

RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Uwe Folchert

Identifikation der dynamischen
Eigenschaften hydrodynamischer
Kopplungen

Heft Nr. 87



Mitteilungen
aus dem
Institut für Mechanik

Institut für Mechanik
Ruhr-Universität Bochum

Uwe Folchert

Identifikation der dynamischen Eigenschaften
Hydrodynamischer Kupplungen

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik Nr.87

Januar 1994

Herausgeber :

Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum

© 1994 Dr.-Ing. Uwe Folchert
Kiefernweg 40
44801 Bochum

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie) bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1990 bis 1993 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe "Numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik" am Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum. Sie berichtet über Ergebnisse des Teilprojektes A5 "Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern und Kupplungen" im Sonderforschungsbereich 278 "Hydrodynamische Leistungsübertragung". Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Förderung des Projektes.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Waller, der mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglichte, danke ich sehr herzlich für die fruchtbaren Diskussionen und zahlreichen Anregungen zu dieser Arbeit. Herrn Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns danke ich für das Interesse und die freundliche Übernahme des Koreferates.

Der Firma Voith Turbo GmbH & Co. KG, Crailsheim, danke ich für die großzügige Bereitstellung der untersuchten Kupplung sowie zahlreichen technischen Informationen.

Besonderer Dank gilt auch meinem Kollegen Herrn Achim Menne, der gemeinsam mit mir an dem Teilprojekt des Sonderforschungsbereiches gearbeitet und dort die Untersuchung der hydrodynamischen Wandler vorgenommen hat. Der Aufbau des gesamten Versuchsstandes und die Entwicklung der "Identifikationsmethode mit linearen Teilmodellen" resultieren aus der freundschaftlichen und fruchtbaren Zusammenarbeit sowie aus zahlreichen Diskussionen.

Allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe "Numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik" vielen Dank für die jederzeit gute Zusammenarbeit und kollegiale Unterstützung.

Bochum, im September 1993

Uwe Folchert

Dissertation eingereicht am : 30.09.1993

Tag der mündlichen Prüfung : 17.12.1993

Referent : Prof. Dr.-Ing. H. Waller

Koreferent : Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns

Zusammenfassung

Hydrodynamische Kupplungen werden aufgrund ihres günstigen Anlaufverhaltens und ihrer stoß- und schwingungsdämpfenden Eigenschaften in Antriebssträngen eingesetzt. Für die Auslegung und für Simulationsrechnungen sind genaue dynamische Modelle erforderlich.

In dieser Arbeit wird eine Identifikationsmethode vorgestellt, mit der das nichtlineare Verhalten über größere Betriebsbereiche durch mehrere lineare Teilmodelle approximiert wird. Die experimentelle Identifikation sowie Untersuchungen des Betriebsverhaltens bei extremen dynamischen Belastungen werden an einem hochdynamischen Versuchsstand durchgeführt. Es werden dynamische Modelle für eine Hydrodynamische Kupplung für verschiedene Betriebsparameter angegeben und Anwendung für Zeitbereichssimulationen gezeigt.

Eine bekannte, rein theoretische Modellbildung mit Hilfe der eindimensionalen Stromfadentheorie wird mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Die theoretische Modellbildung kann mit Hilfe von stationären Messungen verbessert werden; sie gilt jedoch nur für einen schmalen Nennbetriebsbereich.

Summary

Hydrodynamic couplings are widely used in drive systems because they possess an advantageous starting behavior and a capability of reducing shocks and vibrations. Accurate dynamic models are necessary both to design the drive system and to calculate the dynamic behavior.

In this paper an identification method is presented which allows to approximate the nonlinear characteristics over a wide operating area using several linear sectional models. The experimental identification and also investigations on the operating behavior under extreme dynamic excitations are carried out on a high-dynamic test bench. Dynamic models for the hydrodynamic coupling are specified for different operating parameters. Applications for simulations in the time domain are shown.

A known theoretical derivation of a model considering the mean streamline theory is compared to experimental results. The theoretical derivation of a dynamic model can be improved by stationary measurements. Those models however are valid for a limited nominal operating area only.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Die Hydrodynamische Kupplung	5
2.1	Allgemeines zur Hydrodynamischen Kupplung	5
2.2	Definition der Systemgrößen und Problemstellung	6
2.3	Kenntnisstand über das dynamische Verhalten	9
2.3.1	Geschichtliche Entwicklung	9
2.3.2	Der theoretische Ansatz	13
2.4	Das Untersuchungsobjekt Voith-Turbokupplung 422 TH	17
3	Grundlagen zur Identifikation	23
3.1	Allgemeines zur Identifikation	23
3.2	Mathematische Systembeschreibungen	25
3.2.1	Allgemeine Systembeschreibungen	26
3.2.1.1	Systemdefinition	26
3.2.1.2	Übertragungsmodelle	27
3.2.1.3	Zustandsmodelle	29
3.2.2	Lineare Mehrgrößensysteme	29
3.2.2.1	Lineare Übertragungsmodelle im Zeitbereich	30
3.2.2.2	Lineare Übertragungsmodelle im Frequenzbereich	31
3.2.2.3	Lineare Zustandsmodelle	33
3.2.3	Mechanische Vierpole	34
3.2.3.1	Allgemeines zur Vierpoltheorie	34
3.2.3.2	Die Vierpolbetrachtung bei mechanischen Systemen	36
3.2.3.3	Vierpolige mechanische Grundelemente	38
3.3	Die Teilsystem-Identifikation	40
3.4	Die "black box"-Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung	42
3.4.1	Die Teilsystemgrenze	42
3.4.2	Systembeschreibung der Hydrodynamische Kupplung als Vierpol	43
3.4.3	Experimentelle Anforderungen	46
3.4.4	Der Identifikationsablauf	47
4	Der Versuchsstand	49
4.1	Der Anforderungskatalog	49

4.2	Aufbau des Versuchsstandes	50
4.2.1	Das sekundärgeregelte hydrostatische Antriebssystem	50
4.2.2	Mechanische Komponenten	56
4.2.3	Die Meßwerterfassung	56
4.3	Die Datenverarbeitung	59
4.3.1	Das Rechnersystem	59
4.3.2	Echtzeitdatenverarbeitung	59
4.3.3	Meßdatenverarbeitung	62
4.4	Versuchsmöglichkeiten und Erfahrungen	63
5	Identifikation dynamischer Systeme durch lineare Teilmodelle	65
5.1	Methode der linearen Teilmodelle	65
5.2	Theorie der Linearisierung	67
5.3	Die Frequenzbereichsidentifikation	71
5.3.1	Die Frequenzgangmessung	71
5.3.1.1	Allgemeines zum Frequenzgang	71
5.3.1.2	Ermittlung der Frequenzgangfunktionen	73
5.3.1.3	Praktische Durchführung der Messungen	75
5.3.2	Parameterschätzung für Übertragungsmodelle	77
5.3.3	Modelldarstellung im Frequenzbereich	82
5.4	Transformation in den Zustandsraum	82
5.4.1	Die Inverse Fourier-Transformation	82
5.4.2	Der Transformationsalgorithmus für den Zustandsraum	83
5.4.3	Modelldarstellung im Zeitbereich	87
5.5	Simulation im Zeitbereich	89
5.5.1	Allgemeines zur numerischen Simulation	89
5.5.2	Die Berechnung der zeitlichen Ableitungen	90
5.5.3	Kopplung der Teilmodelle	92
5.5.4	Der Simulationsablauf	95
6	Identifikationsergebnisse und Auswertungen	97
6.1	Voraussetzungen und Grenzen der Messungen	97
6.2	Dynamische Dämpfungsmatrizen	99
6.2.1	Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix	99
6.2.2	Darstellung als Dämpfungsmatrizenfeld	101
6.2.3	Allgemeine Eigenschaften der Dynamischen Dämpfungsmatrizen	104
6.2.4	Identifikation der Trägheitsmassen	105
6.2.5	Das Hydrodynamische Übertragungsverhalten	108
6.2.6	Einflußgrößen im Nennbetriebsbereich	110

6.3	Weitere Übertragungsmatrizen	113
6.3.1	Darstellung als Dynamische Steifigkeitsmatrix	113
6.3.2	Die Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix	115
6.4	Zeitbereichssimulationen	117
6.4.1	Darstellung simulierter Zeitverläufe	118
6.4.2	Grenzen und Optimierungsmöglichkeiten	121
6.5	Vergleich mit theoretischen Berechnungen	123
6.5.1	Allgemeines	123
6.5.2	Parameterbestimmung und Parametervariationen	124
6.5.3	Anpassung des β -Beiwertes	129
6.5.4	Vergleich in verschiedenen Betriebspunkten	131
6.5.5	Parameterbestimmung aus gemessenen Verläufen	133
6.6	Resümee der Ergebnisse und Auswertungen	135
7	Untersuchung nichtlinearer Eigenschaften	139
7.1	Auswirkungen des nichtlinearen Verhaltens	139
7.2	Die Amplitudenabhängigkeit	142
7.2.1	Der Offset des Betriebspunktes	143
7.2.2	Die Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrix	145
7.3	Das Beschleunigungsverhalten	147
7.3.1	Auswertung gemessener Drehzahlrampen	147
7.3.2	Blockierverhalten bei verschiedenen Betriebsparametern	150
7.4	Strömungsvorgänge in der Hydrodynamischen Kupplung	153
7.5	Nichtlineare Identifikation	156
8	Zusammenfassung	159
9	Literaturverzeichnis	163
Anhang		167
A1	Übertragungsmatrizen	
A1.1	Dynamische Dämpfungsmatrizen	167
A1.2	Inverse Dynamische Dämpfungsmatrizen	187
A2	Vergleich Theorie/Messung	205
A2.1	Vergleich Dynamischer Dämpfungsmatrizen aus Theorie und Messung	205
A2.2	Ergebnisse der β -Anpassung und der Parameterbestimmung	219

Formelzeichen und Bezeichnungen

a_i	Koeffizienten des Nennerpolynoms
\mathbf{a}	Vektor der Nennerpolynomkoeffizienten
A	Kanalquerschnitt
\mathbf{A}	Matrix, Zustandsmatrix
$\mathbf{A}(s)$	Kettenmatrix
b	Profilbreite
b_i	Koeffizienten des Zählerpolynoms
b_{ij}	Komponenten der Eingangsmatrix
\mathbf{b}	Vektor, Vektor der Zählerpolynomkoeffizienten
\mathbf{B}	Eingangsmatrix
C_R	Widerstandskennwert
\mathbf{C}	Ausgangsmatrix
d	Dämpfung, Durchmesser
$d^*(\Omega)$	frequenzabhängiger Dämpfungsanteil
$d_{ij}(i\Omega)$	Dynamische Dämpfungsfunktion
D	Profildurchmesser
\mathbf{D}	Durchgangsmatrix
$\mathbf{D}(i\Omega)$	Dynamische Dämpfungsmatrix
e	Fehler
\mathbf{e}	Fehlervektor
\mathbf{E}	Trägheitsmatrix
$f_{ij}(s)$	Übertragungsfunktion
$F(i\Omega)$	Frequenzgang
$\mathbf{F}(s)$	Übertragungsmatrix
$\mathbf{F}(i\Omega)$	Frequenzgangmatrix
$g_{ij}(t)$	Gewichtsfunktion, Voltterrakern
\mathbf{G}	Wichtungsmatrix
$\mathbf{G}(t)$	Gewichtsmatrix
$h_{ij}(i\Omega)$	Frequenzgangfunktionen
$\mathbf{H}(i\Omega)$	Frequenzgangmatrix
i	imaginäre Einheit
J	Gütefunktional
k	Steifigkeit
$k^*(\Omega)$	frequenzabhängiger Steifigkeitsanteil
k_r, k_s	Rechengrößen
L	Länge des mittleren Stromfadens

m	Grad des Nennerpolynoms
$\mathbf{m}(t)$	Momentenvektor
$M(t)$	Moment
n	Grad des Zählerpolynoms
$n(t)$	Drehzahl
$\mathbf{n}(t)$	Drehzahlvektor
$N(i\Omega)$	Nennerpolynom
p	Anzahl der Ausgangsgrößen
\mathbf{p}	Parametervektor
P	Betriebspunkt, Leistung
P_0^*	geschätzter stationärer Betriebspunkt
Q	Volumenstrom
r	Radius, Anzahl der Eingangsgrößen
Re	Reynoldszahl
s	Schlupf, Laplace-Variable
$\mathbf{S}(i\Omega)$	Dynamische Steifigkeitsmatrix
t	Zeit
T	Schwingungsperiode

$U(i\Omega)$	Übertragungsmatrix
VG	Bezeichnung für Viskositätsklassen nach ISO
$x(t)$	Eingangsgröße
$\mathbf{x}(t)$	Eingangsgrößenvektor
$X(s)$	Laplace-Transformierte von $x(t)$
$X(i\Omega)$	Fourier-Transformierte von $x(t)$
\hat{y}	komplexe Ausgangsamplitude
\bar{y}	reelle Ausgangsamplitude
\tilde{y}	geschätzte Ausgangsgröße
$\tilde{\tilde{y}}$	Ausgangsgröße der substituierten Differentialgleichung
y_0^*	geschätzter Offset der linearisierten Ausgangsschwingung
$y(t)$	Ausgangsgröße
$\mathbf{y}(t)$	Ausgangsgrößenvektor
$\mathbf{Y}(s)$	Admittanzmatrix
z	Anzahl der Schaufeln
$z(t)$	Zustandsgröße
$\mathbf{z}(t)$	Zustandsvektor
$Z(i\Omega)$	Zählerpolynom
$\mathbf{Z}(s)$	Impedanzmatrix

α_i	Koeffizienten der normierten Differentialgleichung
β	Exponent der Reynoldszahl
β_i	Koeffizienten der normierten Differentialgleichung
γ_i	Koeffizienten der substituierten Differentialgleichung
Δ	Determinante
$\Delta\varphi$	Drehwinkeldifferenz
Δt	Zeitschrittweite
δ	Dämpfungsfaktor
ε	verallgemeinerter Fehler, Faktor für Nichtlinearität
η	Wirkungsgrad
Θ	Trägheitsmasse
λ	Leistungszahl, Widerstandsziffer
ν	Drehzahlverhältnis
ρ	Dichte
σ	Rechengröße
τ	Zeitvariable
φ	Drehwinkel, Phasenwinkel
Ω	Kreisfrequenz der Erregung, Frequenzvariable
ω	Winkelgeschwindigkeit

$\operatorname{Re}\{ \}$	Realteil von
$\operatorname{Im}\{ \}$	Imaginärteil von
$\mathcal{L}\{ \}$	Laplace-Transformation
$\mathcal{F}\{ \}$	Fourier-Transformation
$[\]^T$	Transponierte eines Vektors, einer Matrix
$(\dot{\ })$	Zeitableitung
*	Faltungssymbol

Indizes

a	außen
i	innen
P	Pumpe
T	Turbine
0	stationär
w	instationär

1 Einleitung

Ein Antriebsstrang hat die Aufgabe, die Leistung der Antriebsmaschine aufzunehmen und an eine Arbeitsmaschine weiterzuleiten. Dabei kommt es neben einem stationären Leistungsfluß zu instationären Wechselwirkungen zwischen Antriebs- und Arbeitsmaschine. Diese werden hervorgerufen durch Anfahr- und Abbremsvorgänge, durch periodische oder nichtperiodische Momenten- und Drehzahlschwankungen in der Antriebs- oder Arbeitsmaschine.

Hydrodynamische Kupplungen werden häufig als stoß- und schwingungsdämpfende Übertragungselemente in Antriebssträngen eingesetzt, um Anfahr- und Drehschwingungsprobleme zu vermindern.

Zur Auslegung eines Antriebsstranges und zur Beurteilung des gesamten Antriebssystems ist das dynamische Verhalten aller Komponenten, speziell auch das der Hydrodynamischen Kupplung, zu berücksichtigen.

Hierbei ist jedoch zu beachten, daß es sich bei einer Hydrodynamischen Kupplung um ein nichtlineares System handelt. Die stationäre Kennlinie stellt bereits einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen Antriebsdrehzahl, Drehzahldifferenz und übertragbarem Drehmoment dar. Zusätzlich ist das dynamische, also das instationäre Verhalten vom jeweiligen Betriebspunkt abhängig.

Dieses dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung läßt sich mit einer einfachen Stromfadentheorie für die inneren Strömungsvorgänge nur unzureichend beschreiben. Berechnungen der Kreislaufströmung mit numerischen Finite-Volumen-Methoden sind bisher nur für einige Sonderfälle möglich. Die sehr komplexe Strömungsstruktur erfordert aufwendige Rechnungen. Zudem ist die Modellierung einer Zwei-Phasen-Strömung bei nicht vollgefüllten Kupplungen bisher nicht möglich.

Es ist daher das Ziel dieser Arbeit, das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung durch geeignete Methoden der Systemidentifikation aus Messungen an einem speziellen Versuchsstand zu ermitteln.

Aus dieser Zielsetzung ergeben sich zwei Schwerpunkte :

- 1) Die Untersuchung der dynamischen Eigenschaften der Hydrodynamischen Kupplung und eine geeignete Darstellung in mathematischen Modellen. Die Modelle sollen dabei sowohl für Untersuchungen zum Schwingungsverhalten des Antriebsstranges, aber auch zur Simulation von Zeitverläufen, zum Beispiel bei Anfahr- und Abbremsvorgängen, geeignet sein.

2) Die Darstellung einer Identifikationsmethode, die eine Identifikation von Systemen mit nichtlinearen Eigenschaften ermöglicht. Die Hydrodynamische Kupplung ist ein zum Teil sogar stark nichtlineares System, für welches ein Identifikationsverfahren mit "linearen Teilmodellen" vorgestellt wird. Die Auswirkung der nichtlinearen Effekte bei der Modellierung und einige Probleme der nichtlinearen Identifikation sollen untersucht werden.

In Kapitel 2 wird der Aufbau der Hydrodynamischen Kupplung erläutert und der Stand der Kenntnisse über das dynamische Verhalten dargelegt. Es handelt sich dabei im wesentlichen um einen theoretischen Gleichungsansatz, der aus der eindimensionalen Stromfadentheorie für die Kreislaufströmung der Kupplung hergeleitet wird. Es wird weiterhin die Kupplung vorgestellt, an der die experimentellen Untersuchungen in dieser Arbeit vorgenommen wurden. Es handelt sich um eine serienmäßige Voith-Turbokupplung 422 TH.

Die wesentlichen Voraussetzungen für die Identifikation dynamischer Modelle für die Hydrodynamische Kupplung werden in Kapitel 3 angegeben. Dazu zählt die Festlegung einer geeigneten mathematischen Systembeschreibung. Es werden die grundlegenden Systembeschreibungen erläutert und in Zusammenhang mit der Hydrodynamischen Kupplung und mechanischen Grundelementen eines Antriebsstranges gebracht. Aus der Festlegung einer eindeutigen Systemgrenze und aus den mathematischen Eigenschaften der Systembeschreibung ergeben sich dann die Anforderungen für die experimentellen Untersuchungen.

In Kapitel 4 wird der Versuchsstand beschrieben, der aufgrund hochdynamischer Antriebe und einer rechnergesteuerten Versuchsdurchführung und Meßdatenverarbeitung die Anforderungen für die Identifikation erfüllt. Umfangreiche Untersuchungen des Betriebsverhaltens der Hydrodynamischen Kupplung sind ebenfalls möglich.

In Kapitel 5 erfolgt die Darstellung einer Identifikationsmethode für nichtlineare Systeme, die dann zur Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung eingesetzt wird. Das nichtlineare dynamische Verhalten wird dabei durch mehrere lineare Teilmodelle approximiert. Die aufeinander abgestimmten Verfahrensschritte bestehen aus der Ermittlung von Frequenzgangfunktionen, einer geeigneten Parametrisierung und einer Transformation aus dem Frequenzbereich in den Zeitbereich.

Kapitel 6 enthält die wichtigsten Ergebnisse und Auswertungen der durchgeführten experimentellen Untersuchungen. Dabei werden ermittelte Übertragungsmodelle im Frequenzbereich dargestellt und physikalische Interpretationsmöglichkeiten erläutert. Mit Hilfe von Zustandsmodellen im Zeitbereich werden Zeitbereichssimulationen über größere Betriebsbereiche durchgeführt.

Die Leistungsfähigkeit der Modellierung mit linearen Teilmodellen kann damit gezeigt werden. Durch Vergleiche von gemessenen und theoretisch berechneten Übertragungsfunktionen werden Gültigkeit und Genauigkeit der bisher bekannten theoretischen Ansätze nach der eindimensionalen Stromfadentheorie untersucht.

In Kapitel 7 werden zunächst einige nichtlineare Effekte im Hinblick auf die lineare Modellierung dargestellt. Zusätzlich wird das Beschleunigungsverhalten untersucht, da sich hier zum einen einige nichtlineare Eigenschaften zeigen, zum anderen aber ist das Verhalten bei Abbrems- und Blockiervorgängen für die praktische Anwendung interessant. Einige Strömungseffekte werden in Zusammenhang mit möglichen nichtlinearen Identifikationsansätzen erläutert.

Im Anhang sind mehrere gemessene Übertragungsmodelle für verschiedene Betriebspunkte sowie Vergleiche zwischen gemessenen und theoretisch berechneten Verläufen dargestellt.



2 Die Hydrodynamische Kupplung

2.1 Allgemeines zur Hydrodynamischen Kupplung

Die Hydrodynamische Kupplung ist ein Element eines Antriebsstranges und dient zur Übertragung eines Antriebsmomentes auf eine Arbeitsmaschine. Die Hauptbestandteile der Hydrodynamischen Kupplung sind das Außenrad, das Innenrad und die Gehäuseschale (Bild 2.1). Die Gehäuseschale ist mit dem Außenrad verbunden und bildet mit diesem einen torusförmigen Arbeitsraum, der mit der Betriebsflüssigkeit, meist Öle geringer Viskosität oder Wasser, gefüllt ist. Üblicherweise wird das Außenrad als Pumpenrad und das Innenrad als Turbinenrad verwendet.

Die Übertragung des Drehmomentes erfolgt durch eine Kreislaufströmung der Betriebsflüssigkeit zwischen dem Pumpenrad und dem Turbinenrad. Die Strömung wird durch ein Druckgefälle hervorgerufen, welches aus der Drehzahldifferenz der beiden Laufräder resultiert.

Es sind zahlreiche KupplungsbaufORMen entwickelt worden, bei denen das Übertragungsverhalten durch konstruktive Maßnahmen an die jeweiligen Anwendungsfälle angepaßt wurde.

Hydrodynamische Kupplungen mit konstanter Füllung dienen als Anlaufkupplungen zur sanften Beschleunigung von Arbeitsmaschinen mit großen Trägheitsmassen, als Überlastschutz beim Hochlauf und Blockieren der Arbeitsmaschine sowie zur Dämpfung von Drehschwingungen und Momentenstößen.

Das maximal übertragbare Moment kann durch Änderung des Füllungsgrades im Stillstand beeinflußt werden. Daher und aus Gründen der Wärmeausdehnung der Betriebsflüssigkeit werden diese Kupplungen fast immer mit Teilfüllung betrieben.

Gutes Betriebsverhalten, d.h. Anlaufmoment nur wenig größer als das Nenn-

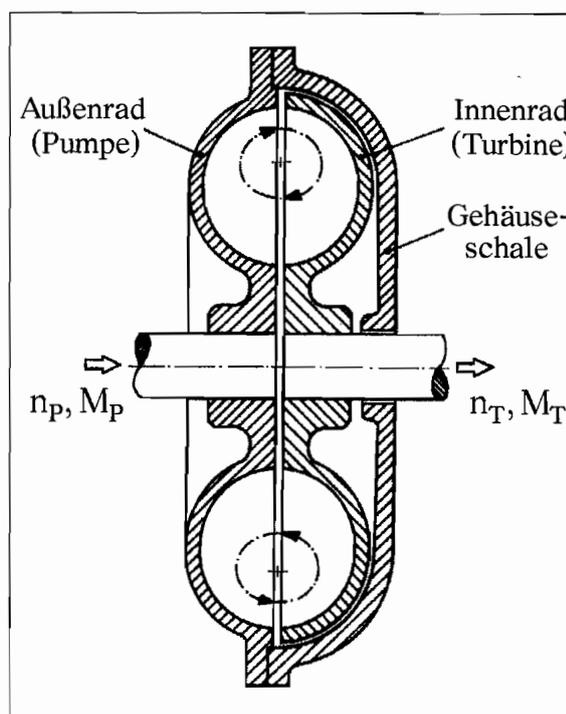


Bild 2.1 : Schematischer Aufbau einer Hydrodynamischen Kupplung

moment, wird durch einen unsymmetrischen Aufbau des Meridianschnittes von Pumpen- und Turbinenrad erzielt (Stauraum, Nebenraum (s. Bild 2.2a), Innenrad-Sonderprofile). Weitere Bauformen sind Kupplungen mit Verzögerungskammer. Hier wird beim Anfahren ein Teil der Betriebsflüssigkeit dem Arbeitskreislauf zeitlich verzögert zugeführt, um die Motorbelastung bei schwer anlaufenden Arbeitsmaschinen zu verringern.

Hydrodynamische Kupplungen mit im Betrieb veränderlicher Füllung dienen zur stufenlosen Drehzahlsteuerung oder -regelung. Hierbei wird der Füllungsgrad während des Betriebes z.B. mit Hilfe eines Schöpfrohres verändert.

Die ersten Hydrodynamischen Kupplungen waren meist mit einem Leitwulst ausgestattet (Bild 2.2b). Kupplungen mit Leitwulst werden heute jedoch praktisch nicht mehr eingesetzt.

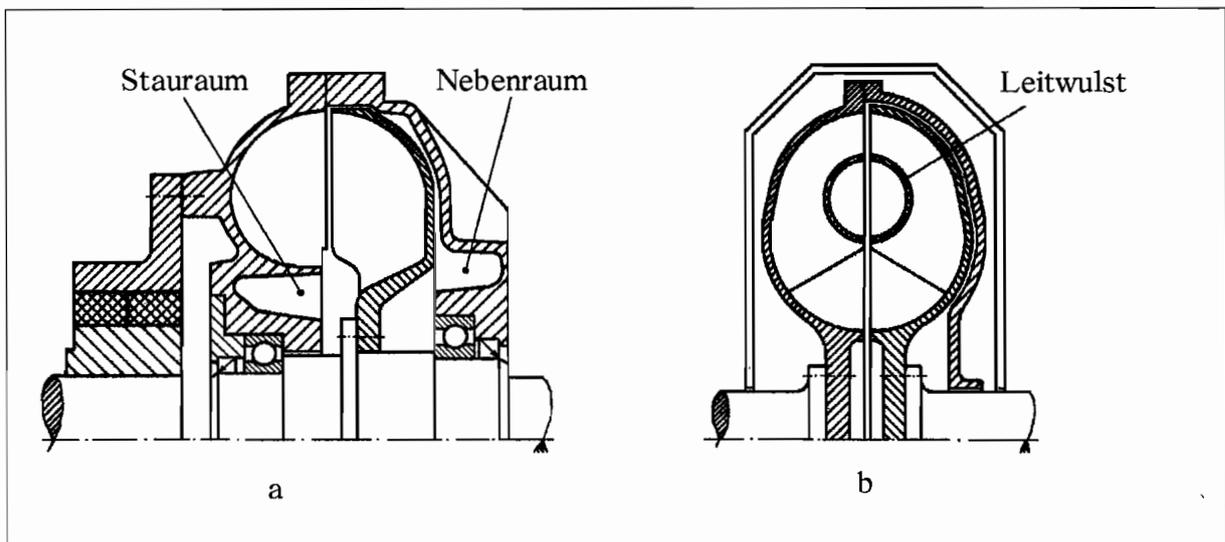


Bild 2.2 : Hydrodynamische Kupplungen : a) Voith-Turbokupplung Grundtyp T
b) Hydrodynamische Kupplung mit Leitwulst

2.2 Definition der Systemgrößen und Problemstellung

Die wesentlichen Größen an der Hydrodynamischen Kupplung, d.h die Größen, die für die Funktion und für die Beschreibung in einem Antriebsstrang erforderlich sind, sollen als äußere Systemgrößen bezeichnet werden.

Dies sind :

$$\begin{aligned}
 &\text{Pumpendrehzahl } n_P \\
 &\text{Turbinendrehzahl } n_T \\
 &\text{Pumpenmoment } M_P \\
 &\text{Turbinenmoment } M_T
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

(Anstelle der Drehzahl n kann auch die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi n/60$ verwendet werden).

Innere Systemgrößen können Größen zur Beschreibung der Strömung der Betriebsflüssigkeit in der Kupplung sein. Diese sind jedoch nicht direkt von außen an der Kupplung meßbar.

Im stationären Betrieb bleiben die äußeren Systemgrößen zeitlich konstant. Es folgt aus der Bedingung des Gleichgewichtes der Momente, daß dann das Moment an der Pumpenwelle gleich dem an der Turbinenwelle sein muß :

$$M_{P0} = M_{T0} \quad (2.2)$$

Der Wirkungsgrad η ergibt sich durch das Verhältnis von stationärer Ausgangs- zu Eingangsleistung :

$$\eta = \frac{M_{T0} \omega_{T0}}{M_{P0} \omega_{P0}} = \frac{n_{T0}}{n_{P0}} = \nu \quad (2.3)$$

Der Wirkungsgrad entspricht also dem Drehzahlverhältnis ν . In unmittelbarer Nähe des Synchronlaufs von Pumpe und Turbine gilt dies jedoch nicht mehr, da hier das Turbinenmoment gegen Null geht. Da dann aber noch Reibmomente vorhanden sind, geht auch der Wirkungsgrad η gegen Null.

Die Drehzahldifferenz zwischen Pumpen- und Turbinenrad wird auf die Pumpendrehzahl bezogen als Schlupf s definiert :

$$s = \frac{n_{P0} - n_{T0}}{n_{P0}} = 1 - \nu \quad (2.4)$$

Das stationäre Übertragungsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung wird allgemein mit Hilfe einer aus der Eulerschen Turbinengleichung und den Ähnlichkeitsbeziehungen der Strömungsmaschinen abgeleiteten Modellgleichung beschrieben. Es ergibt sich damit der Zusammenhang :

$$M = \lambda \rho \omega_{P0}^2 D^5 \quad (2.5)$$

Darin ist D der Profil(außen)durchmesser, ρ die Dichte der Betriebsflüssigkeit und ω_{P0} die stationäre Pumpenkreisfrequenz. Die Leistungszahl λ ist ein dimensionsloser Proportionalitätsfaktor und eine Funktion aller Konstruktionsparameter der Kupplung, der Betriebsflüssigkeit mit seinen physikalischen Eigenschaften, des Füllungsgrades und des Drehzahlverhältnisses ν . Die Leistungszahl λ wird durch Messungen für jede Kupplungsbauart bestimmt.

Als wesentliche Betriebsparameter lassen sich explizit angeben :

Füllungsgrad FG [%] bzw. Füllmenge [L]

Viskosität (bzw. Temperatur) der Betriebsflüssigkeit

Die Größen sind implizit in der Leistungszahl λ enthalten.

Das übertragbare stationäre Moment in Abhängigkeit von Pumpen- und Turbinendrehzahl für einen bestimmten konstanten Füllungsgrad läßt sich in einem Kennfeld $M_0 = f(n_{P0}, n_{T0})$ darstellen (Bild 2.3).

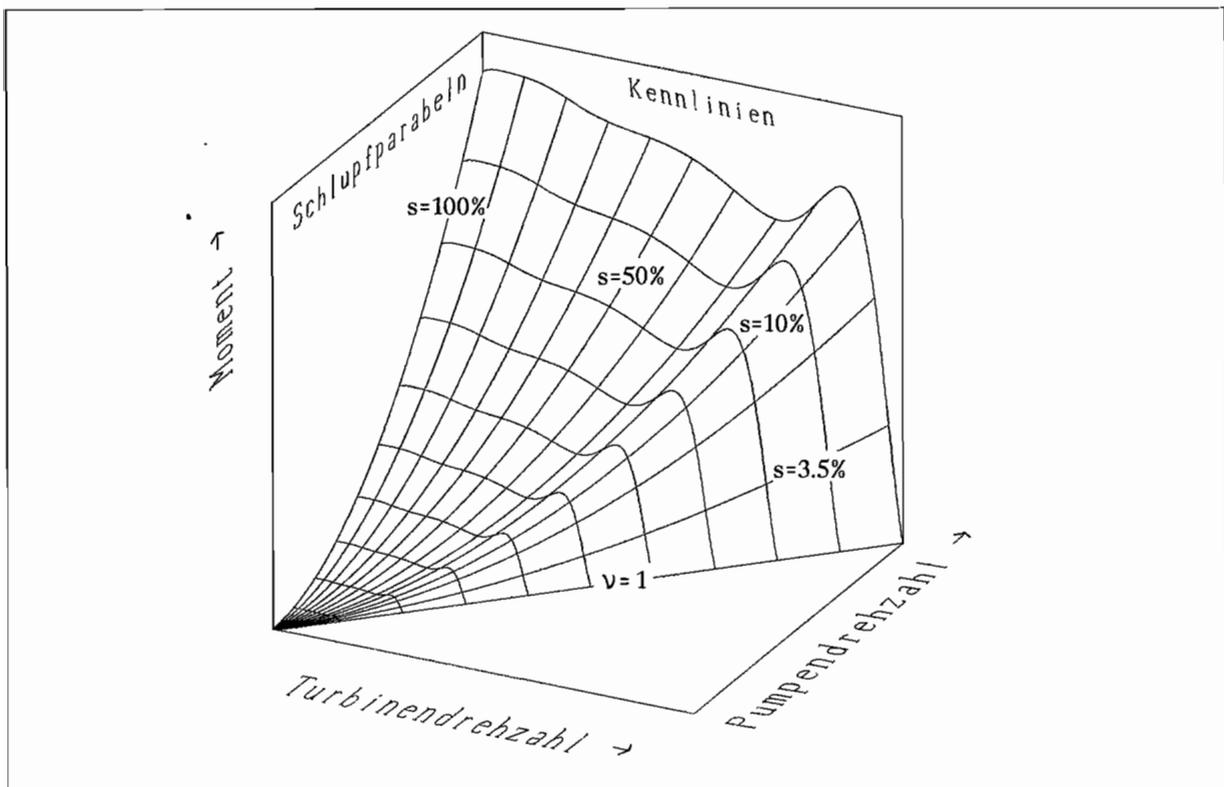


Bild 2.3 : Stationäres Kennfeld

Die Projektion in Richtung der Turbinendrehzahl ergibt das Primärkennfeld. Es entstehen sogenannte Schlupfparabeln. Sie geben den Momentenverlauf $M_0 = f(n_{P0})$ bei konstantem Schlupf s an. Die Projektion in Richtung der Pumpendrehzahl ergibt das Sekundärkennfeld. Man erhält die Kupplungskennlinien $M_0 = f(n_{T0} \text{ oder } v)$ bei konstanter Pumpendrehzahl n_{P0} .

Im instationären Betrieb sind die äußeren Systemgrößen Funktionen der Zeit. Es treten Beschleunigungs- und Trägheitsmomente und zusätzliche dynamische Strömungskräfte auf. Pumpen- und Turbinenmoment weichen hierbei erheblich vom stationären Kennfeld ab. Instationäre Vorgänge sind z.B. Anfahrvorgänge, schnelle Abbremsvorgänge (Blockieren), Torsionsschwingungen im Antriebsstrang, Momentenstöße von der Arbeitsmaschine, Drehzahl- und Momenten-

schwankungen des Antriebsmotors.

Um das *instationäre* oder *dynamische Verhalten* der Hydrodynamischen Kupplung beschreiben zu können, müssen Beziehungen zwischen den vier zeitlich veränderlichen Systemgrößen $M_P(t)$, $M_T(t)$, $n_P(t)$ und $n_T(t)$ angegeben werden.

Liegt eine umfassende und ausreichend genaue mathematische Beschreibung des Systemverhaltens vor, so sollen damit instationäre Vorgänge vorausberechnet werden können. Die Berechnungen ermöglichen dann die Auslegung und Überprüfung eines Antriebsstranges. Der häufigste Anwendungsfall solcher Modelle ist sicherlich die Berechnung des Übertragungsverhaltens des Antriebsstranges im Frequenzbereich, aber auch z.B. das zeitliche Verhalten bei Blockiervorgängen ist von Interesse. Die Aussage "Eine Hydrodynamische Kupplung ist stoß- und schwingungsdämpfend" soll somit genauer quantifiziert werden können.

