left. \left[2 \sin^2 \phi - 4 \cos^2 \phi + 4 \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 + 4 \right] \right\} \\
 y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{4} \sin \phi \left[\sin^2 \phi + \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \right]^{-1/2} \right. \\
 &\quad \left. \left[6 \sin^2 \phi + 4 \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 - 4 \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{112}$$

Eine Auswertung dieser Beziehungen ergab jedoch, daß bei Kerbradien $r_K \leq 1\text{mm}$ und Urkurvenradien $r_0 \geq 3\text{mm}$ eine Veränderung der Kaustikdurchmesser von weniger als 1% eintritt. Der Störeffekt einer abgestumpften RiBspitze kann im Rahmen der hier angegebenen Grenzen somit vernachlässigt werden.

Einfluß von herstellungsbedingten Eigenspannungen

Kaustikdeformationen werden auch durch Eigenspannungen im Material hervorgerufen. Diese Eigenspannungen rühren meist vom Herstellungsprozess der Sägeschnitte her, die in den oben angegebenen Grenzen näherungsweise als RiB Verwendung finden. In Abb. 24b sind im Bereich der RiBufer leichte Deformationen der experimentell beobachteten Schattenfigur zu erkennen. Diese Störungen können bei stärkerer Ausprägung dazu führen, daß eine korrekte Bestimmung der Kaustikdurchmesser nicht möglich ist. Die Spannungsintensitätsfaktorermittlung aufgrund einer Modus-I-Kaustik bleibt von diesen Eigenspannungen meist unbeeinflusst, da jene Lichtstrahlen, welche den Kaustikbereich im Maximum des vertikalen Durchmessers bilden, die Probe in relativ großer Entfernung zum RiB passieren. Demzufolge ist der Eigenspannungseinfluß in diesem Fall ebenfalls zu vernachlässigen.

1.2 Eine neue Lösung zur Ermittlung von K_{II}

1.2.1 Theoretische Beschreibung einer Modus-II-Doppelkaustik

Eine Lösung der Kaustik-Abbildungsgleichungen für den optisch anisotropen Modus-II-Fall ist von Theocaris /78/ aufgestellt worden. Er bedient sich einer

Verfahrensweise, die für optisch isotropes Material eine Herleitung der Modus-II-Abbildungsgleichungen aus den Gleichungen des Modus-I-Falles ermöglicht. Die Berechnungen von Theocaris basieren somit nicht direkt auf den optischen Grundgleichungen, vielmehr wird aufgrund eines Analogieschlusses die Lösung für den optisch anisotropen Fall hergeleitet. Die Gültigkeit dieses Analogieschlusses wird von ihm nicht verifiziert. Mit Hilfe eines Vergleiches zwischen einer experimentell und einer theoretisch ermittelten Kaustik überprüft Theocaris die Gültigkeit seiner theoretischen Lösung. Diese Vorgehensweise ist prinzipiell korrekt. Die sehr schlechte Qualität der abgebildeten experimentellen Schattenfigur läßt jedoch keine zuverlässige Beurteilung einer Übereinstimmung von Theorie und Experiment zu. Eigene experimentell erzeugte Kaustiken konnten darüber hinaus mit den theoretischen Resultaten der Lösung von Theocaris nicht in Übereinstimmung gebracht werden. Aus diesem Grunde wurde eine neue Kaustikenanalyse für die Modus-II-Spannungsverteilung durchgeführt (siehe /79/).

Analog zum Modus-I-Belastungsfall wurde von den optischen Grundgleichungen ausgegangen. Diese Vorgehensweise machte die Einbindung von Analogieschlüssen überflüssig, führte aber zu deutlich aufwendigeren Berechnungen.

Mit der singulären Spannungsverteilung an einer scherbelastrten Rißspitze erhält man aufgrund von Gl. (78) die Lichtverteilung in der Entfernung z_0 hinter der Probe:

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \phi + z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} \frac{-7 \cos \phi - 9 \cos 3\phi}{\sqrt{3 \cos^2 \phi + 1}} \right\} \\ y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} \frac{13 \sin \phi + 9 \sin 3\phi}{\sqrt{3 \cos^2 \phi + 1}} \right\} \end{aligned} \quad (113)$$

Nach Lösen der Jacobi-Determinante lautet die Beziehung für den Urkurvenradius:

$$r_0 = \left(\frac{3}{2} |z_0| |c| d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} B_{II} \right)^{2/5} \quad (114)$$

mit den Abkürzungen:

$$A = (3 \cos^2 \phi + 1)^{-3}$$

$$B_{II} = \left| \pm \frac{\lambda}{8} A^{1/2} \left(\frac{49}{12} + 15 \cos 2\phi + \frac{9}{4} \cos 4\phi \right) + \operatorname{sgn}(z_0 c) R_{II}^{1/2} \right|$$

$$\begin{aligned} R_{II} &= 1 \pm \frac{\lambda}{8} A^{1/2} \left(-\frac{403}{6} \sin \frac{\phi}{2} + 75 \sin \frac{3}{2} \phi - 15 \sin \frac{5}{2} \phi + \frac{63}{4} \sin \frac{7}{2} \phi + \frac{9}{4} \sin \frac{9}{2} \phi \right) \\ &+ \left(\frac{\lambda}{8} \right)^2 \frac{A}{288} \left(764243 + 1035720 \cos 2\phi + 292572 \cos 4\phi + 9720 \cos 6\phi - 5103 \cos 8\phi \right) \end{aligned}$$

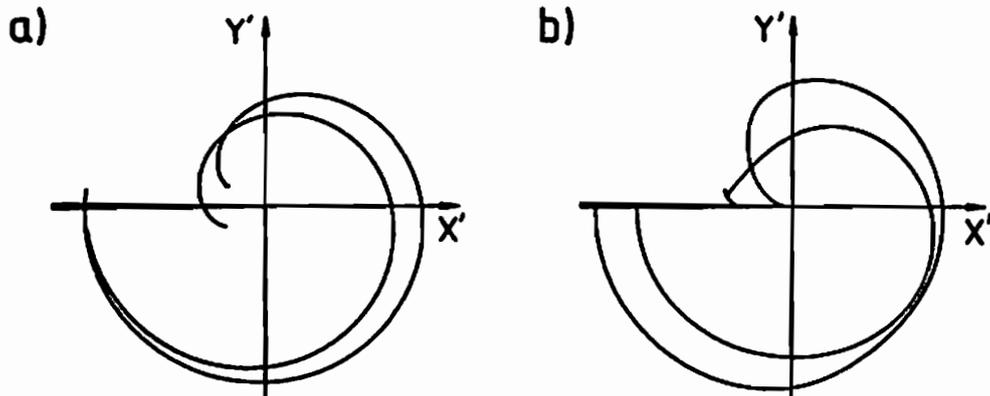


Abb. 84 Geometrie einer Modus-II-Doppelkaustik

a) nach Theocaris

b) neue theoretische Berechnung

Nach Einsetzen von Gl. (114) in die Abbildungsgleichungen (113) erhält man für die Kaustikkurve die Beziehung:

$$\begin{aligned} x' &= r_0 \left\{ \cos \phi + \frac{2}{3} B_{II}^{-1} \left[\sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} (-7 \cos \phi - 9 \cos 3\phi) A^{1/6} \right] \operatorname{sgn}(z_0 c) \right\} \\ y' &= r_0 \left\{ \sin \phi - \frac{2}{3} B_{II}^{-1} \left[\cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} (13 \sin \phi + 9 \sin 3\phi) A^{1/6} \right] \operatorname{sgn}(z_0 c) \right\} \end{aligned} \quad (115)$$

In Abb. 84 ist eine nach der Lösung von Theocaris ermittelte Kaustik einer Kaustik gegenübergestellt, die auf den neu abgeleiteten Gleichungen basiert. Die jeweiligen Geometrien unterscheiden sich in wesentlichen Punkten. Es ist gut zu erkennen, daß sich "unterhalb" des Rißufers nach der Lösung von Theocaris die beiden Teilkaustiken berühren, wohingegen nach der neuen Berechnung gerade dort eine maximale Aufspaltung erkennbar ist. Im "rechten" Bereich ist ein entgegengesetztes Verhalten zu beobachten: Bei Theocaris existiert an dieser Stelle ein deutlicher Abstand zwischen äußerer und innerer Kaustik; nach der neuen Lösung ist an dieser Stelle aber die größte Annäherung zu verzeichnen. Ein weiterer gravierender Unterschied existiert "oberhalb" des Risses: Die Symmetrie zwischen äußerer und innerer Kaustik, die bei Theocaris zu beobachten ist, geht nach der neuen Berechnung verloren; es zeigt sich eine deutlich kompliziertere Geometrie.

Eine experimentell beobachtete Schattenfigur ist in Abb. 85 einem nach Gl. (113) numerisch berechneten Punktrasterbild gegenübergestellt. Die Kaustik ist auf diesen Darstellungen als Grenzlinie zwischen den Hell-Dunkel-Gebieten zu erkennen. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und theoretischer Lösung vorhanden. Die zuvor vorausgesagte starke Aufspaltung "unterhalb" des Risses ist auch im Experiment zu beobachten; ebenso gilt dies

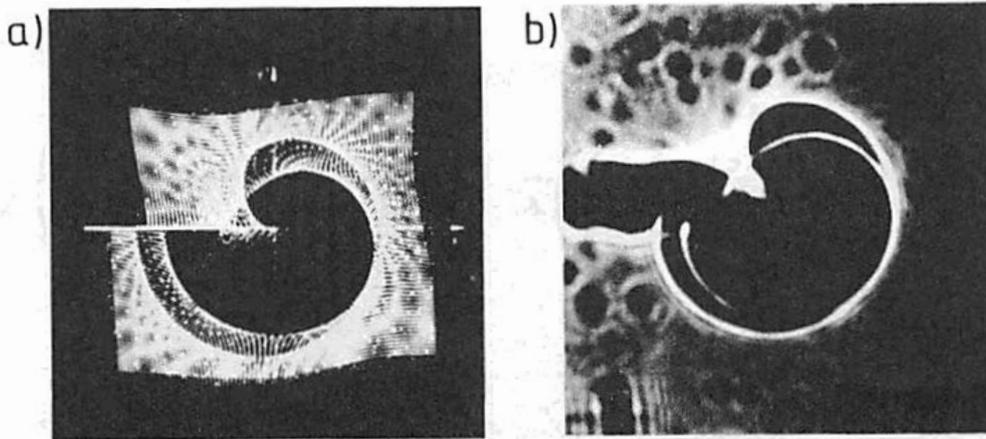


Abb. 85 Modus-II-Schattenfigur
a) numerisch berechnet

b) experimentell ermittelt

für die Annäherung im "rechten" Kaustikbereich. Selbst die komplizierte Kaustikgeometrie "oberhalb" des Risses stimmt sehr gut überein. Die Störungen im Bereich der Rißufer werden durch die zuvor beschriebenen herstellungsbedingten Eigenspannungen hervorgerufen.

Es ist somit festzustellen, daß die neue Lösung der Kaustik-Abbildungsgleichungen die experimentell beobachtete Kaustikgeometrie korrekt wiedergibt und die Lösung von Theocaris fehlerhaft ist. Die Geometrieabweichungen bei Theocaris führen zwangsläufig zur verfälschten Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors K_{II} .

1.2.2 Einflüsse auf die Kaustikgeometrie

Einfluß der σ_{ox} -Spannung

Im Modus-I-Belastungsfall wurde gezeigt, daß bei Benutzung von optisch anisotropem Material das zweite Glied der Spannungsreihenentwicklung, die konstante Spannung in Rißrichtung σ_{ox} , einen Einfluß auf die Kaustikgeometrie besitzt. Daher ist es notwendig mögliche Störeinflüsse durch diesen Term auch für eine Modus-II-Kaustik zu untersuchen. Im folgenden wird diese Analyse durchgeführt.

Für die Abbildungsgleichungen der Lichtverteilung erhält man mit Gl. (6) und Gl. (78):

$$\begin{aligned}
 x' &= r \cos \phi + z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \sin \frac{3}{2} \phi \pm \left(-\frac{\lambda}{8} \right) S_{II}^{-1/2} \left[7 \cos \phi + 9 \cos 3\phi \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \sqrt{2\pi r} \frac{\sigma_{0z}}{K_{II}} \left(2 \sin \frac{3}{2} \phi + 6 \sin \frac{7}{2} \phi \right) \right] \right\} \\
 y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{8} S_{II}^{-1/2} \left[13 \sin \phi + 9 \sin 3\phi \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sqrt{2\pi r} \frac{\sigma_{0z}}{K_{II}} \left(10 \cos \frac{3}{2} \phi + 6 \cos \frac{7}{2} \phi \right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{116}$$

mit:

$$S_{II} = 3 \cos^2 \phi + 1 - \sqrt{2\pi r} \frac{\sigma_{0z}}{K_{II}} \left(3 \sin \frac{\phi}{2} + \sin \frac{5}{2} \phi \right) + 2\pi r \frac{\sigma_{0z}^2}{K_{II}^2}$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen kann der Einfluß der σ_{α} -Spannung quantifiziert werden. Eine Analyse der resultierenden Kaustikgeometrie ergibt auch in diesem Fall deutliche Veränderungen der Aufspaltung. Betrachtet man verschiedene Durchmesser, so ist festzustellen, daß der σ_{α} -Einfluß zu einer unsymmetrischen Deformation führt - im Gegensatz zum Modus-I-Fall. Je nach dem Vorzeichen von σ_{α} (Zug oder Druck) ist eine vertikale/horizontale Verkürzung bei gleichzeitiger horizontaler/vertikaler Verlängerung zu beobachten. Abbildung 86 zeigt beispielhaft für vertikale Durchmesser (Durchmesserwahl siehe Abb. 89), daß die Veränderung einer Teilkaustik nicht mehr durch eine gleich große Veränderung der anderen Teilkaustik kompensiert wird: Durch eine Mittelwertbildung der Ergebnisse aus zwei gleichorientierten Durchmessern kann der Fehlereinfluß bei der Spannungsintensitätsfaktorermittlung daher nicht eliminiert werden. Auch hier ist die Abhängigkeit des σ_{α} -Einflusses vom Urkurvenradius r_0 zu erkennen.

Die Bestimmung des ebenen Spannungs- oder ebenen Dehnungszustandes aufgrund der Kaustikaufspaltung ist auch für eine Modus-II-Schattenfigur wenig sinnvoll, wie mit Abb. 87 für eine Berechnung im ebenen Spannungszustand veranschaulicht wird. Die Existenz von σ_{α} (für ESZ: $\sigma_{\alpha}/K_{II} > 0$) bewirkt die gleiche Veränderung der vertikalen Kaustikdurchmesser wie ein dreidimensionaler Spannungszustand. Aufgrund der Durchmesserhältnisse ist eine Bestimmung von ebenem Spannungs- oder Dehnungszustand somit auch bei Modus-II-Bearbeitungen nur bei Kenntnis des σ_{α} -Spannungsanteils möglich. Eine grobe Abschätzung inwieweit ein ebener Spannungs- oder ebener Dehnungszustand vorliegt wird jedoch durch den Vergleich einer experimentell beobachteten Kaustik mit einer theoretisch erzeugten ermöglicht. Diese subjektive Beurteilung wird durch deutlich erkennbare, nicht von dem σ_{α} -Term beeinflusste, Geometrieunterschiede für ESZ-/EDZ-Kaustiken vereinfacht. In Abb. 88 ist eine theoretisch

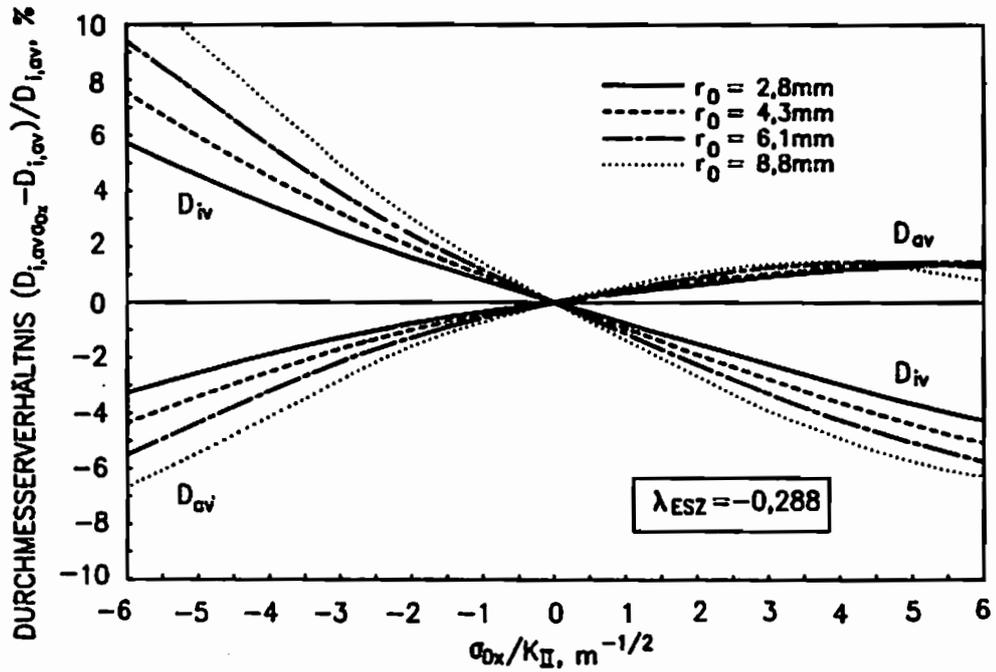


Abb. 86 Einfluß des Konstantspannungsgliedes auf die Größe der vertikalen Durchmesser einer Modus-II-Kaustik (Material: Araldit B, für ESZ)

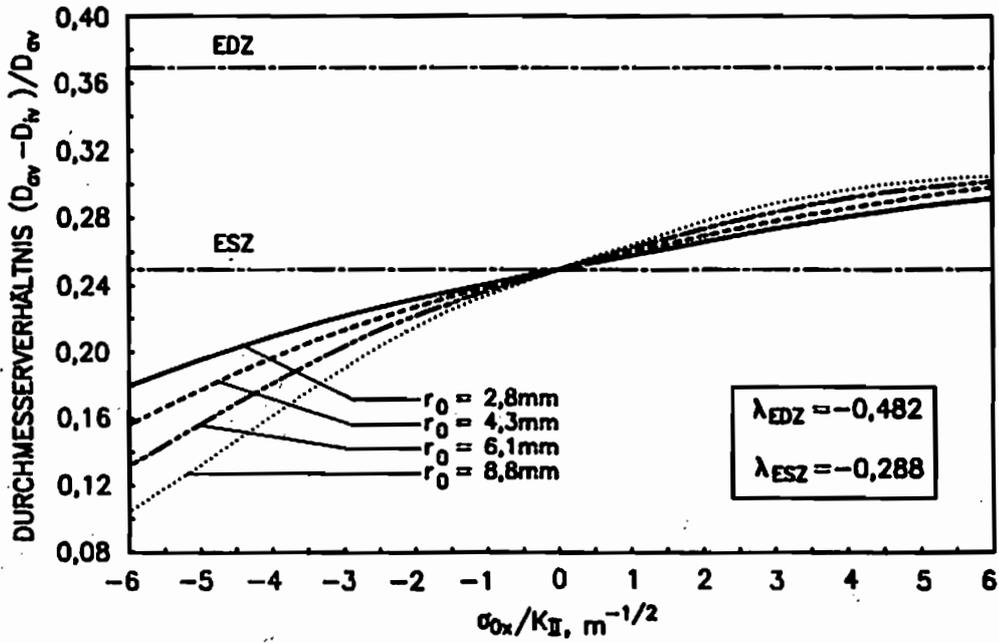


Abb. 87 Einfluß des Konstantspannungsgliedes auf die vertikale Aufspaltung einer Modus-II-Kaustik (Material Araldit B, für ESZ)

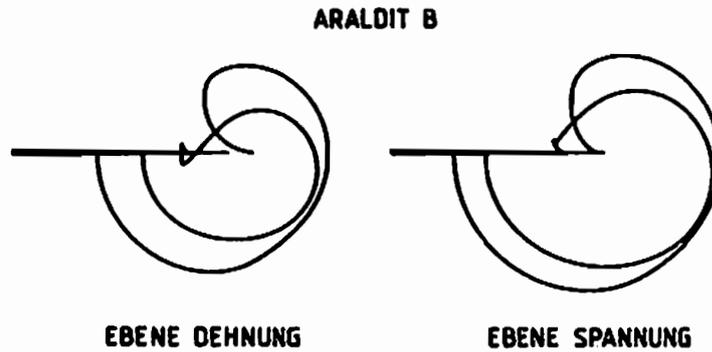


Abb. 88 Theoretisch berechnete Kaustikgeometrien für EDZ und ESZ

ermittelte Kaustikkurve für den ebenen Dehnungszustand einer Kaustikkurve für den ebenen Spannungszustand gegenübergestellt. Der direkte Vergleich zeigt, daß im ebenen Dehnungszustand "oberhalb" des Risses eine Veränderung eintritt: Die Kaustikkurve der inneren Teilkauistik endet nicht mehr "oberhalb" des Rißufers, sondern sie reicht in den inneren Schattenbereich "unterhalb" des Risses, auch die äußere Kaustik reicht wesentlich weiter in den inneren Schattenbereich als im ebenen Spannungszustand. Diese Merkmale werden durch den σ_α -Term nicht beeinflußt - im Gegensatz zu der Aufspaltung in innere und äußere Teilkauistik, die im ebenen Dehnungszustand deutlich vergrößert ist.

Einfluß einer abgestumpften Rißspitze

Der Einfluß einer Abstumpfung an einer Rißspitze wurde im Rahmen dieser Arbeit analog der Vorgehensweise für den Modus-I-Belastungsfall auch für eine Scherbelastung untersucht. Es ergaben sich für die Lichtverteilung folgende Abbildungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 x' &= r \cos \phi + z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \sin \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{2} M^{-1/2} \left[\left(\frac{3}{2} - M \right) \cos \phi - \frac{3}{2} \cos 3\phi \right. \right. \\
 &\qquad \qquad \qquad \left. \left. + 4 \frac{r_K}{r} \cos 2\phi - 2 \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \cos \phi \right] \right\} \\
 y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ \cos \frac{3}{2} \phi \pm \frac{\lambda}{2} M^{-1/2} \left[\left(\frac{3}{2} + M \right) \sin \phi + \frac{3}{2} \sin 3\phi \right. \right. \\
 &\qquad \qquad \qquad \left. \left. - 4 \frac{r_K}{r} \sin 2\phi + 2 \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \sin \phi \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{117}$$

mit:

$$M = 3 \cos^2 \phi + 1 - 4 \frac{r_K}{r} \cos \phi + \left(\frac{r_K}{r} \right)^2$$

Die Analyse dieser Beziehungen ergab einen größeren Einfluß des Kerbradius r_K auf die Kaustikdurchmesser als im Fall einer Modus-I-Belastung. Bei einem Radius

von $r_k = 1$ mm und $r_0 = 3$ mm sind Durchmesseränderungen von maximal 4% zu verzeichnen. Je nach Genauigkeitsanforderung sollte an einer Modus-II belasteten Rißspitze demnach auf kleinere Radien ausgewichen werden.

1.2.3 Auswerteverfahren

Die Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors K_{II} mit Hilfe einer Modus-II-Doppelkaustik wird auf der Basis von Gl. (115) vorgenommen. Für die praktische Anwendung sind diese Gleichungen aber zu vereinfachen. Für eine beliebige Länge l' einer Kaustik kann geschrieben werden:

$$l' = g r_0 \quad (118)$$

Für den Kaustikdurchmesser $D_{a,i} = l_1' + l_2'$ gilt somit:

$$D_{a,i} = g_1 r_{0,1} + g_2 r_{0,2} \quad (119)$$

Die Größe des Urkurvenradius läßt sich demnach anhand eines Durchmessers $D_{a,i}$ der Kaustik bestimmen:

$$r_0 = r_{0,1} + r_{0,2} = \frac{l_1'}{g_1} + \frac{l_2'}{g_2} = \frac{D_{a,i}}{k_{a,i}} \quad (120)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (114) erhält man:

$$D_{a,i} = \left(\frac{3}{2} |z_0| |c| d_{eff} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} \right)^{2/5} \left(g_1 B_{II,1}^{2/5} + g_2 B_{II,2}^{2/5} \right) \quad (121)$$

Durch Ersetzen des zweiten Klammerausdrucks der Gl. (121):

$$f_{a,i} = \left(g_1 B_{II,1}^{2/5} + g_2 B_{II,2}^{2/5} \right) \quad (122)$$

resultiert die Bestimmungsgleichung des Spannungsintensitätsfaktors K_{II} :

$$K_{II} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3 f_{a,i}^{5/2} z_0 c d_{eff}} D_{a,i}^{5/2} \quad (123)$$

Zur Ermittlung von K_{II} ist die Wahl von geeigneten Kaustikdurchmessern erforderlich. Die Werte für die Geometriefaktoren $f_{a,i}$ sind abhängig von der Wahl dieser Durchmesser und von der Größe des Anisotropiekoeffizienten.

In Kapitel 3.2.2 wurde beschrieben, daß im Fall optisch isotropen Materials der horizontale Durchmesser einer Modus-II-Kaustik herangezogen wird, um den Spannungsintensitätsfaktor K_{II} zu bestimmen. Im vorangegangenen Abschnitt konnte hingegen gezeigt werden, daß gerade die horizontalen Kaustikdurchmesser

im Bereich der Rißufer oft durch Störungen infolge Eigenspannungen beeinflusst sind. Es ist somit wenig sinnvoll, sich bei der Ermittlung von K_{II} auf diese Größen zu beschränken. Daher sollte stets eine Überbestimmung des Spannungsintensitätsfaktors anhand mehrerer Durchmesser erfolgen. Es wird vorgeschlagen von der äußeren und inneren Kaustik jeweils den maximalen horizontalen (D_{ih} , D_{oh}), den maximalen vertikalen (D_{iv} , D_{ov}), einen maximalen Durchmesser unter 45° zum Riß (D_{id} , D_{od}) und den horizontalen Durchmesser der äußeren Kaustik "oberhalb" des Risses heranzuziehen (siehe Abb. 89). Die Wahl von horizontalen und vertikalen Durchmessern ermöglicht bei einer anschließenden Mittelwertbildung der resultierenden Spannungsintensitätsfaktoren eine weitestgehende Eliminierung des σ_{ox} -Einflusses. Die große Anzahl verschiedener Durchmesser führt darüber hinaus zu einer starken Verminderung der Fehlergefahr aufgrund von Deformationen in einzelnen Kaustikbereichen. Berechnet man darüber hinaus die Streubreite der sieben ermittelten K-Werte einer Kaustik, so erhält man auf diese Weise ein Maß für die Abweichung der vorhandenen Spannungsverteilung von der theoretischen Spannungsverteilung des Nahfeldes, die bei der Auswertung angesetzt worden ist. Mit dem Verhältnis $(K_{\alpha, \mu}^{\max} - K_{\alpha, \mu}^{\min}) / K_M$ ist diese Streubreite zu ermitteln. K_M repräsentiert den Durchschnitt aller sieben Werte. Im Idealfall entspricht das betrachtete Spannungsfeld der theoretischen Nahfeldverteilung. Alle Durchmesser liefern dann den gleichen K-Wert und das betrachtete Verhältnis wäre Null. Ist die Streubreite sehr groß, ist dies ein Indiz für eine schlechte Übereinstimmung von theoretischer und vorhandener Spannungs-

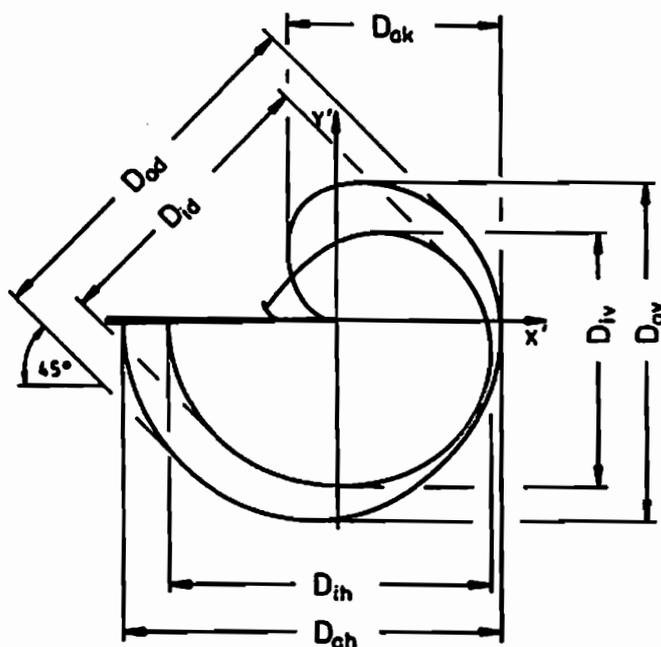


Abb. 89 Für die Berechnung von K_{II} verwendete Kaustikdurchmesser

verteilung; die ermittelten Spannungsintensitätsfaktoren sollten in diesem Fall im Rahmen einer quantitativen Analyse nicht herangezogen werden.

Die Auswertung von Gl. (122) für die gewählten Kaustikdurchmesser ergibt die in Abb. 90 angegebenen Geometriefaktoren als Funktion vom Anisotropiekoeffizienten. In Verbindung mit Gl. (123) kann nun der Spannungsintensitätsfaktor K_{II} anhand einer Modus-II-Doppelkaustik ermittelt werden. Im Gegensatz zum optisch isotropen Fall (Gln. (86) und (87)) ist der Geometriefaktor zur Bestimmung von K_{II} mit dem Geometriefaktor zur Bestimmung von r_0 nicht mehr identisch. Durch Vergleich von Gl. (120) mit Gl. (122) wird dies deutlich. Außerdem beschreibt die Urkurve keinen Kreis um die Rißspitze (siehe Gl. 114). Im Gegensatz zu optisch isotropem Material steht somit jeder Kaustikdurchmesser mit einem anderen Urkurvenradius in Beziehung; dies macht eine Ermittlung von speziellen Geometriefaktoren $k_{a,i}$ notwendig (siehe Gl. (120)). In Abb. 91 sind die Geometriefaktoren $k_{a,i}$ ebenfalls als Funktion vom Anisotropiekoeffizienten λ aufgetragen. Die Unterschiede zwischen den Geometriefaktoren $k_{a,i}$ und $f_{a,i}$ sind zu vernachlässigen, wenn nur eine grobe Abschätzung des Urkurvenradius erfolgen soll; in diesem Fall reicht es aus, die Faktoren $k_{a,i}$ durch $f_{a,i}$ zu ersetzen. Dies gilt auch bei Verwendung von Materialien mit kleineren Anisotropiekoeffizienten, wie z.B. im Fall des Materials Araldit B mit $\lambda = -0,288$. In diesem Bereich weichen die Geometriefaktoren nicht sehr stark voneinander ab. In allen anderen Fällen sind die Faktoren $k_{a,i}$ aus Abb. 91 vorzuziehen.

Die vorgestellte Lösung der Kaustikabbildungsgleichungen für einen Riß unter Modus-II-Belastung in optisch anisotropem Material erlaubt erstmals die genaue Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors K_{II} , die aufgrund der vorgestellten Auswerteprozedur von möglichen Fehlereinflüssen weitestgehend befreit ist. Es wurde gezeigt, daß die Lösung von Theocaris eindeutig fehlerbehaftet ist und die Kaustik im Modus-II-Belastungsfall nicht korrekt beschreiben kann. Die Verwendung dieser Lösung ist nicht angebracht. Ein Vergleich der resultierenden Spannungsintensitätsfaktoren zeigt, daß bei Anwendung der Theocaris-Lösung, die Ergebnisse bis zu 25% vom exakten Wert abweichen können.

I.3 Analyse von gemischten Modus-I-/Modus-II-Belastungszuständen

I.3.1 Lösung der schattenoptischen Abbildungsgleichungen

In den vorangegangenen Kapiteln ist bisher auf reine Zug- oder reine Scherbeanspruchungen eingegangen worden. In der Praxis liegen diese "reinen"

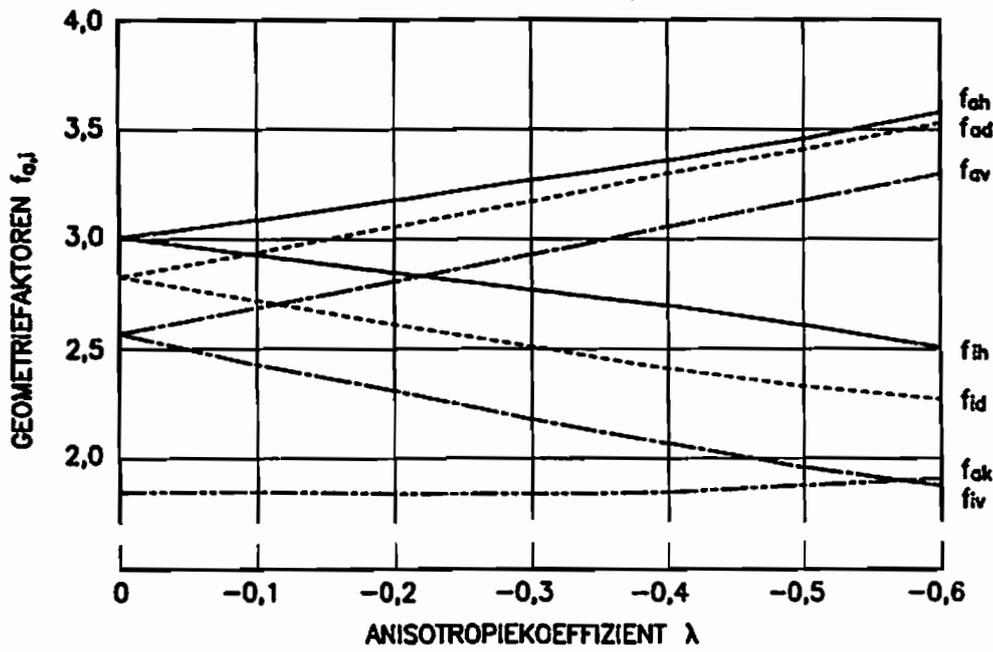


Abb. 90 Geometriefaktoren $f_{a,j}$ zur Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors K_{II} in Abhängigkeit des Anisotropiekoeffizienten

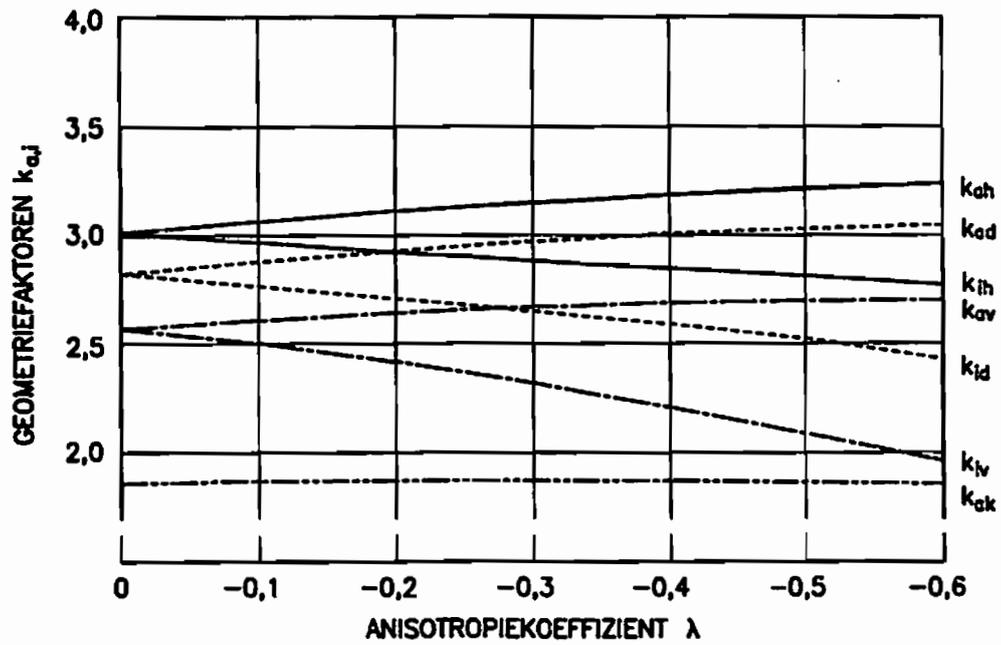


Abb. 91 Geometriefaktoren $k_{a,j}$ zur Berechnung des Urkurvenradius in Abhängigkeit des Anisotropiekoeffizienten

Zustände aber nur selten vor, daher wurden auch für gemischte Modus-I-/Modus-II-Belastungen die Abbildungsgleichungen neu ermittelt (siehe /79/).