2.3 Kenntnisstand über das dynamische Verhalten

2.3.1 Geschichtliche Entwicklung

Das Prinzip der Hydrodynamischen Leistungsübertragung wurde im Jahr 1905 von Hermann Föttinger angegeben. Daraus wurde die Hydrodynamische Kupplung entwickelt, die seitdem auch vor allem in ihrer Eigenschaft als stoß- und schwingungsdämpfendes Übertragungselement verwendet wird. Vielfach wird diese speziell eingesetzt, um Drehschwingungsprobleme in Antrieben zu lösen. Um Antriebssysteme mit Hydrodynamischen Kupplungen vollständig berechnen zu können, ist eine mathematische Beschreibung des dynamischen Übertragungsverhaltens notwendig. Trotz vieler theoretischer Ansätze und auch experimenteller Untersuchungen kann die Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der Hydrodynamischen Kupplung als nicht voll befriedigend gelten.

Der Hauptgrund hierfür mag darin liegen, daß das stationäre Betriebsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung theoretisch nur unzureichend beschrieben werden kann. In der Praxis werden Hydrodynamische Kupplungen überwiegend empirisch ausgelegt. Unter Beachtung der Modellgesetze (Gl. 2.5) und mit entsprechender Erfahrung über gezielte kennlinienbeeinflussende konstruktive Maßnahmen werden Kupplungen für spezielle Einsatzzwecke entwickelt. Theoretische Ansätze gingen bisher von der eindimensionalen Stromfadentheorie aus. Hierbei werden die realen Strömungsvorgänge auf einen mittleren (repräsentativen) Stromfaden und auf mittlere Strömungsgeschwindigkeiten reduziert. Zur Bestimmung dieser mittleren Strömungsgrößen werden die Integral-

sätze der Strömungsmechanik (Kontinuitätsgleichung, Impuls- bzw. Drallsatz und der Energiesatz) herangezogen. Die größten Schwierigkeiten bereitet dabei meist die Bestimmung der Verluste in der Strömung. Angaben hierfür wurden oft aus experimentellen Untersuchungen übernommen.

Neuere Untersuchungen zeigen jedoch, daß die Anwendung der Stromfadentheorie zur Berechnung der stationären Kennlinie auch im Sinne einer ersten Näherungsrechnung bei wulstlosen Kupplungen nicht möglich ist [11,12]. Diese Aussage stützt sich auf zahlreiche Strömungsmessungen und Berechnungen an einer vollgefüllten, wulstlosen Versuchskupplung. Es zeigt sich hier, daß die realen Strömungsverhältnisse zu komplex sind, um rechnerisch einen mittleren Stromfaden festlegen zu können. Etwas günstiger sind wahrscheinlich die Verhältnisse bei Kupplungen mit Leitwulst (Bild 2.2b), da die Strömung besser geführt wird. Alle bekannten theoretischen Ansätze zur Berechnung des dynamischen Verhaltens gehen auch von vollgefüllten Kupplungen mit Leitwulst aus. Diese Ausführung wird jedoch praktisch nicht mehr eingesetzt. Gänzlich ungeklärt sind außerdem noch die Strömungsverhältnisse bei Teilfüllung. In der Praxis werden Hydrodynamische Kupplungen allerdings fast immer teilgefüllt betrieben.

Der erste Ansatz zur Berechnung des Schwingungsverhaltens der Hydrodynamischen Kupplung wurde 1938 von Söchting [27] angegeben. Er setzt das instationäre Kupplungsmoment als Produkt aus einer Kopplungszahl β und der Differenz der Winkelgeschwindigkeiten von Pumpen- und Turbinenrad an. Dabei entspricht dieser Kopplungszahl die Steigung der Tangente im Betriebspunkt der Kennlinie. Er setzt voraus, daß die Kopplung durch die Kupplung das Verhalten der Schwingungssysteme auf Pumpen- und Turbinenseite nicht beeinflußt.

Kritzer [12], 1956, verwendet den gleichen Ansatz wie Söchting, weist aber bereits darauf hin, daß es sich um einen stationären Kopplungsfaktor handelt, der nur für niedrige Störfrequenzen gilt. Bei höheren Störfrequenzen müsse es zu Abweichungen durch instationäre Strömungsvorgänge kommen; Werte für einen dynamischen Kopplungsfaktor sind jedoch noch nicht bekannt.

Kugel [13], 1962, erörtert ebenfalls die Frequenzabhängigkeit des Kopplungsfaktors und versucht, den Einfluß der Trägheit der Flüssigkeitsmasse zumindest qualitativ zu erfassen. Er berechnet die umlaufende Flüssigkeitsmenge aus einem Druckhöhenunterschied ΔH , der durch Strömungswiderstände verringert wird und vergleicht dies mit dem Druckhöhenunterschied aus der Eulerschen Turbinengleichung. Um jedoch Übereinstimmung mit dem praktischen Verhalten der Kupplung zu erzielen, muß er den Ansatz empirisch modifizieren. Damit berechnet er dann den frequenzabhängigen Kopplungsfaktor. Er kommt für antriebsseitige Drehschwingungen zu dem Ergebnis, daß mit zunehmender Frequenz die umlaufende Flüssigkeitsmenge und damit auch das übertragbare Mo-

ment den eingeleiteten Schwingungen in der Winkelgeschwindigkeit immer weniger folgen kann, so daß man für höhere Frequenzen eine vollständige Schwingungstrennung des turbinenseitigen vom pumpenseitigen Schwingungssystem annehmen könne.

Frömder [4], 1962, geht von der Eulerschen Turbinengleichung und der instationären reibungsbehafteten Fadenströmung für rotierende Systeme (Stromfadentheorie) aus. Er stellt die Gleichungen für eine vollgefüllte Kupplung mit Leitwulst auf und leitet daraus durch Linearisierung das Verhalten bei sprungförmigen Drehzahländerungen und bei kleinen Schwingungen ab. Als Berechnungsmodell für das dynamische Kupplungsmoment ermittelt er einen drehwinkelproportionalen und einen geschwindigkeitsproportionalen Anteil mit frequenzabhängigen Steifigkeits- und Dämpfungskennwerten. Durch Messung der Momente bei schlagartiger Entlastung der Turbinenwelle überprüft er das theoretisch ermittelte Übergangsverhalten. Das Übergangsverhalten der Pumpen- und Turbinendrehzahl kann er jedoch noch nicht bestätigen bzw. nicht messen.

Benz [1], 1963, stellt die Eulersche Turbinengleichung und eine Gleichung für den Differenzdruck, der den Flüssigkeitsstrom erzeugt, auf und berechnet aus Ähnlichkeitsbeziehungen in einem Zeigerdiagramm das dynamische Verhalten. Das übertragbare Moment setzt sich danach ebenfalls aus einem elastischen und einem dämpfenden Glied mit frequenzabhängigen Steifigkeits- und Dämpfungswerten zusammen. Er vergleicht anhand dieser Werte das dynamische Verhalten mit verschiedenen drehnachgiebigen Kupplungen.

Hasselgruber [5], 1965, schließt mit den physikalischen Voraussetzungen an die Arbeit von Frömder an und führt sie theoretisch weiter. Für das instationäre Kupplungsverhalten benutzt er ebenfalls das Kelvin-Modell aus Feder und Dämpfer in Parallelschaltung mit frequenzabhängigen Kennwerten. Anhand der Gleichungen weist er nach, daß der Dämpfungsfaktor davon abhängt, von welcher Seite die Drehschwingungserregung erfolgt und gibt dafür verschiedene Formeln an. Danach ist dieser größer, wenn die Erregung von der Pumpenseite ausgeht. Er vergleicht außerdem die Arbeiten von Frömder und Benz und zeigt, daß diese jeweils verschiedene spezielle Fälle betrachteten. Für die entsprechenden Fälle zeigen die Ergebnisse nur geringe Unterschiede.

Rogos [22], 1965, vertritt die Meinung, daß das instationäre Verhalten anhand von theoretischen Ableitungen nicht ermittelt werden kann, da die Stromfadentheorie bereits im stationären Fall große Abweichungen ergibt und es im instationären Fall zu kaum vorstellbaren Strömungszuständen kommt. Er führt daher Messungen an einer vollgefüllten Kupplung mit Leitwulst durch, bei der turbinenseitig harmonische Drehschwingungen mit einer Frequenz von 2 bis 9 Hz eingeleitet werden. Im untersuchten Meßbereich ermittelt er ein lineares Übertragungsverhalten bezüglich der Amplituden des turbinenseitigen Störmomentes. Außerdem stellt er fest, daß das auf das Pumpenrad wirkende hydro-

dynamische Moment kleiner als das auf das Turbinenrad wirkende Moment ist. Für ihn zeigt das theoretisch und experimentell ermittelte Übertragungsverhalten keine ausreichende Übereinstimmung.

Ishihara [8], 1967, geht wieder von der Stromfadentheorie aus und linearisiert im Betriebspunkt. Aus den entstehenden Gleichungen werden dann Übertragungsfunktionen berechnet. Es werden Versuche an einer vollgefüllten symmetrischen Kupplung mit kreisförmigem Meridianschnitt durchgeführt. Gemessen wird das Übergangsverhalten der Pumpen- und Turbinendrehzahl beim schnellen Übergang von einem Betriebspunkt auf einen anderen, sowie das Schwingungsverhalten bei sinusförmiger Erregung der Pumpendrehzahl und konstanter Turbinendrehzahl. Die Erregung erfolgt durch eine zweifach abgewinkelte Gelenkwelle, so daß zwei Störungen pro Pumpenumdrehung erzeugt werden. Die Erregerfrequenz ist damit einschränkend abhängig von der Pumpendrehzahl. Als Ergebnis wird eine gute Übereinstimmung zwischen theoretisch und experimentell ermitteltem Verhalten (im Frequenzbereich) angegeben. Als Berechnungsmodelle werden verschiedene Modelle aus Feder- und Dämpferelementen angegeben, bei denen die Konstanten aus den Übertragungsfunktionen berechnet werden.

Worsch und Sideris [33,34], 1989, verwenden den theoretischen Ansatz von Frömder und Hasselgruber und dessen Modell für das instationäre Wechselmoment aus Feder und Dämpfer in Parallelschaltung mit frequenzabhängigen Drehsteifigkeits- und Dämpfungswerten. Sie fassen das Übertragungsverhalten vereinfachend in einer einzigen komplexen Funktion h_f zusammen. Diese komplexe Funktion h_f beinhaltet die Abhängigkeit vom stationären Betriebspunkt, von der Erregerfrequenz und der Kupplungsgeometrie. Die komplexe Funktion h_f wird in einem Versuchsaufbau durch sinusförmige Erregung von 0 bis ca. 20 Hz für verschiedene Betriebspunkte gemessen und das Modell an einem Versuchsaufbau überprüft.

Dien [2], 1992, greift erneut die theoretischen Ansätze von Frömder und Hasselgruber auf. Als charakteristische Größe führt er eine Zeitkonstante ein, wie sie in ähnlicher Form auch Frömder schon beschrieben hat. Er vergleicht die Gleichungen von Benz und Hasselgruber. Der Unterschied liegt danach in den dortigen konstanten Ansätzen für den Reibungsverlust, worauf auch Hasselgruber bereits hinweist. Dien erweitert die Gleichungen mit Berücksichtigung der Variation des Reibungsbeiwertes. Er vergleicht dann die theoretischen Berechnungen mit den Messungen von Worsch und Sideris. Er gibt an, daß die theoretischen Werte gut mit den experimentellen Werten übereinstimmen, wobei jedoch unverständlich ist, daß "die Zeitkonstanten so gewählt wurden, daß die bezogene Federsteife im möglichst großen Frequenzbereich mit den Meßwerten übereinstimmt".

Gegenüber den Arbeiten in den sechziger Jahren sind die Möglichkeiten der

Meßwerterfassung und Meßwertverarbeitung durch die digitale Rechen- und Speichertechnik erheblich besser geworden. Damit ergeben sich nun bessere Voraussetzungen für die Überprüfung der theoretischen Ansätze durch eine experimentelle Identifikation sowohl im Frequenzbereich, aber auch im Zeitbereich durch Simulation von Zeitverläufen.

Die bisherigen Arbeiten beschäftigen sich fast ausschließlich mit dem Verhalten im Frequenzbereich, so daß Untersuchungen und Überprüfungen von Modellen im Zeitbereich besonders wichtig erscheinen. Dazu ist auch eine eindeutige mechanische Formulierung des Problems erforderlich. Diese beiden Aspekte sollen in dieser Arbeit besonders berücksichtigt werden.

Insgesamt kann das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung als nichtlinear angesehen werden. Das zeigen die strömungstheoretischen Überlegungen, aber auch bereits die nichtlinearen Verläufe der stationären Kennlinien (s. Bild 2.7-2.10). Eine Linearisierung um einen Betriebspunkt ist jedoch für einen kleinen Betriebsbereich sicherlich zulässig. Diese Aussage wird später noch auf ihre Zulässigkeit hin überprüft.

2.3.2 Der theoretische Ansatz

Es soll nun der theoretische Ansatz für das Schwingungsverhalten in einem Betriebspunkt bei kleinem Schlupf angegeben werden, der im wesentlichen von Frömder [4] und Hasselgruber [5] entwickelt wurde, um später Vergleiche mit Meßwerten durchführen zu können. Der Ansatz gilt zunächst nur für vollgefüllte Kupplungen mit Leitwulst, wird jedoch auch als Berechnungsgrundlage für das Schwingungsverhalten anderer Hydrodynamischer Kupplungen in vielen Veröffentlichungen angegeben. Spezielle theoretische Ansätze für die teilgefüllte, wulstlose Kupplung mit einer freien, ungeführten Strömung sind nicht bekannt.

Die erste grundlegende Gleichung ist die Eulersche Turbinengleichung für radial gerichtete Schaufeln :

$$M = \rho Q (r_a^2 \omega_p - r_i^2 \omega_T) \quad (2.6)$$

Darin ist Q der Volumenstrom der Betriebsflüssigkeit und r_a und r_i der äußere bzw. der innere Abstand des mittleren Stromfadens von der Drehachse der Kupplung (Bild 2.4).

Die zweite grundlegende Gleichung beschreibt die instationäre reibungsbehaftete Fadenströmung in einem Kanal. Nach Integration längs des geschlossenen

Stromfadens (vgl. Hasselgruber [5]) folgt die Gleichung :

$$-\dot{Q} \frac{L}{A} + \frac{1}{2} (\omega_P^2 - \omega_T^2) (r_a^2 - r_i^2) - Q^2 C_R = 0 \quad (2.7)$$

Hierin bedeutet L die Länge des mittleren Stromfadens und A der durchströmte Kanalquerschnitt. C_R ist der zusammengefaßte Widerstandskennwert aus der Widerstandsziffer λ und geometrischen Größen. Diese Gleichungen werden nun in stationäre Anteile (Index 0) und instationäre Anteile (Index w) aufgeteilt.

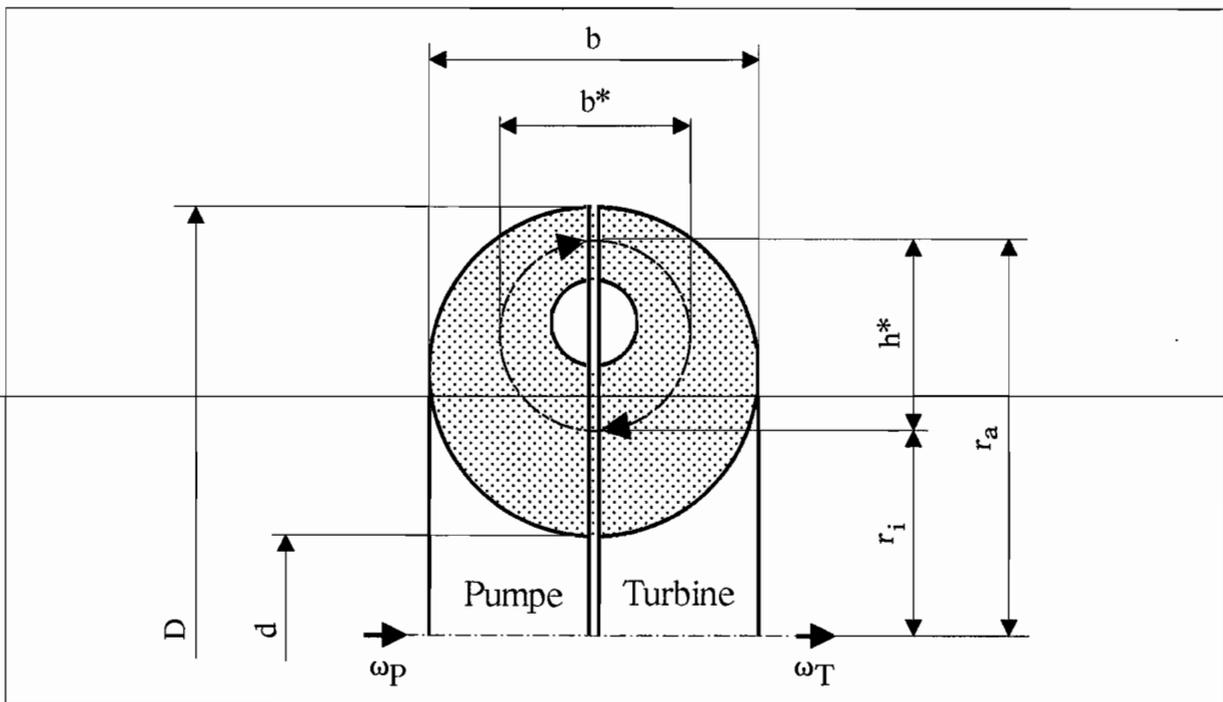


Bild 2.4 : Strömungskreislauf und Größen an der Hydrodynamischen Kupplung

Dabei werden die quadratischen Terme der instationären Anteile sowie der Term $\omega_{P0}s(1-s/2)$ vernachlässigt. Die stationäre Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_{T0} wird durch die Pumpenwinkelgeschwindigkeit ω_{P0} und den Schlupf s ausgedrückt.

Die stationären Gleichungen aus Gl. 2.6 und 2.7 lauten dann :

$$M_0 = \rho Q_0 \omega_{P0} (r_a^2 - (1-s) r_i^2) \quad (2.8)$$

$$\omega_{P0}^2 s (r_a^2 - r_i^2) - Q_0^2 C_R = 0 \quad (2.9)$$

Die Gleichungen für die instationären Anteile lauten :

$$M_w = \rho Q_0 (r_a^2 \omega_{Pw} - r_i^2 \omega_{Tw}) + \rho Q_w \omega_{P0} (r_a^2 - (1-s)r_i^2) \quad (2.10)$$

$$- \dot{Q}_w \frac{L}{A} + \omega_{P0} (\omega_{Pw} - (1-s) \omega_{Tw}) (r_a^2 - r_i^2) - (2-\beta) Q_w Q_0 C_R = 0 \quad (2.11)$$

Der Term $(2-\beta)$ berücksichtigt eine Abhängigkeit der Widerstandsziffer λ , wenn diese als nicht konstant angenommen wird. Er leitet sich her aus der Variation des Terms $(Q^2 C_R)$ in Gl. 2.7 :

$$d(Q^2 C_R) = Q dQ C_R (2 + \frac{Q}{dQ} \frac{dC_R}{C_R}) \quad (2.12)$$

Für den Ansatz für λ wird eine Abhängigkeit von der Reynoldszahl Re durch den Exponent $(-\beta)$ berücksichtigt :

$$\lambda = \text{konst. } Re^{-\beta} \quad (2.13)$$

Die Variation von λ ergibt dann :

$$\frac{d\lambda}{dRe} = -\beta \frac{\lambda}{Re} \quad (2.14)$$

Es folgt für dC_R :

$$dC_R = \frac{C_R}{\lambda} \frac{d\lambda}{dRe} dRe = \frac{C_R}{\lambda} (-\beta) \frac{\lambda}{Re} dRe \quad (2.15)$$

Berücksichtigt man weiter, daß $dQ/dw = Q/w$ und $dRe/dw = Re/w$ ist, so folgt aus Gl. 2.12 :

$$d(Q^2 C_R) = Q dQ C_R (2 - \beta) \quad (2.16)$$

Der Wert für β beträgt nach Hasselgruber 0 (turbulente Strömung, $Re = \text{konstant}$), nach Benz 1 (laminare Strömung) und nach Dien [2] bei turbulenter Strömung ungefähr $1/3$ bis $1/4$.

Hasselgruber setzt außerdem den Term $(1-s)$ bei der Linearisierung für kleine Schlupfwerte zu 1.

Zur Lösung der Differentialgleichung 2.11 wird die Fourier-Transformation mit der komplexen Variablen $(i\Omega)$ angewendet. Im weiteren werden die instatio-

nären Größen im eingeschwungenen Zustand betrachtet. Die Amplituden der nun komplexen instationären Größen werden mit ($\hat{\quad}$) gekennzeichnet.

Aus Gl. 2.11 folgt :

$$\hat{Q} = \frac{1}{Q_0 C_R} \frac{\omega_{P0} (\hat{\omega}_P - (1-s) \hat{\omega}_T) (r_a^2 - r_i^2)}{i\Omega L / (A Q_0 C_R) + (2-\beta)} \quad (2.17)$$

Q_0 und C_R lassen sich aus Gl. 2.8 und 2.9 berechnen. Zur Vereinfachung der weiteren Rechnung wird folgende Abkürzung eingeführt :

$$\sigma = \frac{A Q_0 C_R}{L} = \frac{A \omega_{P0}^3 \rho s (r_a^2 - r_i^2) (r_a^2 - (1-s) r_i^2)}{L M_0} \quad (2.18)$$

Damit lautet Gl. 2.17 :

$$\hat{Q} = \frac{M_0}{\omega_{P0}^2 \rho s (r_a^2 - (1-s) r_i^2)} \frac{(\hat{\omega}_P - (1-s) \hat{\omega}_T)}{i\Omega / \sigma + (2-\beta)} \quad (2.19)$$

~~Dies läßt sich in die Gleichung 2.10 für das instationäre Wechselmoment einsetzen :~~

$$\hat{M} = \frac{M_0}{\omega_{P0} s} \left[\frac{s (r_a^2 \hat{\omega}_P - r_i^2 \hat{\omega}_T)}{r_a^2 - (1-s) r_i^2} + \frac{\hat{\omega}_P - (1-s) \hat{\omega}_T}{i\Omega / \sigma + (2-\beta)} \right] \quad (2.20)$$

und aufgeteilt in Anteile für $\hat{\omega}_P$ und $\hat{\omega}_T$ folgt :

$$\hat{M} = \frac{M_0}{\omega_{P0} s} \left[\left\{ \frac{s r_a^2}{r_a^2 - (1-s) r_i^2} + \frac{\sigma}{i\Omega + (2-\beta)\sigma} \right\} \hat{\omega}_P - \left\{ \frac{s r_i^2}{r_a^2 - (1-s) r_i^2} + \frac{\sigma (1-s)}{i\Omega + (2-\beta)\sigma} \right\} \hat{\omega}_T \right] \quad (2.21)$$

Frömder, Benz, Hasselgruber und Dien führen an dieser (oder früherer) Stelle eine Aufteilung in einen Federsteifigkeitsanteil und in einen Dämpfungsanteil durch. Darauf wird jedoch hier verzichtet, da dies für die weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit nicht unbedingt erforderlich ist.

Die Abkürzung σ entspricht bei Hasselgruber $\sigma = \kappa \Omega$ und bei Dien ist $\sigma = 1/\tau$.

Dieser theoretische Ansatz einer Übertragungsfunktion im Frequenzbereich gilt, wie bereits erwähnt, für vollgefüllte Kupplungen mit Leitwulst. Die Schwierigkeit besteht bei Kupplungen mit Teilfüllung oder anderen Bauformen

in der Festlegung des mittleren Stromfadens, der Innen- und Außenradien und seiner Länge sowie der Bestimmung des Kanalquerschnittes. Die Berücksichtigung der Reibungsverluste aus der reinen Analogie zur reibungsbehafteten Rohrströmung ist ebenfalls problematisch.

Berechnungen nach diesem Ansatz werden in Kapitel 6 mit Meßwerten verglichen.

2.4 Das Untersuchungsobjekt Voith-Turbokupplung 422 TH

Bei der Hydrodynamischen Kupplung, die für die Untersuchungen in dieser Arbeit zur Verfügung stand, handelt es sich um eine Voith-Turbokupplung 422 TH. Sie wurde freundlicherweise von der Firma Voith Turbo GmbH & Co. KG, Crailsheim, zur Verfügung gestellt. Alle Versuchsergebnisse beziehen sich auf diese Kupplung.

Die Voith-Turbokupplung 422 TH ist eine Kupplung mit konstanter Füllung. Es handelt sich um den Grundtyp T mit Stauraum ohne Füllungsverzögerung (Bilder 2.2a, 2.5, 3.11). Sie wird eingesetzt als Anlaufkupplung, als Überlastschutz und zur Stoß- und Schwingungsdämpfung.

Technische Daten

Profildurchmesser	422 mm
Gewicht (leer)	46 kg
Gesamtvolumen	12.8 L
max. Füllung	10.5 L
Betriebsflüssigkeit	Mineralöl ISO VG 46 (5 / 32 / 100)
Trägheitsmasse (ohne Anschlußteile)	
Außenteile	≈ 0.75 kgm ²
Innenteile	≈ 0.16 kgm ²
Füllung max.	≈ 0.23 kgm ²
Profil	Mischprofil/gestaffeltes Profil
Anzahl der Schaufeln	
Außenrad	46
Innenrad	48

Die Kupplung ist mit zwei Schmelzsicherungsschrauben, Ansprechtemperatur 140°C , als thermische Überlastsicherung, sowie mit zwei NTC-Temperatursensoren (Bosch 0 280 130 026) zur Messung der Kupplungstemperatur ausgestattet. Die Überwachung der Temperatur ist für die Untersuchungen sehr wichtig, da es bei Messungen bei großem Schlupf zu schnellen Temperaturerhöhungen kommen kann. Es ist bei dieser Kupplungsbauart nicht möglich, Betriebsflüssigkeit für eine kontinuierliche Kühlung bzw. Temperierung während des Betriebes zu entnehmen. Daher muß die Belastung bei zu hoher Temperatur rechtzeitig verringert werden, um ein Auslaufen der Betriebsflüssigkeit über die Schmelzsicherung zu vermeiden.

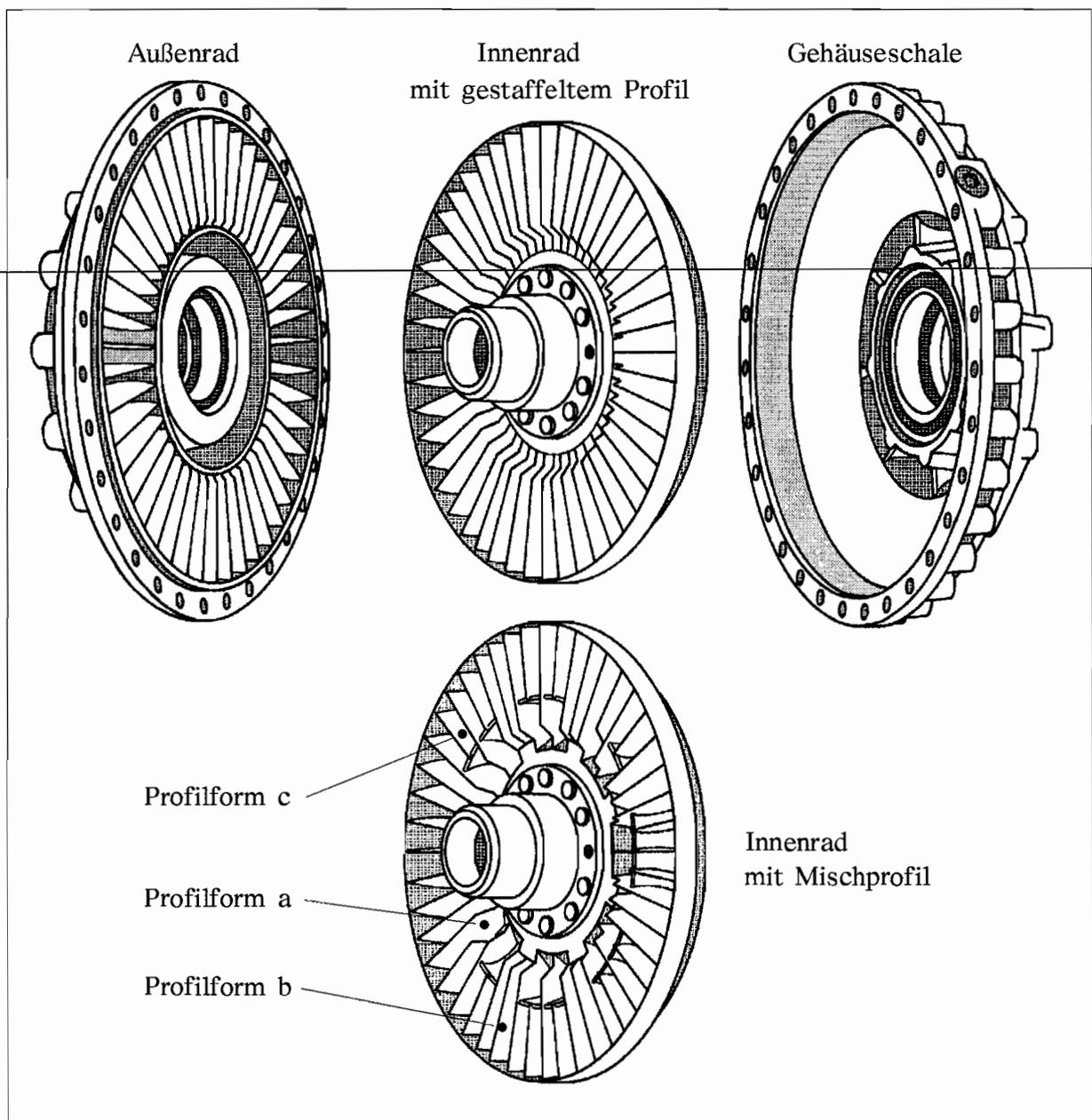


Bild 2.5 : Hauptbestandteile der Voith-Turbokupplung 422 TH

Die Voith-Turbokupplung 422 TH kann je nach Anwendungsfall mit zwei verschiedenen Innenrädern eingesetzt werden. Das Innenrad kann dabei mit einem gestaffelten Profil oder mit einem Mischprofil ausgerüstet sein (Bild 2.5/2.6). Das gestaffelte Profil ist die einfachere Ausführung mit gleichen Kanalformen für alle Schaufelräume (Bild 2.6a). Beim Mischprofil wurden drei verschiedene Kanalformen (Bild 2.6a-c) über den Umfang verteilt, um damit gezielt Eigenschaften der Kupplung bzw. den Verlauf der stationären Kennlinie zu beeinflussen. Die Verteilung der verschiedenen Profilformen ist in Bild 2.5 angedeutet.

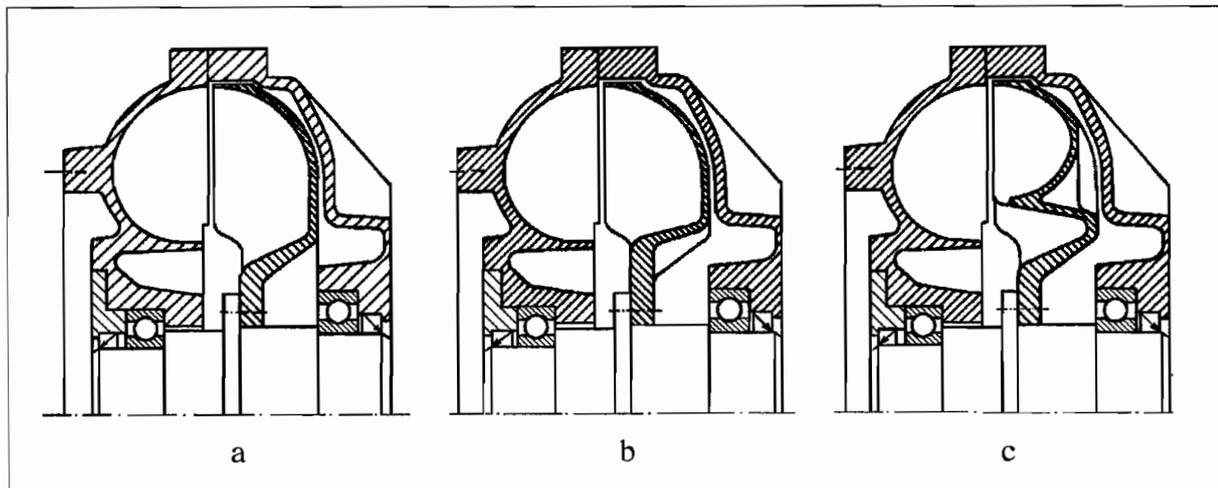


Bild 2.6 : Profilformen beim gestaffelten (a) und beim Mischprofil (a-c)

In den Bildern 2.7-2.10 sind einige gemessene stationäre Kennlinien für die Voith-Turbokupplung 422 TH mit Mischprofil und mit gestaffeltem Profil, jeweils für Außen- und Innenradantrieb bei verschiedenen Füllungsgraden, dargestellt. Außen- oder Innenradantrieb bedeutet, daß entweder das Außen- oder das Innenrad als angetriebenes Pumpenrad verwendet wird. Dargestellt ist die dimensionslose Leistungszahl λ nach Gl. 2.5 (mit $D=0.422$ m, $\rho=840$ kg/m³, Mineralöl ISO VG 32).

Deutlich erkennbar sind die Unterschiede zwischen Mischprofil und gestaffeltem Profil. Zwar verlaufen die Kennlinien beim gestaffelten Profil im Nennbetriebsbereich ($v \approx 0.9-1.0$) etwas steiler, dafür ist beim Mischprofil der Verlauf bei größerem Schlupf gleichmäßiger und fast waagrecht. Dies ist sehr wichtig für den Einsatz als Sicherheitskupplung, d.h. für einen Überlastschutz. Das Mischprofil sorgt dabei für eine stabilere Kreislaufströmung, ohne daß die Betriebsflüssigkeit frühzeitig in die Stau- und Nebenräume verdrängt wird.

Daß einige Kennlinien nicht bis zum Drehzahlverhältnis $v=0$ verlaufen, liegt an der Leistungsgrenze des Versuchsstandes für die spezielle Messung (vgl. Kap. 4).