Wird Gl. (78) unter Berücksichtigung einer überlagerten Zug-/Scherbeanspruchung aufgelöst, so ergibt dies für die Lichtverteilung:

$$\begin{aligned}
 x' &= r \cos \phi - z_0 c d_{eff} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ K_I \cos \frac{3}{2} \phi - K_{II} \sin \frac{3}{2} \phi \pm \left(\frac{\lambda}{8} \right) T^{-1/2} \left[K_I^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. (3 \cos \phi - 3 \cos 3\phi) + K_I K_{II} (-4 \sin \phi + 12 \sin 3\phi) + K_{II}^2 (7 \cos \phi + 9 \cos 3\phi) \right] \right\} \\
 y' &= r \sin \phi - z_0 c d_{eff} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} r^{-3/2} \left\{ K_I \sin \frac{3}{2} \phi + K_{II} \cos \frac{3}{2} \phi \pm \left(\frac{\lambda}{8} \right) T^{-1/2} \left[K_I^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. (\sin \phi - 3 \sin 3\phi) - K_I K_{II} (4 \cos \phi + 12 \cos 3\phi) + K_{II}^2 (13 \sin \phi + 9 \sin 3\phi) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{124}$$

mit:

$$T = K_I^2 \sin^2 \phi + 2K_I K_{II} \sin 2\phi + K_{II}^2 (3 \cos^2 \phi + 1)$$

Das Einsetzen dieser Lösung in die Jacobi-Determinante führt zu einem Gleichungssystem, das in geschlossener Form nicht mehr sinnvoll aufzulösen ist. Aus diesem Grunde wurde eine numerische Analyse der obigen Gleichungen durchgeführt. In Abb. 92 sind einige auf diese Weise generierte Kaustiken für gemischte Zug-/Scher- und Druck-/Scherbeanspruchungen dargestellt. Sie geben die Geometrie für verschiedene Verhältnisse der Spannungsintensitätsfaktoren wieder. Es ist gut zu erkennen, daß die für den Modus-I-Fall typische symmetrische Geometrie mit zunehmendem Modus-II-Anteil in eine immer unsymmetrischere übergeht. Der Grad der Unsymmetrie ist somit, wie im Fall optisch isotropen Materials, ein Maß für die Dominanz einer Scherbeanspruchung an der Rißspitze.

Auf verschiedene Parameter, die die Kaustikform zusätzlich beeinflussen, soll hier nicht näher eingegangen werden. Die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Einflüsse lassen sich, je nach Anteil der beiden Belastungsmodi, auch auf den hier angeführten Fall übertragen.

I.3.2 Auswerteverfahren

Da die Unsymmetrie einer Kaustik ein Maß für den Scherbelastungsanteil ist, wird vorgeschlagen ein bestimmtes Durchmesser Verhältnis heranzuziehen, um das

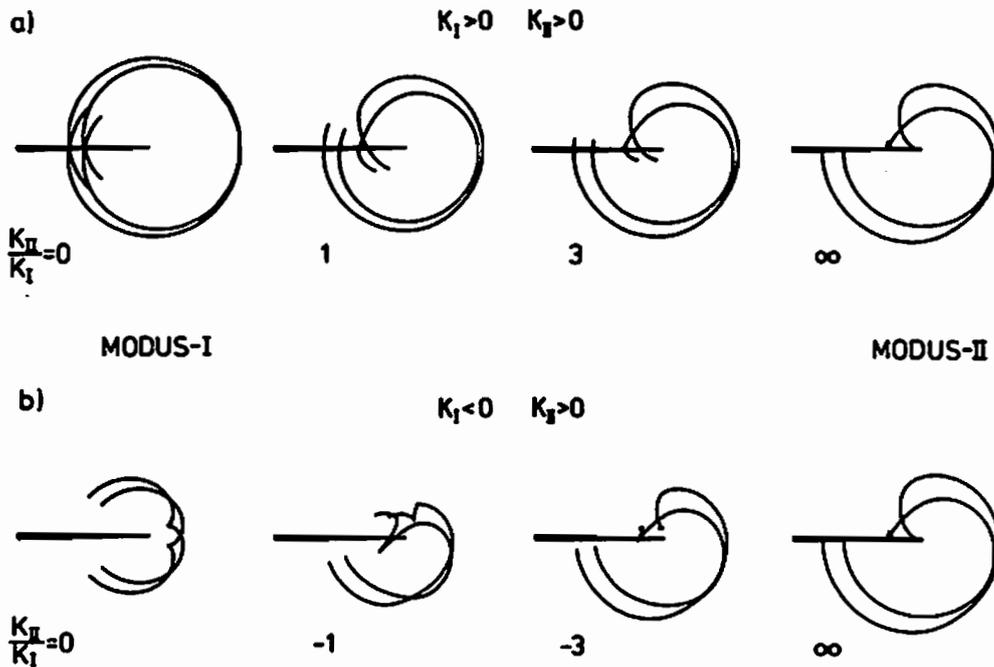


Abb. 92 Kaustikgeometrien an Rissen unter gemischter Beanspruchung
 a) Zug-/Scherbeanspruchung b) Druck-/Scherbeanspruchung

Verhältnis $\mu = K_{II}/K_I$ zu bestimmen. Analog zum optisch isotropen Fall sollte der Quotient $(D_{ah} - D_{ak}) / D_{ah}$ benutzt werden (siehe auch /80/). Eine Untersuchung der Kaustikgeometrie zeigt, daß dieser Quotient die größte Abhängigkeit vom Verhältniswert μ besitzt. Außerdem ist durch die Wahl zweier äußerer horizontaler Durchmesser der Einfluß von $\sigma_{\alpha\alpha}$ eliminiert, da bei diesen Durchmessern die Veränderungen infolge $\sigma_{\alpha\alpha}$ gleichgerichtet sind. In Abb. 93 sind die beschriebenen Abhängigkeiten für das Material Araldit B dargestellt. Hierin sind sowohl überlagerte Zug-/Scher- (Abb. 93a) als auch Druck-/Scherbeanspruchungen (Abb. 93b) berücksichtigt worden.

Nach Ermittlung von μ anhand des Diagrammes in Abb. 93 können die Geometriefaktoren $f_{a,1}$ für die einzelnen Durchmesser aus Abb. 94 abgelesen werden. Auch in Abb. 94 wurden wiederum überlagerte Druckspannungen mit berücksichtigt (Abb. 94b). Gerade bei dynamischen Belastungsfällen (siehe Kapitel 4.2.2) tritt zeitweise eine kombinierte Druck-/Scherbeanspruchung an Rissen auf, so daß für diese Fälle die Auswertung der Auswerteprozedur auf negative K_I -Werte notwendig ist. Die Diagramme in Abb. 93 und 94 geben allerdings nur Werte für $\mu < -1$ an. Für Belastungszustände mit größerem Druckbeanspruchungsanteil ist aufgrund einer sehr komplizierten Kaustikgeometrie (siehe Abb. 92) eine zuverlässige Auswertung nicht mehr gewährleistet und sollte daher vermieden werden.

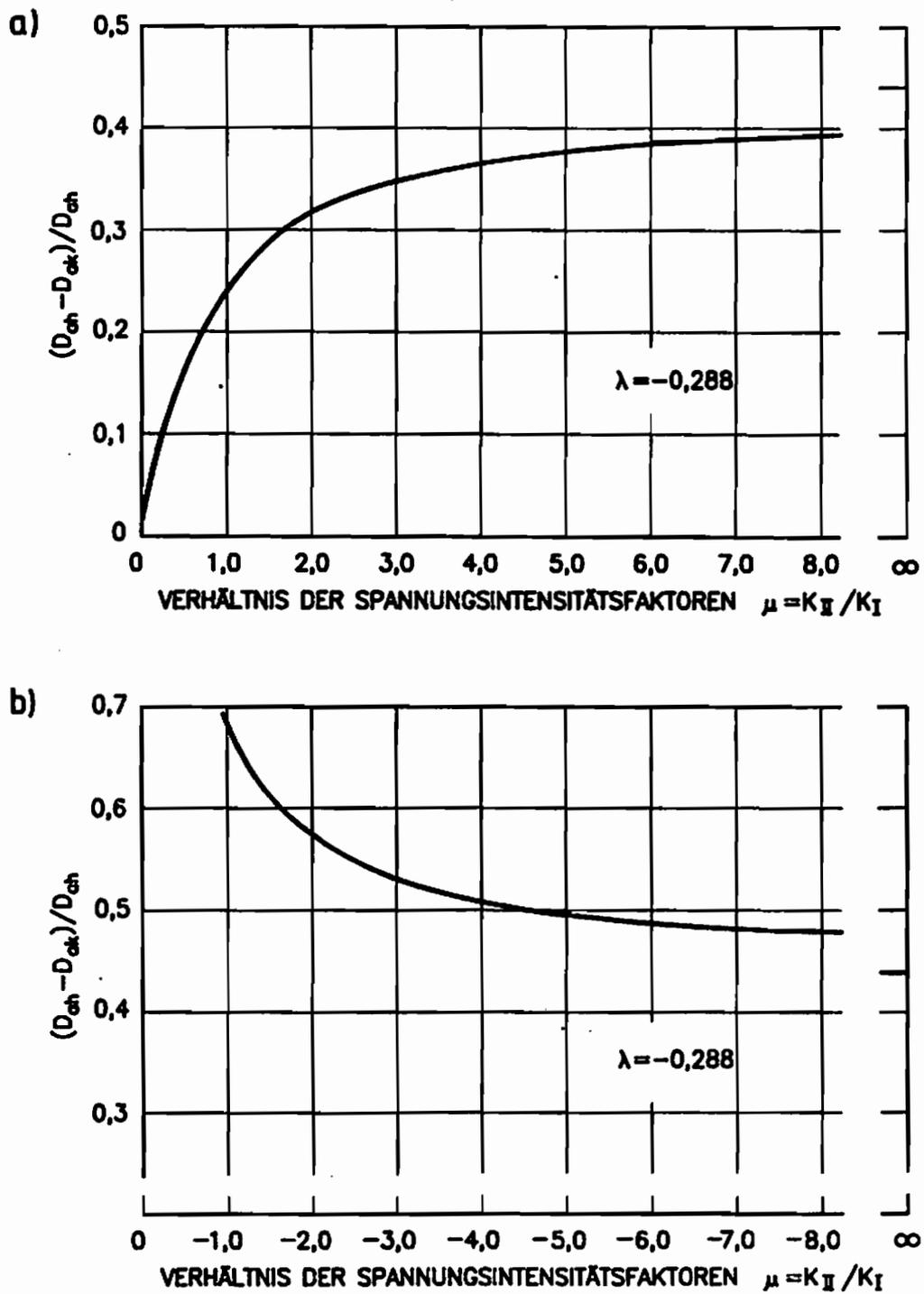


Abb. 93 Bestimmung des Verhältniswertes μ anhand von Kaustiken an Rissen unter a) Zug-/Schersbeanspruchung b) Druck-/Schersbeanspruchung

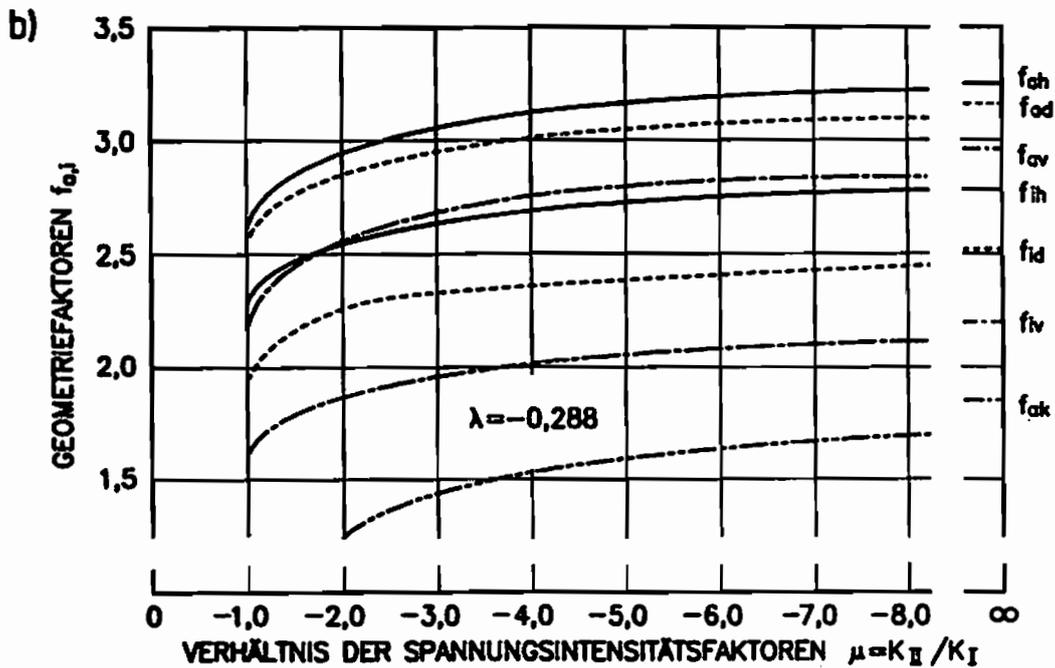
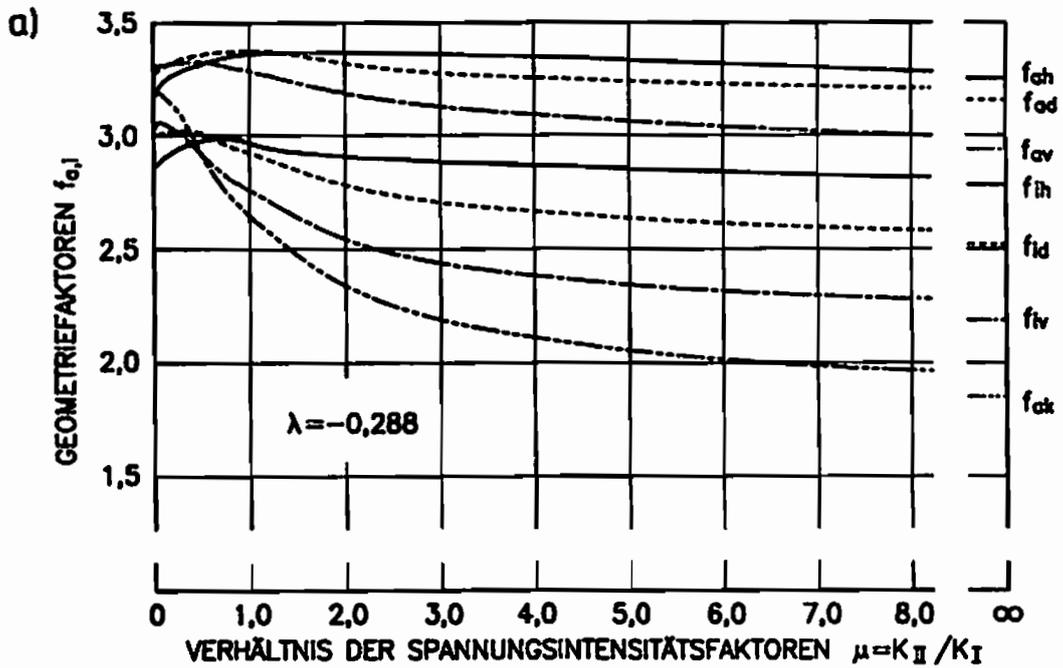


Abb. 94 Geometriefaktoren zur Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren an Rissen unter

a) Zug-/Scherbeanspruchung

b) Druck-/Scherbeanspruchung

Analog zum optisch isotropen Fall wird mit den so ermittelten Faktoren $f_{a,i}$ und μ eine Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren mit Gl. (125) vorgenommen.

$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3f_{a,i}^{5/2} z_0 c d_{eff}} D_{a,i}^{5/2} \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \quad (125)$$
$$K_{II} = \mu K_I$$

Auf die Bestimmung der Urkurven-Geometriefaktoren $k_{a,i}$ wird hier verzichtet, da größere Abweichungen zwischen $f_{a,i}$ und $k_{a,i}$ prinzipiell nur für große Modus-II-Anteile relevant sind. Zudem können die Abweichungen bei dem hier betrachteten Material Araldit B aufgrund des relativ kleinen Anisotropiekoeffizienten vernachlässigt werden.

Für die Untersuchung des Spannungsnahfeldes an einer Rißspitze sind somit alle notwendigen Abbildungsgleichungen für das schattenoptische Kaustikenverfahren hergeleitet. Die vorgestellte Auswerteprozedur ermöglicht erstmals auf einfache Weise die schattenoptische Analyse eines gemischten Modus-I-/Modus-II-Belastungszustandes in optisch anisotropen Materialien.

II Untersuchung von Modus-II-Zuständen in schlagbelasteten Izod-Proben

Auf dem Gebiet der dynamischen Materialprüfung dient der Izod-Test neben dem am häufigsten angewandten Charpy-Test zur Bestimmung von dynamischen Festigkeitswerten. Er repräsentiert eine standardisierte Methode zur Untersuchung von gekerbten Metallproben unter Schlagbelastung /64/. Die Auflagerung der Proben entspricht der eines Kragbalkens. Die Proben sind in der Zugzone vorgekerbt und werden durch einen Hammer mit Geschwindigkeiten bis zu 5 m/s beaufschlagt (siehe Abb. 29). In letzter Zeit wird der Izod-Test auch bei Keramiken und Kunststoffen angewandt, Materialien die zunehmend in der Industrie an Bedeutung gewinnen.

Beim Izod-Test wird davon ausgegangen, daß sich während der Schlagbelastung aufgrund der resultierenden Durchbiegung des Balkens Zugspannungen an der Kerbspitze aufbauen; mit fortschreitender Zeit nehmen diese Spannungen zu, bis die Probe schließlich unter einer Modus-I-Belastung versagt. Diese Argumentation basiert auf einer quasistatischen Betrachtung des Schlagvorgangs. Da die Schlagbelastung einer Probe jedoch einen dynamischen Vorgang repräsentiert ist es erforderlich, das gesamte dynamische Verhalten der Probe einschließlich Wellenausbreitungs- und Schwingungsprozessen zu betrachten.

Im folgenden wird der Einfluß dynamischer Effekte auf den Spannungszustand an der Rißspitze einer Izod-Probe analysiert. Es erfolgt eine Quantifizierung der gemischten Modus-I-/Modus-II-Spannungszustände, deren Existenz bei bestimmten Zeiten nach Lasteinleitung erwartet wird. Eine Zusammenstellung dieser Ergebnisse ist auch in /66, 80/ zu finden.

I.1 Experimentelle Durchführung

Die Analyse der Spannungszustände an der Rißspitze einer Izod-Probe erfolgte unter Anwendung des schattenoptischen Kaustikenverfahrens. Die Proben waren an einem Ende fest eingespannt. Die verwendete Geometrie ist ähnlich der einer Izod-Probe. Die absoluten Abmessungen wurden jedoch maßstäblich vergrößert, um eine ungestörte Anwendung des schattenoptischen Kaustikenverfahrens zu ermöglichen. Als Probenmaterial wurde Araldit B herangezogen. Die Probenabmessungen betragen (siehe Abb. 96): Abstand zwischen Riß und Probenende $s = 280$ mm, Probenhöhe $W = 100$ mm, Abstand zwischen Riß und Lasteinleitungspunkt $l = 220$ mm und Probendicke $B = 10$ mm. Der Abstand zwischen Probenhalterung und Riß wurde zu 15 mm gewählt, um eine gute Beobachtungsmöglichkeit der Rißspitze

zu gewährleisten. Anstelle einer Kerbe oder eines Ermüdungsrisses wurden Sägeschnitte eingebracht, so daß einerseits die Voraussetzung für eine bruchmechanische Beschreibung gegeben war und andererseits der eventuelle Aufbau von Druckspannungskonzentrationen ermöglicht werden konnte. Die Länge der Sägeschnitte betrug 20 mm und 50 mm. Die Tiefe von 20 mm $a/W = 0,2$ stellt die im Izod-Test benutzte Länge dar. Die Tiefe von 50 mm $a/W = 0,5$ repräsentiert die Verhältnisse, die gewöhnlich in bruchmechanischen Experimenten mit angerissenen Proben Anwendung finden. Neben Proben mit diesen Abmessungen wurden auch einige von halber Größe untersucht. Die Belastung erfolgte mit Hilfe einer Fallgewichtsanlage. Die Experimente wurden bei Fallgeschwindigkeiten von 0,4 m/s bis 5 m/s durchgeführt. Die Aufzeichnung der dynamischen Kaustiken erfolgte entsprechend dem in Abb. 30 schematisch dargestellten Prinzip.

II.2 Langzeitverhalten

Bei einem unterkritischen Experiment führt eine quasistatische Betrachtungsweise der Belastungssituation in einer Izod-Probe zu einem sinusförmigen Verlauf des Spannungsintensitätsfaktors K_I über der Zeit t (Abb. 95): In der Frühphase des Schlagvorgangs (Zeitbereich I) biegt sich der Kragbalken nach unten durch, und ein Anstieg von K_I wird beobachtet. Im Moment der maximalen Probendurchbiegung erreicht auch K_I einen Maximalwert. Zu diesem Zeitpunkt hat der Hammer seine Energie vollständig auf die Probe übertragen. Bei fortschreitender Zeit (Zeitbereich II) bewegt sich der Balken zurück nach oben und beschleunigt

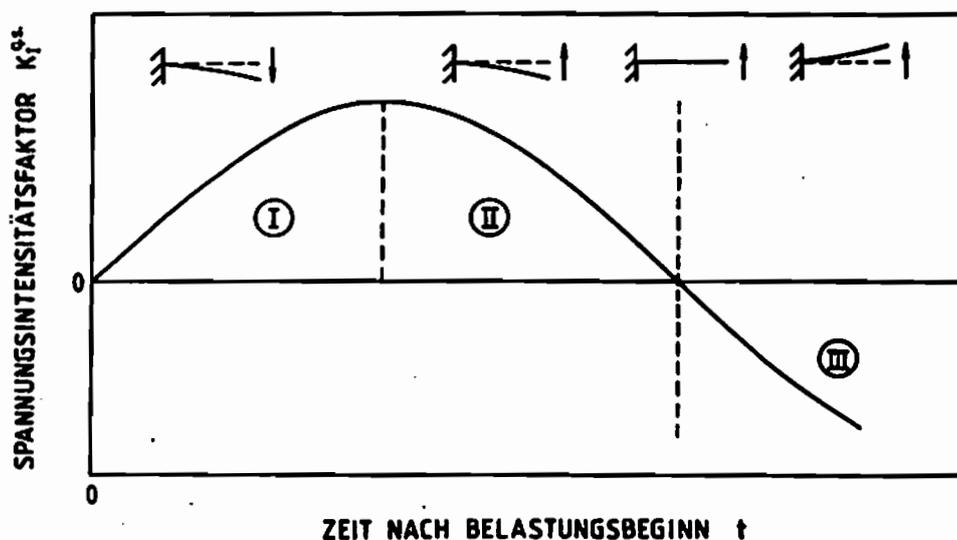


Abb. 95 Belastungsverhalten einer schlagbeanspruchten Izod-Probe, quasistatische Näherung (schematisch)

dabei den Hammer entgegengesetzt zur ursprünglichen Schlagrichtung. K_I wird kleiner, bis die Probe ihre Null-Ausgangslage erreicht hat; die Kerbspitze ist spannungsfrei. Im weiteren Verlauf (Zeitbereich III) setzt sich die Biegebewegung in Aufwärtsrichtung fort und führt zum Aufbau einer Druckspannungskonzentration und somit zu einem negativen K_I -Wert. Da in der abgebildeten $K(t)$ -Kurve nur der quasistatische Anteil der Belastung wiedergegeben ist, bleiben bei dieser Betrachtung die dynamischen Effekte zunächst unberücksichtigt.

Im Rahmen bruchmechanischer Untersuchungen ist für gewöhnlich nur der Zeitbereich I von Bedeutung. In den folgenden Experimenten umfaßt die Betrachtung des Probenverhaltens die Zeitbereiche I und II.

Da ein Schlagexperiment einen verschiebungskontrollierten Versuch repräsentiert, ist die Größe des Spannungsintensitätsfaktors linear abhängig von der Schlaggeschwindigkeit v_0 des Fallgewichts. Diese Beziehung erlaubt die Normierung der erzielten Ergebnisse mit $1/v_0$, wodurch auch bei Wahl verschiedener Schlaggeschwindigkeiten einheitliche $K(t)$ -Kurven zu erhalten sind. Die Durchbiegung eines Balkens hängt von seiner Steifigkeit ab, so daß es darüber hinaus sinnvoll ist, die $K(t)$ -Kurven mit Steifigkeitsparametern zu normieren /11/: Die K -Achse wird normiert mit dem Verhältnis \sqrt{W}/\sqrt{E} . Die Zeitachse wird normiert mit \sqrt{E} .

Für die Untersuchung der Zeitbereiche I und II wurden Experimente mit niedrigen Schlaggeschwindigkeiten, die nicht zum Probenversagen führten, im Bereich von 0,4 m/s bis 0,5 m/s durchgeführt. Abbildung 96 zeigt die Resultate solcher Experimente mit unterschiedlichen Schlaggeschwindigkeiten und Proben unterschiedlicher Größe und Rißlänge. Die Variation der Parameter v_0 und \sqrt{W} führt zu einheitlichen Kurven; dies zeigt die Gültigkeit der gewählten Normierung. Größere Rißlängen dehnen die erzielte Kurve jedoch über einen längeren Zeitraum. Mit Blick auf die zuvor erwähnten Steifigkeitsbetrachtungen ist dieses Verhalten plausibel, da die Probe mit größerer Rißlänge nachgiebiger wird. Darüber hinaus führt die größere Rißlänge zu einem Anwachsen der Spannungskonzentration an der Rißspitze. Während des frühen Zeitbereiches sind die K -Kurven jedoch identisch für verschiedene a/W -Verhältnisse. Mit abnehmender Rißlänge verläßt aber die K -Kurve früher den annähernd linearen Bereich und erreicht ihr Maximum. Die Experimente zeigen auch, daß ein reiner Modus-I-Zustand an der Rißspitze nicht existiert, vielmehr ist stets eine Modus-II-Belastung überlagert. Im Vergleich zu den Zugspannungen ist die Scherbeanspruchung jedoch klein und führt daher zu keiner wesentlichen Beeinflussung des Rißinitiierungsprozesses. Somit kann der Modus-II-Einfluß für praktische Anwendungen vernachlässigt

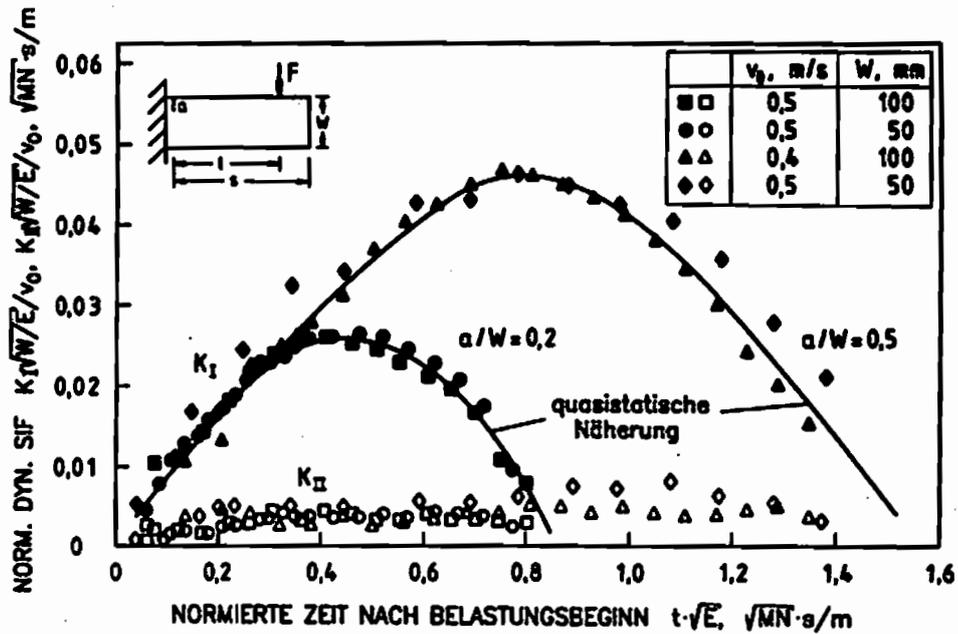


Abb. 96 Langzeit-Spannungsintensitätsverlauf

werden. Der Izod-Test führt bei langen Zeiten bis zur Reißinitiation zu Modus-I dominierten Spannungszuständen.

II.3 Kurzzeitverhalten

Zu Beginn eines Schlagprozesses sind Wellenausbreitungseffekte von größerer Bedeutung als das Durchbiegungsverhalten einer Probe. Für die Untersuchung dieser dynamischen Effekte wurden Experimente mit Schlaggeschwindigkeiten im Bereich von 1 m/s bis 5 m/s durchgeführt. Diese Geschwindigkeiten führen zum Bruch der Probe. Darüber hinaus sind mit ihnen größere Beträge der Spannungsintensitätsfaktoren zu erzielen als mit unterkritischen Geschwindigkeiten; sie erlauben somit speziell die Untersuchung von Welleneffekten.

In Abb. 97 sind schattenoptische Aufnahmen gezeigt, die in der Frühphase eines Experimentes mit einer Schlaggeschwindigkeit von 5 m/s und einer Probenhöhe von 100 mm aufgenommen wurden. Es ist zu erkennen, daß die Größe der Kaustiken mit fortschreitender Zeit zunimmt. Die Spannungskonzentration an der Rissspitze zeigt demnach ebenfalls steigende Tendenz. Zu Beginn des Belastungsprozesses ist eine sehr unsymmetrische Kaustikform vorhanden, der Beanspruchungszustand ist stark von Scherung beeinflusst. Außerdem ist zu erkennen, daß der längere Kaustikast zu frühen Zeiten auf dem rechten Rißufer liegt, bei späteren Zeiten hingegen auf dem linken Rißufer. Dies zeigt deutlich einen

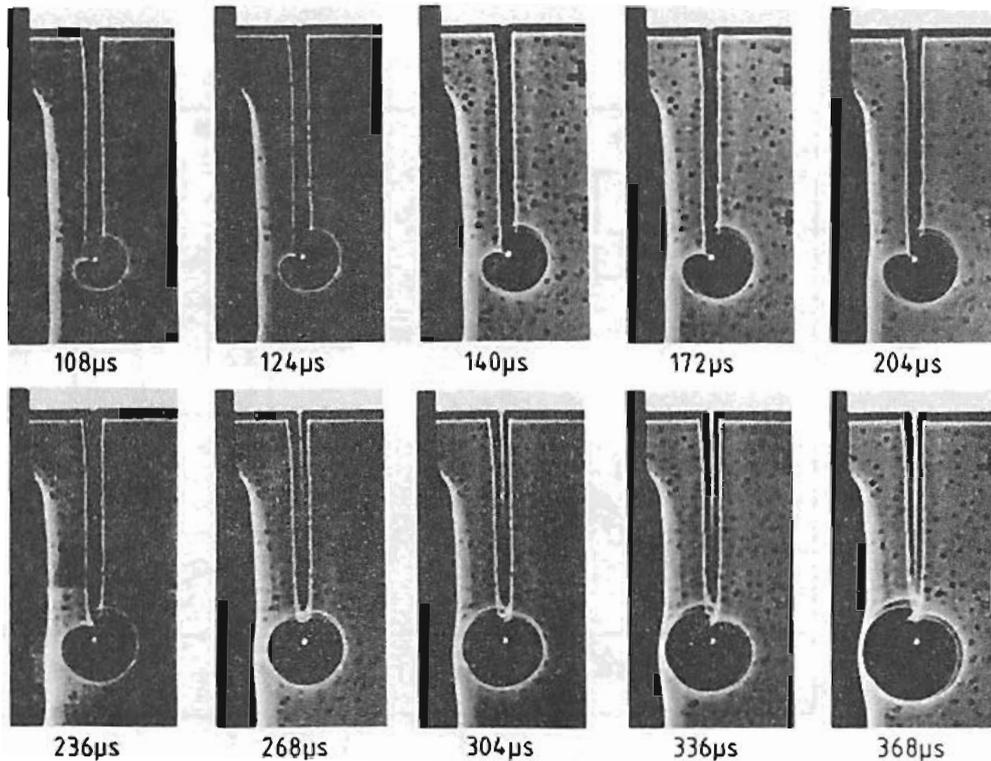


Abb. 97 Hochgeschwindigkeitsserie von schattenoptischen Aufnahmen ($a/W=0,5$)

Vorzeichenwechsel von K_{II} . Aufgrund der zunehmenden Symmetrie der Kaustikform bei späten Zeiten kann hier auf einen K_I dominierten Spannungszustand geschlossen werden.

Abbildung 98a zeigt die quantitativen Daten für die Zeitabhängigkeit des Spannungsintensitätsfaktors für eine Rißlänge von $a/W = 0,2$. Es ist anzunehmen, daß in diesen Experimenten die Longitudinalwellengeschwindigkeit c_l für den ebenen Spannungszustand (aufgrund der im Verhältnis zu den übrigen Probenabmessungen kleinen Probendicke) das Verhalten kontrolliert. Daher ist es angebracht, in diesen Fällen die Zeitachse mit der Zeit zu normieren die eine Longitudinalwelle benötigt, um die Distanz zwischen dem Schlageinleitungspunkt und der Rißspitze zurückzulegen: l/c_l . Der Zeitpunkt des Belastungsbeginns der Rißspitze ist definitionsgemäß der Nullpunkt der Zeitachse. Die Daten zeigen einen stetigen Anstieg von K_I ; zusätzlich kann eine Scherbelastung an der Rißspitze beobachtet werden. Im Gegensatz zu den Ergebnissen für spätere Zeiten ist der K_{II} -Wert nun wesentlich größer - er beträgt bis zu 50% des K_I -wertes. Die K_{II} -Kurve zeigt ein interessantes zeitabhängiges Verhalten: K_{II} ist zu Beginn negativ und wechselt bei späteren Zeiten das Vorzeichen. Dieses Verhalten konnte schon anhand der schattenoptischen Aufnahmen in Abb. 97 direkt beobachtet werden. Die Daten verdeutlichen, daß aufgrund des gestiegenen Einflusses von Wellenaus-