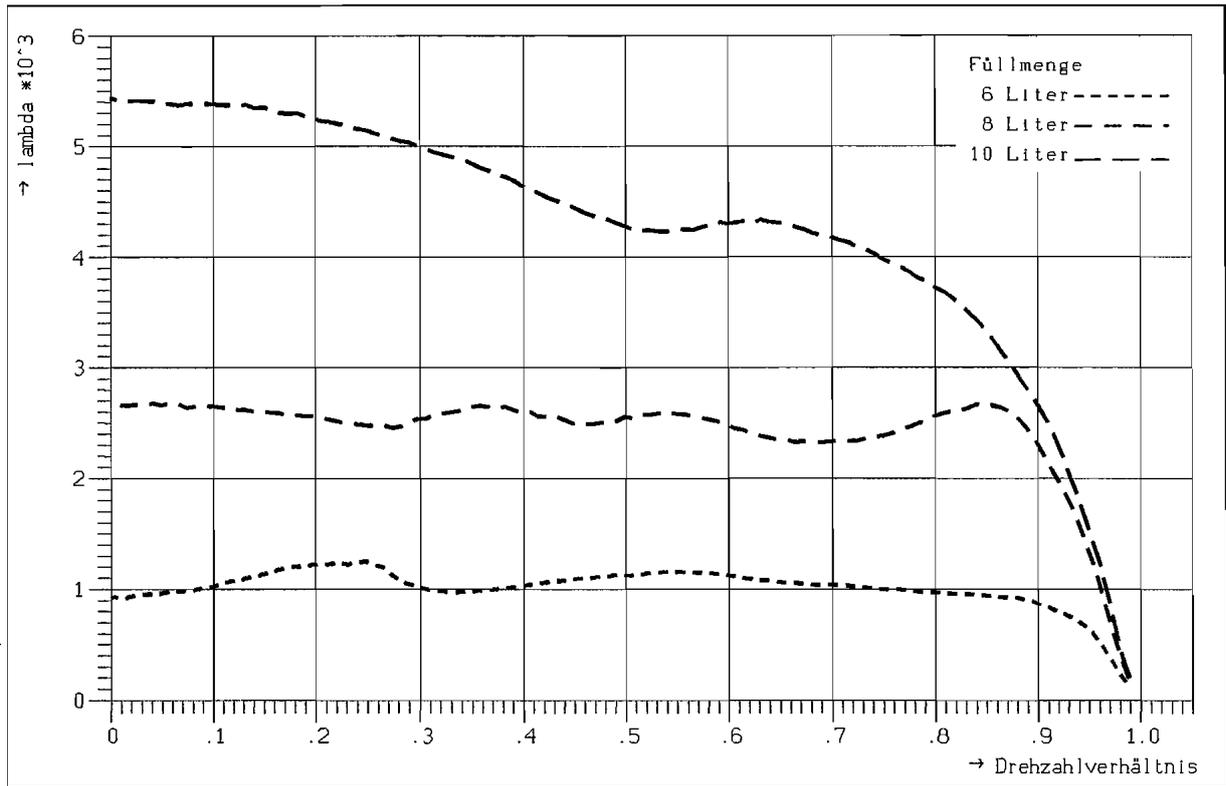


Bild 2.7 : Stationäre Kennlinien $\lambda = f(v)$, Mischprofil, Außenradantrieb

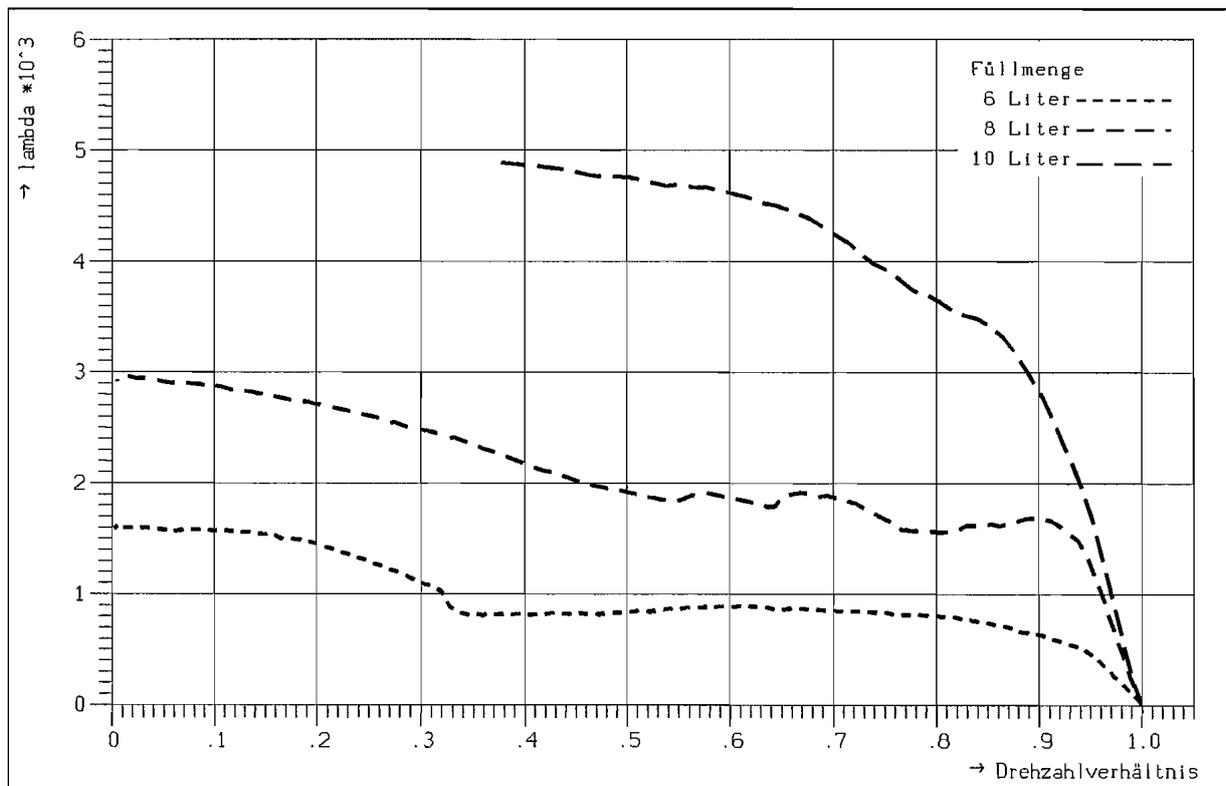


Bild 2.8 : Stationäre Kennlinien $\lambda = f(v)$, Mischprofil, Innenradantrieb

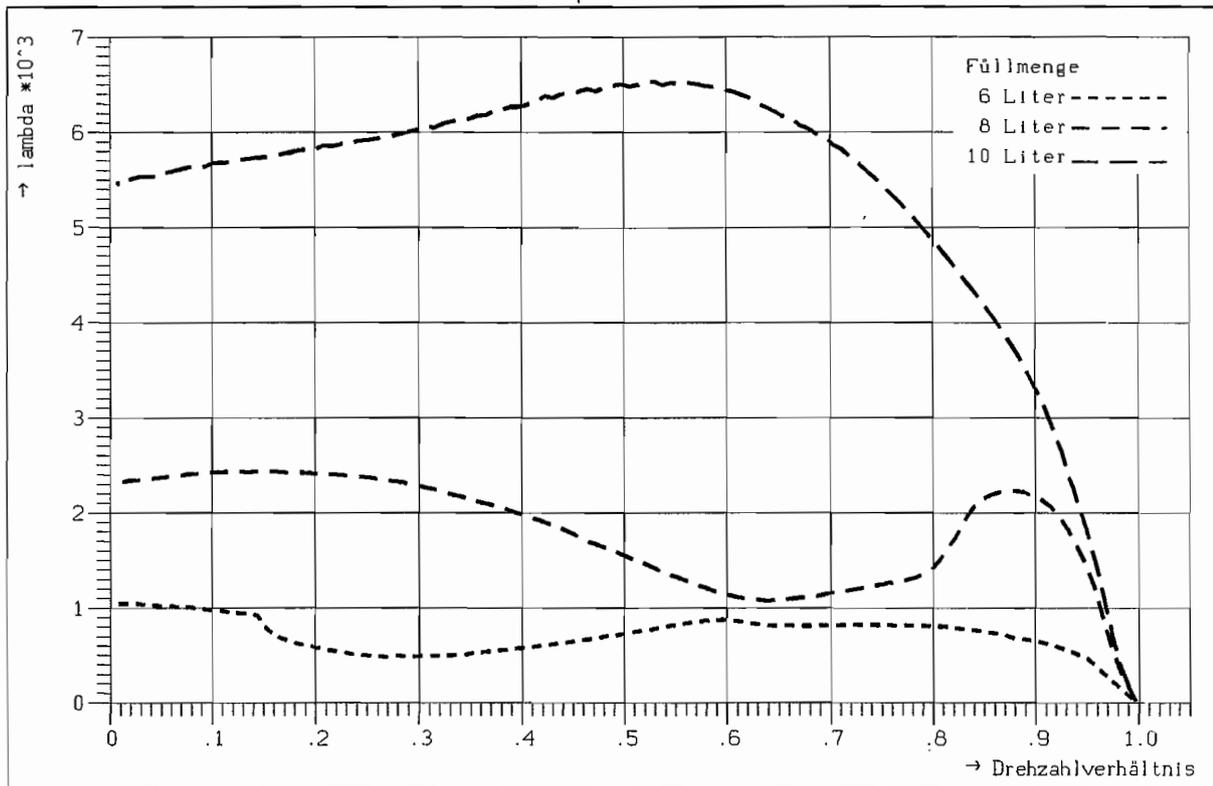


Bild 2.9 : Stationäre Kennlinien $\lambda = f(v)$, gestaffeltes Profil, Außenradantrieb

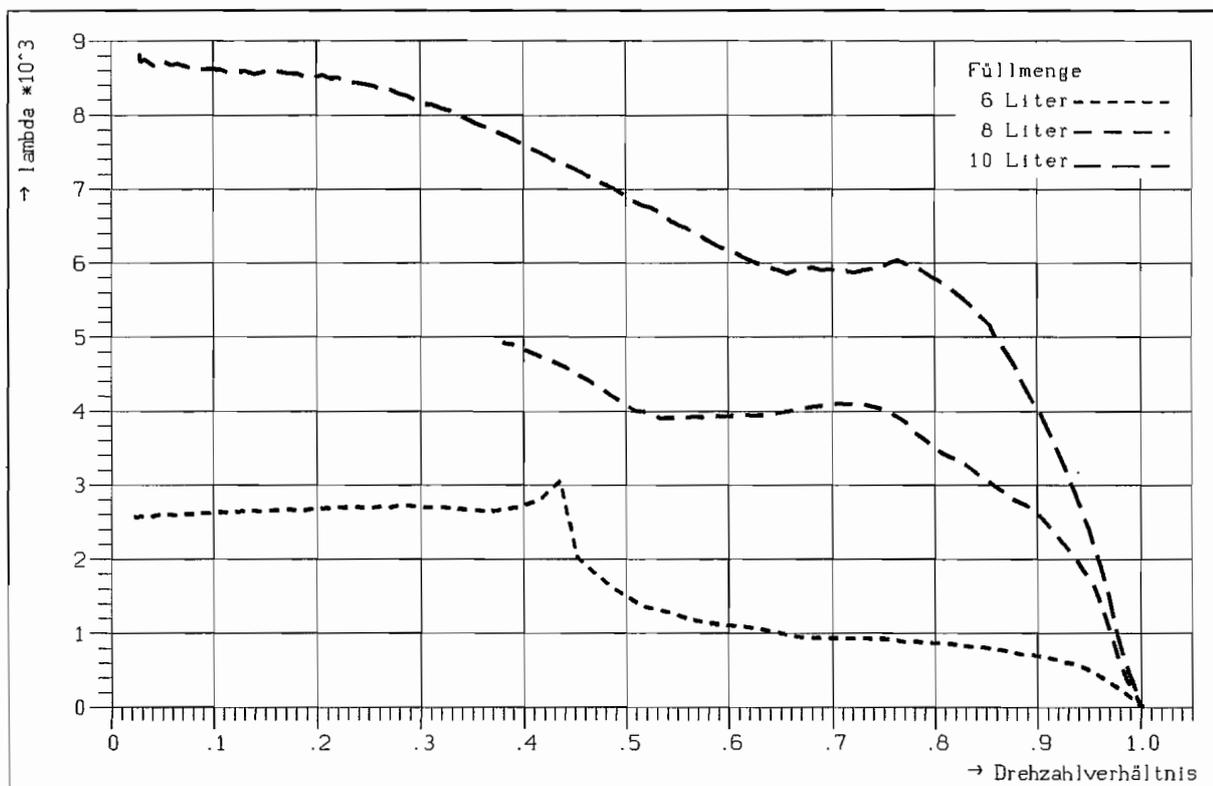
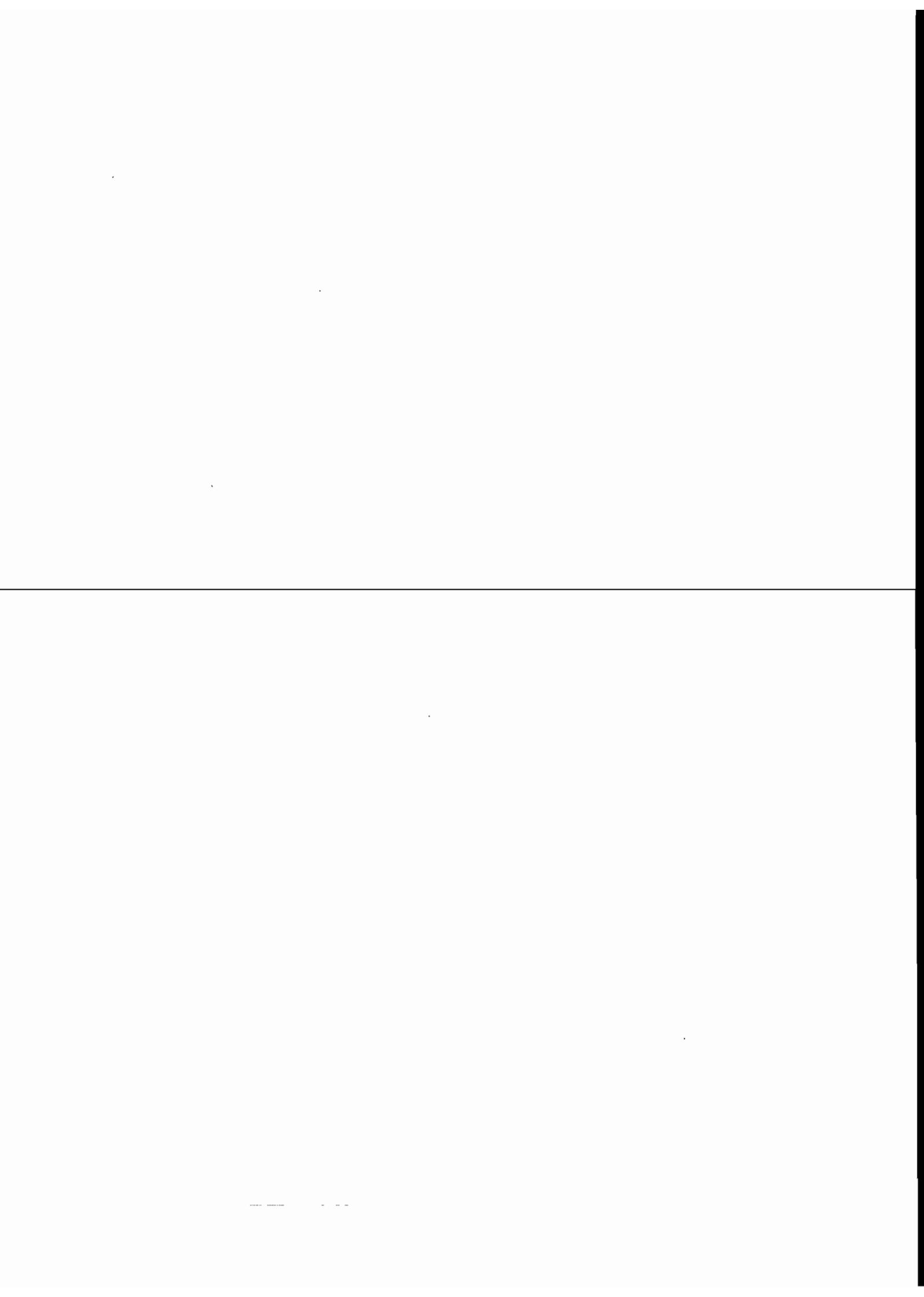


Bild 2.10 : Stationäre Kennlinien $\lambda = f(v)$, gestaffeltes Profil, Innenradantrieb



3 Grundlagen zur Identifikation

3.1 Allgemeines zur Identifikation

Für den Entwurf und die Auslegung technischer Systeme sowie für den Betrieb und zur Beurteilung kritischer Systemzustände sind Modelle für das dynamische Verhalten erforderlich. Die Ermittlung solcher Modelle kann über eine theoretische Systemanalyse oder über experimentelle Untersuchungen erfolgen.

Bei der theoretischen Systemanalyse werden aufgrund der wesentlichen technisch-physikalischen Gegebenheiten mathematische Modelle aufgestellt. Manche physikalischen Effekte, wie z.B. Nichtlinearitäten, Dämpfungseinflüsse oder Strömungsverluste, oder einige wesentliche Parameter sind u.U. nur schwierig oder gar nicht theoretisch zu ermitteln. Mit Hilfe von experimentellen Untersuchungen lassen sich dann Annahmen und Ergebnisse der theoretischen Systemanalyse verifizieren. Außerdem kann ein theoretisch nur sehr fehlerhaft oder gar nicht zu ermittelndes Verhalten aufgedeckt werden.

Die Systemidentifikation als experimentelle Systemanalyse ermöglicht eine umfassende Modellbildung und beinhaltet damit auch eine theoretische Systemanalyse, um so möglichst viele a priori-Kenntnisse in die Modellbildung einbringen zu können.

Es wurden bereits zahlreiche Verfahren zur Systemidentifikation entwickelt [7,15,19,21,28], wobei das anzuwendende Verfahren sowohl von dem betrachteten realen technischen System, aber auch von dem Verwendungszweck des Modells abhängt. Im wesentlichen besteht die Aufgabe der Systemidentifikation in der Bestimmung eines mathematischen Modells, welches die Beziehungen zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems wiedergibt.

Die mathematische Beschreibung des dynamischen Verhaltens als funktionaler Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen kann in parametrischer oder nichtparametrischer Form erfolgen. Bei nichtparametrischen Modellen wird der Zusammenhang tabellarisch oder graphisch dargestellt (z.B. Frequenzgänge, Ortskurven).

Parametrische Modelle geben den funktionalen Zusammenhang analytisch mit explizit auftretenden Parametern an. Die parametrischen Modelle besitzen daher im Gegensatz zu den nichtparametrischen Modellen eine bestimmte Struktur. Als Struktur wird in diesem Zusammenhang der innere Aufbau einer mathematischen Gleichung verstanden.

Die Festlegung der Modellstruktur ist eines der wesentlichen Probleme der parametrischen Identifikation. Wird das Modell durch eine theoretische System-

analyse aus physikalischen Gegebenheiten hergeleitet, so kann die Struktur den Aufbau des realen Systems repräsentieren und die Parameter können eine entsprechende physikalische Bedeutung haben.

Ist dies nicht möglich, so können allgemeine Modellansätze verwendet werden. Die Parameter sind dann z.B. die Koeffizienten einer Übertragungsfunktion. In manchen Fällen können jedoch auch dann einige der Koeffizienten physikalisch interpretiert werden. Festzulegen ist für die Modellstruktur der Ansatzgrad allgemeiner Beschreibungsfunktionen. Die parametrische Identifikation mit allgemeinen nichtphysikalischen Modellen wird auch als "black box"-Identifikation bezeichnet, da der tatsächliche innere strukturelle Aufbau nicht bekannt ist.

Die "black box"-Identifikation beruht auf der Theorie der Übertragungssysteme [26], mit der das Ein-/Ausgangsverhalten allgemein beschrieben werden kann. Dabei kann jedoch allein durch die Messung der Ein- und Ausgangsgrößen nicht auf den inneren (physikalischen) strukturellen Aufbau geschlossen werden.

Bei Systemen mit nichtlinearem Verhalten erweisen sich allgemeine nichtlineare Modellansätze, wie z.B. die Volterra-Funktionalpotenzreihe [24], jedoch als schwierig in der Anwendung, da eine sehr große Anzahl von Parametern geschätzt werden muß. Daher ist es in jedem Fall sinnvoll, möglichst viele a priori-Kenntnisse, z.B. aus physikalischen Gegebenheiten oder zusätzlichen Messungen, in die Modellbildung einfließen zu lassen.

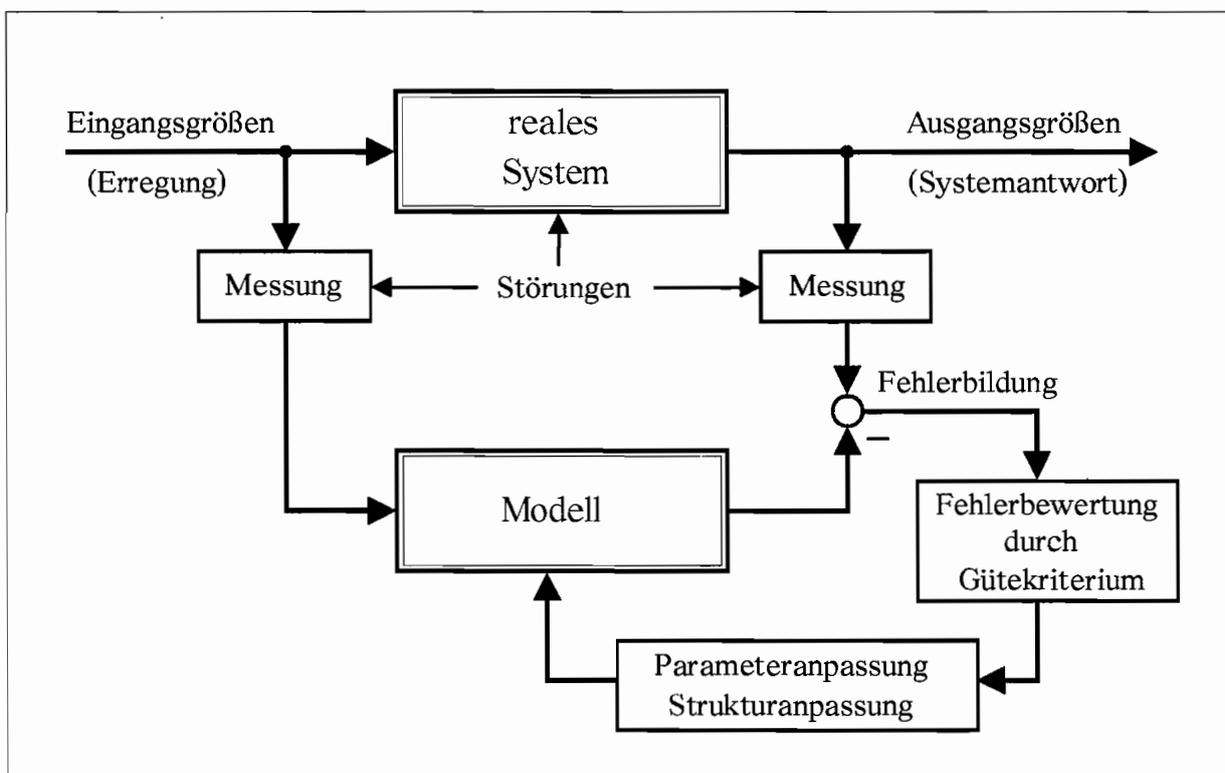


Bild 3.1 : Prinzip der parametrischen Identifikation

Liegt die Struktur für das Modell fest, so kann die eigentliche Bestimmung der Parameter durch geeignete Parameterschätzverfahren erfolgen (Bild 3.1). Auch hier stehen je nach Modellstruktur, Anzahl der Parameter, Art und Qualität der Signale u.a. zahlreiche Schätzverfahren zur Verfügung [7,28].

Zur Durchführung der Parameterschätzung muß ein geeignetes Gütekriterium bzw. ein Fehlermaß definiert werden, welches minimiert werden soll. Gebräuchlich ist der Ausgangsfehler als Differenz zwischen dem realen Systemausgang und dem Modellausgang (s. Bild 3.1). Aber auch Eingangsfehler oder verallgemeinerte Fehler aus Teilmodellendifferenzen sind möglich.

Die Identifikation eines realen Systems aus Messung der Ein-/Ausgangsgrößen setzt die Durchführung geeigneter Messungen und einen bestimmten Informationsgehalt der Meßwerte voraus. Aus der Regelungstechnik ist der Begriff der Steuerbarkeit und der Beobachtbarkeit bekannt. Ein System ist steuerbar, wenn die Erregung so gewählt werden kann, daß alle Freiheitsgrade des Systems ausreichend angeregt werden. Ein System ist beobachtbar, wenn die wesentlichen physikalischen Vorgänge in den gemessenen Antworten enthalten sind. Ein System muß daher steuerbar und beobachtbar sein, um identifizierbar zu sein.

Neben der direkten Identifikation eines parametrischen Modells sind auch indirekte oder mehrstufige Methoden möglich. Dabei wird im ersten Schritt ein nichtparametrisches Modell (z.B. der Frequenzgang) bestimmt. Im zweiten Schritt erfolgt eine Parametrisierung des nichtparametrischen Modells, wobei a priori-Kenntnisse aus dem ersten Identifikationsschritt eingehen können. Ein solches mehrstufiges Identifikationsverfahren wird für die Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung angewendet.

3.2 Mathematische Systembeschreibungen

In Kap. 2.3 wurde bereits ein physikalisches Modell für das instationäre Wechsellmoment an der Hydrodynamischen Kupplung aufgestellt. Dieses Modell könnte für eine parametrische Identifikation verwendet werden. Das Modell ist jedoch nicht umfassend genug und gilt nur für einen kleinen Betriebsbereich. Effekte der Teilfüllung und des realen Kennlinienverlaufes können nicht erfaßt werden. Da jedoch andere physikalische Ansätze nicht bekannt sind, soll die Identifikation an der Hydrodynamischen Kupplung mit allgemeinen Übertragungsfunktionen als "black box"-Identifikation durchgeführt werden.

Wie bereits aus Kap. 2.3 hervorging, handelt es sich bei der Hydrodynamischen Kupplung um ein nichtlineares System. Obwohl die Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung in dieser Arbeit mit linearen Teilmodellen durch-

geführt wird, sind auch nichtlineare Ansätze in Betracht zu ziehen.

Die mathematischen Modelle, die für eine "black box"-Identifikation erforderlich sind, und die Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen werden im folgenden angegeben. Das mathematische Modell, welches ein reales System beschreiben soll, wird hierbei ebenfalls als "System" bezeichnet.

3.2.1 Allgemeine Systembeschreibungen

3.2.1.1 Systemdefinition

Betrachtet werden soll ein System S mit r Eingangsgrößen und p Ausgangsgrößen (Bild 3.2).

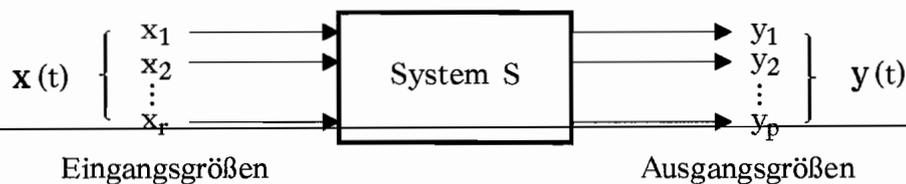


Bild 3.2 : Allgemeines Mehrgrößensystem

Die Größen werden im Eingangsgrößenvektor x und im Ausgangsgrößenvektor y zusammengefaßt. Die Ein- und Ausgangsgrößen werden zusammenfassend Systemgrößen genannt.

Es werden im folgenden nur zeitkontinuierliche Systeme betrachtet, da diese den meisten realen technischen Systemen entsprechen, und hierfür eine zeitkontinuierliche Beschreibung geeignet und üblich ist. Obwohl die Berechnung zeitkontinuierlicher, mathematischer Differentialgleichungen mit dem Digitalrechner sowie die Erfassung von Meßgrößen durch Abtastung mit einem Analog-/Digitalwandler zu zeitdiskreten Signalen führen, können die Zeitverläufe der Meß- und Rechengrößen bei ausreichend hoher Abtastfrequenz und einer entsprechenden Tiefpaßfilterung als "quasikontinuierlich" betrachtet werden.

Eine Eigenschaft, die ein reales System besitzt, und die auch von dem mathematischen Modell verlangt wird, ist die Kausalität. Ein kontinuierliches System ist dann kausal, wenn zu jedem Zeitpunkt der Verlauf des Ausgangssignals $y(t)$ stets nur vom Verlauf des Eingangssignals $x(t)$ bis zu diesem Zeitpunkt abhängt. D.h., eine Wirkung darf nicht vor der Ursache erkennbar sein. Eine Voraussetzung hierfür ist z.B., daß bei einer Transformation vom Fre-

quenzbereich in den Zeitbereich nur zulässige Funktionen, d.h. gebrochen-rationale Funktionen mit bestimmten Eigenschaften, verwendet werden.

Weiterhin soll das System *stabil* sein. Es wird damit verlangt, daß das Ausgangssignal $y(t)$ beschränkt ist, wenn das Eingangssignal $x(t)$ beschränkt ist. Die Stabilität eines Modells ist notwendig für stabile Simulationsrechnungen. Dabei hängt die Stabilität eines Modells im wesentlichen auch von einer sinnvollen Definition der Ein- und Ausgangsgrößen ab.

So stellt z.B. eine freidrehende Welle dann ein instabiles System dar, wenn als Eingangsgrößen die zwei Momente an den Wellenenden vorgegeben werden. Bei geringfügiger Differenz der beiden Momente wird die Welle stetig beschleunigt und die Drehzahl steigt unbeschränkt ins Unendliche.

Eine andere mögliche Form von Instabilität kann bei Hydrodynamischen Kupplungen im Kennlinienverlauf liegen. Es können Sprünge im Kennlinienverlauf auftreten, die durch Strömungsinstabilitäten bzw. Strömungsumschläge hervorgerufen werden können. Solche instabilen Bereiche eines realen Systems lassen sich schwer beschreiben und sind auch in jedem Fall durch konstruktive Maßnahmen zu vermeiden.

Die Systeme sollen außerdem als *zeitinvariant* betrachtet werden. Die Systemparameter solcher Systeme sind zeitunabhängig. Bei der Hydrodynamischen Kupplung setzt dies voraus, daß z.B. die Temperatur der Betriebsflüssigkeit konstant bleiben muß, da sie über die Viskosität einen Einfluß auf das Übertragungsverhalten der Kupplung hat. Andernfalls müßte die Temperatur nicht als fester Systemparameter, sondern als variable Systemgröße betrachtet werden.

3.2.1.2 Übertragungsmodelle

Ein Übertragungsmodell gibt die Übertragungseigenschaften eines Systems zwischen seinen Ein- und Ausgangsgrößen an. Eng verbunden mit dem Begriff des Übertragungsmodells ist der Begriff der "black box", da Übertragungsmodelle als Ein-/Ausgangsbeschreibungen nicht notwendigerweise die reale innere Struktur eines Systems wiedergeben.

Übertragungsmodelle können im Frequenz- oder im Zeitbereich definiert werden. Die Darstellung im Frequenzbereich ist allgemein jedoch nur für lineare Systeme möglich. Für nichtlineare Systeme können im Zeitbereich nichtlineare Beziehungen zwischen Ein- und Ausgangsgrößen angegeben werden. Wegen der Vielfalt der möglichen nichtlinearen Erscheinungsformen und der damit verbundenen mathematischen Komplexität lassen sich jedoch keine allgemeingültigen

Theorien zur Beschreibung und Analyse der Systemeigenschaften angeben.

Im Rahmen der Funktionaltheorie ist es jedoch möglich, für eine größere Klasse nichtlinearer Systeme eine geschlossene mathematische Darstellung in der Form eines Funktionals zur Abbildung des Eingangssignals in ein Ausgangssignal anzugeben. Für stetig differenzierbare Nichtlinearitäten läßt sich das Ein-/Ausgangsverhalten durch die Volterra-Reihe darstellen [24] :

$$\begin{aligned}
 y(t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 \\
 & + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \\
 & + \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} g_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) \dots \\
 & \dots x(t-\tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Diese unendliche Funktionalpotenzreihe enthält die Volterrakerne $g_i(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i)$ der Ordnung i . Alle Kerne müssen kausal sein, also

$$g_i(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i) = 0 \quad \text{für } \tau_i < 0, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.2)$$

Die Volterra-Reihe ist hier nur für ein Eingrößensystem mit einer Eingangs- und einer Ausgangsgröße angegeben. Für Mehrgrößensysteme kann die Darstellung entsprechend erweitert werden.

Die Beschreibung eines nichtlinearen Systems durch eine Volterra-Reihe erfordert eine extrem große Anzahl von Parametern und Meßdaten, da nur vergangene Werte des Eingangssignals berücksichtigt werden, so daß eine praktische Anwendung der Volterra-Reihe in dieser Form stark eingeschränkt ist. Etwas günstiger ist eine Formulierung für zeitdiskrete Signale und eine Beschränkung der Ordnung. Damit ist eine Approximation der Volterra-Reihe durch eine endliche Anzahl von Parametern möglich [7].

Eine zur diskreten Volterra-Reihe verwandte Form stellt das Kolmogorov-Gabor-Polynom dar. Hieraus lassen sich auch andere allgemeine nichtlineare Modellansätze entwickeln, die gegenüber der Volterra-Reihe wesentlich weniger Parameter benötigen [10].

Die Beschränkung auf eine maximale Ordnung und die Betrachtung von Sonderfällen führen zu speziellen nichtlinearen Beschreibungsfunktionen (z.B. Wiener-Modell, Hammerstein-Modell, bilineares Modell [24,25]). Die Allgemeingültigkeit ist jedoch damit eingeschränkt, so daß auch hier a priori

Kenntnisse bzw. eine Strukturauswahl erforderlich sind.

3.2.1.3 Zustandsmodelle

Ein Zustandsmodell ist eine Systembeschreibung im Zeitbereich und gibt die zeitliche Änderung des Zustandsvektors $\mathbf{z}(t)$ in Abhängigkeit von den Anfangszuständen des Systems und den Einwirkungen durch die Eingangsgrößen $\mathbf{x}(t)$ an (Gl. 3.3).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{x}(t)) \quad ; \quad t \geq 0 \\ \mathbf{z}(t=0) &= \mathbf{z}_0 \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{z}(t), \mathbf{x}(t)) \quad ; \quad t \geq 0\end{aligned}\tag{3.3}$$

Es handelt sich hierbei um ein im allgemeinen nichtlineares, gekoppeltes Differentialgleichungssystem erster Ordnung. Es sollen Systeme mit konzentrierten Parametern vorausgesetzt werden, so daß zur Beschreibung gewöhnliche Differentialgleichungen ausreichen.

Die Komponenten des Zustandsvektors \mathbf{z} sind *innere Systemgrößen*, die den inneren Aufbau des Systems beschreiben. Diese inneren Systemgrößen können bei einer physikalischen Herleitung physikalischen Charakter haben. Die Anzahl der inneren Systemgrößen ist abhängig von der Anzahl der inneren Freiheitsgrade des Systems.

3.2.2 Lineare Mehrgrößensysteme

Der wichtigste Sonderfall der allgemeinen nichtlinearen Systeme sind die linearen Systeme. Die wesentliche Eigenschaft der linearen Systeme ist das Superpositionsprinzip. Das bedeutet, daß eine Überlagerung verschiedener Eingangsgrößen zu einer linearen Überlagerung der entsprechenden Ausgangsgrößen führt. Da die Eigenschaften linearer Systeme gut bekannt sind und da das Superpositionsprinzip mathematisch große Vorteile und Vereinfachungen bringt, versucht man oft, reale Systeme durch lineare Modelle zu beschreiben bzw. zu approximieren.

Wegen dieser Vorteile soll auch das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung mit linearen (Teil-)Modellen approximiert werden, so daß hier näher auf die linearen Mehrgrößensysteme und deren Beschreibung durch lineare Modellansätze eingegangen wird.

Mögliche lineare Modelle sind Übertragungsmodelle im Frequenz- oder Zeitbereich sowie Zustandsmodelle. Es bestehen mathematische Beziehungen zwischen den verschiedenen Modellformen, so daß eine Umrechnung unter bestimmten Bedingungen möglich ist. Auf die spezielle Transformation von einem linearen Übertragungsmodell im Frequenzbereich in ein Zustandsmodell im Zeitbereich wird später in Kap. 5.4 eingegangen.

3.2.2.1 Lineare Übertragungsmodelle im Zeitbereich

Im Zeitbereich läßt sich das Übertragungsverhalten eines linearen Systems entsprechend Bild 3.2 durch $r \times p$ Gewichtsfunktionen $g_{ij}(t)$ darstellen. Die Gewichtsfunktionen, auch Impulsantworten genannt, geben die Einzelantworten an jedem Ausgang y_i auf einen Dirac-Impuls an jedem Eingang x_j an. Damit lassen sich die Ausgangsgrößen y_i gemäß dem Superpositionsprinzip als Summe der Faltungsintegrale darstellen :

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^p \int_0^t g_{ij}(\tau) x_j(t-\tau) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3.4)$$

Die einzelnen Gewichtsfunktionen $g_{ij}(t)$ können in der Gewichtsmatrix $G(t)$ zusammengefaßt werden. Dann berechnet sich der Ausgangsgrößenvektor y aus dem Faltungsprodukt der Gewichtsmatrix G mit dem Eingangsgrößenvektor x :

$$y(t) = G(t) * x(t) \quad (3.5)$$

Die Gewichtsfunktionen $g_{ij}(t)$ entsprechen den Kernen erster Ordnung der Volterra-Reihe (Gl. 3.1). Die experimentelle Ermittlung von Gewichtsfunktionen ist jedoch aufgrund der erforderlichen Dirac-Impuls-Erregung schwierig. Ein Dirac-Impuls ist praktisch nicht oder nur näherungsweise zu erzeugen. Einfacher ist daher die Messung der Sprungantwort. Diese ist das Systemverhalten bei einem Sprung am Eingang aus der Ruhelage heraus. Die Gewichtsfunktion ergibt sich dann als zeitliche Ableitung der Sprungantwort.