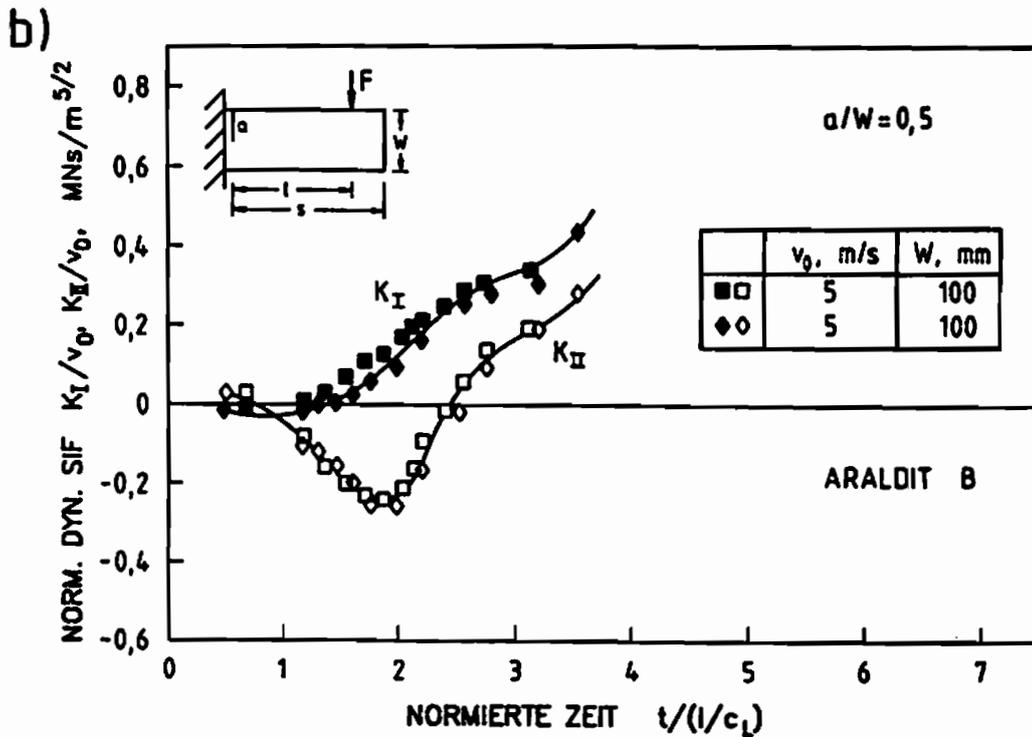
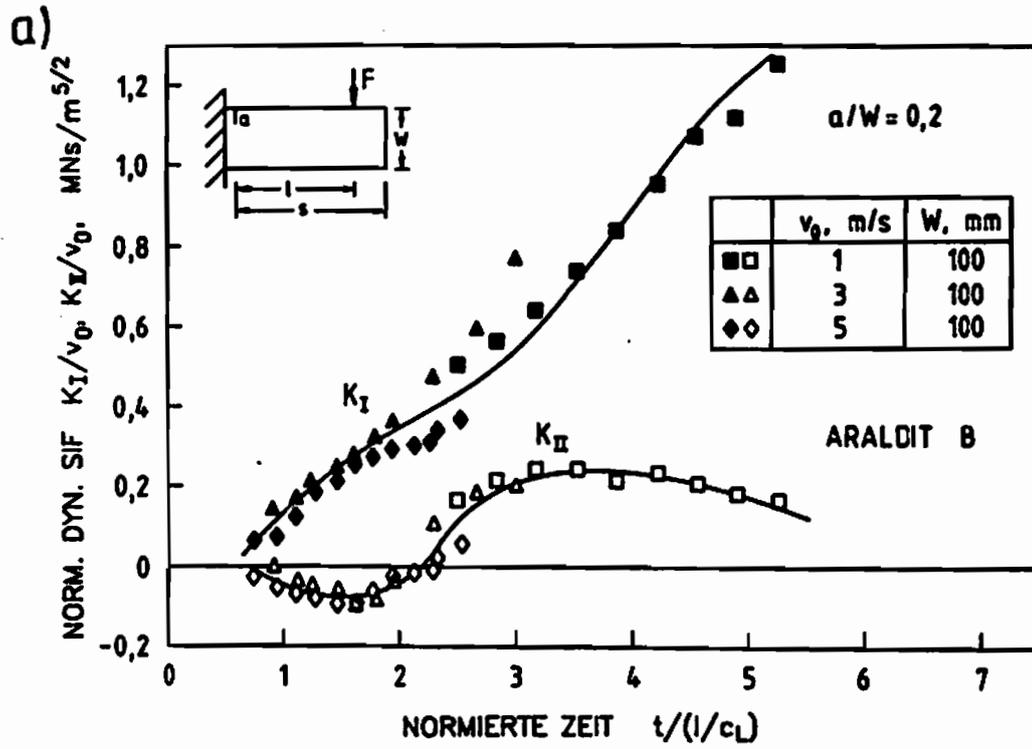


Abb. 98 Kurzzeit- Spannungsintensitätsverlauf,
 a) $a/W = 0,2$ b) $a/W = 0,5$

breitungseffekten eine rein quasistatische Betrachtungsweise nicht länger angebracht ist. Der Izod-Test repräsentiert für frühe Zeitbereiche keinen reinen Modus-I-Versuch.

Die erzielten Resultate werden im folgenden anhand des Verhältnisses der Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} : $\text{sgn}(K_I \cdot K_{II}) \cdot |K_{II}| / (|K_I| + |K_{II}|)$ diskutiert. In Abb. 99a sind die resultierenden Verhältniswerte dargestellt, wobei der Wert 0 eine reine Modus-I-Belastung repräsentiert und die Werte ± 1 eine reine Modus-II-Belastung. Abbildung 99a enthält zusätzlich zu den Ergebnissen für große Proben auch Daten, die an Proben von halber Größe ermittelt worden sind: Zu Beginn des Belastungsprozesses ist ein signifikanter Modus-II-Anteil zu beobachten. Bei Zeiten von etwa $1 l/c_L$ und $3 l/c_L$ existieren Maxima einer Modus-II-Beanspruchung. Erst nach einer Zeit von mehr als $5 l/c_L$ wird eine angenäherte Modus-I-Situation an der Rißspitze ermittelt.

Abbildung 98b zeigt K-Kurven für $a/W = 0,5$. Bei größeren Rißlängen wird das zuvor beschriebene Belastungsverhalten ausgeprägter. Die Absolutwerte für K_{II} werden größer - sowohl in Zeitbereichen negativer als auch positiver Werte. Zu Beginn der Belastung existiert eindeutig überwiegend ein Modus-II-Zustand, mit zunehmender Zeit wird hingegen K_I dominierend. Zur besseren Interpretationsmöglichkeit der Ergebnisse ist es wiederum nützlich, das oben definierte Verhältnis der K-Werte zu betrachten (Abb. 99b). Für beide Rißlängen, $a/W = 0,2$

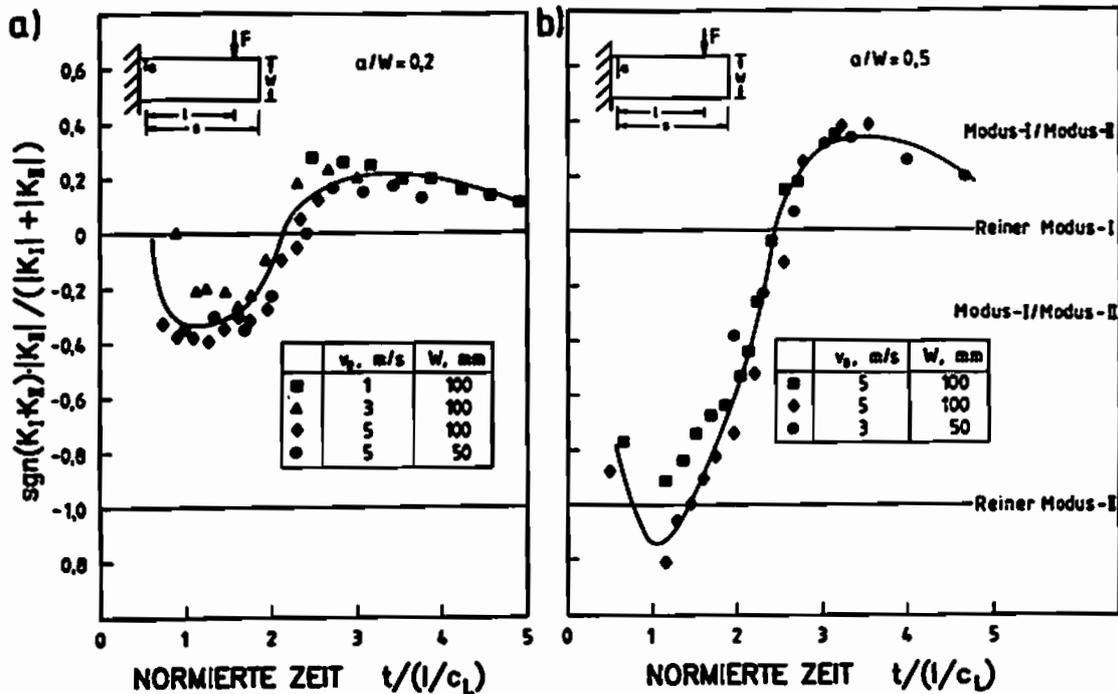


Abb. 99 Kurzzeit-Spannungsintensitätsverlauf, normiert,

a) $a/W = 0,2$

b) $a/W = 0,5$

und $a/W = 0,5$, ist das generelle Kurvenverhalten identisch, allerdings sind die Maxima für den längeren Riß deutlich ausgeprägter. Somit sind längere Risse wesentlich stärker von Modus-II-Effekten beeinflusst als kürzere. Für einen kurzen Zeitraum läßt sich sogar ein annähernd reiner Modus-II-Zustand beobachten. Die Zeiten zu denen Maxima auftreten sind identisch mit den Zeiten für kurze Risse: bei ca. $1 l/c_L$ und ca. $3 l/c_L$. Das zweite Maximum ist kleiner als das erste. Offensichtlich repräsentieren die dynamischen Effekte eine Schwingung mit gedämpfter Amplitude. Nach einer Zeit von mehr als $5 l/c_L$ kann der Modus-II-Einfluß vernachlässigt werden und führt zu keiner Beeinflussung des Rißinitiierungsprozesses mehr. Wiederum belegt die gute Übereinstimmung der experimentellen Daten für große und kleine Proben die Gültigkeit der gewählten Zeitachsennormierung.

II.4 Bewertung der erzielten Ergebnisse

Die Analyse der Beanspruchungssituation in einer schlagbelasteten Izod-Probe verdeutlicht den Einfluß von Wellenausbreitungseffekten auf den Spannungszustand an einer Kerb- oder Rißspitze. Werden während des Schlagvorgangs große Zeiträume betrachtet, so entspricht der Belastungsverlauf der aufgrund quasi-statischer Überlegungen erwarteten Form. Es lassen sich nur geringe Anteile von Scherbelastung an der Rißspitze feststellen. Ihr Einfluß auf den Rißinitiierungsprozeß kann vernachlässigt werden. Der frühe Zeitbereich nach Lasteinleitung wird demgegenüber stark von dynamischen Effekten kontrolliert und weist einen sehr hohen Anteil an Scherbelastung auf. Der Betrag an Modus-II-Beanspruchung steigt zudem mit wachsender Rißlänge. Eine Modus-I-Belastungssituation wird erst nach einer Zeit von $5 l/c_L$ annähernd erreicht. Die überlagerte Scherbelastung zeigt ein interessantes zeitabhängiges Verhalten: K_{II} ist zu Beginn des Belastungsprozesses negativ, wechselt aber zu späteren Zeiten das Vorzeichen. Eine Rißinitiierung in diesen beiden Zeitbereichen würde zu deutlich unterschiedlichen Rißausbreitungsrichtungen führen. Legt man das Kriterium der maximalen Tangentialspannung zugrunde, so läuft bei einer Rißinitiierung zu späten Zeiten ein Riß von dem Lasteinleitungspunkt weg, zu frühen Zeiten läuft er hingegen auf den Lasteinleitungspunkt zu - ein Effekt, der aus statischen Betrachtungen nicht abgeleitet werden kann. Diese dynamischen Einflüsse werden durch das Ausbreitungsverhalten von Longitudinalwellen kontrolliert.

Für die Diskussion der Daten ist die normierte Zeit $t/(l/c_L)$ benutzt worden. Sie ist unabhängig von der Probengröße. Da sie jedoch von der Longitudinalwellengeschwindigkeit abhängt, wird sie von Materialeigenschaften bestimmt. Aufgrund

der gewählten Normierungen können somit die gewonnen experimentellen Ergebnisse auf beliebige Probengrößen, auch auf Proben mit original Izod-Abmessungen und auf andere Materialien übertragen werden.

Die ermittelten dynamischen Einflüsse bewirken, daß der Izod-Test seine Funktion als Modus-I-Test erst nach Abklingen dieser Einflüsse nach einer Zeit von etwa $5 l/c_L$ und somit nur für bestimmte Materialien erfüllen kann. Die Gültigkeit des Tests ist abhängig von der Größe der Longitudinalwellengeschwindigkeit c_L und der Bruchzähigkeit K_{Ic} des verwendeten Werkstoffs. Besitzt ein Werkstoff einen hohen K_{Ic} - oder c_L -Wert, so besteht generell keine Gefahr Modus-II beeinflusster Rißinitiierung, da die kritische Bruchzähigkeit innerhalb einer Zeit von $5 l/c_L$ nicht erreicht werden kann. Dies gilt z.B. für Stahl oder Keramiken - im Fall von Keramiken insbesondere aufgrund der hohen Wellengeschwindigkeiten dieser Materialien (siehe Tab. 1). Andererseits können Proben, die aus Materialien mit geringen Werten für Longitudinalwellengeschwindigkeit und Bruchzähigkeit bestehen, bei Modus-II beeinflussten Lastsituationen zum Bruch kommen, da der kritische K_{Ic} -Wert während der von dynamischen Effekten dominierten Zeitspanne zu erreichen ist. Kunststoffe können diese Bedingungen erfüllen, wie z.B. Araldit B. Aus diesem Grund ist es nicht unproblematisch einen Izod-Versuch mit Kunststoffen durchzuführen. Solche Proben brechen möglicherweise unter Spannungsverhältnissen, die stark durch eine Scherbeanspruchung beeinflusst sind. Da K_{Ic} -Werte stark von K_{Ic} -Werten abweichen können, besitzen dann die so erzielten kritischen Spannungsintensitätsfaktoren keine zuverlässige Aussagekraft und Gültigkeit. Eine Probe muß daher eine Bruchzeit größer als $5 l/c_L$ aufweisen, um einen gültigen Izod-Test zu ergeben.

III Ein Beitrag zur Ermittlung von Spannungskonzentrationen an einer Kerbe

Eine experimentelle Untersuchung von Spannungskonzentrationen an einer Kerbe mit Hilfe des schattenoptischen Kaustikenverfahrens bedarf zunächst der theoretischen Beschreibung der Spannungsverteilung an einer Kerbspitze. Die Lösung der Spannungsverteilung dient dann der Herleitung der schattenoptischen Abbildungsgleichungen, womit die Voraussetzung für eine experimentelle Analyse geschaffen wäre (siehe auch /81/).

III.1 Bestimmung der Spannungsverteilung

Von M.L. Williams ist eine Lösung der Spannungsverteilung für eine Kerbe in einer unendlichen Scheibe unter Zugbelastung angegeben worden /82/. Betrachtet man eine Kerbe mit einem Öffnungswinkel $\alpha' \leq 180^\circ$ mit: $-\alpha < \phi < \alpha$ und $2\alpha + \alpha' = 2\pi$ (siehe Abb. 100), so erhält man aus der Lösung von Williams für die Spannungen:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= -\eta r^{\eta-1} W [(\eta-3) \cos(\eta-1)\phi + L(\eta+1) \cos(\eta+1)\phi] \\ \sigma_\phi &= \eta(\eta+1) r^{\eta-1} W [\cos(\eta-1)\phi + L \cos(\eta+1)\phi] \\ \tau_{r\phi} &= \eta r^{\eta-1} W [(\eta-1) \sin(\eta-1)\phi + L(\eta+1) \sin(\eta+1)\phi]\end{aligned}\tag{126}$$

mit:

$$L = -\frac{\cos(\eta-1)\alpha}{\cos(\eta+1)\alpha}$$

η muß die folgende Beziehung erfüllen:

$$\eta \sin(2\alpha) + \sin(2\eta\alpha) = 0\tag{127}$$

Für den Spannungskonzentrationsfaktor an der Kerbe gilt /83/:

$$K_K = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} r^{1-\eta} \sigma_\phi(r, \phi = 0)\tag{128}$$

Mit Gl. (126) ergibt sich somit:

$$K_K = \sqrt{2\pi} \eta(\eta+1)(L+1)W\tag{129}$$

Die Spannungsverteilung an der Kerbe ist auch mit Hilfe von K_K zu beschreiben. Mit Gl. (126) und (129) erhält man:

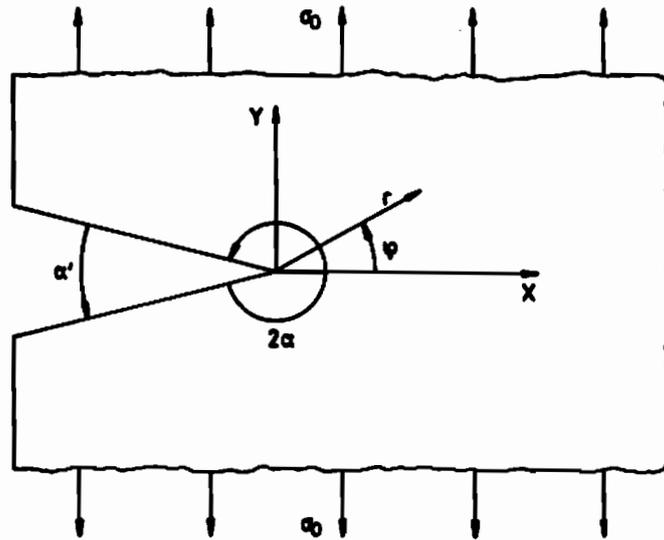


Abb. 100 Halbscheibe unter Zugspannung mit Randkerb

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{-K_K}{\sqrt{2\pi(\eta+1)(L+1)}} r^{\eta-1} [(\eta-3)\cos(\eta-1)\phi + L(\eta+1)\cos(\eta+1)\phi] \\
 \sigma_\phi &= \frac{K_K}{\sqrt{2\pi(L+1)}} r^{\eta-1} [\cos(\eta-1)\phi + L\cos(\eta+1)\phi] \\
 \tau_{r\phi} &= \frac{K_K}{\sqrt{2\pi(\eta+1)(L+1)}} r^{\eta-1} [(\eta-1)\sin(\eta-1)\phi + L(\eta+1)\sin(\eta+1)\phi]
 \end{aligned} \tag{130}$$

Die Abhängigkeit der Winkelkonstanten η vom Öffnungswinkel der Kerbe ist nur iterativ zu lösen. In Abb. 101 sind die ermittelten Werte aufgetragen. Nach Bestimmung von η ist auch eine Berechnung des Faktors L möglich (Abb. 102) (in /81/ sind die Abb. 5 und 6 fehlerhaft, die in ihnen dargestellten Kurven sind vertauscht worden). Die Faktoren L und η sind dimensionslose Größen. Die Dimension von K_K wird somit nach Gl. (128) durch die Winkelkonstante η bestimmt und ist daher abhängig vom Öffnungswinkel α' . Für den Grenzfall des Risses $\alpha' = 0^\circ$ ergibt sich: $\eta = 0,5$ und die Dimension von K_K zu der bekannten Dimension eines Spannungsintensitätsfaktors: $MN/m^{3/2}$. Für den zweiten Grenzfall $\alpha' = 180^\circ$ gilt: $\eta = 1$. Es liegt bei diesem Winkel keine Kerbe mehr vor und man erhält korrekt die Dimension einer Spannung. Die Abhängigkeit des Spannungskonzentrationsfaktors K_K vom Öffnungswinkel des Kerbs erschwert die Beurteilung der physikalischen Bedeutung dieser Größe. Für die praktische Anwendung in der Bruchmechanik bedeutet dies, daß für verschiedene Modus-I-/Modus-II-Belastungszustände nach der Rißinitierung Kerbkonzentrationen mit unterschiedlicher Dimension und somit mit abweichender Ausprägung der Spannungssingularität vorhanden sind.

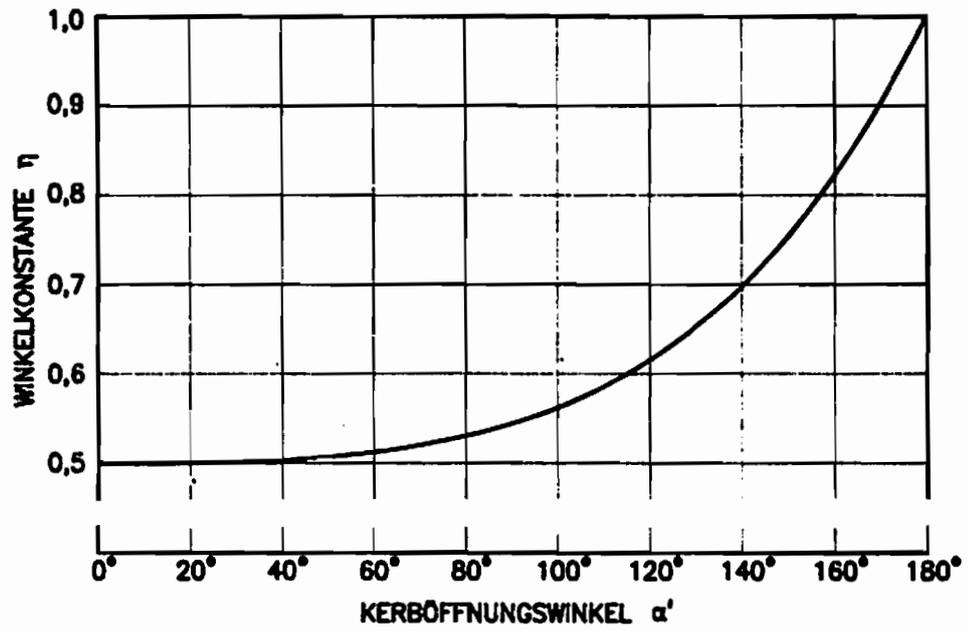


Abb. 101 Winkelkonstante η zur Berechnung des Kerb-Spannungskonzentrationsfaktors

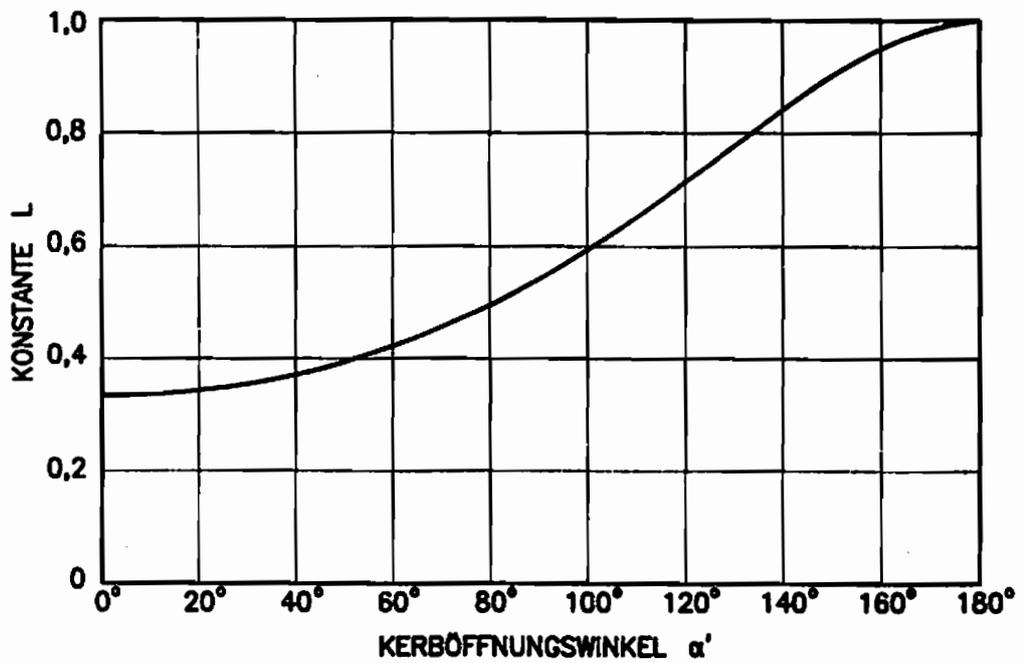


Abb. 102 Konstante L zur Berechnung des Kerb-Spannungskonzentrationsfaktors

Basierend auf der Arbeit von Williams werden im Rahmen dieser Arbeit für die Verschiebungen in der Umgebung einer Kerbe folgende Beziehungen hergeleitet:

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{(1+\nu) K_K}{\sqrt{2\pi\eta(\eta+1)(L+1)} E} r^\eta [(\kappa-\eta) \cos(\eta-1)\phi - L(\eta+1) \cos(\eta+1)\phi] \\ u_\phi &= \frac{(1+\nu) K_K}{\sqrt{2\pi\eta(\eta+1)(L+1)} E} r^\eta [(\kappa+\eta) \sin(\eta-1)\phi + L(\eta+1) \sin(\eta+1)\phi] \end{aligned} \quad (131)$$

Eine Herleitung der Kerbspannungsverteilung ist auch in /83/ gegeben. Für weitere vertiefende Analysen des Kerbproblems sei auf /84/ und /85/ verwiesen.

III.2 Lösung der Kaustik-Abbildungsgleichungen einer Kerb-Spannungskonzentration

Eine Lösung der Kaustik-Abbildungsgleichungen wurde bereits von Theocaris /86/ für optisch isotropes Material aufgestellt. Das Kaustikenverfahren wird hierin angewandt, um die Dimension der Spannungssingularität an einer Kerbe zu ermitteln. In weiteren Veröffentlichungen von Theocaris u.a. zu diesem Thema /87, 88, 89/ werden Lösungen zur Bestimmung der Kerbkonzentration präsentiert. Diese Arbeiten gehen jedoch von vereinfachenden Annahmen für Kerböffnungswinkel $\alpha' > 90^\circ$ aus, und sie sind in sich inkonsistent. Die angegebenen quantitativen Daten können mit Hilfe von ebenfalls aufgeführten Bestimmungsgleichungen nicht ermittelt werden. Dies hat zur Folge, daß eine korrekte Auswertung einer Kerbkaustik nicht zu gewährleisten ist. Eine neue Berechnung der Abbildungsgleichungen ist daher notwendig.

Es soll zunächst optisch isotropes Material betrachtet werden. Durch Einsetzen der Spannungsverteilung an einer Kerbe (Gl. (130)) in Gl. (78) erhält man für die Lichtverteilung:

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \phi + \frac{4(\eta-1)}{(\eta+1)(L+1)} \frac{K_K}{\sqrt{2\pi}} z_0 c d_{eff} r^{\eta-2} \cos(2-\eta)\phi \\ y' &= r \sin \phi + \frac{4(\eta-1)}{(\eta+1)(L+1)} \frac{K_K}{\sqrt{2\pi}} z_0 c d_{eff} r^{\eta-2} \sin(2-\eta)\phi \end{aligned} \quad (132)$$

Nach Differentiation dieser Beziehungen ergibt sich nach Einsetzen in die Jacobi-Determinante (Gl. (81)) die Lösungsgleichung der Urkurve:

$$r_0 = \left[\frac{4(\eta-1)(\eta-2)}{(\eta+1)(L+1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} |z_0 c K_K| d_{eff} \right]^{1/(3-\eta)} \quad (133)$$

Gleichung (133) macht deutlich, daß bei konstantem Kerböffnungswinkel der Urkurvenradius r_0 keine Abhängigkeit von ϕ besitzt. Auch im Fall einer Kerb-Spannungskonzentration bildet für optisch isotropes Material die Urkurve somit einen Kreis um die Kerbspitze. Mit Gl. (132) und Gl. (133) ergeben sich die Gleichungen der Kaustikkurve:

$$\begin{aligned} x' &= r_0 \left[\cos \phi + \frac{1}{\eta(\eta+1)(\eta-2)(L+1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{sgn}(z_0 c K_K) \cos(2-\eta)\phi \right] \\ y' &= r_0 \left[\sin \phi + \frac{1}{\eta(\eta+1)(\eta-2)(L+1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{sgn}(z_0 c K_K) \sin(2-\eta)\phi \right] \end{aligned} \quad (134)$$

Die resultierende Kaustikgeometrie ist in Abb. 103 für einen Öffnungswinkel von $\alpha' = 120^\circ$ einer Modus-I-Kaustik ($\alpha' = 0^\circ$) gegenübergestellt. Die abgebildeten Geometrien sind für den Fall einer Probe mit beidseitigem Riß bzw. Kerb unter konstanter Zugspannung σ_0 berechnet worden. Obwohl der Betrag des Spannungskonzentrationsfaktors K_K deutlich über dem von K_I liegt, ist nur eine leichte Vergrößerung des Kaustikdurchmessers zu beobachten. Dieser Effekt ist ein Resultat der schwächeren Ausprägung der Spannungssingularität an der Kerbe - der Spannungsgradient ist dort kleiner als an einer Rißspitze. Eine Kerbkaustik unterscheidet sich darüber hinaus von der Modus-I-Kaustik durch das Fehlen von Kaustikbereichen außerhalb der Kerbe, es ist keine geschlossene Geometrie vorhanden.

Für die Bestimmung der Abbildungsgleichungen im Fall optisch anisotropen Materials muß der Anisotropieterm von Gl. (78) in die Berechnung einfließen. Die Herleitung gestaltet sich aus diesem Grunde wesentlich umfangreicher als für

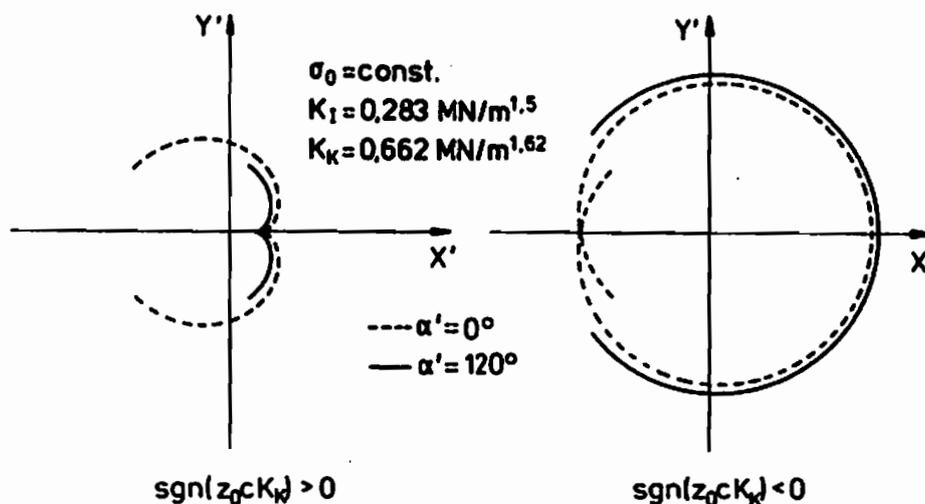


Abb. 103 Kaustikgeometrien an Kerbe und Rißspitze

optisch isotropes Material. Für die Lichtverteilung gilt:

$$\begin{aligned}
 x' &= r \cos \phi \frac{2(\eta - 1)}{(\eta + 1)(L + 1)} \frac{K_K}{\sqrt{2\pi}} z_0 c d_{eff} r^{\eta-2} [2 \cos(\eta - 2)\phi \\
 &\quad \pm \lambda L(\eta + 1) Y^{-1/2} (\cos \phi - \cos 3\phi) \pm \lambda Y^{1/2} \cos \phi] \\
 y' &= r \sin \phi \frac{2(\eta - 1)}{(\eta + 1)(L + 1)} \frac{K_K}{\sqrt{2\pi}} z_0 c d_{eff} r^{\eta-2} [-2 \sin(\eta - 2)\phi \\
 &\quad \pm \lambda L(-\eta - 1) Y^{-1/2} (\sin \phi + \sin 3\phi) \pm \lambda Y^{1/2} \sin \phi]
 \end{aligned}
 \tag{135}$$

mit:

$$Y = L^2(\eta + 1)^2 + 2L(\eta^2 - 1) \cos 2\phi + (\eta - 1)^2$$

Für $\lambda=0$ gehen diese Gleichungen in die Form von Gl. (132) über. Eine Lösung der Jacobi-Determinante ist in diesem Fall nicht sinnvoll, da sich das resultierende Gleichungssystem sehr umfangreich gestaltet und eine Komprimierung zur weiteren praktischen Anwendung nicht möglich ist. In Abb. 104 ist eine auf Gl. (133) basierende numerisch ermittelte Kaustik in Form eines Punktrasterbildes einer experimentell erzeugten Doppelkaustik gegenübergestellt (Material: Araldit B; $\alpha' = 90^\circ$). Im Bereich der Kerböffnung existieren Abweichungen zwischen beiden Schattenfiguren. Diese entstehen durch herstellungsbedingte Eigenspannungen am Kerbrand. Im Inneren der Probe, wo diese Einflüsse nicht zum Tragen kommen, ist dagegen eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu erkennen.

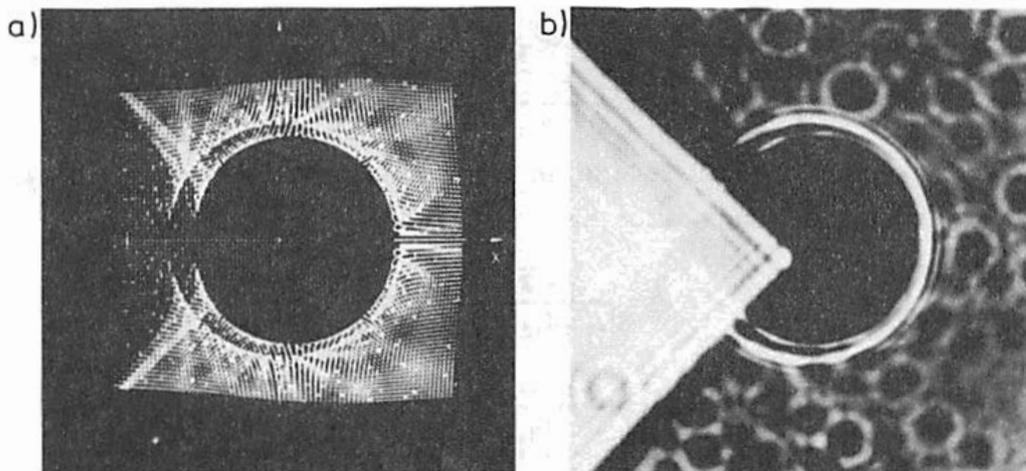


Abb. 104 Schattenfigur einer Korb-Spannungskonzentration
 a) numerisch berechnet b) experimentell ermittelt

III.3 Auswerteverfahren

Die experimentelle Ermittlung des Kerb-Spannungskonzentrationsfaktors K_K mit Hilfe des schattenoptischen Verfahrens erfordert die Festlegung eines Kaustikdurchmessers, der meßtechnisch leicht zu bestimmen ist.

Analog zur Rißspitzenkaustik unter Modus-I-Belastung, ist es empfehlenswert den maximalen Durchmesser unter dem Winkel $\phi' = 90^\circ$ heranzuziehen (Abb. 105). Für diesen Durchmesser gilt:

$$D = 2y'_{max} \quad (136)$$

und mit der Nebenbedingung für eine reelle Kaustik an einer Kerbe unter Zugbelastung: $\text{sgn}(z_0 \text{ c } K_K) = -1$ ergibt sich aus Gl. (134) für den betrachteten Durchmesser:

$$D = 2r_0 \left[\sin \phi_M - \frac{1}{\eta - 2} \sin(2 - \eta)\phi_M \right] \quad (137)$$

Es fehlt noch die Bestimmung des Winkels ϕ_M . Dies ist der Winkel des Lichtstrahls in der Urkurve, der die Kaustik im maximalen Durchmesser bildet. Nach Auflösen der Beziehung:

$$\frac{\partial y'}{\partial \phi} = 0 \quad (138)$$

erhält man den Winkel ϕ_M :

$$\phi_M = \frac{\pi}{3 - \eta} \quad (139)$$

so daß für Gl. (137) auch geschrieben werden kann:

$$D = g_K r_0 \quad (140)$$

mit:

$$g_K = 2 \sin \frac{\pi}{3 - \eta} - \frac{2}{\eta - 2} \sin \frac{(2 - \eta)\pi}{3 - \eta}$$

Wird Gl. (140) nach r_0 aufgelöst und in Beziehung (133) eingesetzt, so gilt für den Spannungskonzentrationsfaktor K_K :

$$K_K = \frac{\sqrt{2\pi}}{|z_0 c| d_{eff} f_K^{3-\eta}} D^{3-\eta} \quad (141)$$

mit:

$$f_K = \left[\frac{4(\eta - 1)(\eta - 2)}{(\eta + 1)(L + 1)} \right]^{1/(3-\eta)} \left[2 \sin \frac{\pi}{3 - \eta} - \frac{2}{\eta - 2} \sin \frac{(2 - \eta)\pi}{3 - \eta} \right]$$

Die Faktoren g_K zur Bestimmung des Urkurvenradius und f_K zur Ermittlung von K_K sind in den Diagrammen Abb. 106 und 107 aufgetragen.