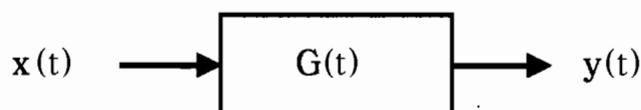


Bild 3.3 : Lineares Übertragungsmodell im Zeitbereich

3.2.2.2 Lineare Übertragungsmodelle im Frequenzbereich

Eine im mathematischen Sinne einfachere Darstellung des Übertragungsmodells ergibt sich im Frequenzbereich. Durch die *Laplace-Transformation* der Gewichtsmatrix $G(t)$ erhält man die Übertragungsmatrix $F(s)$ in Abhängigkeit von der komplexen Variablen s :

$$s = \delta + i\Omega \quad (3.6)$$

$$F(s) = \mathfrak{L}\{G(t)\} \quad (3.7)$$

Mit den ebenfalls Laplace-transformierten Ein- und Ausgangsgrößen wird für den Fall verschwindender Anfangsbedingungen aus dem Faltungsprodukt im Zeitbereich das normale Produkt im Frequenzbereich :

$$Y(s) = F(s) X(s) \quad (3.8)$$

Damit ist im Frequenzbereich die Übertragungsmatrix das Verhältnis von Ausgangsfunktion zu Eingangsfunktion :

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (3.9)$$

Die Elemente der Übertragungsmatrix $F(s)$, die Übertragungsfunktionen f_{ij} , lassen sich darstellen als gebrochen-rationale komplexe Funktionen folgender Form :

$$f_{ij}(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m} = \frac{Z_{ij}(s)}{N_{ij}(s)} \quad (3.10)$$

Hierbei gibt n den Grad des Zählerpolynoms $Z(s)$ und m den Grad des Nennerpolynoms $N(s)$ an. Die Indizes i und j an den Koeffizienten wurden zur Übersichtlichkeit weggelassen.

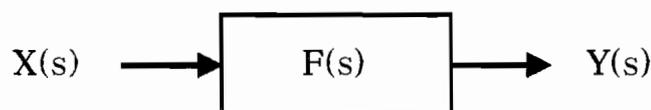


Bild 3.4 : Lineares Übertragungsmodell im Frequenzbereich

Eine weitere Transformation in den Frequenzbereich ist durch die *Fourier-Transformation* möglich. Die Fourier-Transformation bietet aufgrund der schärferen Konvergenzbedingung jedoch nur eingeschränkte Anwendungsmöglichkeit.

Daher lassen sich gedämpfte bzw. angefachte Schwingungen mit der Fourier-Transformation nicht ohne weiteres behandeln. In diesen Fällen muß man auf die allgemeinere Laplace-Transformation zurückgreifen. Oft eingesetzt wird die Fourier-Transformation bei z.B. harmonisch erregten Systemen und für die Messung von Frequenzgängen.

Während die Variable der Laplace-Transformation die komplexe Variable $s = \delta + i\Omega$ ist, entfällt bei der Fourier-Transformation der Dämpfungsfaktor δ . Die Fourier-Transformierte $X(i\Omega)$ ist eine Randfunktion der Laplace-Transformierten $X(s)$, falls der Grenzwert für $\delta \rightarrow 0$ existiert.

Als *Frequenzgang* $F(i\Omega)$ wird damit der Wert der Übertragungsmatrix $F(s)$ auf der imaginären Achse bezeichnet. Formal erhält man den Frequenzgang $F(i\Omega)$ durch die Fourier-Transformation der Gewichtsmatrix $G(t)$, falls die Fourier-Transformierte existiert :

$$F(i\Omega) = \mathfrak{F}\{G(t)\} \quad (3.11)$$

Damit läßt sich das Übertragungsverhalten ebenfalls darstellen :

$$Y(i\Omega) = F(i\Omega) X(i\Omega) \quad (3.12)$$

Auf die Herleitung durch harmonische Erregung und auf Gesichtspunkte zur Ermittlung bzw. Messung des Frequenzganges wird in Kap. 5.3 eingegangen.

Der Vorteil der Übertragungsmodelle im Frequenzbereich liegt in der einfachen multiplikativen Verknüpfung. Damit läßt sich das Gesamtübertragungsverhalten z.B. einer Reihenschaltung zweier Teilsysteme (Bild 3.5) einfach berechnen.

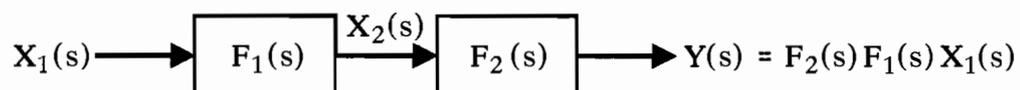


Bild 3.5 : Reihenschaltung zweier Übertragungsglieder

3.2.2.3 Lineare Zustandsmodelle

Ein Zustandsmodell liefert eine Systembeschreibung im Zustandsraum. Dabei handelt es sich bei linearen Systemen um eine lineare Vektor-Differentialgleichung 1. Ordnung für den Zustandsvektor $\mathbf{z}(t)$ mit der Systemmatrix \mathbf{A} und der Eingangsmatrix \mathbf{B} . Die Differentialgleichung läßt sich eindeutig lösen durch Angabe der Anfangsbedingungen \mathbf{z}_0 . Der Ausgangsgrößenvektor $\mathbf{y}(t)$ wird bestimmt durch die Ausgangsmatrix \mathbf{C} und in einigen Fällen durch eine zusätzliche Durchgangsmatrix \mathbf{D} :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{x}(t) ; & t \geq 0 \\ \mathbf{z}(t=0) &= \mathbf{z}_0 \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{x}(t) ; & t \geq 0\end{aligned}\tag{3.13}$$

Der Zustandsvektor $\mathbf{z}(t)$ habe die Dimension q , der Eingangsgrößenvektor die Dimension r und der Ausgangsgrößenvektor die Dimension p . Damit ergibt sich für die Dimensionen der Matrizen : $(q \times q)\mathbf{A}$, $(q \times r)\mathbf{B}$, $(p \times q)\mathbf{C}$, $(p \times r)\mathbf{D}$.

Wie aus Bild 3.6 ersichtlich ist, hat das Zustandsmodell eine innere Struktur. Diese innere Struktur wird durch den Zustandsvektor \mathbf{z} maßgeblich beeinflußt. Wird das Differentialgleichungssystem (Gl. 3.13) aus physikalischen Gegebenheiten hergeleitet, so ergibt sich daraus auch die Struktur des Systems, und der Zustandsvektor beinhaltet physikalische Größen. Die Dimension des Zustandsvektors entspricht der doppelten Anzahl der inneren Freiheitsgrade des Systems.

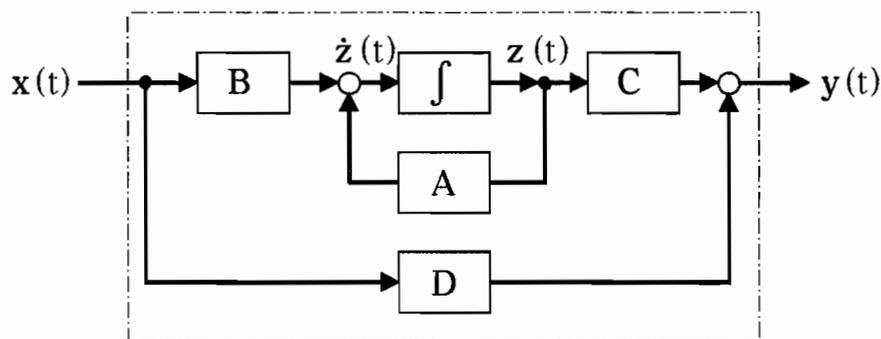


Bild 3.6 : Lineares Zustandsmodell

Die Zustandsraumdarstellung eignet sich besonders für Berechnungen im Zeitbereich, da sich diese Formulierung direkt für numerische Simulationsrechnungen mit dem Digitalrechner verwenden läßt.

Daher ist es ein Ziel dieser Arbeit, Modelle in dieser Form für die Hydrodynamische Kupplung zu finden.

3.2.3 Mechanische Vierpole

Im folgenden soll ein spezieller Fall der linearen Mehrgrößensysteme im Hinblick auf die Beschreibung der Hydrodynamischen Kupplung betrachtet werden : ein Vierpol, ein System mit zwei Eingangs- und zwei Ausgangsgrößen.

3.2.3.1 Allgemeines zur Vierpoltheorie

Der Begriff "Vierpol" stammt aus der Netzwerktheorie der Elektrotechnik. Eine dort ebenfalls häufig verwendete analoge Bezeichnung ist der Begriff "Zweitor". Vierpole dienen in der Netzwerktheorie der Beschreibung zur Analyse und Synthese von Netzwerkelementen [23]. Der Vierpol als Beschreibungsform eines Übertragungssystems läßt sich jedoch analog auch auf mechanische Elemente anwenden. Zunächst sollen einige Begriffe aus der Vierpoltheorie der Elektrotechnik erläutert werden.

Elektrotechnische vierpolige Elemente bestehen aus zwei Klemmenpaaren, an denen die Spannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ anliegen und die Ströme $i_1(t)$ und $i_2(t)$ fließen (Bild 3.7).

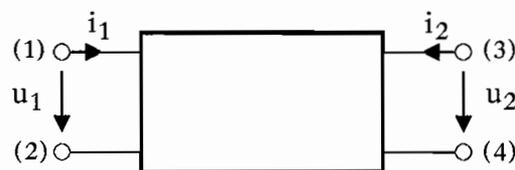


Bild 3.7 : Vierpoliges Netzwerkelement

Die Beschreibung soll nun als Übertragungsmodell im Frequenzbereich erfolgen (vgl. Gl. 3.8), so daß die Spannungen, Ströme und die Übertragungsmatrizen Funktionen der komplexen Variablen s sind. Dabei sind jedoch mehrere Formen möglich, je nachdem welche Größen im Eingangsvektor und welche Größen im Ausgangsvektor zusammengefaßt werden. In der Elektrotechnik sind folgende Bezeichnungen gebräuchlich :

Die Widerstands- oder Impedanzform mit der (2×2) Impedanzmatrix Z :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Die Leitwärts- oder Admittanzform mit der (2×2)Admittanzmatrix Y :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Die Kettenform mit der (2×2)Kettenmatrix A :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Da es sich bei den drei Formen um lineare Gleichungssysteme handelt, lassen sich die Matrizen Z , Y und A meist ineinander umrechnen. Allerdings müssen nicht immer alle Matrizen gleichzeitig existieren. Je nach Beschaffenheit der einzelnen Matrixelemente kann es zu singulären Matrizen kommen, die sich nicht invertieren lassen. Eine der Matrizen Z , Y oder A muß jedoch mindestens existieren. Es lassen sich auch noch weitere Vierpolmatrizen definieren; im allgemeinen beschränkt man sich jedoch auf die genannten. Die Elemente der Übertragungsmatrizen können konstante Größen sein, sind jedoch im allgemeinen Fall gebrochen-rationale Funktionen der Variablen s (vgl. Gl. 3.10).

Vierpole können verschiedene grundlegende Eigenschaften haben :

Ein Vierpol wird bilateral genannt, wenn eine Signalübertragung vom Klemmenpaar 1-2 zum Klemmenpaar 3-4 und auch umgekehrt möglich ist. Bei unilateralen Vierpolen ist dies nicht möglich.

Ein bilateraler Vierpol ist reziprok, wenn die Matrizen Z und Y symmetrisch sind, andernfalls ist er nichtreziprok.

Ein Vierpol ist symmetrisch, wenn die Klemmenpaare 1-2 mit den Klemmenpaaren 3-4 vertauscht werden können, d.h. das Element umgedreht betrieben werden kann, ohne daß sich die mathematischen Beziehungen ändern. Dann sind die Matrizen Z und Y symmetrisch und außerdem sind die Diagonalelemente identisch. Die Symmetrie schließt daher reziprokes Verhalten ein.

Bei den Vierpoldarstellungen ist die Unterscheidung zwischen reinen Eingangsgrößen und Ausgangsgrößen nicht mehr sinnvoll bzw. nicht unbedingt notwendig, da die Richtung von Ursache und Wirkung je nach Eigenschaft des Vierpols nicht eindeutig ist, sondern auch beliebig sein kann.

Bei einem bilateralen nichtreziproken Vierpol kann sich jede Größe ändern und damit zwei andere Größen beeinflussen. Damit kann der Tatsache Rechnung getragen werden, daß reale Systeme meist nicht rückwirkungsfrei sind, sondern daß vielmehr eine Änderung einer Ausgangsgröße oft eine Änderung einer Eingangsgröße zur Folge hat.

Wie noch gezeigt wird, läßt sich das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung in einem Betriebspunkt mit Hilfe eines bilateralen nichtreziproken Vierpols beschreiben.

3.2.3.2 Die Vierpol-Betrachtung bei mechanischen Systemen

In der Mechanik sind das Übertragungsverfahren und das Steifigkeitsverfahren bekannte Methoden, um dynamische Probleme zu untersuchen. Diese Verfahren entsprechen in gewisser Weise der Vierpoltheorie der Elektrotechnik. Es soll hier auf die Analogie der Betrachtungsweise und auf die Bedeutung, im speziellen in Bezug auf die Komponenten in einem Antriebsstrang, hingewiesen werden.

Vergleichbar zur Impedanzmatrix Z , zur Admittanzmatrix Y und zur Kettenmatrix A sind in der Mechanik folgende Übertragungsmatrizen gebräuchlich :

die Frequenzgangmatrix H , die Dynamische Steifigkeitsmatrix S und die Übertragungsmatrix U .

Leider sind diese Bezeichnungen weniger spezifisch, so daß es hier leicht zu Verwechslungen zwischen allgemeinen Übertragungsmatrizen, z.B. der Übertragungsmatrix $F(s)$ und der Frequenzgangmatrix $F(i\Omega)$, und den speziellen Übertragungsmatrizen in der Mechanik kommen kann.

Um jedoch bei den gebräuchlichen Bezeichnungen zu bleiben, wird hier der Begriff "Übertragungsmatrix" in mehrfacher Bedeutung verwendet :

1. für eine allgemeine Übertragungsmatrix zur Beschreibung eines allgemeinen Übertragungsmodells, 2. für die Übertragungsmatrix $F(s)$ als Verhältnis von Ausgangsgrößen zu Eingangsgrößen (Gl. 3.9), und 3. für die spezielle Übertragungsmatrix U in der Mechanik (s. Gl. 3.19).

Die Dimension der Übertragungsmatrizen in der Mechanik ist im allgemeinen Fall größer als zwei, die Übertragungsmatrizen sind jedoch immer quadratisch. So hat die spezielle Übertragungsmatrix U für einen einfachen Biegebalken die Dimension 4×4 . Der vierpolige Fall mit 2×2 -Übertragungsmatrizen ist z.B. gegeben bei Wellen, für die nur die Verdrehung und Torsionsmomente, nicht aber Biegemomente betrachtet werden.

Die Definitionen der Übertragungsmatrizen soll nun für rotatorische Systeme angegeben werden, da solche im folgenden als Komponenten eines Antriebsstranges betrachtet werden.

Als Systemgrößen erscheinen dann der Verdrehwinkel φ und das Moment M , die sämtlich positiv im gleichen positiven Drehsinn betrachtet werden sollen

(Bild 3.8).

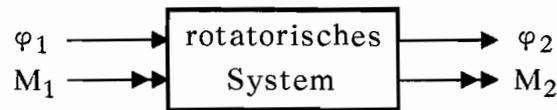


Bild 3.8 : Systemgrößen an einem rotatorischen Übertragungssystem

Für ein System nach Bild 3.8 ergeben sich die drei Vierpoldarstellungen mit den entsprechenden Übertragungsmatrizen :

Die Frequenzgangform mit der Frequenzgangmatrix H :

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Die Steifigkeitsform mit der Dynamischen Steifigkeitsmatrix S :

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Die Übertragungsform mit der Übertragungsmatrix U :

$$\begin{bmatrix} \varphi_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ -M_1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

In der Mechanik werden die Übertragungsmatrizen üblicherweise nicht in Abhängigkeit von der Variablen s (Laplace-Transformation), sondern von $i\Omega$ (Fourier-Transformation) angegeben. Mit $\delta=0$ gilt daher :

$$s = i\Omega \quad (3.20)$$

Alle drei Übertragungsmatrizen H , S und U sind komplexe (2×2) -Matrizen, deren vier Elemente sich als gebrochen-rationale Funktionen, hier üblicherweise in Abhängigkeit von $i\Omega$, darstellen lassen (vgl. Gl. 3.10); z.B. die Steifigkeitsfunktionen für die Dynamische Steifigkeitsmatrix $S(i\Omega)$:

$$s_{ij}(i\Omega) = \frac{b_0 + b_1(i\Omega) + b_2(i\Omega)^2 + \dots + b_n(i\Omega)^n}{a_0 + a_1(i\Omega) + a_2(i\Omega)^2 + \dots + a_m(i\Omega)^m} = \frac{Z_{ij}(i\Omega)}{N_{ij}(i\Omega)} \quad (3.21)$$

Dabei müssen die Nennerpolynome $N_{ij}(i\Omega)$ aller Übertragungsfunktionen Hurwitz-Polynome sein, um die Stabilität des Vierpols zu gewährleisten. Ein Hurwitz-Polynom liegt dann vor, wenn alle Nullstellen negative Realteile haben.

3.2.3.3 Vierpolige mechanische Grundelemente

Es werden nun in tabellarischer Form die vier Matrixelemente der Übertragungsmatrizen \mathbf{H} , \mathbf{S} und \mathbf{U} einiger mechanischer Grundelemente eines Antriebsstranges angegeben (Tabelle 1). Damit soll später ein Vergleich mit dem Übertragungsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung angestellt werden. Daraus wird auch ersichtlich, wie die Systemparameter Steifigkeit k , Dämpfung d und Trägheitsmasse Θ in den gebrochen-rationalen Übertragungsfunktionen enthalten sind. Es gelten die Vorzeichen nach Bild 3.8 und die Definitionen Gl. 3.17-3.19.

Die Matrizen, für die in Tabelle 1 keine Angaben gemacht sind, sind nicht definiert. Es ist ersichtlich, daß die Frequenzgangmatrizen \mathbf{H} weniger gut für eine Systembeschreibung geeignet sind, da sie entweder nicht definiert sind oder zu komplizierteren Zusammenhängen zwischen den Systemparametern führen.

Dabei werden die Frequenzgangmatrizen für alle Systeme nach Bild 3.8, d.h. wenn keine weiteren äußeren Momente angreifen, mindestens im Ursprung singular. Das liegt daran, daß bei $\Omega=0$, also im stationären Zustand, Momentengleichgewicht zwischen den von außen angreifenden Momenten herrscht : $M_{10} = M_{20}$. Für Systeme ohne Trägheiten gilt dies aufgrund fehlender Beschleunigungsmomente für den gesamten Frequenzbereich.

Die linearen Grundelemente Feder, Dämpfer, Parallelschaltungen aus diesen Elementen sowie die Trägheit sind bilaterale und vollkommen symmetrische Vierpole. Das System Trägheit-Dämpfer-Trägheit ist bei unterschiedlichen Trägheiten Θ_1 und Θ_2 im Sinne der Vierpoltheorie nicht mehr symmetrisch, aber immer noch reziprok und soll als sehr vereinfachtes Modell einige prinzipielle Zusammenhänge für das System "Hydrodynamische Kupplung" aufzeigen.

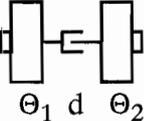
	$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varphi_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ -M_1 \end{bmatrix}$
Feder k 	-	$\begin{matrix} +k & -k \\ -k & +k \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & \frac{1}{k} \\ 0 & 1 \end{matrix}$
Dämpfer d 	-	$\begin{matrix} +i\Omega d & -i\Omega d \\ -i\Omega d & +i\Omega d \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & -\frac{i}{\Omega d} \\ 0 & 1 \end{matrix}$
Trägheit Θ 	$\begin{matrix} -\frac{1}{\Theta\Omega^2} & -\frac{1}{\Theta\Omega^2} \\ -\frac{1}{\Theta\Omega^2} & -\frac{1}{\Theta\Omega^2} \end{matrix}$	-	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ -\Theta\Omega^2 & 1 \end{matrix}$
Feder/ Dämpfer parallel 	-	$\begin{matrix} +(k+i\Omega d) & -(k+i\Omega d) \\ -(k+i\Omega d) & +(k+i\Omega d) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & \frac{k-i\Omega d}{k^2+\Omega^2 d^2} \\ 0 & 1 \end{matrix}$
Trägheit 1 - Dämpfer - Trägheit 2  $\Theta_1 \quad d \quad \Theta_2$	$\begin{matrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\Omega^2\Theta_1+i\Omega d & -i\Omega d \\ -i\Omega d & -\Omega^2\Theta_2+i\Omega d \end{matrix}$	$\begin{matrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{matrix}$
	$h_{11} = -\frac{(\Theta_1+\Theta_2)d^2 + \Omega^2\Theta_1\Theta_2^2 + i\Omega\Theta_2^2d}{\Omega^2(\Theta_1+\Theta_2)^2d^2 + \Omega^4\Theta_1^2\Theta_2^2}$ $h_{22} = -\frac{(\Theta_1+\Theta_2)d^2 + \Omega^2\Theta_1^2\Theta_2 + i\Omega\Theta_1^2d}{\Omega^2(\Theta_1+\Theta_2)^2d^2 + \Omega^4\Theta_1^2\Theta_2^2}$ $h_{12} = h_{21} = \frac{(\Theta_1+\Theta_2)d^2 - i\Omega\Theta_1\Theta_2d}{\Omega^2(\Theta_1+\Theta_2)^2d^2 + \Omega^4\Theta_1^2\Theta_2^2}$		
	$u_{11} = 1 + \frac{i\Omega\Theta_1}{d}$ $u_{12} = -\frac{i}{\Omega d}$ $u_{21} = -\Omega^2(\Theta_1+\Theta_2) - \frac{i\Omega^3\Theta_1\Theta_2}{d}$ $u_{22} = 1 + \frac{i\Omega\Theta_2}{d}$		

Tabelle 1 : Übertragungsmatrizen mechanischer Grundelemente

3.3 Die Teilsystem-Identifikation

Eine wesentliche Voraussetzung für die Identifikation eines Systems ist die Definition einer geschlossenen Systemgrenze und damit die Festlegung der Ein- und Ausgangsgrößen des Systems. Das Systemverhalten läßt sich dann durch das Ein-/Ausgangsverhalten als Übertragungsmodell beschreiben.

Viele technische Systeme bestehen aus mehreren Teilsystemen, die miteinander gekoppelt sind. Als Beispiel sei hier eine Maschine genannt, die aus dem Teilsystem "Antriebsmotor", dem Teilsystem "Verbindungskupplung" und dem Teilsystem "Arbeitsmaschine" besteht (Bild 3.9).

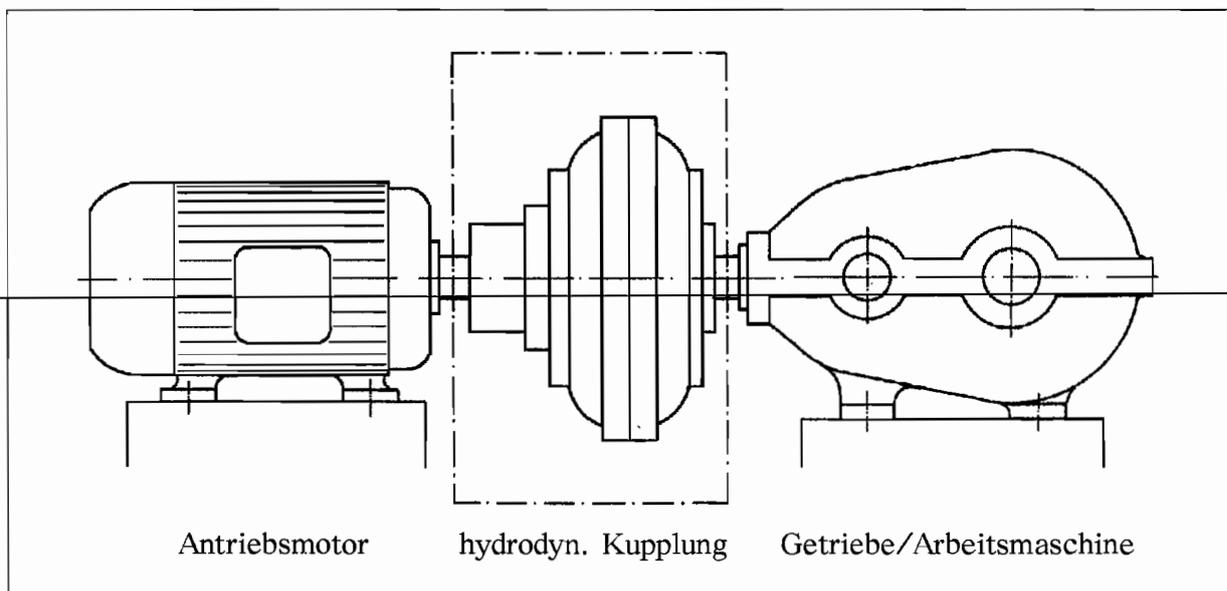


Bild 3.9 : Gesamtsystem als Kopplung von Teilsystemen

Werden die Teilsysteme miteinander verbunden, so entsteht ein Gesamtsystem mit einem Gesamtverhalten. Das Gesamtverhalten läßt sich aus dem Verhalten der einzelnen Teilsysteme berechnen, wenn diese bekannt sind.

Eine Aufgabe der Identifikation besteht daher darin, das Verhalten eines Teilsystems unabhängig vom Gesamtsystem zu bestimmen und teilsystem-spezifische Übertragungsmodelle anzugeben.

Voraussetzung dafür ist die Definition eines Teilsystems als solches und die Bestimmung aller Ein- und Ausgangsgrößen für dieses Teilsystem. Diese Vorgehensweise wird hier als Teilsystem-Identifikation bezeichnet.

Das Übertragungsverhalten eines Teilsystems läßt sich dann aus dessen gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen bestimmen, wenn die Eingangssignale das Teilsystem ausreichend stark anregen und ausreichend große Ausgangssignale

erzeugen. Was dabei als ausreichend bezeichnet werden kann, hängt vom Dynamikbereich ab, für welchen das Modell definiert sein soll.

Die Möglichkeit der Teilsystem-Identifikation ergibt sich aus der Theorie der Übertragungssysteme. An einer Reihenschaltung läßt sich dies verdeutlichen (Bild 3.10).

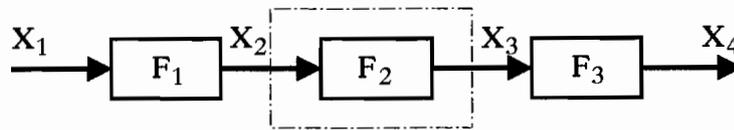


Bild 3.10 : Reihenschaltung aus Teilsystemen

Das Gesamtübertragungsverhalten ergibt sich im Frequenzbereich durch multiplikative Verknüpfung :

$$\mathbf{X}_4 = \mathbf{F}_3 \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_1 \mathbf{X}_1 \quad (3.22)$$

Das Übertragungsverhalten \mathbf{F}_2 berechnet sich dann wie folgt :

$$\mathbf{F}_2 = \frac{1}{\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_3} \cdot \frac{\mathbf{X}_4}{\mathbf{X}_1} = \frac{\mathbf{X}_3}{\mathbf{X}_2} \quad (3.23)$$

Das Übertragungsverhalten \mathbf{F}_2 läßt sich hier unabhängig von \mathbf{F}_1 und \mathbf{F}_3 bestimmen, wenn die Ein- und Ausgangsvektoren \mathbf{X}_2 und \mathbf{X}_3 vollständig meßbar sind.

Daraus ergibt sich für Versuchs- und Meßaufbauten für die experimentelle Identifikation das Ziel, die Meßstellen so anzuordnen, daß sie an der Teilsystemgrenze liegen und hier alle Systemgrößen erfassen; dann ist das Teilsystem unabhängig vom Eigenverhalten des Versuchsstandes oder von anderen Einbauten zu identifizieren.

Diese Vorgehensweise einer Teilsystem-Identifikation wurde hier entwickelt (s. auch Menne [16]) und zur Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung angewendet. Eine konsequente Durchführung einer Teilsystem-Identifikation, wie sie hier definiert wurde, ist aus der Literatur bisher nicht bekannt.

3.4 Die "black box"-Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung

Es sollen nun die mathematischen und die experimentellen Voraussetzungen für eine Identifikation der dynamischen Eigenschaften der Hydrodynamischen Kupplung, wie sie in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben wurden, zusammengefaßt werden.

3.4.1 Die Teilsystemgrenze

Wie in Kap. 3.3 erläutert wurde, spielt die Festlegung der Teilsystemgrenze eine wichtige Rolle. Von wesentlichem Interesse ist bei der Hydrodynamischen Kupplung das hydrodynamische Übertragungsverhalten, d.h. die Wechselwirkung der Betriebsflüssigkeit zwischen Pumpen- und Turbinenrad ohne den Einfluß von Trägheitsmomenten durch die Trägheitsmassen von Pumpenrad, Turbinenrad, Gehäuse, Anschlußwellen u.a.. Dies ist jedoch praktisch nicht meßbar. Die Teilsystemgrenze muß daher so weit gezogen werden, daß an ihr die Messung der äußeren Systemgrößen Pumpenmoment, Pumpendrehzahl, Turbinenmoment und Turbinendrehzahl (vgl. Gl. 2.1) möglich ist. In einem zweiten Identifikationsschritt können dann, falls erforderlich, Trägheits- und Reibmomente bestimmt und aus dem umfassenden Teilsystem-Modell herausgerechnet werden.

Allerdings ist für eine Simulation von Zeitverläufen das gesamte Verhalten inklusive Trägheiten u.a. zu berücksichtigen, so daß eine Teilsystemgrenze über das rein hydrodynamische Übertragungssystem hinaus auch von daher sinnvoll ist.

Das Teilsystem "Hydrodynamische Kupplung" besteht unter Berücksichtigung der konstruktiven Gegebenheiten am Versuchsstand (vgl. auch Kap. 4) aus der Voith-Turbokupplung 422 TH, aus Anschlußwellen, die in Pendelrillenkugellagern gelagert sind, aus drehsteifen Verbindungskupplungen und aus je einer Hälfte der Drehmoment-Meßwellen (Bild 3.11).

Die Teilsystemgrenze soll damit genau durch die Drehmoment-Meßwellen verlaufen, an der die Momente und Drehzahlen gemessen werden können. Der Wärmetransport durch die Teilsystemgrenze wird nicht berücksichtigt, da die Temperatur der Betriebsflüssigkeit in einem gewissen Toleranzbereich konstant gehalten werden soll. Die Temperatur ist dann ein konstanter Systemparameter.

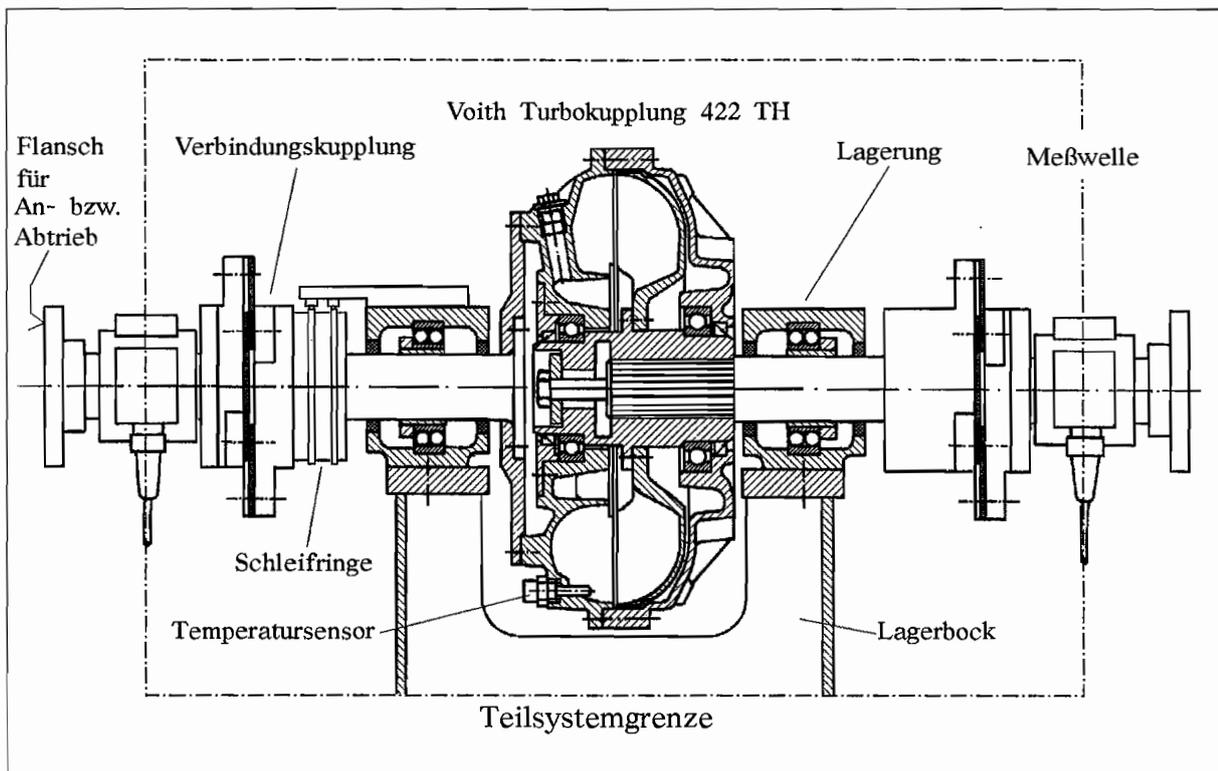


Bild 3.11 : Das Teilsystem "Hydrodynamische Kupplung"

3.4.2 Systembeschreibung der Hydrodynamischen Kupplung als Vierpol

Als mathematisches Grundmodell zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Hydrodynamischen Kupplung wird ein "black box"-Übertragungsmodell verwendet. Über die innere Struktur, d.h. innere Strömungsvorgänge, werden zunächst keine weiteren Annahmen getroffen. Es wird allerdings vorausgesetzt, daß das Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung im jeweiligen Betriebspunkt *linearisierbar* ist. Über diese Voraussetzung wird später zu diskutieren sein (Kap. 6/7). Damit ist jedoch eine Darstellung als lineares Vierpolelement möglich, welches das dynamische Verhalten in einem Betriebspunkt approximiert.

Die Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Hydrodynamischen Kupplung erfordert *notwendigerweise* eine Vierpolmatrix aus *vier* Übertragungsfunktionen, da es sich um ein System mit vier Systemgrößen handelt.

Darüberhinaus ist das vierpolige Teilsystem "Hydrodynamische Kupplung" *nicht symmetrisch*, da die pumpen- und turbinenseitigen Trägheitsmassen unterschiedlich groß sind, und da das *hydrodynamische Übertragungsverhalten an sich nicht symmetrisch* ist. Dies wird in Kap. 6 anhand der Ergebnisse gezeigt.

Die in der Literatur oft angegebene Reduzierung auf eine einzige Übertragungsfunktion stellt eine vereinfachende Beschreibung dar.

Zur Beschreibung können nun die Dynamische Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} , die spezielle Übertragungsmatrix \mathbf{U} oder die Frequenzgangmatrix \mathbf{H} (s. Gl. 3.17-19) verwendet werden.