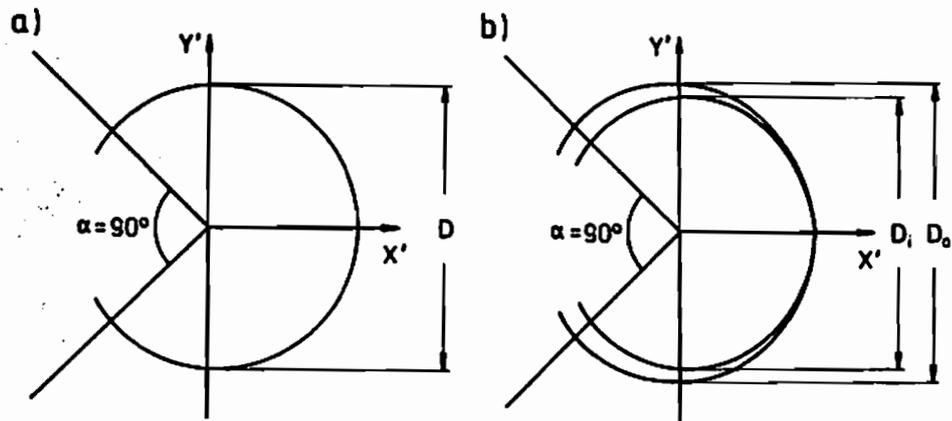


Abb. 105 Durchmesserwahl zur Bestimmung einer Kerb-Spannungskonzentration
 a) optisch isotropes Material b) optisch anisotropes Material

Für Doppel-Kaustiken an optisch anisotropen Materialien wird für K_K eine Bestimmungsgleichung analog Gl. (141) aufgestellt:

$$K_K = \frac{\sqrt{2\pi}}{|z_0 c| d_{eff} f_{K a,i}^{3-\eta}} D_{a,i}^{3-\eta} \quad (142)$$

Hierbei ist jeweils der maximale äußere bzw. innere vertikale Durchmesser zu bestimmen (Abb. 105). Es bedarf noch einer Ermittlung der Faktoren $f_{K a,i}$ auf der Basis von Gl. (135). Da die Abbildungsgleichungen nicht mehr geschlossen lösbar sind, erfolgte die quantitative Bestimmung der Geometriefaktoren auf numerischem Wege (Abb. 107). Auf die Bestimmung der Faktoren $g_{K a,i}$ wurde verzichtet. Diese Werte gehen in die Berechnung der Spannungskonzentration nicht ein und werden nur zur Ermittlung des Urkurvenradius benötigt. Da schon $f_{K a,i}$ keine sehr große Abhängigkeit von λ aufweist (siehe Abb. 107), kann für die Berechnung des Urkurvenradius auf $g_K(\lambda=0)$ zurückgegriffen werden. Dies stellt für die meisten Anwendungsfälle eine ausreichend genaue Näherung dar. Eine experimentelle Ermittlung des Kerb-Spannungskonzentrationsfaktors sowohl in optisch isotropen als auch in optisch anisotropen Materialien ist somit gewährleistet.

Zur Überprüfung der gewonnenen Abbildungsgleichungen wurden an Kerben mit verschiedenen Öffnungswinkeln Kaustiken aufgezeichnet. Ein Vergleich der anhand dieser Kaustiken ermittelten Kerbkonzentrationsfaktoren mit den theoretischen Werten (/83/) ist in Abb. 108 für variierende Kerböffnungswinkel aufgetragen. Die Daten zeigen eine sehr gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment. Mit den neu hergeleiteten Kaustik-Abbildungsgleichungen ist somit eine korrekte Analyse der Spannungskonzentration an einer Kerbe gewährleistet /81/.

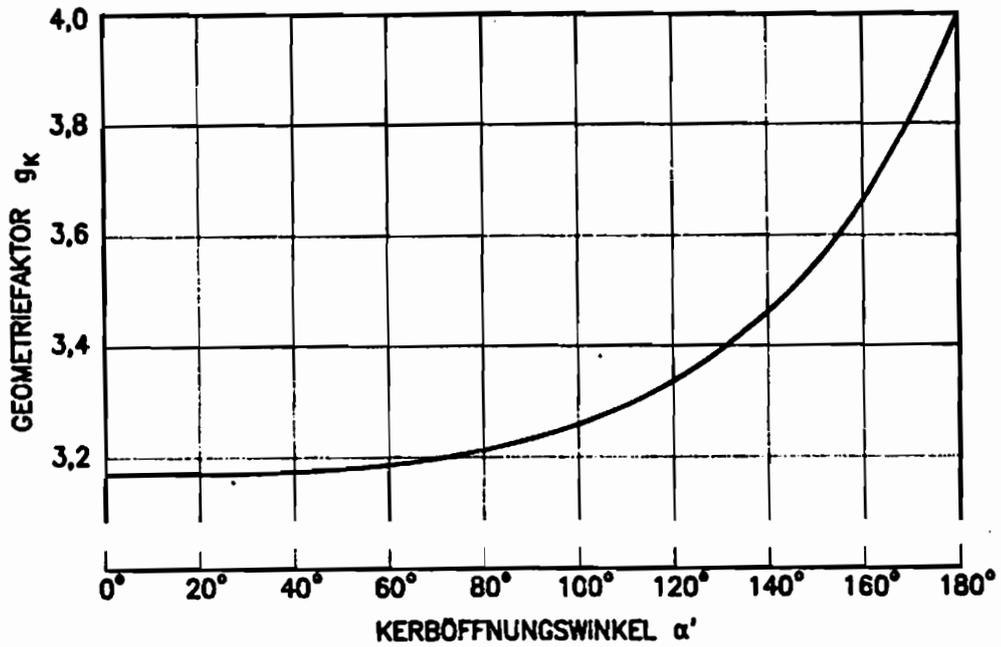


Abb. 106 Geometriefaktor g_K zur Berechnung des Urkurvenradius ($\lambda = 0$)

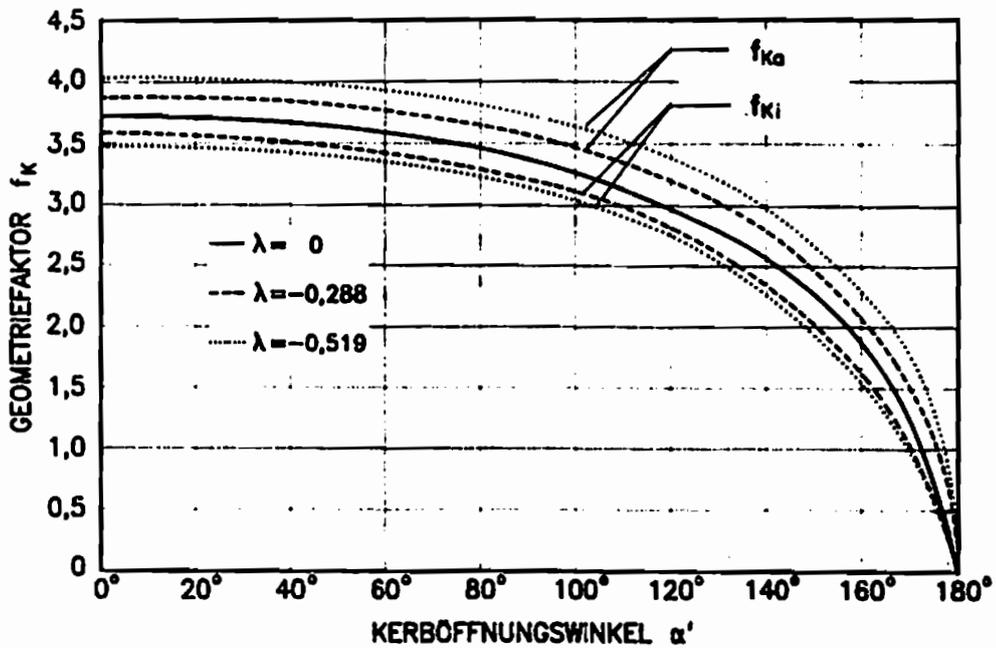


Abb. 107 Geometriefaktor f_K zur Berechnung des Kerb-Spannungskonzentrationsfaktors K_K

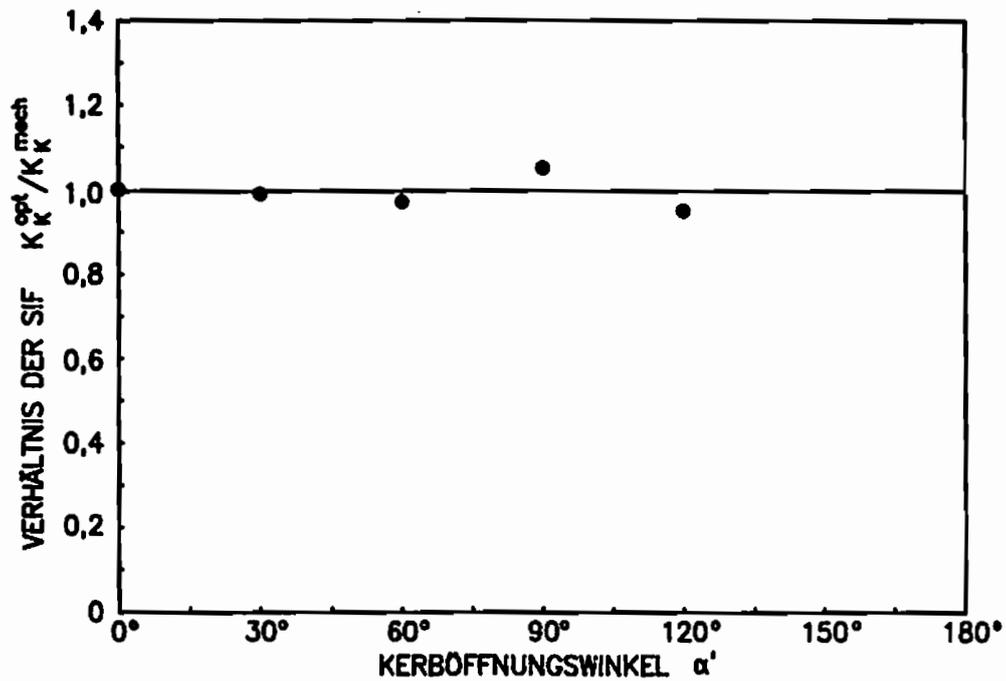


Abb. 108 Vergleich experimentell und theoretisch ermittelter Kerb-Spannungskonzentrationsfaktoren

Die präsentierten Abbildungsgleichungen für optisch isotropes Material entsprechen der in /86/ angegebenen Lösung. Die Abbildungsgleichungen für die Lichtverteilung im Fall optisch anisotropen Materials repräsentierten hingegen eine neue Lösung und ermöglichen somit die Anwendung des schattenoptischen Verfahrens auch bei diesen Materialien.

10 LITERATUR

- /1/ Richard, H.A., "Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung sowie reiner Schubbelastung von Rissen", Habilitationsschrift, Fachbereich Maschinenwesen, Universität Kaiserslautern, 1984.**
- /2/ Irwin, G.R., "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate", Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, 1957, 361-364.**
- /3/ Broek, D., "Elementary Engineering Fracture Mechanics", Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 4th edition, 1986.**
- /4/ Nuismer, R.J., "An Energy Release Rate Criterion for Mixed Mode Fracture", International Journal of Fracture, Noordhoff International Publishing, Leyden, Netherlands, April 1975, 245-250.**
- /5/ Amestoy, M., Bui, H.D., Dang Van, K., "Analytical Asymptotic Solution of the Kinked Crack Problem", Advances in Fracture Research, Francois, D., Oxford, 1980.**
- /6/ Hussain, M.A., Pu, S.L., Underwood, J., "Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II", Fracture Analysis, ASTM STP 560, American Society for Testing and Materials, 1974, 2-28.**
- /7/ Hahn, H.G., "Bruchmechanik", B.G. Teubner, Studienbücher Mechanik, Band 30, Stuttgart, 1976.**
- /8/ Westergaard, H.M., "Bearing Pressures and Cracks", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, ASME, Vol. 61, 1939, A49-A53.**
- /9/ Sneddon, I.N., "The Distribution of Stress in the Neighbourhood of a Crack in an Elastic Solid", Proceedings of the Physical Society of London, Vol. 187, London, 1946, 229-260.**
- /10/ Williams, M.L., "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, ASME, Vol. 24, 1957, 109-114.**

- /11/ Schwalbe, K.-H., "Bruchmechanik metallischer Werkstoffe", Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1980.
- /12/ Kanninen, M.F., Popelar, C.H., "Advanced Fracture Mechanics", Oxford University Press, New York, 1985.
- /13/ Freund, L.B., "Dynamic Fracture Mechanics", Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- /14/ Böhme, W., "Experimentelle Untersuchungen dynamischer Effekte beim Kerbschlagbiegeversuch", Dissertation, Fachbereich Mechanik, Technische Hochschule Darmstadt, 1985.
- /15/ Kalthoff, J.F., "Experimental Fracture Dynamics", CISM Courses and Lectures No. 310, Crack Dynamics in Metallic Materials, J.R. Klepaczko Editor, International Centre for Mechanical Sciences, Springer-Verlag, Wien - New York, 1990, 75-253.
- /16/ Achenbach, J.D., "Dynamic Effects in Brittle Fracture", Mechanics Today, Vol. 1, Pergamon Press, 1972, 1-57.
- /17/ Kalthoff, J.F., "Zur Ausbreitung und Arretierung schnell laufender Risse", Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 18, Nr.4, VDI-Verlag, Düsseldorf, Dezember 1978.
- /18/ Metcalf, J.T., Kobayashi, T., "Comparison of Crack Behavior in Homalite 100 and Araldite B", Crack Arrest Methodology and Applications, Hahn, G.T./ Kanninen, M.F., Editors, American Society for Testing and Materials, Special Technical Publication, ASTM STP 711, Philadelphia, USA, June 1980, 128-145.
- /19/ Erdogan, F., Sih, G.C., "On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear", Journal of Basic Engineering, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, ASME, December 1963, 519-527.
- /20/ Williams, J.G., Ewing, P.D., "Fracture under Complex Stress - The Angled Crack Problem", International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 8, No. 4, Wolters-Noordhoff Publishing, Groningen, Netherlands, December 1972, 441-446.

- /21/ Finnie, I., Saith, A., "A Note on the Angled Crack Problem and the Directional Stability of Cracks", International Journal of Fracture, Vol. 9, Noordhoff International Publishing, Leyden, Netherlands, 1973, 484-486.
- /22/ Maiti, S.K., Smith, R.A., "Comparison of the Criteria for Mixed Mode Brittle Fracture Based on the Preinstability Stress Strain Fields", International Journal of Fracture, Vol. 23, Martinus Nijhoff Pub., The Hague, Netherlands, 1983, 281-295.
- /23/ Maiti, S.K., Smith, R.A., "Theoretical and Experimental Studies on the Extension of Cracks Subjected to Concentrated Loading near their Faces to Compare the Criteria for Mixed Mode Brittle Fracture", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 31, No. 5, Pergamon Press, Great Britain, 1983, 389-403.
- /24/ Kordisch, H., "Untersuchungen zum Verhalten von Rissen unter überlagerter Normal- und Scherbeanspruchung", Dissertation, Fakultät für Chemieingenieurwesen, Technische Hochschule Karlsruhe, Februar 1982.
- /25/ Streit, R.D., Finnie, I., "The Directional Stability of Crack Propagation", Vol. 3, ICM 3, Cambridge, England, August 1979, 469-478.
- /26/ Fischer, K.-F., Göldner, H., "On the Formulation of a Principal Strain Criterion in Crack Fracture Mechanics", International Journal of Fracture, Vol. 17, 1981, R3-R6.
- /27/ Fischer, K.-F., "Eine zweiparametrische Formulierung von Bruchkriterien bei statischer Mixed-Mode-Rißöffnung", Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, ZAMM, Vol. 64, 1984, M445-M448.
- /28/ Sih, G.C., "Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems", International Journal of Fracture, Vol. 10, No. 3, Noordhoff International Publishing, Leyden, Netherlands, September 1974, 305-321.
- /29/ Radaj, D., Heib, M., "Numerische Untersuchungen zum Rißbruchkriterium bei überlagerter Zug-, Druck- und Schubbeanspruchung", Schweißen und Schneiden, Jahrgang 29, Nr. 4, 1977, 135-140.
- /30/ Jayatilaka, A. de S., Jenkins, I.J., Prasad, S.V., "Determination of Crack Growth in a Mixed Mode Loading System", Proceeding of the Fourth Inter-

national Conference on Fracture, ICF4, Vol. 3, University of Waterloo, Canada, June 19-24, 1977, Pergamon Press, New York, 1977.

- /31/ Tenhaeff, D., "Untersuchungen zum Ausbreitungsverhalten von Rissen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung", Dissertation, Fachbereich Maschinenwesen, Universität Kaiserslautern, 1987.
- /32/ Theocaris, P.S., Andrianopoulos, N.P., Kourkoulis, S., "The Angle of Initiation and Propagation of Cracks in Ductile Media", Experimental Mechanics, Vol. 27, Society of Experimental Mechanics, Bethel, USA, June 1987, 120-125.
- /33/ Blumenauer, H., Pusch, G., "Technische Bruchmechanik", VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 2. Auflage, Leipzig, 1987.
- /34/ Shen, W., Lee, J.D., "The Nonlinear Energy Method for Mixed Mode Fracture", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 16, Pergamon Press Ltd., Great Britain, 1982, 783-798.
- /35/ Cotterell, B., Rice, J.R., "Slightly Curved or Kinked Cracks", International Journal of Fracture, Vol. 16, No. 2, Sijthoff & Noordhoff International Publishers, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, April 1980, 155-169.
- /36/ Karihaloo, B.L., Keer, L.M., Nemat-Nasser, S., "Crack Kinking under Non-symmetric Loading", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, Pergamon Press Ltd., Great Britain, 1980, 879-888.
- /37/ Wu, C.H., "Elasticity Problems of a Slender Z-Crack", Journal of Elasticity, Vol. 8, No. 2, Sijthoff & Noordhoff International Publishers, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, April 1978, 183-205.
- /38/ Wu, C.H., "Maximum-Energy-Release-Rate Criterion Applied to a Tension-Compression Specimen with Crack", Journal of Elasticity, Vol. 8, No. 3, Sijthoff & Noordhoff International Publishers, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, July 1978, 235-257.
- /39/ Lo, K.K., "Analysis of Branched Cracks", Journal of Applied Mechanics, Vol. 45, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, ASME, December 1978, 797-802.