Es soll an dieser Stelle neben den genannten eine weitere Übertragungsmatrix neu definiert werden, die sich für die Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Hydrodynamischen Kupplung besonders gut eignet. Grundlage hierfür ist die Tatsache, daß zwischen Pumpenseite und Turbinenseite einer Hydrodynamischen Kupplung keine elastische Verbindung besteht, d.h. daß keine drehwinkelabhängigen Momente auftreten, sondern nur Momente in Abhängigkeit der ersten und höheren zeitlichen Ableitungen des Drehwinkels. Diese Kopplung kann in erster Näherung als ein Dämpfungsglied betrachtet werden. Auf diesen Sachverhalt wird später noch genauer eingegangen.

Entgegen den bisherigen Übertragungsmatrizen \mathbf{H} , \mathbf{S} und \mathbf{U} , die eine Beziehung zwischen Momenten M und Drehwinkeln φ herstellen, soll daher nun eine Beziehung zwischen Momenten M und Drehzahlen n definiert werden :

$$\begin{bmatrix} M_1(i\Omega) \\ M_2(i\Omega) \end{bmatrix} = \mathbf{D}(i\Omega) \begin{bmatrix} n_1(i\Omega) \\ n_2(i\Omega) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

bzw.

$$\mathbf{m}(i\Omega) = \mathbf{D}(i\Omega) \mathbf{n}(i\Omega) \quad (3.24a)$$

mit

$$\mathbf{D}(i\Omega) = \begin{bmatrix} d_{11}(i\Omega) & d_{12}(i\Omega) \\ d_{21}(i\Omega) & d_{22}(i\Omega) \end{bmatrix} \quad (3.24b)$$

Die Matrix $\mathbf{D}(i\Omega)$ wird als Dynamische Dämpfungsmatrix bezeichnet. Dies erfolgt in Analogie zu der Bezeichnung "Dynamische Steifigkeitsmatrix", die eine Beziehung zwischen Kraftgrößen und Verschiebungsgrößen angibt. Die Dynamische Dämpfungsmatrix gibt entsprechend die Beziehung zwischen Kraftgrößen und Geschwindigkeitsgrößen an. Aus praktischen Erwägungen wird hier nicht die Winkelgeschwindigkeit in rad/s, sondern die Drehzahl in min^{-1} verwendet, da dies die anschaulichere, direkt gemessene Größe darstellt.

Die frequenzabhängige Dynamische Dämpfungsmatrix $D(i\Omega)$ ist jedoch nicht mit der Dämpfungsmatrix eines Matrizen-Differentialgleichungssystems in der sogenannten M-D-K-Darstellung (Masse-Dämpfung-Steifigkeit) zu verwechseln!

Neben der Dynamischen Dämpfungsmatrix wird später auch die *Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix* verwendet, da sich an ihr auch einige interessante Eigenschaften erkennen lassen. Die Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix $D^{-1}(i\Omega)$ bildet das analoge Gegenstück zur Dynamischen Dämpfungsmatrix in der Drehzahl/Momentenbeziehung, so wie die Frequenzgangmatrix H das Gegenstück zur Dynamischen Steifigkeitsmatrix in der Drehwinkel/Momentenbeziehung ist.

Mit der Dynamischen Dämpfungsmatrix und ihrer Inversen wird auch der Zusammenhang zu den in Kap. 2.2 definierten Systemgrößen an der Hydrodynamischen Kupplung (Gl. 2.1) hergestellt. Es werden hier allerdings nicht die Indizes P und T für Pumpe und Turbine verwendet, sondern 1 und 2 für eine allgemeinere Darstellung. Die Hydrodynamische Kupplung als vierpoliges Element mit den relevanten Größen nach Gl. 3.24 ist in Bild 3.12 dargestellt.

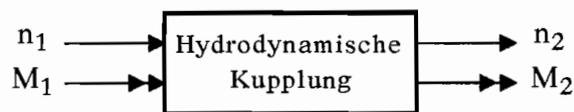


Bild 3.12 : Systemgrößen an der Hydrodynamischen Kupplung

Die Identifikationsaufgabe besteht nun darin, die 4 Elemente der Übertragungsmatrizen als Funktionen der Variablen s bzw. Ω zu bestimmen. In einem weiteren Schritt kann dann das Übertragungsmodell in ein Zustandsmodell transformiert werden, um eine geeignete Darstellung für Simulationen im Zeitbereich zu erhalten.

Die Übertragungsmatrizen S , H , D , D^{-1} und U sind nun verschiedene Modelle, die zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Hydrodynamischen Kupplung möglich sind. Sie lassen sich mit Einschränkung der singulären Punkte für verschiedene Anwendungen ineinander umrechnen. Die Umrechnungsformeln sind in Tabelle 2 angegeben.

von \ nach		H		S		D		U	
		$\frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$	$\frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{min}^{-1}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{min}^{-1}}$	1	$\frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$
		$\frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$	$\frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{min}^{-1}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{min}^{-1}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	1
H		-		S^{-1}		$D^{-1} i\Omega \frac{30}{\pi}$		$\frac{1}{u_{21}} \begin{bmatrix} u_{22} & 1 \\ \Delta U & u_{11} \end{bmatrix}$	
S		H^{-1}		-		$D i\Omega \frac{30}{\pi}$		$\frac{1}{u_{12}} \begin{bmatrix} u_{11} & -1 \\ -\Delta U & u_{22} \end{bmatrix}$	
D		$H^{-1} \frac{1}{i\Omega} \frac{\pi}{30}$		$S \frac{1}{i\Omega} \frac{\pi}{30}$		-		$\frac{\pi}{i\Omega 30 u_{12}} \begin{bmatrix} u_{11} & -1 \\ -\Delta U & u_{22} \end{bmatrix}$	
U		$\frac{1}{h_{21}} \begin{bmatrix} h_{22} & \Delta H \\ 1 & h_{11} \end{bmatrix}$		$\frac{-1}{s_{12}} \begin{bmatrix} s_{11} & 1 \\ \Delta S & s_{22} \end{bmatrix}$		$\frac{-1}{d_{12}} \begin{bmatrix} d_{11} & i\Omega \frac{\pi}{30} \\ \Delta D i\Omega \frac{30}{\pi} & d_{22} \end{bmatrix}$		-	

Tabelle 2 : Umrechnung der Übertragungsmatrizen (Δ : Determinante von)

3.4.3 Experimentelle Anforderungen

Für die Identifikation des Teilsystems "Hydrodynamische Kupplung" ist es erforderlich, das Teilsystem dynamisch anzuregen und alle Systemgrößen zu messen. Die zu messenden Größen sind die Momente $M_1(t)$ und $M_2(t)$ sowie die Drehzahlen $n_1(t)$ und $n_2(t)$. Die Messung muß an der Teilsystemgrenze erfolgen, wie in Kap 3.4.1 definiert. Der Versuchsstand schließt dann an den Teilsystemgrenzen mit den beiden Schnittstellen M_1/n_1 und M_2/n_2 an und ersetzt damit Antriebsmotor und Arbeits- bzw. Belastungsmaschine eines realen Gesamtsystems (Bild 3.9).

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei der Hydrodynamischen Kupplung um einen bilateralen nichtreziproken Vierpol. Dies bedeutet, daß die Hydrodynamische Kupplung in beide Richtungen betrieben werden kann. Es kann daher auch

das Innenrad als angetriebenes Pumpenrad verwendet werden. Dabei ändert sich jedoch in der Regel das Übertragungsverhalten der Kupplung (vgl. Kennlinien bei Außenradantrieb/Innenradantrieb, Bild 2.7-2.10). Die Umkehr der An-/Abtriebsrichtung sollte ohne Umbauten am Versuchsstand möglich sein.

Neben der Festlegung von Außen- oder Innenradantrieb sind nun drei Kombinationen der Zuordnung von Eingangsgrößen möglich :

- a) es wird pumpenseitig eine Drehzahl vorgegeben und die Turbinenseite mit einem Belastungsmoment belastet;
- b) es wird umgekehrt turbinenseitig eine Drehzahl aufgeprägt und pumpenseitig ein Antriebsmoment vorgegeben;
- c) es werden pumpen- und turbinenseitig Drehzahlen aufgeprägt und damit ein Schlupf erzeugt, bei dem ein bestimmtes Moment übertragen wird.

Die jeweils anderen beiden Größen stellen sich entsprechend dem Übertragungsverhalten ein und bilden dann die Ausgangsgrößen.

Bei instationären Vorgängen kann es dabei zu ständigem Wechsel zwischen diesen Kombinationen von Ein- und Ausgangsgrößen kommen.

Diese Kombinationen von vorgegebenen und sich einstellenden Systemgrößen müssen mit dem Versuchsstand realisiert werden können, um das Verhalten umfassend untersuchen zu können. Dabei müssen die Eingangsgrößen dynamisch variiert werden können. Die dynamische Erregung soll hier in erster Linie mit harmonischen, monofrequenten Erregungsfunktionen durchgeführt werden, aber auch andere Erregungsfunktionen sollten möglich sein.

Der Frequenzbereich einer Drehzahl- oder einer Momentenerregung muß dabei groß genug sein, um über das Übertragungsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung für den praktischen Betrieb ausreichend gute Aussagen treffen zu können. Allerdings sind hier meß- und antriebstechnische Grenzen gesetzt. Anzustreben ist ein Frequenzbereich von 0 bis 15 (...20) Hz.

3.4.4 Der Identifikationsablauf

Die prinzipielle Vorgehensweise bei der Identifikation des Teilsystems "Hydrodynamische Kupplung" ist in einem Überblick zusammenfassend in Bild 3.13 dargestellt.

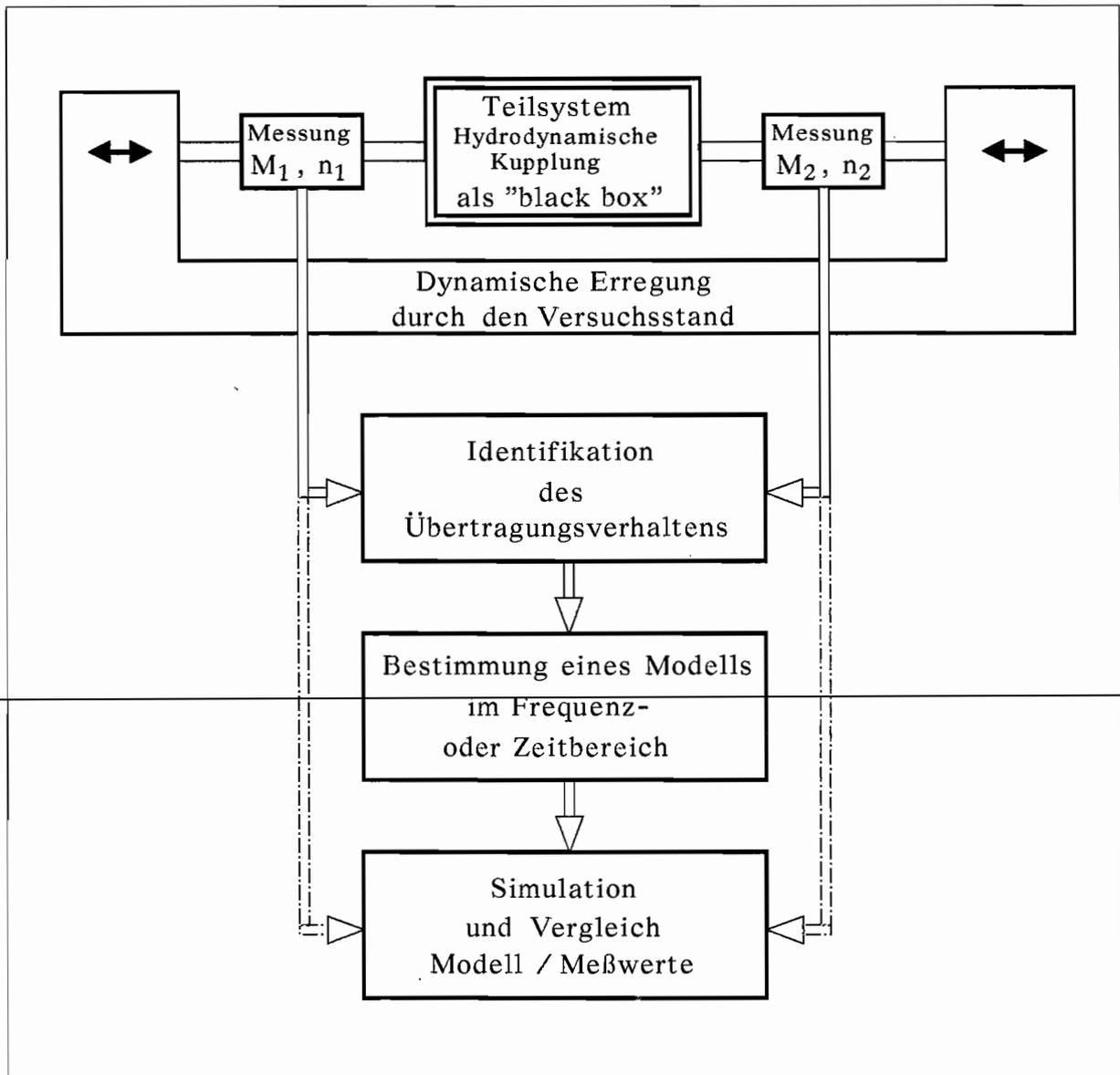


Bild 3.13 : Identifikation der Hydrodynamischen Kupplung

4 Der Versuchsstand

4.1 Der Anforderungskatalog

Um eine Identifikation der dynamischen Eigenschaften entsprechend Kap. 3 an der Hydrodynamischen Kupplung durchführen zu können, sind genaue und hochdynamische Messungen an einem Versuchsstand erforderlich. Da die Möglichkeiten des Versuchsstandes wesentlich für die Möglichkeiten der Identifikation sind, sollen die Anforderungen und die technische Realisierung des Versuchsstandes ausführlich erläutert werden.

Die Anforderungen an den Versuchsstand lassen sich in drei Schwerpunkte unterteilen :

- 1) Dynamische Drehzahl- und Momentenerregung für Messung von Frequenzgangfunktionen und beliebigen instationären Vorgängen.
- 2) Rechnergesteuerte Versuchsdurchführung, digitale Meßwerterfassung und -auswertung.
- 3) Untersuchungsmöglichkeiten für verschiedene Teilsysteme. Neben Hydrodynamischen Kupplungen sollen auch Hydrodynamische Drehmomentwandler (vgl. hierzu auch Menne [16]) und andere Antriebsstrangkomponenten untersucht werden können.

Aus diesen drei Schwerpunkten ergeben sich die folgenden detaillierteren Anforderungspunkte :

- Hohe Dynamik der An- und Abtriebseinheiten.
- Regelung der Drehzahlen oder der Momente im Vierquadrantenbetrieb.
- Vorgabe der Sollwerte für Drehzahl- oder Momentenregelung über einen Digitalrechner in Echtzeit.
- Messung der Systemgrößen an der Teilsystemgrenze und digitale Weiterverarbeitung. Diese Größen sind die an- und abtriebsseitigen Drehzahlen und Momente, zusätzlich die Temperatur der Betriebsflüssigkeit in Kupplung oder Wandler, beim Hydrodynamischen Wandler auch das Reaktionsmoment am Wandlergehäuse.
- Modularer Aufbau der An- und Abtriebseinheiten mit universellen Anschlußmöglichkeiten.
- Zusätzliche Einbaumöglichkeit von Zwischenwellen und Zusatzdrehträgheiten für eine Variation der Versuchsbedingungen und für die Simulation von Antriebssträngen.

Der nach diesen Anforderungen konzipierte und aufgebaute Versuchsstand wird in den folgenden Unterkapiteln beschrieben.

4.2 Aufbau des Versuchsstandes

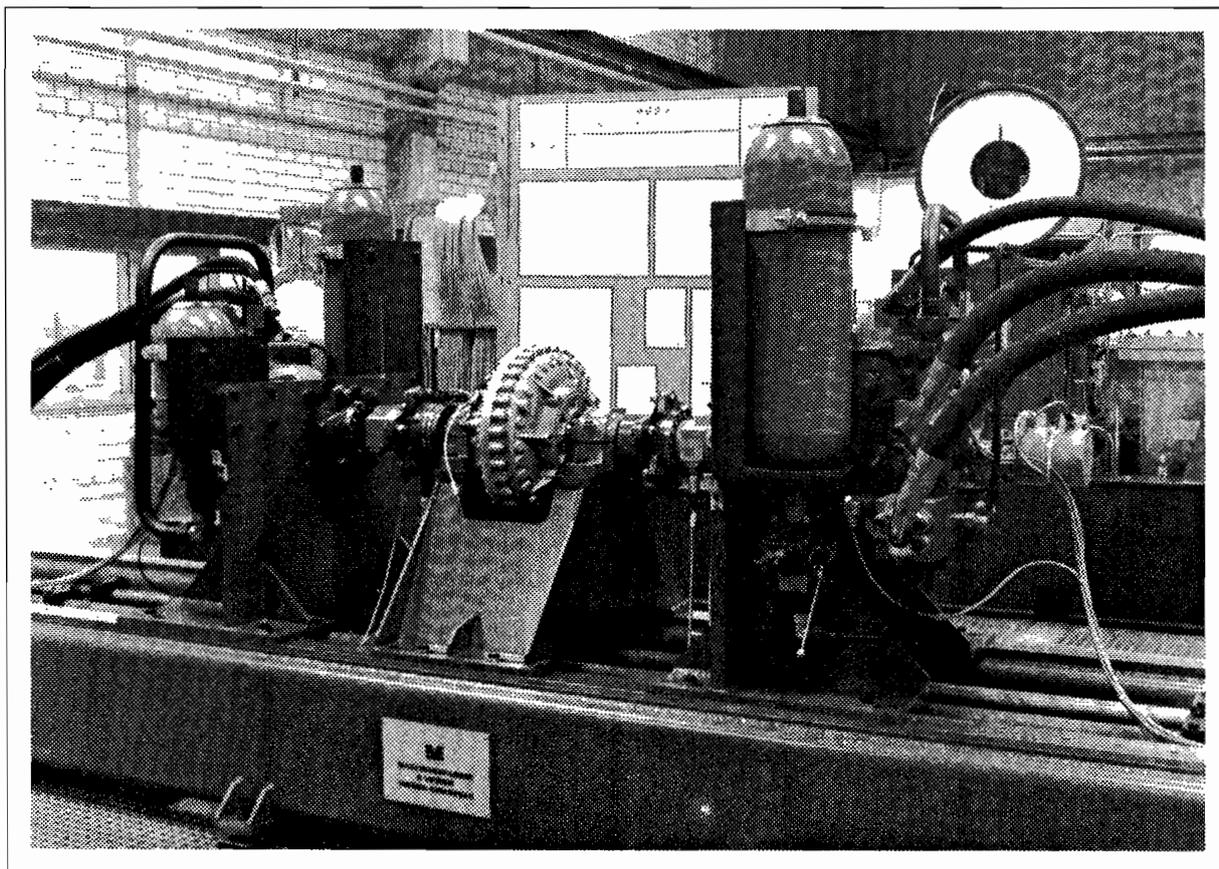


Bild 4.1 : Der Versuchsstand mit eingebauter Hydrodynamischer Kupplung

4.2.1 Das sekundärgeregelte hydrostatische Antriebssystem

Um die Anforderung einer sehr hohen Dynamik im Vierquadrantenbetrieb erfüllen zu können, wird ein sekundärgeregeltes hydrostatisches Antriebssystem eingesetzt. Hydrostatische Axialkolbeneinheiten haben aufgrund der kompakten Bauweise geringe Trägheitsmassen. Damit lassen sich hochdynamische Beschleunigungsvorgänge realisieren.

Das Antriebssystem besteht aus zwei identischen sekundärgeregelten hydrostatischen Axialkolbeneinheiten als An- und Abtrieb am Versuchsstand und einer hydrostatischen Axialkolbeneinheit als Primäreinheit (Bild 4.2).

Die Primäreinheit sorgt für einen eingepprägten Druck Δp . Dieser eingepprägte Druck liegt an der Sekundäreinheit an. Die Verstellung der Schwenkscheibe an der Sekundäreinheit bewirkt ein fast proportionales Antriebsmoment. Über einen elektrohydraulischen Regelkreis kann direkt das Antriebsmoment oder indirekt die daraus resultierende Drehzahl geregelt werden.

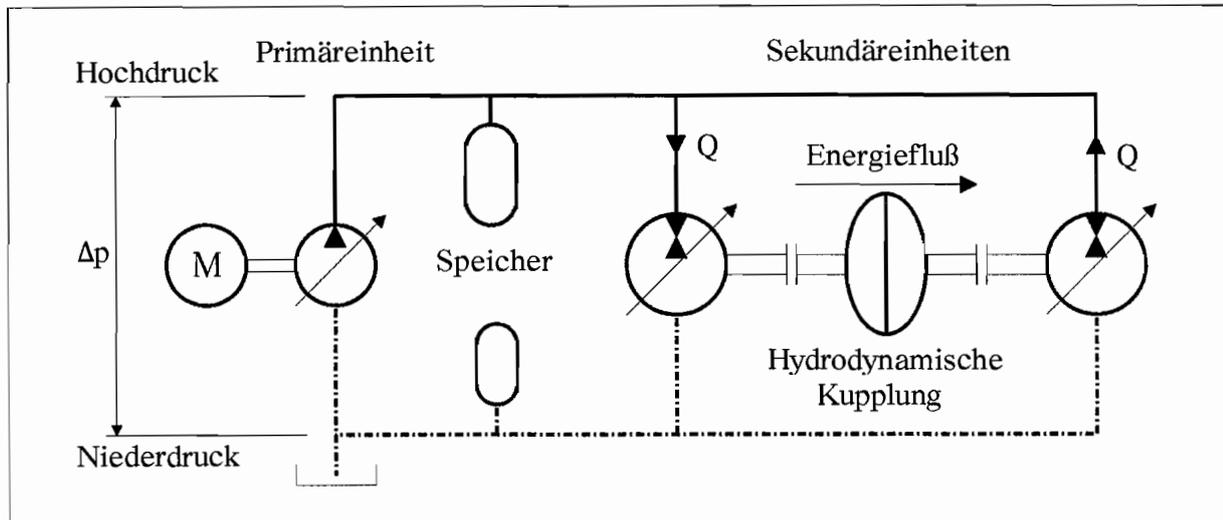


Bild 4.2 : Prinzip des sekundärgeregelten hydrostatischen Antriebssystems

Momentenschwankungen an der Sekundäreinheit verursachen Volumenstromänderungen. Um den eingepprägten Druck weitgehend konstant zu halten und um Volumenstromspitzen abzudecken, werden hydraulische Speicher vorgesehen. Je nach Ladezustand der Speicher kann die Beschleunigungsleistung um ein Vielfaches höher als die installierte Leistung (Antriebsleistung an der Primäreinheit) sein.

Durch den geschlossenen Kreislauf ist eine Energierückgewinnung möglich. Die an der einen Sekundäreinheit abgegebene Abtriebsleistung kann von der zweiten Sekundäreinheit als Antriebsleistung genutzt und als Druckenergie in den Kreislauf zurückgespeist werden. Dabei ist die Energieflußrichtung zwischen den beiden Sekundäreinheiten beliebig. Die Primäreinheit bzw. der Antriebsmotor der Primäreinheit muß damit nur noch die in der gesamten Anlage auftretenden Verluste decken.

Die Regelung der Sekundäreinheiten ist eine wesentliche Komponente des Antriebssystems (Bild 4.3). Der Schwenkwinkel der Axialkolbeneinheiten wird über eine elektrohydraulische Einrichtung verstellt und mit einem analogen PD-Schwenkwinkelregler geregelt. Dem Schwenkwinkelregler wird alternativ ein Drehzahlregler oder ein Momentenregler vorgeschaltet.

Die Istwerte dafür werden durch einen Drehzahlgeber an der Sekundäreinheit bzw. eine Drehmoment-Meßwelle zwischen Sekundäreinheit und Untersu-

chungsobjekt gemessen. Die Sollwerte werden als analoge Spannungen über ein Handpotentiometer bzw. vorzugsweise über einen D/A-Wandler des Digitalrechners vorgegeben.

Die Regelparameter für die analogen Regler (P-, I- und D-Anteile) können in einem begrenzten Bereich eingestellt werden und müssen an das jeweilige Untersuchungsobjekt und an die Regelaufgabe angepaßt werden. Eine besonders große Rolle spielt dabei die Trägheitsmasse des eingebauten Antriebsstranges, die nicht zu gering sein darf, da sonst die Regelung instabil wird.

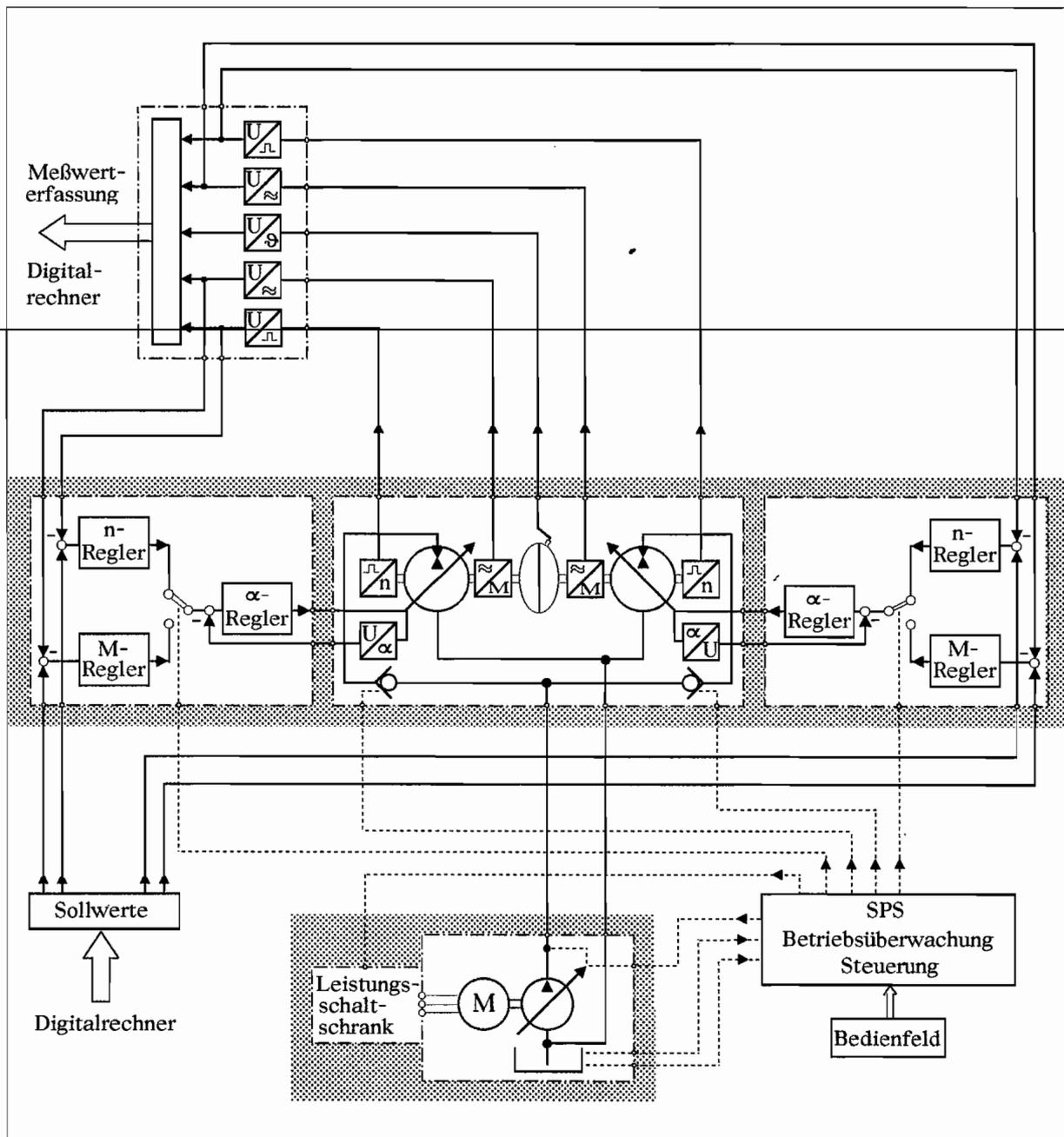


Bild 4.3 : Regelung und Steuerung des Versuchsstandes

Da das sekundärgeregelte Antriebssystem bei Ausfall der Regelung oder bei Störung instabiles Systemverhalten aufweist, sind besondere Sicherheitseinrichtungen und Betriebsüberwachungsfunktionen erforderlich. Die Betriebsüberwachung erfolgt über eine speicherprogrammierbare Steuerung (SPS). Es werden zulässige Drehzahlen, Regelabweichungen, Öltemperatur, Filterzustände sowie die Kombination der Drehzahl- und Momentenregelung überwacht. So ist es nicht möglich, beide Sekundäreinheiten momentengeregt zu fahren, da es sonst zu unkontrollierbaren Drehzahlanstiegen kommen kann. Kritische Systemzustände sowie Not-Aus-Betätigung führen zur Sicherheitsabschaltung der Anlage.

Das ausgelegte Antriebssystem (Fa. Mannesmann Rexroth) hat folgende technische Daten :

	<u>Sekundäreinheit</u>	<u>Primäreinheit</u>
Bezeichnung :	A4VSG 250 DS1	A4VSO 71 DR
max. Leistung :	$P_{\max} = 200 \text{ kW}$	$P = 55 \text{ kW}$
Systemdruck :	$\Delta p = 280 \text{ bar}$	$\Delta p = 280 \text{ bar}$
max. Fördervolumen :	$V_g = 250 \text{ cm}^3$	$V_g = 71 \text{ cm}^3$
max. Förderstrom :	$Q = 430 \text{ l/min}$	$Q = 98 \text{ l/min}$
Drehzahl :	$n_{\max} = 1860 \text{ min}^{-1}$	$n = 1500 \text{ min}^{-1}$
max. Drehmoment :	$M_{\max} = 1060 \text{ Nm}$	
Trägheitsmasse :	$\Theta = 0.0959 \text{ kg m}^2$	
Schwenkwinkel- stellzeit :	$t = 0.060 \text{ sec } (0-\alpha_{\max})$	

In Bild 4.4 ist das etwas vereinfachte Hydraulikschema abgebildet. Die beiden Sekundäreinheiten sind mit "Achse 1" und "Achse 2" bezeichnet. Die Primäreinheit ist gemeinsam mit dem Ölbehälter in einer Versorgungseinheit untergebracht. Diese ist separat vom Versuchsstand aufgestellt.

Die Auslegung der Anlage stellt einen Kompromiß zwischen Kosten und verfügbarer Leistung am Versuchsstand dar. Dabei ist zwischen kurzzeitiger maximaler Leistung und Dauerleistung zu unterscheiden. Die kurzzeitige maximale Leistung wird zur Beschleunigung bei hoher Dynamik benötigt. Sie beträgt 200 kW bei einem Systemdruck $\Delta p = 280 \text{ bar}$. Das zur Verfügung stehende Beschleunigungsmoment beträgt dann 1060 Nm. Die Dauer dieser Leistungsentnahme ist abhängig vom Ladezustand der Hydraulikspeicher und kann hier einige Sekunden betragen.

Die maximal übertragbare Dauerleistung zwischen den Sekundäreinheiten ist abhängig von der installierten Leistung an der Primäreinheit und den im Ge-

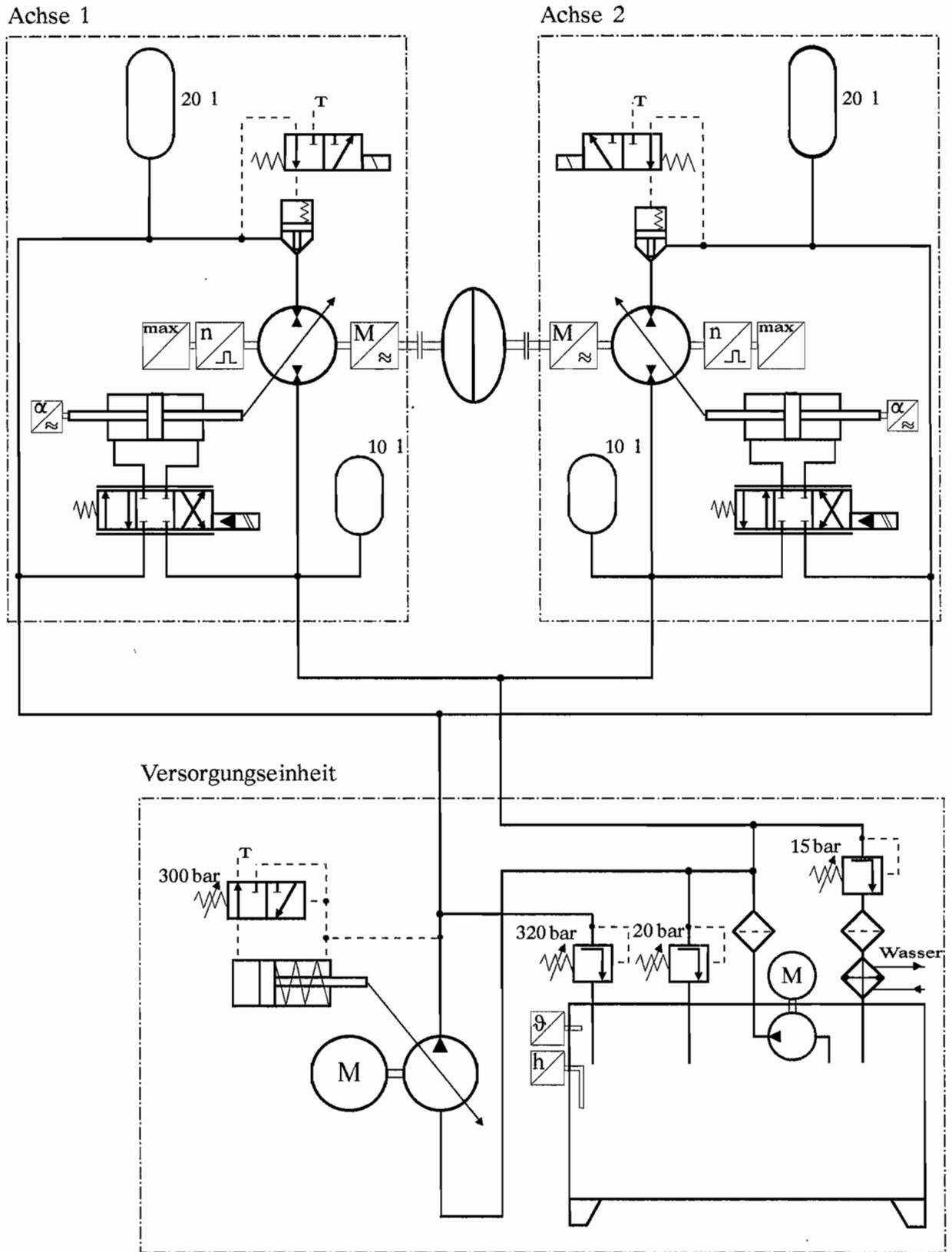


Bild 4.4 : Hydraulikplan des Versuchsstandes

samtsystem auftretenden Verlusten. Die Dauerleistung wird benötigt, um stationäre Betriebspunkte an der Hydrodynamischen Kupplung oder dem Wandler über längere Zeit einstellen zu können. Dabei ist der Wirkungsgrad bzw. die Verlustleistung, die von Kupplung oder Wandler abgeführt wird, entscheidend.

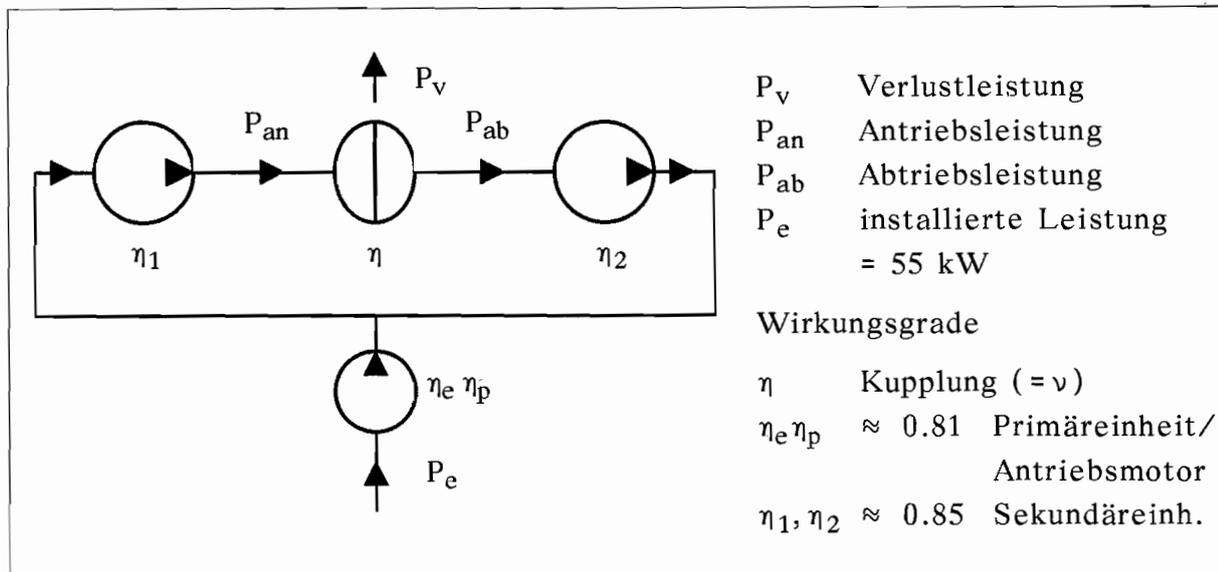


Bild 4.5 : Verfügbare Leistung bei Dauerbelastung

Aufgrund der Energierückführung ergibt sich aus Bild 4.5 die maximale Antriebsleistung an der Kupplung :

$$P_{an} = P_e \frac{\eta_1 \eta_e \eta_p}{1 - \eta \eta_1 \eta_2} \quad (4.1)$$

Damit ergibt sich für eine vorgegebene Antriebsleistung an der Kupplung ein Mindestwirkungsgrad bzw. ein Mindestdrehzahlverhältnis :

$$\eta \geq \frac{1}{\eta_1 \eta_2} - \frac{\eta_e \eta_p}{\eta_2} \frac{P_e}{P_{an}} \quad (4.2)$$

Mit den in Bild 4.5 angegebenen Werten für die installierte Leistung und für geschätzte Wirkungsgrade für die Hydrostaten ergibt sich für $\eta=1$ (starrer Durchtrieb) eine maximale Durchtriebsleistung von 136.5 kW (gemessen ca. 130-142 kW). Die maximale Verlustleistung, die an der Kupplung abgeführt werden kann, beträgt danach 37.8 kW (gemessen ca. 30 kW). Daraus ergeben sich entsprechende Grenzen für das Messen stationärer Kennlinien.

4.2.2 Mechanische Komponenten

Der Versuchsstand besteht aus einem 6 Meter langen Grundrahmen, auf dem die Antriebseinheiten, die Einheit mit dem Untersuchungsobjekt und Zusatzeinheiten montiert werden können (Bild 4.6). Der Grundrahmen ist als torsionssteife Schweißkonstruktion mit bearbeiteten Führungsbahnen ausgeführt.

Die Antriebseinheiten bestehen aus einem Aufnahmebock, der Sekundäreinheit, den Hydraulikspeichern und deren Verrohrung, entsprechend den Teilen der "Achse 1" bzw. "Achse 2" im Hydraulikplan (Bild 4.4). Die Antriebseinheiten sind zum Teil mit flexiblen Hydraulikschläuchen verbunden, so daß sie auf dem Grundrahmen an beliebiger Stelle montiert werden können.

Die Einheit für die Hydrodynamische Kupplung besteht aus einem Lagerbock mit zwei Stehlagern, in denen die Kupplung mit kurzen An- und Abtriebswellen gelagert ist (vgl. Bild 3.11). Ebenso stehen weitere spezielle Einheiten für Hydrodynamische Wandler und für eine starre Durchtriebswelle zur Verfügung.

Zusätzlich wurden baugleiche Zusatzeinheiten zur Aufnahme zusätzlicher Zwischenwellen und zusätzlicher Drehträgheiten gefertigt. Bild 4.6 zeigt zwei verschiedene Aufbauvarianten am Versuchsstand.

Die Wellenenden der verschiedenen Aufbaueinheiten werden mit drehsteifen Stahllamellen-Kupplungen miteinander verbunden. Sie übertragen die Drehmomente auch bei dynamischer Wechsellast spielfrei und ermöglichen den Ausgleich von leichten Fluchtungsfehlern. Die Kupplungsnaben selbst sind auf den Wellenenden über Zahnwellen-Verbindungen befestigt. Die Tragfähigkeit dieser Verbindungen ist zwar mit ausreichenden Sicherheiten ausgelegt, bei der hohen dynamischen Belastung ist jedoch langfristig auf das Verbindungsspiel bzw. auf ein Ausschlagen zu achten. Um diesem vorzubeugen, wurden die Naben zum Teil auf den Wellenenden verklebt.

4.2.3 Die Meßwerterfassung

Die Messung der Drehmomente erfolgt über schleifringlose Drehmoment-Meßwellen T 30 FN / 2k der Fa. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH (HBM). Die Messung erfolgt nach dem DMS-Prinzip. Die Speisespannung für die DMS wird induktiv auf die Welle eingekoppelt, dort gleichgerichtet und stabilisiert. Das Ausgangssignal der DMS-Brückenschaltung wird von einem Spannungs-Frequenzwandler in eine modulierte Pulsfrequenz, die proportional dem Drehmoment ist, umgesetzt und dann kapazitiv von der drehenden Welle zum stillstehenden Gehäuse übertragen. Hier wird es von einem Vorverstärker verstärkt

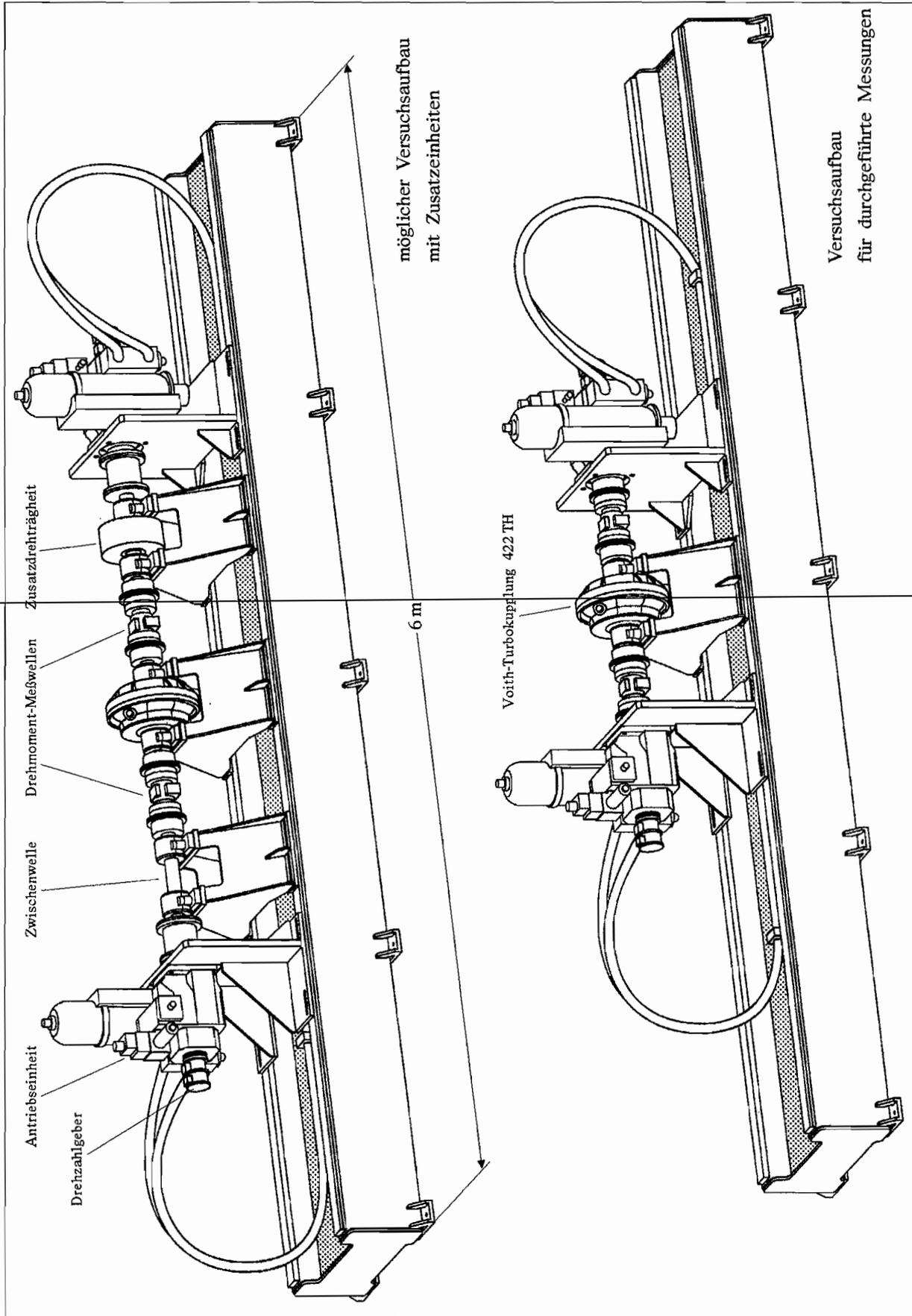


Bild 4.6 : Schematischer Aufbau des Versuchsstandes

und dann zum Meßverstärker weitergeleitet.

Das Nennmoment beträgt 2 kNm, Genauigkeitsklasse 0.1, Steifigkeit ca. 0.382×10^6 Nm/rad, Trägheitsmasse 0.0104 kg m².

Als Meßverstärker kommt die Serie *alpha 3000* (HBM) mit Verstärkereinschüben MD 60 für die Momentenmessung zum Einsatz. Der Meßverstärker liefert eine analoge Ausgangsspannung ± 10 V. In den wählbaren Meßbereichen 100%, 50%, 20% und 10% entspricht dies ± 2000 Nm, ± 1000 Nm, ± 400 Nm bzw. ± 200 Nm.

Die Drehmoment-Meßwellen sind an zwei Stahllamellen-Kupplungen angeflanscht und können direkt an- und abtriebsseitig neben dem Untersuchungsobjekt eingebaut werden (Bild 3.11).

Zusätzlich bietet die Meßwelle T 30 FN die Möglichkeit der Drehzahlmessung über eingebaute induktive Drehzahlaufnehmer. Damit wäre die Forderung der Teilsystem-Identifikation, Momente und Drehzahlen gemeinsam an der Teilsystemgrenze zu messen (Kap. 3.3), in idealer Weise erfüllt. Die Auflösung der Drehzahlmessung mit 60 Impulsen/Umdrehung ist jedoch für dynamische Vorgänge zu gering.

Es wird daher nur die Drehzahl an der Rückseite der Sekundäreinheiten gemessen. Dieses Drehzahlsignal wird zu Drehzahlregelung der Sekundäreinheiten benötigt und auch als relevante Drehzahl für die Identifikation verwendet. Die Differenz zwischen den Drehzahlen an der Rückseite der Hydrostaten und den Drehzahlen an der Drehmoment-Meßwelle ist für die betrachteten Anwendungsfälle sehr gering. Die Antriebswellen sind in diesem Bereich relativ steif und die Eigenfrequenzen liegen weit über dem relevanten Frequenzbereich, der untersucht werden soll (bis ca. 20 Hz). Daher können die geringen Wellenverdrehungen vernachlässigt werden.

Die Drehzahlmessung an den Sekundäreinheiten erfolgt mit einem Inkrementalgeber der Fa. Huebner mit 1200 Strichen. Die Auswertung der Rechtecksignale erfolgt mit einem Frequenz-Spannungswandler der Fa. Mannesmann Rexroth. Als Ausgangssignal wird eine drehzahlproportionale Spannung geliefert. Der Spannung ± 10 V entsprechen ± 2000 min⁻¹.

Zur Überwachung der Temperatur der Betriebsflüssigkeit der Hydrodynamischen Kupplung sind in der Außenschale der Kupplung gegenüberliegend zwei NTC-Temperatursensoren der Fa. Bosch (0280130026) angebracht (Bild 3.11). Die Widerstandsänderung wird über eine Temperaturmeßverstärkerschaltung in eine Spannungsänderung umgewandelt. Die Spannung wird dann im Rechner in einen Temperaturwert umgerechnet, da die Temperatursensoren eine nichtlineare Widerstands-Kennlinie besitzen.

Da die Außenschale der Hydrodynamischen Kupplung mit umläuft, muß das Meßsignal über Schleifringe von der Welle abgegriffen werden. Dazu wurden

auf einer Nabe der Verbindungskupplung Silberschleifringe aufgeklebt. Als Schleifkontakte dienen Köcherkohlen aus Silbergraphit.

4.3 Die Datenverarbeitung

4.3.1 Das Rechnersystem

Das Rechnersystem muß folgende Aufgaben erfüllen : Sollwertvorgabe für die Regelung, Meßdatenerfassung, -verarbeitung und -speicherung, Durchführung von Modellberechnung, Parameteroptimierungen und Simulationsberechnungen. Dabei ist es erforderlich die Sollwertvorgabe und die Meßdatenverarbeitung in Echtzeit durchzuführen.

Bei dem verwendeten Rechnersystem handelt es sich um ein Motorola-System auf VME-Bus-Basis. Das Betriebssystem Unix System V/68 ist um das Echtzeit-Multiprozessor-Betriebssystem VMEexec erweitert. Die Entwicklung der Echtzeit-Software findet auf der Host-CPU unter Unix in der Programmiersprache "C" statt. Die lauffähige Echtzeit-Software wird über den VME-Bus auf die Target-CPU's geladen, auf denen dann die Echtzeitanwendungen ablaufen. Der VME-Bus dient zur Kommunikation zwischen dem Host und den Targets, sowie zu weiteren I/O-Modulen, die für die Anbindung an den Versuchsstand notwendig sind (Bild 4.7).

Es werden zwei Target-CPU's eingesetzt. Die eine übernimmt die Sollwertvorgabe für die Antriebsregelung. Die zweite Target-CPU übernimmt die Meßwerterfassung und die Durchführung kompletter Meßprogramme. Für die Synchronisation der Echtzeitprogramme und der Triggerung des A/D-Wandlers wird ein einstellbarer Zeittakt von einem Timer vorgegeben.

4.3.2 Echtzeitdatenverarbeitung

Die Anwendung eines Echtzeit-Betriebssystems ist notwendig, um für die Meßwerterfassung einen konstanten Zeittakt einhalten zu können, und um für die Antriebsregelung zeitabhängige Funktionen, z.B. Drehzahlrampen, Sinusverläufe u.a., vorgeben zu können. Ein "closed loop"-Betrieb, d.h. Berechnung und Ausgabe der Sollwerte anhand der gemessenen Größen am Versuchsstand, ist für eine Verbesserung der analogen Regelung durch Nachregelung der Sollwerte, für die Vorgabe belastungsabhängiger Kennlinien oder für eine direkte

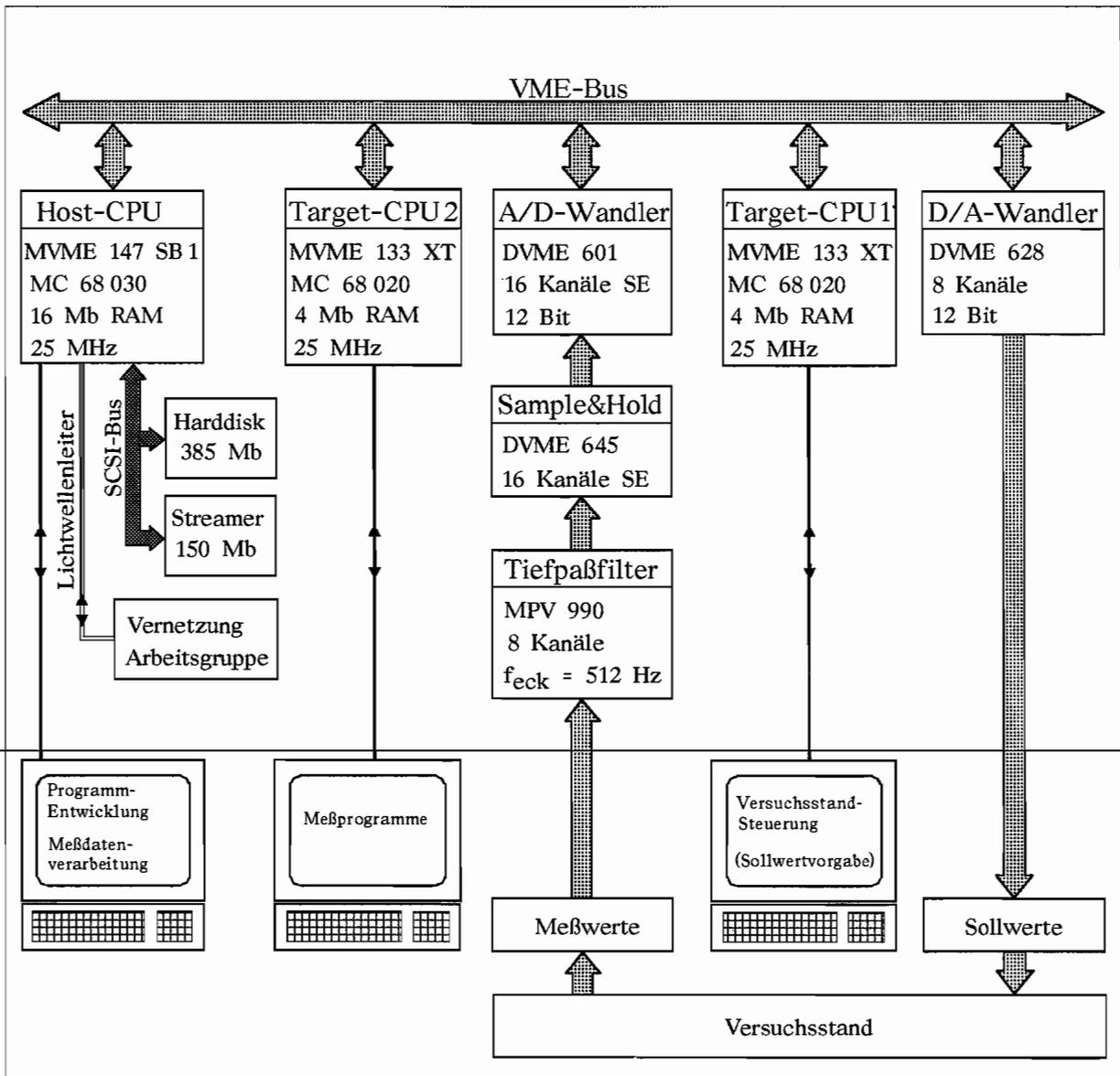


Bild 4.7 : Das Rechnersystem

digitale Regelung der Antriebe erforderlich. Damit muß die Abtastfrequenz der Meßwernerfassung identisch sein mit der Taktfrequenz der Sollwertausgabe.

Drei Elemente der Echtzeitprogrammierung werden hier im wesentlichen verwendet : die Interrupt-Auslösung und -Verarbeitung zur Zeittakt-Steuerung, die Anwendung von Semaphoren zur Koordinierung verschiedener Routinen und das Bit-polling zur Abfrage bestimmter Zustände.

Ein programmierbarer Timer erzeugt im vorgegebenen Zeittakt (verwendete Abtastfrequenz 2000 Hz) einen Interrupt, der vorrangig mit minimaler (konstanter) Zeitverzögerung eine Interrupt-Service-Routine (ISR) aktiviert. Diese ISR erzeugt ein Triggersignal für die A/D-Wandlung, gibt die aktuell berechneten Sollwerte zur Ausgabe an den D/A-Wandler und erhöht den Zähler einer

Semaphore um Eins. Nach Rückkehr aus der ISR zum normalen Betriebsmodus wird durch das Hochsetzen der Semaphore eine Berechnungsroutine gestartet, die den neuen Sollwert für den nächsten Zeittakt berechnet. Der prinzipielle zeitliche Ablauf ist in Bild 4.8 dargestellt.

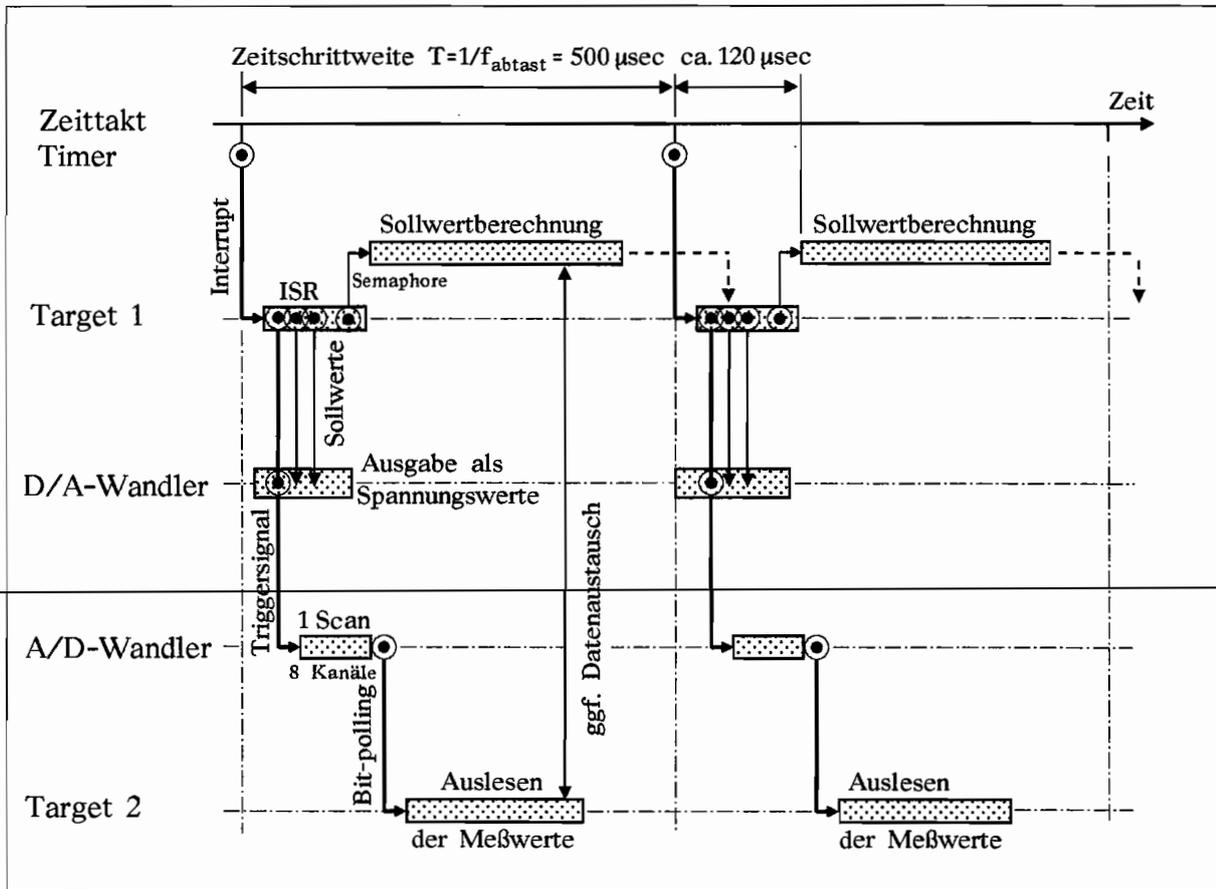


Bild 4.8 : Prinzipieller Zeitablauf der Echtzeitprogramme

Die Zeit, die der Berechnungsroutine zur Berechnung der Sollwerte zur Verfügung steht, ist abhängig von der Abtastfrequenz und von der Rechenleistung des Prozessors. Die Berechnungsroutine muß darauf entsprechend abgestimmt sein.

Parallel zur Berechnung der Sollwerte auf Target-CPU 1 wird auf der zweiten Target der Buffer des A/D-Wandlers ausgelesen, sobald die A/D-Wandlung beendet ist. Die Beendigung der A/D-Wandlung wird durch ein Flag angezeigt, welches durch Bit-polling von der Leseroutine abgefragt wird.

Alle für die Berechnung der Sollwerte erforderlichen Größen, z.B. Frequenz, Amplitude und Mittelwert für Sinusfunktionen, Rampensteigungen und -endwerte, Grenzwerte und Betriebsmodus u.a, werden in einem definierten RAM-Speicherbereich abgelegt. Dieser Speicherbereich ist über den VME-Bus zugänglich,

und die Werte können über ein Menüprogramm (Target 1) interaktiv vorgegeben werden. Ebenso können diese Werte durch Meßprogramme (Target 2) zur Durchführung von Kennfeld- oder Frequenzgangmessungen verändert werden.

Die vom Meßprogramm aus dem Buffer des A/D-Wandlers ausgelesenen Meßwerte werden zunächst in die RAM-Speicher der Targets geschrieben. Bei einer Abtastfrequenz von 2000 Hz und 8 Meßkanälen beträgt die maximale Meßzeit für Einzelmessungen 131 Sekunden. Danach können die Meßwerte von der Host-CPU ausgelesen und auf der Harddisk abgespeichert werden. Bei Meßzyklen, z.B. Frequenzgangmessungen, werden die Meßwerte nach jeder Teilmessung automatisch ausgelesen und auf der Harddisk gespeichert.

4.3.3 Meßdatenverarbeitung

Die Meßkette von der Meßwerterfassung bis zur Auswertung besteht aus analogen und aus digitalen Komponenten (Bild 4.9). Zur Erfassung und A/D-Wandlung stehen z.Z. acht Kanäle zur Verfügung. Die acht erfaßten Meßgrößen sind je zwei Momente und Drehzahlen für An- und Abtrieb, die Temperatur der Betriebsflüssigkeit, das Reaktionsmoment für den Drehmomentwandler und zur Kontrolle die zwei vorgegebenen Sollwerte.

Nach den Meßgrößenaufnehmern und den Meßverstärkern liegen die Meßsignale als Spannungen im Bereich ± 10 V vor. Die Meßsignale werden dann mit analogen Tiefpaßfiltern mit der Eckfrequenz 512 Hz gefiltert. Es handelt sich um zwei Filterkarten MPV 990 mit je vier Kanälen der Fa. Burr-Brown. Die Eckfrequenz ist einstellbar und wurde auf die Abtastfrequenz von 2000 Hz abgestimmt.

Die gefilterten Meßsignale werden durch eine Sample&Hold-Karte (DVME 645, Fa. Datel) zum Zeitpunkt des Triggersignals gleichzeitig gespeichert und über einen Multiplexer und einen 12 Bit-A/D-Wandler (DVME 601, Fa. Datel) in digitale Größen umgewandelt. Der Spannungsbereich ± 10 V wird dargestellt durch Integergrößen hex 0-FFF0. Damit beträgt die Auflösung $\Delta V = 0.0049$ V. Dies entspricht einer Drehzulauflösung von $\Delta n = 0.98 \text{ min}^{-1}$ und einer Momentenauflösung von $\Delta M = 0.98 \text{ Nm}$ im Meßbereich 100%.

Nach der Übernahme der Werte aus dem Buffer des A/D-Wandlers und die binäre Abspeicherung auf der Harddisk durch das Meßprogramm, stehen die Daten für eine Auswertung zur Verfügung. In den Auswerteprogrammen werden die binär abgelegten Daten auf die physikalischen Größen normiert und digital gefiltert. Die digitale Filterung erfolgt mit einem FIR-Filter (Finite-Impulse-Response-Filter) mit einstellbarer Ordnung (bis 401. Ordnung) und einstellbarer

Eckfrequenz. Die Filtereckfrequenz richtet sich nach der Art der Auswertung (ca. 10 - 250 Hz, s. Kap. 5/6). Die Filterordnung bestimmt die Güte der Filterung und muß um so höher gewählt werden, je niedriger die Eckfrequenz gewählt wird.

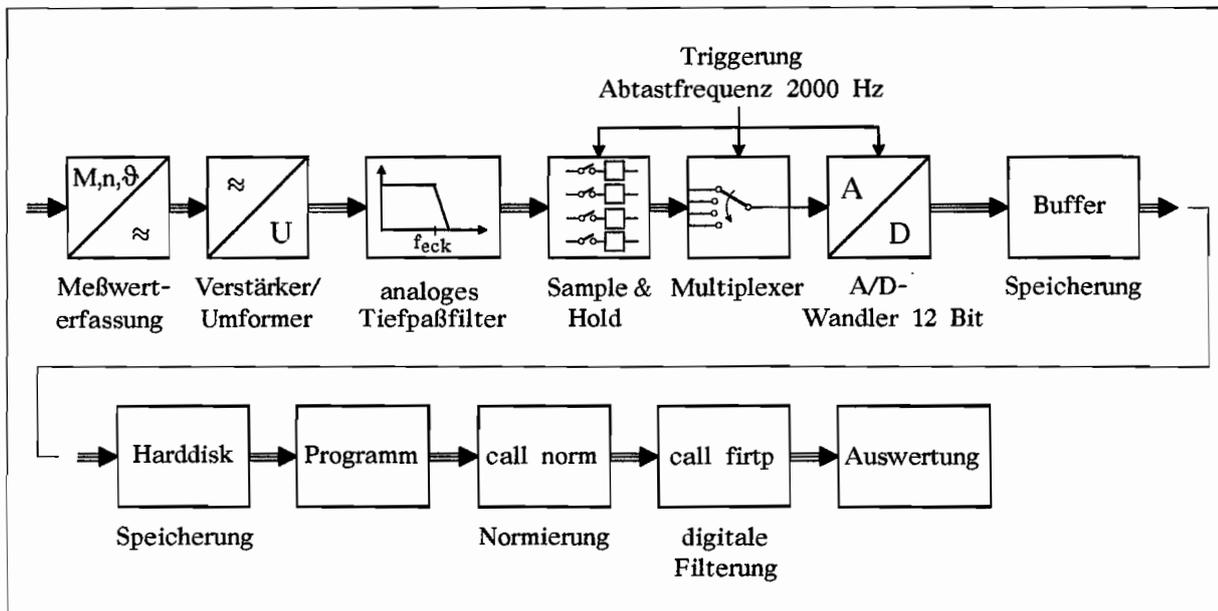


Bild 4.9 : Die Meßdatenverarbeitung

4.4 Versuchsmöglichkeiten und Erfahrungen

Mit dem Versuchsstand lassen sich hochdynamische Vorgänge realisieren. Die Grenzen der Dynamik werden vorgegeben durch das maximale Antriebsmoment und die Schwenkwinkelstellzeiten der Hydrostaten einerseits und durch die Trägheitsmassen der Einbauten andererseits. Bei eingebauter Hydrodynamischer Kupplung betragen die außenradseitigen Trägheitsmassen inklusiv Meßwellen und Verbindungskupplungen ca. 1.165 kgm², die innenradseitigen ca. 0.468 kgm² (ohne zusätzliche Zwischenwellen).

Zwei wesentliche Erregungsfunktionen mit hoher Dynamik sind erstens sinusförmige Drehzahl- oder Momentenverläufe und zweitens Drehzahlrampen, d.h. konstante Beschleunigungen bzw. Verzögerungen der Drehzahl. Es lassen sich geregelte Drehzahlrampen mit maximalen Beschleunigungen von ca. 5000-6000 min⁻¹/sec realisieren. Das entspricht einer Verzögerung der Drehzahl von z.B. 1000 min⁻¹ bis zum Stillstand in ca. 0.2 sec.

Sinusförmige Drehzahl- oder Momentenverläufe lassen sich bis zu einer Frequenz von ca. 20 Hz realisieren. Eine große Rolle spielt neben der Trägheits-

masse die Amplitude, aber auch das stationäre Grundmoment. Die Differenz zwischen maximalem Antriebsmoment und stationärem Grundmoment ergibt das maximale Beschleunigungsmoment. Realisierbar sind z.B. sinusförmige Drehzahlschwankungen von $1000 \pm 50 \text{ min}^{-1}$ bei 15 Hz oder $500 \pm 500 \text{ min}^{-1}$ bei 2 Hz.

Aufgrund der geringen Trägheitsmassen der Antriebe und der geringen Dämpfung im gesamten Antriebsstrang (auf elastische dämpfende Verbindungskuppelungen wurde bewußt verzichtet), ist eine hohe Dynamik möglich; es werden jedoch bei der geringen Dämpfung auch störende Momentenschwankungen aus den Antrieben übertragen. Die Momentenschwankungen werden hervorgerufen durch die 9 umlaufenden Axialkolben. Es ergeben sich daher Störfrequenzen, die der einfachen und doppelten Kolbenfrequenz, also der 9-fachen und 18-fachen Drehfrequenz, entsprechen.

Gelangt man mit diesen Störfrequenzen bzw. mit entsprechenden Drehzahlen in den Bereich der Eigenfrequenzen des Antriebsstranges, so können sich erhebliche Momentenamplituden ergeben. Dieser Frequenzbereich liegt jedoch über 130 Hz. Bei nur geringer Anregung in diesem Frequenzbereich lassen sich die Störfrequenzen für die Auswertung durch digitale Filterung herausfiltern.

5 Identifikation dynamischer Systeme durch lineare Teilmodelle

5.1 Methode der linearen Teilmodelle

In diesem Kapitel soll ein Verfahren zur Identifikation von nichtlinearen dynamischen Systemen beschrieben werden. Wesentlich hierbei ist, daß das dynamische Verhalten eines Systems über einen großen Betriebsbereich durch mehrere lineare Teilmodelle approximiert werden kann.

Dabei wird das gesamte nichtlineare Verhalten des Systems in Teilbereiche aufgeteilt. Ein Teilmodell beschreibt dann das linearisierte dynamische Verhalten um einen Betriebspunkt, der innerhalb dieses Teilbetriebsbereiches liegt. Die Lage des jeweiligen Betriebspunktes wird durch einen stationären Anteil berücksichtigt, der zu dem dynamischen Anteil des entsprechenden Teilmodells hinzugefügt wird.

Das Verfahren der Teilmodell-Identifikation zeichnet sich dadurch aus, daß es sich um eine Abfolge mehrerer aufeinander abgestimmter Verfahrensschritte handelt. ~~Die Identifikation der Teilmodelle wird als "black box"-Identifikation durchgeführt.~~ Über die physikalische innere Struktur des Systems werden keine Annahmen getroffen.

Das mehrstufige Identifikationsverfahren besteht aus einer nichtparametrischen Identifikation von Frequenzgangfunktionen, der Parametrisierung dieser Frequenzgangfunktionen und einer anschließenden Transformation in den Zeitbereich.

Ausschlaggebend für die Entwicklung dieses Verfahrens war die Verwendung von harmonischen Erregungsfunktionen, die sich mit dem vorhandenen Versuchsstand gut reproduzierbar und mit ausreichender Anregungsenergie realisieren lassen. Das Verfahren wurde speziell für die Identifikation Hydrodynamischer Kupplungen und Wandler (s. auch Menne [16]) entwickelt, läßt sich jedoch auf andere Systeme ebenfalls anwenden.

Hinsichtlich der zu identifizierenden nichtlinearen Systeme müssen einige Voraussetzungen erfüllt sein, die im folgenden genannt und später anhand der Ergebnisse überprüft werden. Die wichtigste Voraussetzung ist die Linearisierbarkeit in einem Betriebspunkt. Dies bedeutet, daß die Nichtlinearitäten stetig differenzierbar sein sollen. Sprung- und Schaltfunktionen sind daher nicht sinnvoll beschreibbar. Dieses Verfahren setzt weiter voraus, daß alle Eingangsgrößen harmonisch erregbar sind und die Ein- und Ausgangsgrößen des Systems meßbar sind, so wie dies für die Teilsystem-Identifikation (Kap. 3.3) beschrieben wurde.