- /40/ Wolf, H., "Spannungsoptik", Band 1, "Grundlagen", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2. Aufl., 1976.
- /41/ Föppl, L., Mönch, E., "Praktische Spannungsoptik", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 3. Aufl., 1972.
- /42/ Etheridge, J.M., Dally, J.W., "A Three-Parameter Method For Determining Stress Intensity Factors from Isochromatic Fringe Loops", Journal of Strain Analysis, Vol. 13, No. 2, 1978, 91-94.
- /43/ Dally, J.W., Sanford, R.J., "Classification of Stress-intensity Factors from Isochromatic-fringe Patterns", Experimental Mechanics, December 1978, 441-448.
- /44/ Rossmannith, H.P., "Analysis of Mixed-Mode Isochromatic Crack-Tip Fringe Patterns", Acta Mechanica, 34, Springer-Verlag, 1979, 1-38.
- /45/ Manogg, P. "Anwendung der Schattenoptik zur Untersuchung des Zerreißvorgangs von Platten", Dissertation, Ernst Mach Institut, Freiburg, 1964.
- /46/ Kalthoff, J.F., "Shadow Optical Method of Caustics", Chapter 9, Handbook on Experimental Mechanics, A.S. Kobayashi Editor, Prentice-Hall, 1987, 430-500.
- /47/ Theocaris, P.S., "The Reflected-Shadow Method for the Study of the Constrained Zones in Cracked Birefringent Media", Journal of Strain Analysis, Vol. 7, No. 2, 1972, 75-83.
- /48/ Theocaris, P.S., Gdoutos, E., "An Optical Method for Determining Opening-Mode and Edge Sliding-Mode Stress-Intensity Factors", Journal of Applied Mechanics, Vol. 42, Springer-Verlag, March 1972, 91-97.
- /49/ Seidelmann, U., "Anwendung des schattenoptischen Kaustikenverfahrens zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte bei überlagerter Normal- und Scherbeanspruchung", wissenschaftlicher Bericht, Institut für Festkörpermechanik der Fraunhofer-Gesellschaft e.V., Freiburg, September 1976.

- /50/ Beinert, J., Kalthoff, J.F., Seidelmann, U., Soltesz, U., "Das schattenoptische Verfahren und seine Anwendung in der Bruchmechanik", VDI-Berichte Nr. 297, 1977, 15-25.
- /51/ Yokobori, T., Yokobori, A.T., Sato, K., Omotani, M., "The Effects of Ferrite Grain Size on Fracture of Low Carbon Steel under Mixed Modes I and II", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 17, Pergamon Press Ltd., Great Britain, 1983, 75-85.
- /52/ Ewing, P.D., Williams, J.G., "The Fracture of Spherical Shells under Pressure and Circular Tubes With Angled Cracks in Torsion", International Journal of Fracture, Vol. 10, Noordhoff International Publishing, Leyden, Netherlands, 1974, 537-544.
- /53/ Liu, A.F., "Crack Growth and Failure of Aluminium Plate Under Inplane Shear", AIAA-Journal, Vol. 12, 1974, 180-185.
- /54/ Royer, J., "Study of Pure and Mixed-Mode Fracture of a Brittle Material", Experimental Mechanics, Vol. 28, Society of Experimental Mechanics, Bethel, USA, December 1988, 382-387.
- /55/ Richard, H.A., "Eine Bruchmechanikprobe zur Bestimmung von K_{Ic} -Werten", Schweißen und Schneiden, Vol. 33, Heft 11, 1981, 606-608.
- /56/ Buchholz, F.-G., Pirro, P.J.M., Richard, H.A., Dreyer, K.-H., "Numerical and Experimental Mixed-Mode Analysis of a Compact Tension-Shear-Specimen", Numerical Methods in Fracture Mechanics, A.R. Luxmore et. al. Editor, Pineridge Press, Swansea U.K., 1987, 641-656.
- /57/ Arcan, M., Hashin, Z., Voloshin, A., "A Method to Produce Uniform Plane-stress States with Applications to Fiber-reinforced Materials", Experimental Mechanics, Society for Experimental Mechanics, Bethel, USA, April 1978, 141-146.
- /58/ Banks-Sills, L., Arcan, M., Bui, H.D., "Toward a Pure Shear Specimen for K_{IIc} Determination", International Journal of Fracture, Vol. 22, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, Netherlands, 1983, R9-R14.

- /59/ Banks-Sills, L., Arcan, M., "An Edge-Cracked Mode II Fracture Specimen", *Experimental Mechanics*, Vol. 23, Society for Experimental Mechanics, Bethel, USA, September 1983, 257-261.
- /60/ Banks-Sills, L., Arcan, M., Gabay, H., "A Mode II Fracture Specimen - Finite Element Analysis", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, No. 4, Pergamon Press, Great Britain, 1984, 739-750.
- /61/ Hong, C.S., Yoon, S.H., "Interlaminar Fracture Toughness of Graphite/Epoxy Composite under Mixed Mode Deformations", *Proceedings of the VI International Congress on Experimental Mechanics*, June 6-10, 1988, Portland, Oregon, Vol. II, Society for Experimental Mechanics, 1988, 1112-1117.
- /62/ Rossmannith, H.P., "Finite Elemente in der Bruchmechanik", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
- /63/ Kalthoff, J.F., Winkler, S., "Failure Mode Transition at High Rates of Shear Loading", *Proceedings of the International Conference on Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, Bremen, May 18-22, 1987, Deutsche Gesellschaft für Metallkunde eV, Oberursel, 1988, 185-195.
- /64/ American Society for Testing and Materials, ASTM, *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 03.01, E 23-88, 1990, 197-212.
- /65/ Böhme, W., "Experimentelle Untersuchungen zum invertierten Kerbschlagbiegeversuch und zur dynamischen Wechselwirkung von Mehrfachrissen", *Abschlußbericht zu dem Forschungsvorhaben DFG Ka 443/10-1,2,3, W 1/87*, Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik, Freiburg.
- /66/ Podleschny, R., Kalthoff, J.F., "Modus-I-/Modus-II-Schlagbelastung", 24. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, 18./19. Februar 1992, Aachen, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., DVM, Berlin 1992.
- /67/ Podleschny, R., Kalthoff, J.F., "A Novel Arrangement for Mixed-Mode Impact Testing - Characterization by Shadow Optics", *Mixed-Mode Fatigue and Fracture, ESIS 14* (Edited by K.J. Miller and P. Rossmannith) 1992, Mechanical Engineering Publications, London, in Vorbereitung.

- /68/ Andersson, H., "Stress-Intensity Factors at the Tips of a Star-shaped Contour in an Infinite Tensile Sheet", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17, Pergamon Press, Great Britain, 1969, 405-417.
- /69/ Kalthoff, J.F., "Theoretische und experimentelle Untersuchung zur Ausbreitungsrichtung gegabelter Risse" wissenschaftlicher Bericht 7/72, Institut für Festkörpermechanik, Fraunhofer Gesellschaft e.V., Freiburg, Juli 1972.
- /70/ Theocaris, P.S., "Complex Stress-Intensity Factors at Bifurcated Cracks", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 20, Pergamon Press, Great Britain, 1972, 265-279.
- /71/ Steiner, M. "Bestimmung wechselwirkender Spannungskonzentrationen in der Bruchmechanik", Diplomarbeit, Experimentelle Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, Februar 1992.
- /72/ Böhme, W., Persönliche Mitteilung.
- /73/ Rosakis, A.J., Ravi-Chandar, K., "On Crack-Tip Stress State: An Experimental Evaluation of Three-Dimensional Effects", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 22, No. 2, Pergamon Press, Great Britain, 1986, 121-134.
- /74/ Theocaris, P.S., Lazopoulos, C., "Privileged Optical Arrangements for Higher Order Approximations with Caustics", *Mechanics Research Communications*, Vol. 15(6), Pergamon Press, 1988, 327-339.
- /75/ Beinert, J., Kalthoff, J.F., "Experimental Determination of Dynamic Stress Intensity Factors by Shadow Patterns", Chapter 5, *Mechanics of Fracture*, G.C. Sih Editor, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, 1981, 281-330.
- /76/ Soltesz, U., Beinert, J., "Bestimmung des Spannungszustandes in der Umgebung einer Rißspitze mit einem schattenoptischen Verfahren", Bericht: DFG Ke 130/39 des Fraunhofer-Instituts für Werkstoffmechanik, Freiburg, Dezember 1981.
- /77/ Creager, M., Paris, P.C., "Elastic Field Equations for Blunt Cracks with Reference to Stress Corrosion Cracking", *International Journal of Fracture*

- Mechanics, Vol. 3, Wolters-Noordhoff Publishing, Groningen, Netherlands, 1967, 247-252.
- /78/ Theocaris, P.S., Papadopoulos, G.A., "Complex Stress Intensity Factors at Cracks in Birefringent Plates by the Method of Reflected Caustics", *Materialprüfung*, 22, Deutscher Verband für Materialprüfung, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1980, 246-253.
- /79/ Podleschny, R., Kalthoff, J.F., "Verbesserte Bestimmung bruchmechanischer Schub-/ (ModusII)-Spannungsintensitätsfaktoren mit Hilfe des schattenoptischen Kaustikenverfahrens", *Tagungsband: 13. GESA-Symposium Experimentelle Mechanik in Forschung und Praxis*, 10./11. Mai 1990, Bremen, VDI Berichte Nr. 815, 1990, 323-335.
- /80/ Podleschny, R., Kalthoff, J.F., "Mixed-Mode Loading Conditions in Impacted Izod-Type Specimens", *Proceeding of the 3rd International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading*, Oct. 14-18, Strasbourg, 1991, *Journal de Physique, Colloque C3, suppl. au Journal de Physique III*, Vol. 1, octobre 1991, 541-548.
- /81/ Steiner, M., "Experimentelle Bestimmung der Spannungskonzentration von Scheiben mit keilförmiger Kerbe unter Zugbelastung", *Studienarbeit, Experimentelle Mechanik*, Ruhr-Universität Bochum, Oktober 1990.
- /82/ Williams, M.L., "Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension", *Journal on Applied Mechanics*, Trans. ASME, December 1952, 526-528.
- /83/ Gross, B., Mendelson, A., "Plane Elastostatic Analysis of V-Notched Plates", *International Journal on Fracture Mechanics*, Vol. 8, 1972, 267-276.
- /84/ Carpenter, W.C., "Calculation of Fracture Mechanics Parameters for a General Corner", *International Journal of Fracture*, 24, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, Netherlands, 1984, 45-58.
- /85/ Carpenter, W.C., "A Collocation Procedure for Determining Fracture Mechanics Parameters at A Corner", *International Journal of Fracture*, 24, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, Netherlands, 1984, 255-266.

- /86/ Theocaris, P.S., "Stress and Displacement Singularities Near Corners", *Journal of Applied Mathematics and Physics, ZAMP*, Vol. 26, 1975, 77-98.
- /87/ Ioakimidis, N.I., Theocaris, P.S., "A Note on Stress Intensity Factors for Single Edge V-notched Plates in Tension", *Engineering Fracture Mechanics*, 10, Pergamon Press Ltd., Great Britain, 1978, 685-686.
- /88/ Theocaris, P.S., Prassianakis, J., "Stress Intensity Factors in Elastic Plates With Re-entrant Corners Asymmetrically Loaded", *Journal of Strain Analysis*, Vol. 15, No. 4, 1980, 195-200.
- /89/ Prassianakis, J., Theocaris, P.S., "Stress Intensity Factors at V-Notched Elastic, Symmetrically Loaded, Plates by the Method of Caustics", *Journal Applied Physics*, 13, 1980, 1043-1053.

Lebenslauf

Ralf Podleschny
geb. 27. September 1961
in Düsseldorf

1967 - 1971	Grundschule Haan
1971 - 1980	Städtisches Gymnasium Haan
31. 5. 1980	Abitur
1980 - 1981	Grundwehrdienst
1981 - 1987	Studium des Bauingenieurwesens an der Bergischen Universität - GH Wuppertal
1984 - 1987	Studentische Hilfskraft am Lehrstuhl für Baustatik und Experimentelle Spannungs- analyse an der Bergischen Universität - GH Wuppertal
10. 7. 1987	Abschluß als Diplom-Ingenieur
1987 - 1992	Wissenschaftlicher Angestellter in der Arbeitsgruppe für Experimentelle Mechanik am Institut für Mechanik der Ruhr- Universität Bochum

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1** **Theodor Lehmann:**
Große elasto-plastische Formänderungen
- Nr. 2** **Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:**
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts
- Nr. 3** **Wolfgang Krings:**
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
- Nr. 4** **Burkhard Lücke:**
Theoretische und experimentelle Untersuchung der zyklischen elastoplastischen Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 5** **Knut Schwarze:**
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter Profilmittellinie
- Nr. 6** **Hubert Sommer:**
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen Formänderungen
- Nr. 7** **H. Stumpf/F. J. Biehl:**
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendung zur Berechnung orthotroper Platten
- Nr. 8** **Albert Meyers:**
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen
- Nr. 9** **Berend Fischer:**
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchung eines dickwandigen Zylinders bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 10** **Wojciech Pietraszkiewicz:**
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 11** **Wilfried Ullenboom:**
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung
- Nr. 12** **Jürgen Güldenpfennig:**
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter elasto-plastischer Wellen
- Nr. 13** **Paweł Rafalski:**
Minimum Principles in Plasticity
- Nr. 14** **Peter Hilgers:**
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse
- Nr. 15** **Hans-Albert Lauert:**
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung von Spannungsrestriktionen
- Nr. 16** **Martin Fritz:**
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen

- Nr. 17** **H. Stumpf/F. J. Biehl:**
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates
- Nr. 18** **Uwe Kolberg:**
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates
- Nr. 19** **Heinz Antes:**
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalenträgwerken
- Nr. 20** **Czeslaw Wozniak:**
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods
- Nr. 21** **Maria K. Duszek:**
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity
- Nr. 22** **Burkhard von Bredow:**
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung
- Nr. 23** **Jürgen Preuss:**
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode
- Nr. 24** **Ekkehard Großmann:**
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen
- Nr. 25** **Dieter Weichert:**
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems
- Nr. 26** **Wojciech Pietraszkiewicz:**
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 27** **Georg Zander:**
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast
- Nr. 28** **Pawel Rafalski:**
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem
- Nr. 29** **Heinrich Oeynhausen:**
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft
- Nr. 30** **F.-J. Biehl:**
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem
- Nr. 31** **Maria K. Duszek:**
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory
- Nr. 32** **Reinhard Piltner:**
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen
- Nr. 33** **Petrisor Mazilu:**
Variationsprinzip der Thermoplastizität
I. Wärmeausbreitung und Plastizität

- Nr. 34** **Helmut Stumpf:**
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells
- Nr. 35** **Bernd Kaempf:**
Ein Extremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente
- Nr. 36** **Alfred Kraft:**
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten
- Nr. 37** **Petrisor Mazilu:**
Variationsprinzip der Thermoplastizität
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse
- Nr. 38** **Klaus-Detlef Mickley:**
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen
- Nr. 39** **Lutz-Peter Nolte:**
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen
- Nr. 40** **Ulrich Blix:**
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode
- Nr. 41** **Peter Becker:**
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden
- Nr. 42** **Dietmar Bouchard:**
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme
- Nr. 43** **Uwe Zdebel:**
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz
- Nr. 44** **Jan Kubik:**
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent
- Nr. 45** **Horst J. Klepp:**
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme
- Nr. 46** **J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:**
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems
- Nr. 47** **Franz Karl Labisch:**
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren
- Nr. 48** **J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:**
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY
- Nr. 49** **Karl-Heinz Bürger:**
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung

- Nr. 50** **Ulrich Schmid:**
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern
- Nr. 51** **Jörg Frischbier:**
Theorie der Stoßbelastung orthotroper Platten und ihre experimentelle Überprüfung am Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte
- Nr. 52** **W. Tampczynski:**
Strain history effect in cyclic plasticity
- Nr. 53** **Dieter Weichert:**
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie
- Nr. 54** **Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:**
Wellenausbreitung in akustischen Medien
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich
- Nr. 55** **Wojciech Pietraszkiewicz:**
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells
- Nr. 56** **Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:**
Finite strain theory of rods
- Nr. 57** **Andreas Pape:**
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells
- Nr. 58** **Johannes Groß-Weege:**
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken
- Nr. 59** **Peihua LIU:**
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last
- Nr. 60** **Reinhard Schmidt:**
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen
- Nr. 61** **Martin Pitzer:**
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes
- Nr. 62** **Jerzy Makowsky/Helmut Stumpf:**
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory
- Nr. 63** **O. T. Bruhns:**
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988
- Nr. 64** **Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:**
Variational principles of fracture mechanics
- Nr. 65** **Guido Obermüller:**
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten
- Nr. 66** **Herbert Dichi:**
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder
- Nr. 67** **Michael Geis:**
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode

- Nr. 68** **Günter Renker:**
Zur Identifikation nichtlinearer strukturelle Systeme
- Nr. 69** **Berthold Schieck:**
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien
- Nr. 70** **Frank Szepan:**
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung
- Nr. 71** **Christian Scholz:**
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen
- Nr. 72** **J. Badur/H. Stumpf:**
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory
- Nr. 73** **Werner Fornefeld:**
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells
- Nr. 74** **J. Sączuk/H. Stumpf:**
On statical shakedown theorems for non-linear problems
- Nr. 75** **Andreas Feldmüller:**
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua
- Nr. 76** **Ulfert Rott:**
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen
- Nr. 77** **Thomas Heinrich Pingel:**
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 78** **O. T. Bruhns:**
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991
- Nr. 79** **J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:**
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80** **J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:**
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81** **R. H. Frania/H. Waller:**
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenbau
- Nr. 82** **B. Bischoff-Beiermann:**
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie
- Nr. 83** **J. Pohé:**
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis
- Nr. 84** **U. Kikillus:**
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15

- Nr. 85** **T. Guo:**
Untersuchung des singulären Ribspitzenfeldes bei stationärem Ribwachstum in verfestigendem Material
- Nr. 86** **Achim Menne:**
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern
- Nr. 87** **Uwe Folchert:**
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kupplungen
- Nr. 88** **Jörg Körber:**
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle
- Nr. 89** **Peer Schießle:**
Ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung
- Nr. 90** **Egbert Schopphoff:**
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 91** **Christoph Beerens:**
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik
- Nr. 92** **K. C. Le/H. Stumpf:**
Finite elastoplasticity with microstructure
- Nr. 93** **O. T. Bruhns:**
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994
- Nr. 94** **Armin Lenzen:**
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen
- Nr. 95** **J. Makowski/H. Stumpf:**
Mechanics of Irregular Shell Structures
- Nr. 96** **J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:**
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells
- Nr. 97** **W. Krings/A. Lenzen/u.a.:**
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller
- Nr. 98** **Ralf Podleschny:**
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 98**