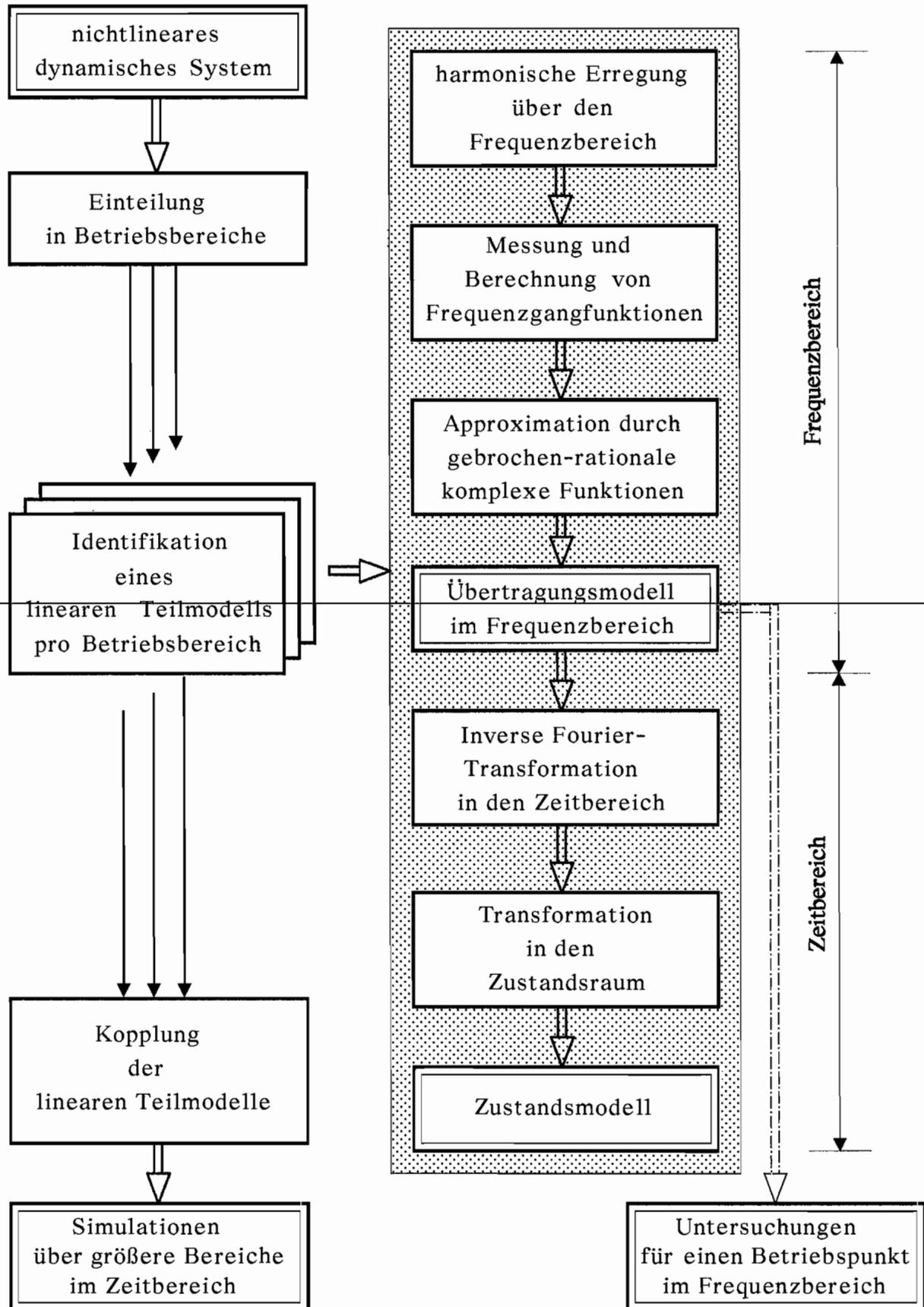


Bild 5.1 : Ablaufschema des Identifikationsverfahrens

Der Frequenzbereich der Erregung entspricht dann dem Gültigkeitsbereich der Modelle.

Um die Übersichtlichkeit zu erhalten, wird die Beschreibung des Verfahrens hier für vierpolige Elemente, also für Systeme mit zwei Eingangs- und zwei Ausgangsgrößen, wie z.B. die Hydrodynamische Kupplung, angegeben. Systeme mit einer größeren Anzahl von Ein- und Ausgangsgrößen lassen sich ebenso identifizieren, es erhöht sich dann jedoch der experimentelle und der rechen-technische Aufwand entsprechend.

Um einem Überblick über das Verfahren zu geben und um die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Verfahrensschritten aufzuzeigen, ist der Ablauf zunächst in einem Blockdiagramm (Bild 5.1) dargestellt. Die einzelnen Schritte werden dann in den nachfolgenden Unterkapiteln beschrieben.

5.2 Theorie der Linearisierung

~~Nichtlineares Verhalten lässt sich in vielen Fällen als nichtlineare Kennlinie bzw. als Kennfeld darstellen. Solche Nichtlinearitäten sollen hier betrachtet werden. Beispiele für nichtlineare Kennlinien sind Federkennlinien, Dämpferkennlinien aber auch die Kennlinien der Hydrodynamischen Kupplung. Im allgemeinen stellt eine Kennlinie die Beziehung zwischen einer Eingangsgröße und einer Ausgangsgröße in graphischer oder tabellarischer Form dar (Bild 5.2). Dabei können Abhängigkeiten von mehreren Parametern und mehreren Eingangsgrößen auftreten. Die mathematische Beschreibung dieses funktionalen Zusammenhangs stellt dann einen wesentlichen Teil des Modells dar.~~

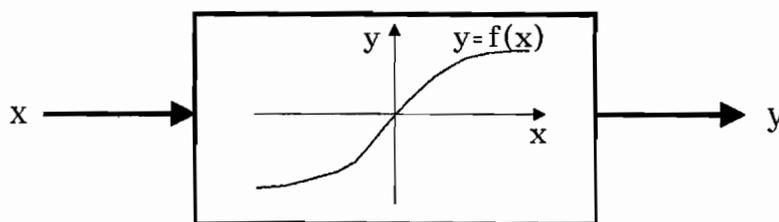


Bild 5.2 : Kennlinie als Ein-/Ausgangsverhalten

Oft kann die Tangente an die Kennlinie im Ursprung bzw. im Betriebspunkt als linearisierte Kennlinie verwendet werden. Das ist jedoch nur in einem sehr kleinen Bereich um den Betriebspunkt möglich. Bei stark nichtlinearen Kennli-

nien oder bei einem größeren Betriebsbereich müssen andere Linearisierungsmethoden angewendet werden, um lineare Ersatzkennlinien für einen vorgegebenen Betriebsbereich zu bestimmen.

Bekanntere Methoden sind das Verfahren der äquivalenten Linearisierung oder der energetischen Balance. Hierbei werden die Leistungen bzw. Energien einer Schwingungsperiode betrachtet und eine äquivalente Kennlinie berechnet. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den gewichteten quadratischen Fehlbetrag zwischen nichtlinearer und linearisierter Kennlinie zu betrachten.

Es wurde hier eine Linearisierungsmethode entwickelt, bei der das Fehlerquadrat zwischen tatsächlichem Funktionsverlauf und dem Verlauf bei linearer Ersatzkennlinie während einer Periode einer harmonischen Schwingung minimiert wird. Das bedeutet, daß eine harmonische Schwingung nach der Fehlerquadratmethode an die aufgrund der Nichtlinearitäten nichtharmonische Schwingung angepaßt wird.

Dieses Verfahren soll anhand eines analytischen nichtlinearen Kennlinienverlaufes und den Ergebnissen der Linearisierung genauer erläutert werden.

Es wird eine Kennlinie mit einem Term 3. Ordnung, also eine kubische Kennlinie, betrachtet, die mit einer harmonischen Eingangsfunktion erregt wird. Die Eingangsfunktion ist um einen Offset x_0 verschoben :

$$y = kx + \varepsilon x^3 \quad (5.1)$$

$$x(t) = x_0 + \hat{x} \sin(\Omega t) \quad (5.2)$$

Wird Gl. 5.2 in Gl. 5.1 eingesetzt und ausmultipliziert, ergibt sich eine Schwingung aus einer Grundschiwingung, einem Anteil mit doppelter und einem Anteil mit dreifacher Grundfrequenz :

$$\begin{aligned} y(t) = & (kx_0 + \varepsilon x_0^3 + \frac{3}{2}\varepsilon x_0 \hat{x}^2) \\ & + (k\hat{x} + 3\varepsilon x_0 \hat{x}^2 + \frac{3}{4}\varepsilon \hat{x}^3) \sin(\Omega t) \\ & - (\frac{3}{2}\varepsilon x_0 \hat{x}^2) \cos(2\Omega t) \\ & - (\frac{1}{4}\varepsilon \hat{x}^3) \sin(3\Omega t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Geschätzt werden soll nun eine lineare Kennlinie, die eine harmonische, monofrequente Schwingung $\tilde{y} = y_0^* + \hat{y} \sin(\Omega t)$ erzeugt. Es wird dazu das Quadrat des Fehlers e über eine Periode $T = 2\pi/\Omega$ betrachtet und minimiert :

$$\begin{aligned}
e = y - \hat{y} = & (kx_0 + \varepsilon x_0^3 + 3/2\varepsilon x_0 \hat{x}^2 - y_0^*) \\
& + (k\hat{x} + 3\varepsilon x_0 \hat{x}^2 + 3/4 \varepsilon \hat{x}^3 - \hat{y}) \sin(\Omega t) \\
& + (3/2 \varepsilon x_0 \hat{x}^2) \cos(2\Omega t) \\
& + (1/4 \varepsilon \hat{x}^3) \sin(3\Omega t)
\end{aligned} \quad (5.4)$$

$$J = \int_0^T e^2 dt \rightarrow \min \quad (5.5)$$

Berechnung des Offsets y_0^* der linearisierten Schwingung :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial y_0^*} = & - \int_0^T 2 [(kx_0 + \varepsilon x_0^3 + 3/2\varepsilon x_0 \hat{x}^2 - y_0^*) \\
& + (k\hat{x} + 3\varepsilon x_0 \hat{x}^2 + 3/4 \varepsilon \hat{x}^3 - \hat{y}) \sin(\Omega t) \\
& + (3/2 \varepsilon x_0 \hat{x}^2) \cos(2\Omega t) \\
& + (1/4 \varepsilon \hat{x}^3) \sin(3\Omega t)] dt = 0
\end{aligned} \quad (5.6)$$

Nach Zwischenrechnung erhält man :

$$y_0^* = kx_0 + \varepsilon x_0^3 + 3/2\varepsilon x_0 \hat{x}^2 \quad (5.7)$$

Berechnung der Amplitude \hat{y} der linearisierten Schwingung :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial \hat{y}} = & - \int_0^T 2 [(kx_0 + \varepsilon x_0^3 + 3/2\varepsilon x_0 \hat{x}^2 - y_0^*) \\
& + (k\hat{x} + 3\varepsilon x_0 \hat{x}^2 + 3/4 \varepsilon \hat{x}^3 - \hat{y}) \sin(\Omega t) \\
& + (3/2 \varepsilon x_0 \hat{x}^2) \cos(2\Omega t) \\
& + (1/4 \varepsilon \hat{x}^3) \sin(3\Omega t)] \sin(\Omega t) dt = 0
\end{aligned} \quad (5.8)$$

Nach Zwischenrechnung erhält man :

$$\hat{y} = k\hat{x} + 3\varepsilon x_0 \hat{x}^2 + 3/4 \varepsilon \hat{x}^3 \quad (5.9)$$

Nach dieser Fehlerquadratmethode wird also exakt die Amplitude und der Mittelwert der Grundwelle geschätzt. Der Fehler der Schätzung entspricht den

Oberwellen, die mit den Frequenzen 2Ω und 3Ω als ganzzahlige Vielfache der Periode T um die Grundwelle schwingen. Es ist daher von ausschlaggebender Bedeutung, daß bei der Auswertung der Ausgangsschwingung $y(t)$ immer eine ganzzahlige Anzahl von Perioden T betrachtet werden.

Der geschätzte Offset y_0^* ist nicht identisch mit dem stationären Betriebspunkt $y_0 = f(x_0)$, sondern es entsteht eine Offsetdifferenz $\Delta y = y_0 - y_0^*$, die abhängig von der Krümmung der Kennlinie und der Amplitude der Schwingung ist. Hier beträgt die Offsetdifferenz $\Delta y = \frac{3}{2} \varepsilon x_0 \hat{x}^2$.

In Bild 5.3 ist die Linearisierung graphisch für einen symmetrischen Fall mit $\Delta y = 0$ dargestellt und in Bild 5.4 für einen unsymmetrischen Fall mit einer resultierenden Offsetdifferenz Δy .

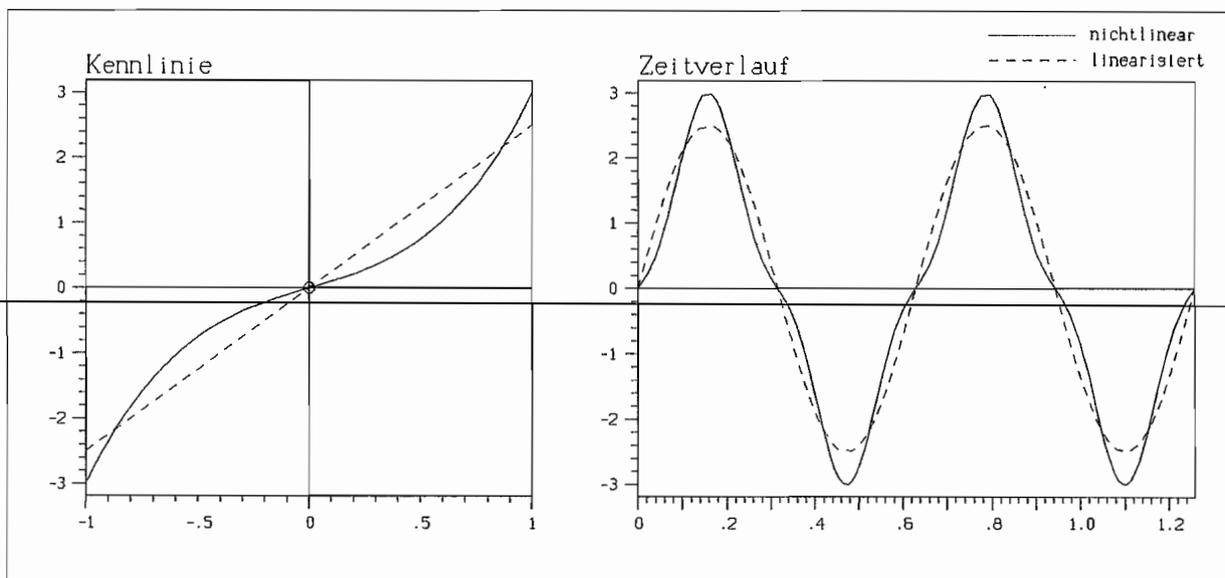


Bild 5.3 : Linearisierung bei symmetrischer Kennlinie

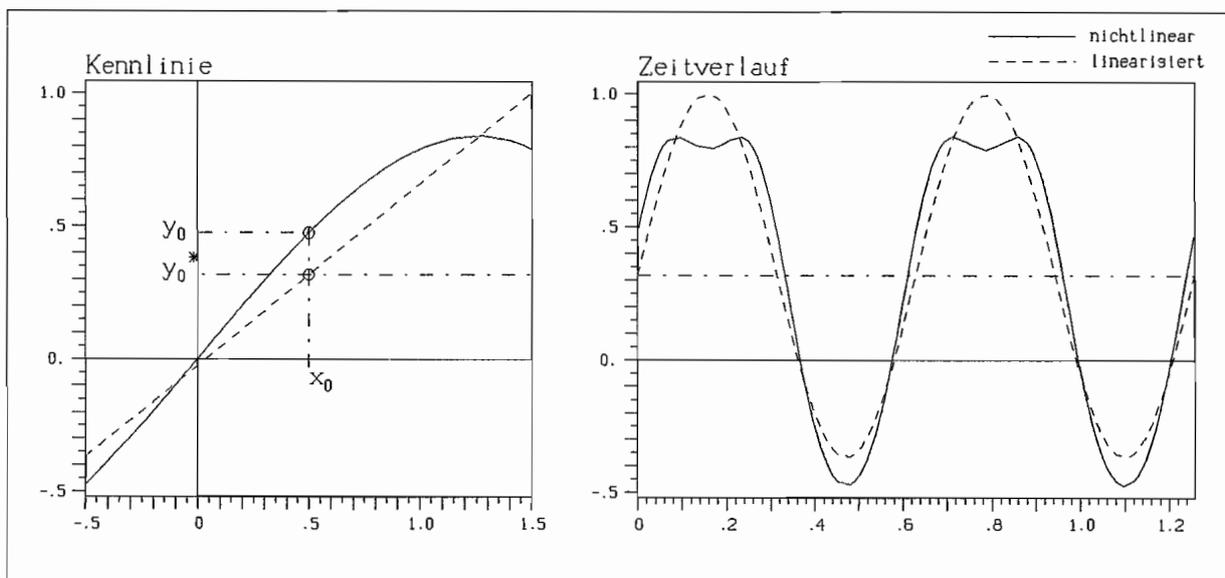


Bild 5.4 : Linearisierung bei unsymmetrischer Kennlinie

Mit dieser Methode wird das nichtlineare Verhalten eines Systems linearisiert, indem die Ausgangsfunktion bei einer harmonischen Eingangsfunktion als ebenfalls harmonische Funktion geschätzt wird. Damit werden die Oberwellen, die bei nichtlinearen Systemen durch Zwangsschwingungen entstehen, sowie sonstige Störungen herausgefiltert. Man kann diese Linearisierungsmethode auch als Filterung mit einer Eckfrequenz gleich Erregungsfrequenz betrachten.

Aus der Schätzung des Offsets läßt sich zusätzlich bei nichtbekannten unsymmetrischen Kennlinien die tendenzielle Krümmung der Kennlinie abschätzen.

Der Effekt der Offsetverschiebung wird in Kap. 7 für unterschiedlich stark gekrümmte Bereiche der Kennlinie der Hydrodynamischen Kupplung dargestellt und ist dort sehr deutlich zu erkennen.

Bei mehrdimensionalen Problemen, bei denen ein mehrdimensionales nichtlineares Kennfeld vorliegt, wird durch diese Linearisierung eine mittlere mehrdimensionale Ebene für den Betriebsbereich bestimmt.

5.3 Die Frequenzbereichsidentifikation

5.3.1 Die Frequenzgangmessung

5.3.1.1 Allgemeines zum Frequenzgang

In Kap. 3.2.2.2 wurde der Frequenzgang $F(i\Omega)$ als Wert der Übertragungsfunktion $F(s)$ auf der imaginären Achse und formal als die Fourier-Transformierte der Gewichtsfunktion $G(t)$ bezeichnet. Daher wäre es theoretisch möglich, den Frequenzgang $F(i\Omega)$ bei transienter Erregung aus dem Verhältnis der Fourier-Transformierten $Y(i\Omega)$ der dynamischen Antwort $y(t)$ und der Fourier-Transformierten $X(i\Omega)$ der Erregung $x(t)$ zu berechnen.

Praktisch ergeben sich dabei jedoch große Probleme. Unvermeidlich sind Fehler bei der Fourier-Transformation der Ein- und Ausgangsgrößen und zusätzlich bei der Division der Frequenzspektren. Weiterhin ist eine transiente Erregung, die tatsächlich ein breites kontinuierliches Frequenzspektrum ergibt, an realen Systemen meist nicht zu verwirklichen.

Eine andere Herleitung und Methode zur Ermittlung des Frequenzganges ergibt sich aus der Betrachtung linearer Systeme bei harmonisch erregten, monofrequenten Schwingungen. Bei linearen Systemen ist im eingeschwungenen Zustand das Ausgangssignal wieder eine harmonische Schwingung mit der gleichen Kreisfrequenz Ω wie das Eingangssignal.

Dabei sind jedoch Amplitude und Phasenlage der Ausgangsschwingung Funktionen der Kreisfrequenz Ω , die das Übertragungsverhalten des Systems charakterisieren. Es werden dazu die harmonischen Funktionen in komplexer Schreibweise betrachtet :

$$\begin{aligned}x(t) &= \operatorname{Re}\{\hat{x} e^{i\Omega t}\} \equiv \hat{x} e^{i\Omega t} \\y(t) &= \operatorname{Re}\{\hat{y} e^{i\Omega t}\} \equiv \hat{y} e^{i\Omega t}\end{aligned}\tag{5.10}$$

Für die reellen Zeitfunktionen ist dabei zur Vereinfachung nur der Realteil gemeint, ohne dies im weiteren besonders zu kennzeichnen. Die Amplituden \hat{x} und \hat{y} sind komplexe Amplituden, die neben der reellen Amplitude auch die Phaseninformation enthalten.

Damit ergibt sich die komplexe Ausgangsamplitude \hat{y} als Funktion der Frequenz Ω und der Eingangsamplitude \hat{x} :

$$\hat{y}(i\Omega) = F(i\Omega) \hat{x}(i\Omega)\tag{5.11}$$

Der Frequenzgang $F(i\Omega)$ gibt das Verhältnis der komplexen Amplituden von Ausgangsfunktion zu Eingangsfunktion bei harmonischer Erregung an, aufgetragen über der Frequenz der Erregung, und ist daher selbst auch eine komplexe Funktion.

Diese Definition entspricht damit der Gl. 3.12, jedoch mit dem Unterschied, daß dort mit $X(i\Omega)$ und $Y(i\Omega)$ die allgemeinen Fourier-Transformierten der Ein- und Ausgangsfunktionen angegeben sind. Für eine monofrequente Erregung sind diese jedoch identisch mit den komplexen Amplituden $\hat{x}(i\Omega)$ und $\hat{y}(i\Omega)$.

Eine wichtige Eigenschaft, die im weiteren für die Modellschätzung von Vorteil sein wird, ist die Symmetrie von Real- und Imaginärteil der Frequenzgangfunktionen. Aus den Eigenschaften der Fourier-Transformation geht hervor, daß der Realteil spiegelsymmetrisch und der Imaginärteil punktsymmetrisch sein muß :

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\{F(\Omega)\} &= \operatorname{Re}\{F(-\Omega)\} \\ \operatorname{Im}\{F(\Omega)\} &= -\operatorname{Im}\{F(-\Omega)\}\end{aligned}\tag{5.12}$$

Bei einem Mehrgrößensystem (Bild 3.2) ist der Frequenzgang zwischen jedem Eingang x_i und jedem Ausgang y_j aufzunehmen. Damit erhält man die $(p \times r)$ -Frequenzgangmatrix $F(i\Omega)$. Bei einem Vierpol ist dies entsprechend eine (2×2) -Matrix.

5.3.1.2 Ermittlung der Frequenzgangfunktionen

Die direkte Frequenzgangmessung mit monofrequenter Sinusanregung eignet sich gut zur experimentellen Bestimmung des Übertragungsverhaltens und ist ein gängiges Verfahren zur Systemidentifikation von Regelsystemen und elektrotechnischen Übertragungssystemen. Eine Frequenzgangmessung an mechanischen Systemen setzt entsprechende experimentelle Möglichkeiten zur Erzeugung der harmonischen Erregungen voraus.

Für die Messung der Frequenzgangfunktionen der Hydrodynamischen Kupplung sind die Möglichkeiten monofrequenter Sinusanregung mit dem vorhandenen Versuchsstand (Kap. 4) gegeben. Die für die Identifikation von Hydrodynamischen Kupplungen und Drehmomentwandlern entwickelte Vorgehensweise bei der Messung und bei der Auswertung der Meßwerte soll im folgenden erläutert werden.

Die Bestimmung der Frequenzgangmatrix $F(i\Omega)$ für den Vierpol "Hydrodynamische Kupplung" erfordert vier Frequenzgangfunktionen. Die Frequenzgangfunktionen zwischen den einzelnen Ein- und Ausgängen sind jedoch nicht unabhängig voneinander ohne Beeinflussung der jeweils anderen Ausgangsgrößen meßbar. Außerdem ist bei dem vorhandenen Versuchsstand das dynamische Verhalten der Antriebe nicht so ideal, daß bei Erregung einer Eingangsgröße die andere vollkommen "starr" ausgeregelt werden kann.

Die vier Frequenzgangfunktionen müssen daher aus Messungen herausgerechnet werden. Da eine Vierpoldarstellung aus zwei Gleichungen besteht, sind zur Bestimmung der vier Frequenzgangfunktionen 2 Messungen erforderlich. Die Messungen müssen jedoch linear unabhängig voneinander sein.

Die Messungen werden mit voranhochgestellten Indizes gekennzeichnet und für je eine bestimmte diskrete Frequenz Ω_k in Meßwertmatrizen zusammengefaßt :

$$\begin{bmatrix} {}^1\hat{y}_1 & {}^2\hat{y}_1 \\ {}^1\hat{y}_2 & {}^2\hat{y}_2 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} {}^1\hat{x}_1 & {}^2\hat{x}_1 \\ {}^1\hat{x}_2 & {}^2\hat{x}_2 \end{bmatrix}_k \quad (5.13)$$

Es ergibt sich dann eine Bestimmungsgleichung für $F(i\Omega_k)$:

$$F(i\Omega_k) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} {}^1\hat{y}_1 & {}^2\hat{y}_1 \\ {}^1\hat{y}_2 & {}^2\hat{y}_2 \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} {}^1\hat{x}_1 & {}^2\hat{x}_1 \\ {}^1\hat{x}_2 & {}^2\hat{x}_2 \end{bmatrix}_k^{-1} \quad (5.14)$$

Die Größen \hat{x} und \hat{y} sind die jeweiligen komplexen Amplituden der Ein- und Ausgangsgrößen für jede Frequenz Ω_k . Sie müssen aus den gemessenen Verläufen mit der in Kap. 5.2 beschriebenen Linearisierungsmethode berechnet wer-

den. Die Amplituden werden dann komplex, wenn zusätzlich die Phasenlage φ der Schwingungen berücksichtigt wird (\bar{y} = reelle Amplitude) :

$$y(t) = \hat{y} e^{i\Omega t} = \bar{y} e^{i(\Omega t + \varphi)} = \bar{y} (\cos \varphi + i \sin \varphi) e^{i\Omega t} \quad (5.15)$$

Eine phasenverschobene Sinusschwingung läßt sich reell durch einen Sinus- und einen Cosinusanteil beschreiben :

$$y(t) = \bar{y} \sin(\Omega t + \varphi) = \bar{y} [\cos \varphi \sin(\Omega t) + \sin \varphi \cos(\Omega t)] \quad (5.16)$$

Aus dem Vergleich der Terme in Gl. 5.15 und 5.16 ergibt sich, daß die Amplitude der Sinusschwingung dem Realteil und die Amplitude der Cosinusschwingung dem Imaginärteil der komplexen Amplitude \hat{y} entspricht.

Zusätzlich muß der Offset der Schwingung ermittelt werden, um den stationären Betriebspunkt bestimmen zu können. Damit ergibt sich die vollständige Gleichung zur Beschreibung einer harmonischen Schwingung mit der Kreisfrequenz Ω_k :

$$\begin{aligned} y(t) &= y_0^* + \hat{y} e^{i\Omega_k t} = y_0^* + (A + iB) e^{i\Omega_k t} \\ &= y_0^* + A \sin(\Omega_k t) + B \cos(\Omega_k t) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Die drei Parameter y_0^* , A und B lassen sich durch eine Parameterschätzung nach der Fehlerquadratmethode ermitteln. Es wird hierfür ein lineares Gleichungssystem aufgestellt, in dem die n_k zeitdiskreten Meßwerte enthalten sind :

$$\begin{bmatrix} 1 & \sin(\Omega_k t_1) & \cos(\Omega_k t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin(\Omega_k t_{n_k}) & \cos(\Omega_k t_{n_k}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0^* \\ A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t_1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ y(t_{n_k}) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

oder in Matrixschreibweise :

$$\mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{b} \quad (5.18a)$$

(mit der Funktionalmatrix \mathbf{A} , dem Parametervektor \mathbf{p} und dem Meßgrößenvektor \mathbf{b})

Die Bestimmung des Parametervektors \mathbf{p} soll durch Minimierung der Fehler-

quadrate erfolgen. Das Gütekriterium lautet dann :

$$J = \sum_{i=1}^{n_k} e_i^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} \rightarrow \min \quad (5.19)$$

mit dem Fehlervektor \mathbf{e} :

$$\mathbf{e} = \mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{b} \quad (5.20)$$

Die erste Ableitung des Gütekriteriums J nach den Parametern ergibt :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}} = 2(\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{p} - \mathbf{A}^T \mathbf{b}) = 0 \quad (5.21)$$

Es folgt daraus die Parameterschätzgleichung zur Minimierung der Fehlerquadrate :

$$\mathbf{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (5.22)$$

Wichtig ist, daß die Anzahl n_k der Meßwerte zur Auswertung einer Frequenz in Gl. 5.18 ein ganzzahliges Vielfache m der Periode $T = 2\pi/\Omega_k$ ist :

$$n_k = m \left(\frac{2\pi}{\Omega_k} \right) f_{\text{abstast}} \quad (5.23)$$

Dabei ist f_{abstast} die Abtastfrequenz der Meßwernerfassung in Hertz.

5.3.1.3 Praktische Durchführung der Messungen

Die praktische Durchführung der Frequenzgangmessung an der Hydrodynamischen Kupplung wird in Bild 5.5 gezeigt. Dabei ist dort bei der Auswertung die Berechnung der Dynamischen Dämpfungsmatrix (laut Definition Gl. 3.24) angegeben. Ebenso können auch die anderen Übertragungsmatrizen bei entsprechender Umstellung der Meßgrößenmatrizen berechnet werden. Für die weitere Darstellung des Identifikationsverfahrens soll jedoch beispielhaft die Dynamische Dämpfungsmatrix verwendet werden, da diese Form vorteilhaft für die Darstellung im Frequenzbereich ist.

Wichtig bei der Durchführung der Messungen ist, daß die Drehzahlamplituden \bar{n}_1 bzw. \bar{n}_2 über den gesamten Frequenzbereich konstant gehalten werden, da

das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung nichtlinear und damit auch amplitudenabhängig ist.

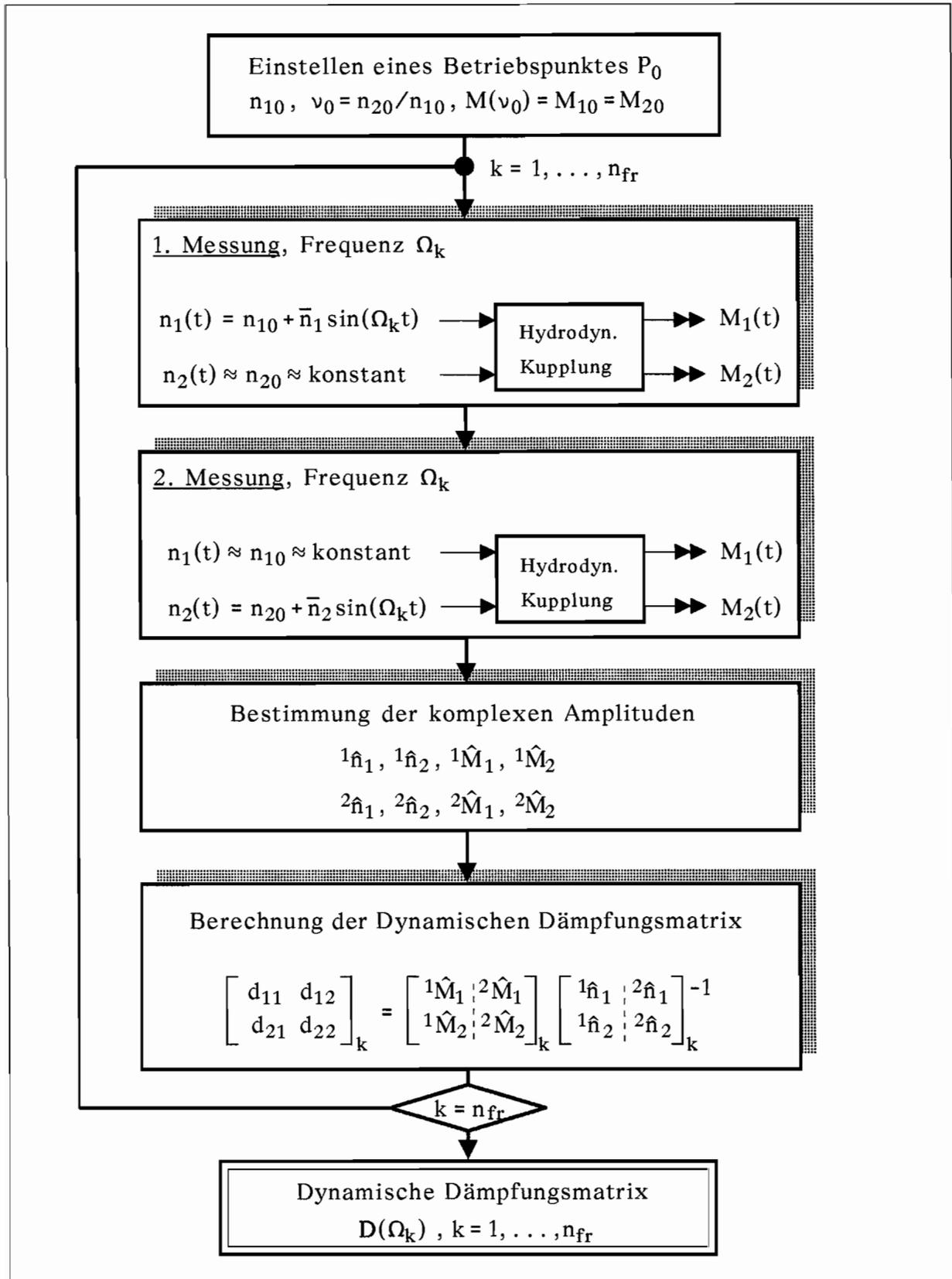


Bild 5.5 : Durchführung der Frequenzgangmessungen

5.3.2 Die Parameterschätzung für Übertragungsmodelle

Nach der Frequenzgangmessung liegen die Übertragungsmatrizen, z.B. die Dynamische Dämpfungsmatrix, in nichtparametrischer Form vor. Damit lassen sich die Funktionswerte für diskrete Frequenzen Ω_k graphisch in Real- und Imaginärteil darstellen (Bild 5.6).

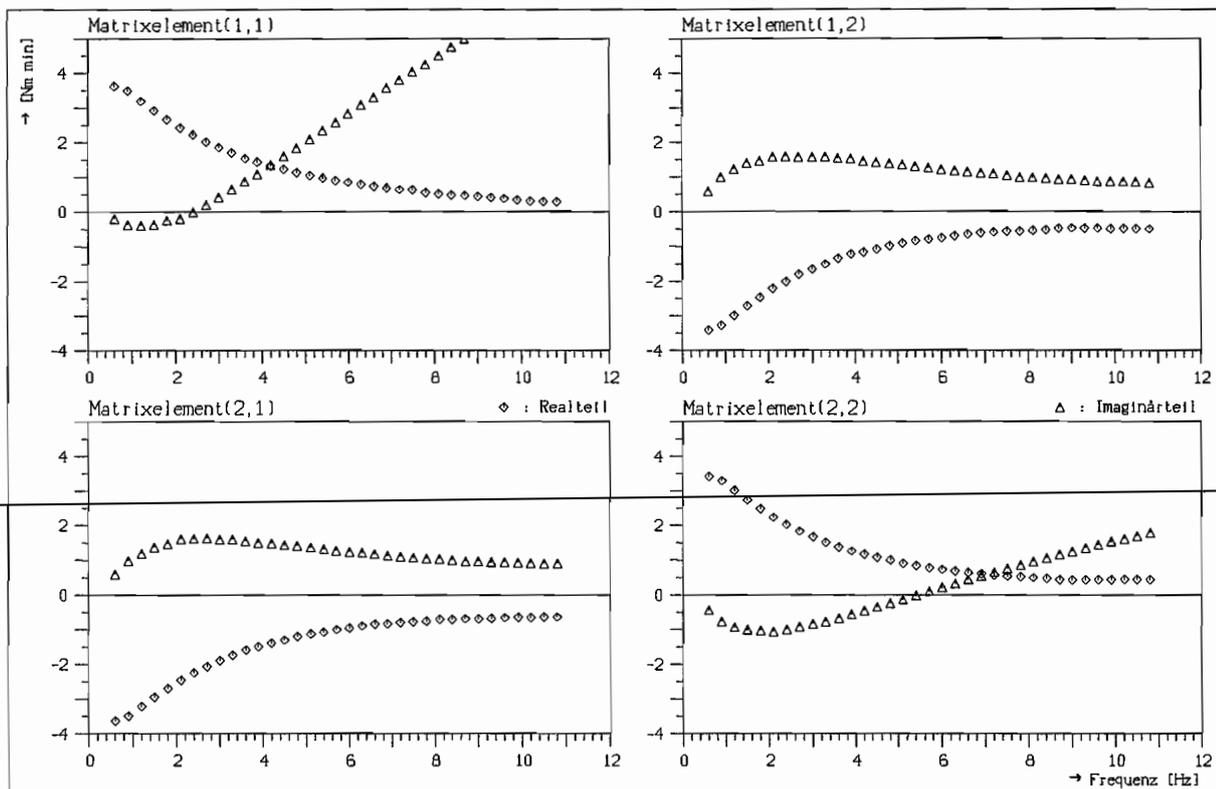


Bild 5.6 : Die Dynamische Dämpfungsmatrix in nichtparametrischer Form

Aus diesen vier nichtparametrischen Frequenzgangverläufen der Dynamischen Dämpfungsmatrix in Real- (Re) und Imaginärteil (Im) für die n_{fr} diskrete Frequenzen

$$d_{ij}(i\Omega_k) = \text{Re}(i\Omega_k) + i \text{Im}(i\Omega_k) \quad \cdot k = 1, \dots, n_{fr} \quad (5.24)$$

sind nun parametrische Übertragungsfunktionen in Form von gebrochen-rationalen Funktionen zu schätzen :

$$d_{ij}(i\Omega) = \frac{b_0 + b_1(i\Omega) + b_2(i\Omega)^2 + \dots + b_n(i\Omega)^n}{a_0 + a_1(i\Omega) + a_2(i\Omega)^2 + \dots + a_m(i\Omega)^m} = \frac{Z_{ij}(i\Omega)}{N_{ij}(i\Omega)} \quad (5.25)$$

Die Übertragungsmatrix hat dann die Form :

$$D(i\Omega) = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}(i\Omega)}{N_{11}(i\Omega)} & \frac{Z_{12}(i\Omega)}{N_{12}(i\Omega)} \\ \frac{Z_{21}(i\Omega)}{N_{21}(i\Omega)} & \frac{Z_{22}(i\Omega)}{N_{22}(i\Omega)} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Eine einfachere Struktur dieses Übertragungsmodells, sowohl im Hinblick auf die Parameterschätzung, als auch im Hinblick auf die spätere Transformation in den Zustandsraum, ergibt sich unter Verwendung eines einzigen Nennerpolynoms $N(i\Omega)$. Damit folgt :

$$D(i\Omega) = \frac{1}{N(i\Omega)} \begin{bmatrix} Z_{11}(i\Omega) & Z_{12}(i\Omega) \\ Z_{21}(i\Omega) & Z_{22}(i\Omega) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Zur Schätzung der Polynomparameter b_{nij} und a_m soll auch hier die Fehlerquadratmethode angewendet werden, da dies im allgemeinen eine stabile und einfache Parameterschätzung ergibt. Es ist dazu ein Fehler e zwischen den Meßwerten und dem Modell zu bilden.

Der Ausgangsfehler

$$e(\Omega_k) = d_{ij}(i\Omega_k) - \frac{Z_{ij}(i\Omega_k)}{N(i\Omega_k)} \quad (5.28)$$

ist jedoch nichtlinear von den Parametern abhängig und führt zu einem schwierigen nichtlinearen Schätzproblem, da die Ableitungen nach den Koeffizienten des Nennerpolynoms komplizierte Ausdrücke ergeben. Günstiger ist die Bildung eines verallgemeinerten Fehlers ϵ :

$$\epsilon(\Omega_k) = N(i\Omega_k) e(\Omega_k) = N(i\Omega_k) d_{ij}(i\Omega_k) - Z_{ij}(i\Omega_k) \quad (5.29)$$

Damit läßt sich nun ein lineares Gleichungssystem aufstellen. Hier ist zu beachten, daß aufgrund des gleichen Nennerpolynoms alle vier Übertragungsfunktionen gleichzeitig geschätzt werden müssen. Für eine einfachere Handhabung der Gleichungen und der numerischen Rechnungen wird im folgenden wieder die komplexe Variable s verwendet mit $s_k = i\Omega_k$.

Aus der Fehlerdefinition Gl. 5.29 lassen sich Gleichungen ableiten, in denen die Koeffizienten als zu schätzende Parameter linear enthalten sind. Dabei stehen alle Produkte mit den zu schätzenden Parametern auf der linken Seite. Da für eine gebrochen-rationale Funktion ein Faktor beliebig gewählt werden

kann, wird hier a_0 zu 1 gesetzt und steht mit dem Meßwert auf der rechten Seite.

$$\begin{aligned}
 & -a_1 s_k d_{ij}(s_k) - a_2 s_k^2 d_{ij}(s_k) - \dots - a_m s_k^m d_{ij}(s_k) + \\
 & + b_{0ij} + b_{1ij} s_k + b_{2ij} s_k^2 + \dots + b_{nij} s_k^n = a_0 d_{ij}(s_k)
 \end{aligned}
 \tag{5.30}$$

mit $i, j = 1, 2$ und $k = 1, \dots, n_{fr}$, $a_0 = 1$

Das lineare Gleichungssystem hat damit die folgende Struktur (die leeren Felder sind dabei 0) :

$$\begin{bmatrix}
 A_{11} & B_{11} & & & \\
 A_{12} & & B_{12} & & \\
 A_{21} & & & B_{21} & \\
 A_{22} & & & & B_{22}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \mathbf{a} \\
 b_{11} \\
 b_{12} \\
 b_{21} \\
 b_{22}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \mathbf{d}_{11} \\
 \mathbf{d}_{12} \\
 \mathbf{d}_{21} \\
 \mathbf{d}_{22}
 \end{bmatrix}
 \tag{5.31}$$

mit

$$A_{ij} = \begin{bmatrix}
 -s_1 d_{ij}(s_1) & -s_1^2 d_{ij}(s_1) & \dots & -s_1^m d_{ij}(s_1) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 -s_k d_{ij}(s_k) & -s_k^2 d_{ij}(s_k) & \dots & -s_k^m d_{ij}(s_k) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 -s_v d_{ij}(s_v) & -s_v^2 d_{ij}(s_v) & \dots & -s_v^m d_{ij}(s_v)
 \end{bmatrix}
 \tag{5.31a}$$

$$B_{ij} = \begin{bmatrix}
 1 & s_1 & s_1^2 & \dots & s_1^n \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 1 & s_k & s_k^2 & \dots & s_k^n \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 1 & s_v & s_v^2 & \dots & s_v^n
 \end{bmatrix}
 \tag{5.31b}$$

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_m]^T \quad (5.31c)$$

$$\mathbf{b}_{ij} = [b_{0ij}, b_{1ij}, \dots, b_{nij}]^T \quad (5.31d)$$

$$\mathbf{d}_{ij} = [d_{ij}(s_1), d_{ij}(s_2), \dots, d_{ij}(s_v)]^T \quad (5.31e)$$

Darin ist $i, j = 1, 2$ und $v = n_{fr} = \text{Anzahl der Frequenzen}$.

In Matrixschreibweise zusammengefaßt folgt :

$$\mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{b} \quad (5.32)$$

Die Dimension der Matrix \mathbf{A} beträgt $(n_A \times m_A)$ mit $n_A = m + 4(n+1)$ und $m_A = 4 n_{fr}$. Darin ist m der Grad des Nennerpolynoms und n der Grad der Zählerpolynome. Dieser kann für alle vier Übertragungsfunktionen gleich gewählt werden. Für die Dynamischen Dämpfungsmatrizen ist der Zählergrad nach den hier gewonnenen Erfahrungen um eins größer als der Nennergrad. Je nach Art der Übertragungsmatrizen ist dies bei anderen Übertragungspolynomen jedoch anders. Nenner- und Zählergrad müssen daher für eine universelle Auswertung unabhängig voneinander frei wählbar sein.

Die Funktionalmatrix \mathbf{A} und der Vektor \mathbf{b} in Gl. 5.32 sind komplex. Die Koeffizienten der Polynome müssen jedoch reell sein. Zur Lösung läßt sich das komplexe Gleichungssystem in ein reelles Gleichungssystem umformen :

$$\begin{bmatrix} \text{Re} \{ \mathbf{A} \} \\ \text{Im} \{ \mathbf{A} \} \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \text{Re} \{ \mathbf{b} \} \\ \text{Im} \{ \mathbf{b} \} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

oder

$$\mathbf{A}^* \mathbf{p} = \mathbf{b}^* \quad (5.33a)$$

Damit verdoppelt sich die Dimension m_A auf $m_A = 8 n_{fr}$. Es folgt auch hier eine Parameterschätzgleichung zur Minimierung der Fehlerquadrate. Allerdings hat es sich als notwendig erwiesen, hier mit den gewichteten Fehlerquadraten zu arbeiten. Das Gütekriterium lautet dann :

$$\mathbf{J} = \mathbf{e}^T \mathbf{G} \mathbf{e} \quad (5.34)$$

Daraus folgt analog zu Gl. 5.22 die Parameterschätzgleichung für gewichtete Fehlerquadrate :

$$\mathbf{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{G} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{G} \mathbf{b}^* \quad (5.35)$$

Die Wichtungsmatrix \mathbf{G} kann als Diagonalmatrix mit den Elementen

$$g_{ii} = \frac{1}{\Omega_k} \quad , i = 1, \dots, 8 n_{fr} \quad (5.36)$$

gewählt werden, wobei Ω_k die Frequenz der Messung der jeweiligen Matrixzeile ist. Diese Wichtung bewirkt, daß die Frequenzgangpunkte im unteren Frequenzbereich stärker bewertet werden, und eine Anpassung an den dort oft stark gekrümmten Verlauf verbessert wird.

Bei der Parameterschätzung durch Minimierung des verallgemeinerten Fehlers (Gl. 5.29) ist zu beachten, daß die Fehler ε mit den Elementen der Funktionalmatrix \mathbf{A} korreliert sind, so daß es zu keiner vollkommen erwartungstreuen Schätzung kommen kann.

Eine weitere Maßnahme zur Verbesserung der Parameterschätzung ist die Verdopplung der Frequenzgangpunkte und damit der Auswertgleichungen durch die Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften der Frequenzgangfunktionen im negativen Frequenzbereich (Gl. 5.12).

Über diese Maßnahmen hinaus ist die Schätzung der Polynomparameter nur über eine geeignete Wahl von Zähler- und Nennergrad zu beeinflussen. Speziell muß erreicht werden, daß alle Koeffizienten a_i des Nennerpolynoms das gleiche Vorzeichen besitzen. Dies verlangt die Stabilitätsbedingung für das Zustandsmodell, wie später noch ausgeführt wird. Es hat sich jedoch gezeigt, daß dies bei geeigneten Polynomgraden immer möglich ist, wenn in den Frequenzgangwerten keine "Ausreißer" durch Meß- oder Auswertefehler vorhanden sind.

Eine Berechnung der Parameter nach der Parameterschätzgleichung Gl. 5.35 durch die Matrizenoperationen und die Invertierung ist generell möglich. Allerdings ist hier die Anwendung spezieller Lösungsverfahren für Least-Square-Probleme vorzuziehen [14]. Nach den Erfahrungen stellt die Parameterschätzung für die Übertragungsmatrizen der Hydrodynamischen Kupplung ein nicht immer stabiles Schätzproblem dar. Es kann hierbei zu schlecht konditionierten Gleichungssystemen kommen, die aufgrund von numerischen Ungenauigkeiten zu großen Abweichungen in den Parametern führen oder eine Invertierung nicht mehr zulassen. Least-Square-Lösungsverfahren (z.B. NAG Fortran Workstation Library, F04JFG [18]) optimieren das Gleichungssystem und legen die Invertierung an eine numerisch günstigere Stelle. Damit können dann auch "fast-singuläre"-Gleichungssysteme gelöst werden.

5.3.3 Modelldarstellung im Frequenzbereich

Das parametrische Übertragungsmodell, z.B. die Dynamische Dämpfungsmatrix D , läßt sich nun für einen Betriebspunkt P_0^* durch die Angabe der fünf Parametervektoren mit den Koeffizienten des Nennerpolynoms und der Zählerpolynome darstellen.

Übertragungsmodell im Frequenzbereich für Betriebspunkt P_0^* :

m : Nennergrad

n : Zählergrad

$$\mathbf{a} = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_m]^T$$

$$\mathbf{b}_{11} = [b_{011}, b_{111}, \dots, b_{n11}]^T \quad (5.37)$$

$$\mathbf{b}_{12} = [b_{012}, b_{112}, \dots, b_{n12}]^T$$

$$\mathbf{b}_{21} = [b_{021}, b_{121}, \dots, b_{n21}]^T$$

$$\mathbf{b}_{22} = [b_{022}, b_{122}, \dots, b_{n22}]^T$$

Die Struktur der Übertragungsfunktionen ist gegeben durch Gl. 5.25.

Es ist daraufhinzuweisen, daß bei den Frequenzgangmatrizen H oder den Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrizen D^{-1} der Koeffizient a_0 des Nennerpolynoms gleich Null sein muß. Nur dann können diese Matrizen im Ursprung singular sein, so wie dies für die hier betrachteten rotatorischen Systeme nach Bild 3.8 bzw. 3.12 bereits erläutert wurde (Kap. 3.2.3.3). Diese Tatsache ist dann auch bei der Polynomschätzung, bei der Fehlerdefinition (Gl. 5.29/5.30) bzw. beim Schätzalgorithmus (Gl. 5.31) zu berücksichtigen. Die sonstige Vorgehensweise und Durchführung der Polynomschätzung erfolgt jedoch analog.

5.4 Transformation in den Zustandsraum

5.4.1 Die Inverse Fourier-Transformation

Nach der Bestimmung der Übertragungsfunktionen liegt nun ein Modell im Frequenzbereich aus gebrochen-rationalen komplexen Polynomen vor. In der Formulierung der Dynamischen Dämpfungsmatrix ergibt sich :

$$\begin{bmatrix} M_1(i\Omega) \\ M_2(i\Omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{N(i\Omega)} \begin{bmatrix} Z_{11}(i\Omega) & Z_{12}(i\Omega) \\ Z_{21}(i\Omega) & Z_{22}(i\Omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1(i\Omega) \\ n_2(i\Omega) \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

mit

$$N(i\Omega) = a_0 + a_1(i\Omega) + a_2(i\Omega)^2 + \dots + a_m(i\Omega)^m \quad (5.38a)$$

$$Z_{ij}(i\Omega) = b_{0ij} + b_{1ij}(i\Omega) + b_{2ij}(i\Omega)^2 + \dots + b_{nij}(i\Omega)^n \quad (5.38b)$$

Das gemeinsame Nennerpolynom $N(i\Omega)$ in Gl. 5.38 läßt sich auf die linke Seite bringen und man erhält :

$$\begin{aligned} N(i\Omega) M_1(i\Omega) &= Z_{11}(i\Omega) n_1(i\Omega) + Z_{12}(i\Omega) n_2(i\Omega) \\ N(i\Omega) M_2(i\Omega) &= Z_{21}(i\Omega) n_1(i\Omega) + Z_{22}(i\Omega) n_2(i\Omega) \end{aligned} \quad (5.39)$$

Darauf läßt sich direkt der Differentiationssatz der Fourier-Transformation anwenden. Es gilt für die Inverse Fourier-Transformation :

$$\mathfrak{F}^{-1}\{(i\Omega)^n F(i\Omega)\} = \frac{d^n f(t)}{dt^n} \quad (5.40)$$

Damit folgt für die erste Zeile der Gl. 5.39 :

$$\begin{aligned} a_0 M_1 + a_1 \frac{dM_1}{dt} + a_2 \frac{d^2 M_1}{dt^2} + \dots + a_m \frac{d^m M_1}{dt^m} = \\ b_{011} n_1 + b_{111} \frac{dn_1}{dt} + b_{211} \frac{d^2 n_1}{dt^2} + \dots + b_{n11} \frac{d^n n_1}{dt^n} \\ + b_{012} n_2 + b_{112} \frac{dn_2}{dt} + b_{212} \frac{d^2 n_2}{dt^2} + \dots + b_{n12} \frac{d^n n_2}{dt^n} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Die zweite Zeile der Gl. 5.39 ergibt sich analog dazu. Damit ist das Übertragungsmodell im Frequenzbereich in eine Ein-/Ausgangsbeschreibung im Zeitbereich überführt.

5.4.2 Der Transformationsalgorithmus für den Zustandsraum

Die Ein-/Ausgangsbeschreibung im Zeitbereich soll zunächst wieder in allgemeiner Form für ein Eingrößensystem betrachtet werden. Dabei wird die erste zeitliche Ableitung von () mit (·) und die n-te Ableitung mit (⁽ⁿ⁾) gekenn-

zeichnet :

$$a_0 y + a_1 \dot{y} + a_2 \ddot{y} + \dots + a_q y^{(q)} = b_0 x + b_1 \dot{x} + \dots + b_{q-1} x^{(q-1)} \quad (5.42)$$

Es ist $y^{(q)}$ die höchste auftretende Ableitung der Ausgangsgröße. Die Ordnung der höchsten Ableitung der Eingangsgröße ist hier um eins geringer. Andere Fälle werden später betrachtet. Für die weitere Behandlung wird Gl. 5.42 zunächst auf den Koeffizienten der höchsten Ableitung normiert :

$$y^{(q)} + \alpha_{q-1} y^{(q-1)} + \dots + \alpha_1 \dot{y} + \alpha_0 y = \beta_{q-1} x^{(q-1)} + \dots + \beta_1 \dot{x} + \beta_0 x \quad (5.43)$$

mit

$$\alpha_i = \frac{a_i}{a_q}, \quad \beta_i = \frac{b_i}{a_q}, \quad i = 0, \dots, q-1$$

Diese lineare Differentialgleichung q -ter Ordnung soll nun in eine Zustandsraumdarstellung (Gl. 3.13) transformiert werden. Es entsteht dann ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung aus q Gleichungen. Dabei soll jedoch auch die rechte Seite in Gl. 5.43, also die Differentialgleichung der Erregung, so umgeformt werden, daß keine höheren Ableitungen mehr auftreten.

Die Zustandsraumdarstellung hat dann folgende Form :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{q-1} \\ \dot{z}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \dots & -\alpha_{q-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{q-1} \\ z_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{q-1} \\ b_q \end{bmatrix} x \quad (5.44)$$

oder

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{b} x \quad (5.44a)$$

und

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \mathbf{z} ; d = 0 \quad (5.44b)$$

Zu bestimmen sind nun die Komponenten des Vektors \mathbf{b} derart, daß die Gl. 5.43 erfüllt wird. Zu diesem Zweck wird das Gleichungssystem 5.44 ausgeschrieben und fortlaufend für $y^{(i)}$ substituiert :

$$\begin{aligned}
y &= z_1 \\
\dot{y} &= \dot{z}_1 = z_2 + b_1 x \\
\ddot{y} &= \dot{z}_2 + b_1 \dot{x} = z_3 + b_2 x + b_1 \dot{x} \\
&\vdots \\
y^{(q-1)} &= z_q + b_{q-1} x + b_{q-2} \dot{x} + \dots + b_1 x^{(q-2)} \\
y^{(q)} &= -\alpha_0 z_1 - \alpha_1 z_2 - \dots - \alpha_{q-1} z_q + b_q x + b_{q-1} \dot{x} + \dots + b_1 x^{(q-1)}
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Die ersten q dieser $q+1$ Gleichungen werden der Reihe nach mit $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{q-1}$ multipliziert und aufsummiert. Die Summe entspricht dann genau der linken Seite der Gl. 5.43 und man kann für die rechte Seite einen Koeffizientenvergleich durchführen. Der Koeffizientenvergleich liefert :

$$\begin{aligned}
b_1 &= \beta_{q-1} \\
b_2 + \alpha_{q-1} b_1 &= \beta_{q-2} \\
&\vdots \\
b_{q-1} + \alpha_{q-2} b_{q-2} + \dots + \alpha_2 b_1 &= \beta_1 \\
b_q + \alpha_{q-1} b_{q-1} + \dots + \alpha_1 b_1 &= \beta_0
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Daraus lassen sich die Komponenten b_1 bis b_q direkt rekursiv berechnen. Bei der Schätzung der Übertragungsfunktionen für die Dynamische Dämpfungsmatrix tritt, wie bereits erwähnt, der Fall auf, daß der Zählergrad um eins größer als der Nennergrad ist. Damit ist die höchste auftretende Ableitung auf der rechten Seite der Gl. 5.43 von der Ordnung $q+1$. In diesem Fall kann man eine Substitution einführen :

$$y = \tilde{y} + \beta_{q+1} \dot{x} + (\beta_q - \alpha_{q-1} \beta_{q+1}) x \tag{5.47}$$

Eingesetzt in Gl. 5.43 erhält man damit ein neues Gleichungssystem für \tilde{y} mit neuen Koeffizienten γ_i :

$$\tilde{y}^{(q)} + \alpha_{q-1} \tilde{y}^{(q-1)} + \dots + \alpha_1 \dot{\tilde{y}} + \alpha_0 \tilde{y} = \gamma_{q-1} x^{(q-1)} + \dots + \gamma_1 \dot{x} + \gamma_0 x \tag{5.48}$$

mit

$$\begin{aligned}
\gamma_{q-1} &= \beta_{q-1} - \alpha_{q-2} \beta_{q+1} - \alpha_{q-1} (\beta_q - \alpha_{q-1} \beta_{q+1}) \\
\gamma_i &= \beta_i - \alpha_{i-1} \beta_{q+1} - \alpha_i (\beta_q - \alpha_{q-1} \beta_{q+1}) \\
\gamma_0 &= \beta_0 - \alpha_0 (\beta_q - \alpha_{q-1} \beta_{q+1})
\end{aligned}$$

Damit lassen sich dann analog der Gl. 5.46 die Komponenten des Vektors \mathbf{b}

aus den Koeffizienten γ_i berechnen. Man muß jedoch nun für die Ausgangsgröße y entsprechend Gl. 5.47 einen Term d für x und einen Term e für \dot{x} berücksichtigen :

$$y = \mathbf{c} \mathbf{z} + d x + e \dot{x} \quad (5.49)$$

mit

$$\mathbf{c} = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (5.49a)$$

$$d = \beta_q - \alpha_{q-1} \beta_{q+1} \quad (5.49b)$$

$$e = \beta_{q+1} \quad (5.49c)$$

Man erhält also zusätzlich zu der Durchgangsmatrix \mathbf{D} , die hier auf ein Element reduziert ist und ein *proportionales* Verhalten zwischen Ein- und Ausgang darstellt, einen *differentiellen* Anteil mit der Matrix \mathbf{E} , der linear die zeitliche Änderung der Eingangsgröße berücksichtigt.

Der Fall, daß Zählergrad n gleich Nennergrad m ist, führt mit $\beta_{q+1} = 0$ auf $\mathbf{E} = \mathbf{0}$. Der Fall Zählergrad $n = m - 1$ führt mit $\beta_{q+1} = 0$ und $\beta_q = 0$ auf $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ und $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ (dies ist der zu Anfang betrachtete Fall Gl. 5.43 und gilt z.B. für die Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix).

Zur Lösung des Differentialgleichungssystems Gl. 5.44 müssen die Anfangswerte $\mathbf{z}(t_0)$ vorgegeben werden. Diese lassen sich aus Gl. 5.45 durch entsprechendes Umstellen und Berücksichtigung der Gl. 5.49 berechnen :

$$\begin{aligned} z_1(t_0) &= \left[y - dx - e\dot{x} \right]_{t=t_0} \\ z_2(t_0) &= \left[\dot{y} - b_1 x - d\dot{x} - e\ddot{x} \right]_{t=t_0} \\ z_3(t_0) &= \left[\ddot{y} - b_2 x - b_1 \dot{x} - d\ddot{x} - e\ddot{\ddot{x}} \right]_{t=t_0} \\ z_q(t_0) &= \left[y^{(q-1)} - b_{q-1} x - \dots - b_1 x^{(q-2)} - dx^{(q-1)} - ex^{(q)} \right]_{t=t_0} \end{aligned} \quad (5.50)$$

Die Stabilität des Zustandsmodells wird durch die Stabilität der Systemmatrix \mathbf{A} bestimmt. Eine notwendige und hinreichende Bedingung für asymptotische Stabilität der homogenen Zustandsgleichung $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z}$ ist, daß alle Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} negativen Realteil haben. Eine notwendige und auch wesentliche Bedingung dafür ist, daß alle Koeffizienten α_i der Matrix \mathbf{A} positiv sind. Daraus leitet sich die Forderung ab, daß alle Koeffizienten a_i des Nennerpolynoms $N(i\Omega)$ das gleiche Vorzeichen haben müssen. Dies ist bei der Parameterschätzung der Polynomkoeffizienten zu beachten.

5.4.3 Modelldarstellung im Zeitbereich

Diese Vorgehensweise der Transformation in den Zustandsraum läßt sich nun auf das Vierpolssystem "Hydrodynamische Kupplung" anwenden. Mit $q = m = \text{Nennergrad der Übertragungsfunktion}$ folgt die Gesamtdarstellung des Zustandsmodells für einen Betriebspunkt P_0^* für die Hydrodynamische Kupplung.

Die Darstellungen unterscheiden sich jedoch, je nachdem ob z.B. die Momente aus vorgegebenen Drehzahlen (Bild 5.7) oder Drehzahlen aus vorgegebenen Momenten (Bild 5.8) berechnet werden sollen.

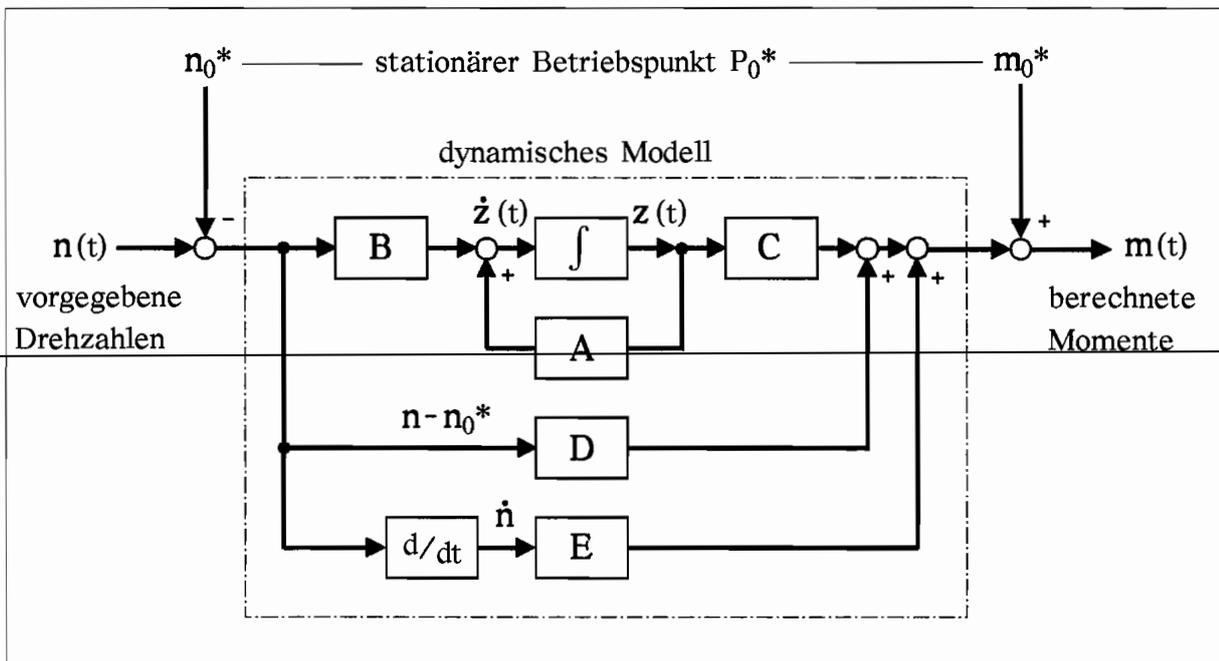


Bild 5.7 : Das Zustandsmodell für die Momentensimulation im Zeitbereich

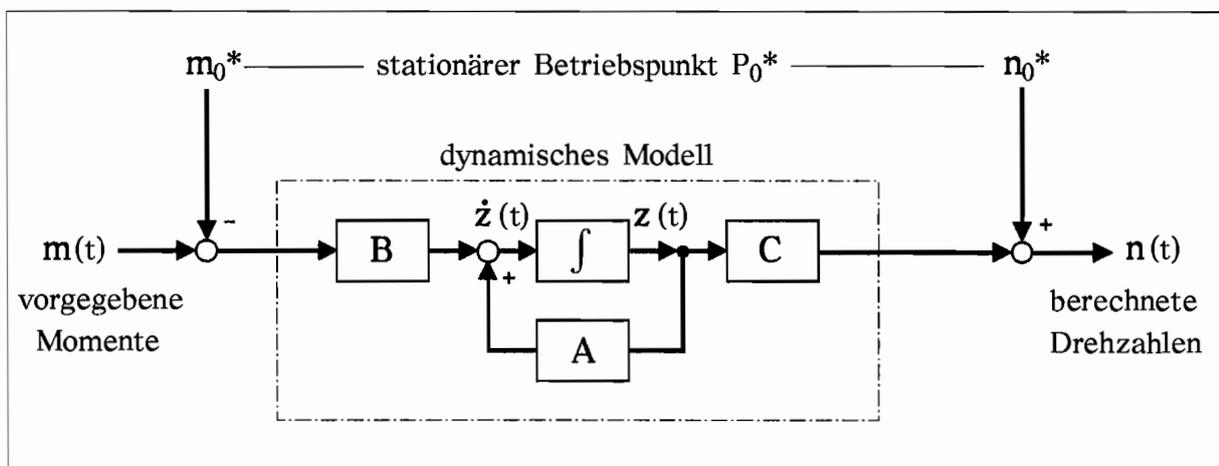


Bild 5.8 : Das Zustandsmodell für die Drehzahlsimulation im Zeitbereich

Die erstgenannte Form ergibt sich aus der Transformation der Dynamischen Dämpfungsmatrix, die zweite aus der Transformation der Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrix. Dabei werden Nenner- und Zählergrad der Übertragungspolynome vertauscht, so daß sich die Struktur der Zustandsmodelle ändert.

Die Gleichungen für die Zustandsmodelle werden hier nur für die Momentensimulation (Bild 5.7) angegeben, da sie später für die Zeitbereichssimulationen verwendet werden. Die Gleichungen für die inverse Darstellung folgt jedoch analog mit den entsprechenden Nenner- und Zählergraden.

Die Zustandsraumdarstellung für die Momentensimulation :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{B}(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0^*) & (5.51) \\ \mathbf{z}(t_0) &= \mathbf{z}_0 & \downarrow \\ \mathbf{m}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{D}(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0^*) + \mathbf{E} \dot{\mathbf{n}} + \mathbf{m}_0^* \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &= [z_1, \dots, z_{2q}]^T && \text{Zustandsvektor} \\ \mathbf{m}(t) &= [M_1, M_2]^T && \text{Momentenvektor} \\ \mathbf{n}(t) &= [n_1, n_2]^T && \text{Drehzahlvektor} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{m}_0^* &= [M_{10}^*, M_{20}^*]^T \\ \mathbf{n}_0^* &= [n_{10}^*, n_{20}^*]^T \end{aligned} \right\} \text{zugrundeliegender stationärer Betriebspunkt } P_0^*$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \dots & -\alpha_{q-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12} \\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_{q-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_{q-1} & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_{q-1} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma_{q-1ij} \\ \gamma_{q-2ij} \\ \vdots \\ \gamma_{1ij} \\ \gamma_{0ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{q-1} \\ b_q \end{bmatrix}_{ij}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}, \quad d_{ij} = \beta_{qij} - \alpha_{q-1}\beta_{q+1ij}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix}, \quad e_{ij} = \beta_{q+1ij}$$

$$z_k(t_0) = \left[\begin{array}{l} y^{(k-1)} - b_{k-1}x - \dots - b_1x^{(k-2)} - dx^{(k-1)} - ex^{(k)} \end{array} \right]_{t=t_0}$$

sowie

$$\alpha_k = \frac{a_k}{a_q} \quad ; \quad \beta_{kij} = \frac{b_{kij}}{a_q}$$

$$\gamma_k = \beta_{kij} - \alpha_{k-1}\beta_{q+1ij} - \alpha_k(\beta_q - \alpha_{q-1}\beta_{q+1ij})$$

für $k = 0, \dots, q$; $i, j = 1, 2$

↑
(5.51)

($q = m =$ Nennergrad der Übertragungsfunktionen)

5.5 Simulation im Zeitbereich

5.5.1 Allgemeines zur numerischen Simulation

Die numerische Simulation erlaubt es, das dynamische Verhalten eines mathematischen Modells für unterschiedliche Fälle zu untersuchen. Durch Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Meßwerten läßt sich die Güte des mathematischen Modells überprüfen. Dies ist ein wesentlicher Teil der Identifikation. Ist die Modellgüte ausreichend groß, so läßt sich durch eine Simulation auf

das Verhalten des realen Systems schließen.

Die Simulation im Zeitbereich ist hier besonders wichtig, da die eigentliche Modellidentifikation der Teilsysteme im Frequenzbereich stattfindet. Es ist jedoch zu beachten, daß das reale System nichtlineare Eigenschaften aufweist und daher die Gültigkeit der linearen Modellierung nur im Zeitbereich experimentell nachgewiesen werden kann.

Von wesentlicher Bedeutung bei der Methode der linearen Teilmodelle ist außerdem die Simulation des dynamischen Verhaltens über mehrere Teilbereiche und die dafür notwendige Kopplung der Teilmodelle.

Numerische Simulation im Zeitbereich bedeutet vor allem numerische Integration eines Differentialgleichungssystems unter vorgegebenen Anfangsbedingungen. Das Zustandsmodell ist für die Simulation im Zeitbereich sehr geeignet, da es sich um solche Gleichungen handelt, die direkt für die numerische Integration verwendet werden können.

Als Integrationsverfahren wurde das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung verwendet. Es handelt sich um eine Einschrittformel, die einfach in der Anwendung ist und keine zusätzlichen Startrechnungen erfordert. Die Schrittweite wurde so gewählt, daß numerische Stabilität gewährleistet ist. Sie entspricht außerdem der Abtastfrequenz der Meßwerterfassung, so daß ein direkter Vergleich von Meßwerten und Simulationen bei gleicher Schrittweite möglich ist. Die verwendete Abtastfrequenz beträgt 2000 Hz, das entspricht einer Zeitschrittweite von 0.0005 sec.

Eine Simulation mit dem Zustandsmodell nach Gl. 5.51 ergibt den Zeitverlauf des Momentenvektors $\mathbf{m}(t)$ bei Vorgabe des Zeitverlaufes des Drehzahlvektors $\mathbf{n}(t)$. Hiervon wird im weiteren für die Zeitbereichssimulation ausgegangen. Der Grund für die Einschränkung auf diesen Fall wird in Kapitel 5.5.3 noch erläutert.

5.5.2 Die Berechnung zeitlicher Ableitungen

Aus dem Zustandsmodell Gl. 5.51 ist ersichtlich, daß für die Berechnung des Momentenvektors auch die Ableitung des Drehzahlvektors $\dot{\mathbf{n}}(t)$ und für die Berechnung des Anfangszustandsvektors \mathbf{z}_0 auch höhere Ableitungen aller Systemgrößen im Anfangszustand notwendig sind.

Die erforderlichen Ableitungen der Meßwerte werden numerisch gebildet. Um hierbei zu große Ableitungswerte durch Meßstörungen und höherfrequente Schwingungen zu vermeiden, sind besondere Maßnahmen erforderlich. Neben der digitalen Filterung der Meßwerte wird zusätzlich eine Polynomschätzung

als Mittelung des Meßwertverlaufes durchgeführt (Bild 5.9). Aus dem Polynom für die letzten n Meßwerte können dann direkt die erforderlichen Ableitungen berechnet werden. Aus Gründen der Stabilität wird maximal ein Polynom dritter Ordnung geschätzt.

Der Ansatz für die Zeitfunktion $y(t)$ zur Approximation des Meßwertverlaufes aus diskreten Meßpunkten lautet :

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (5.52)$$

Der aktuelle Zeitpunkt t_i wird als momentaner Nullpunkt betrachtet. Mit der Schrittweite Δt folgt :

$$t_{i-j} = t_i - j \Delta t = -j \Delta t \quad (5.53)$$

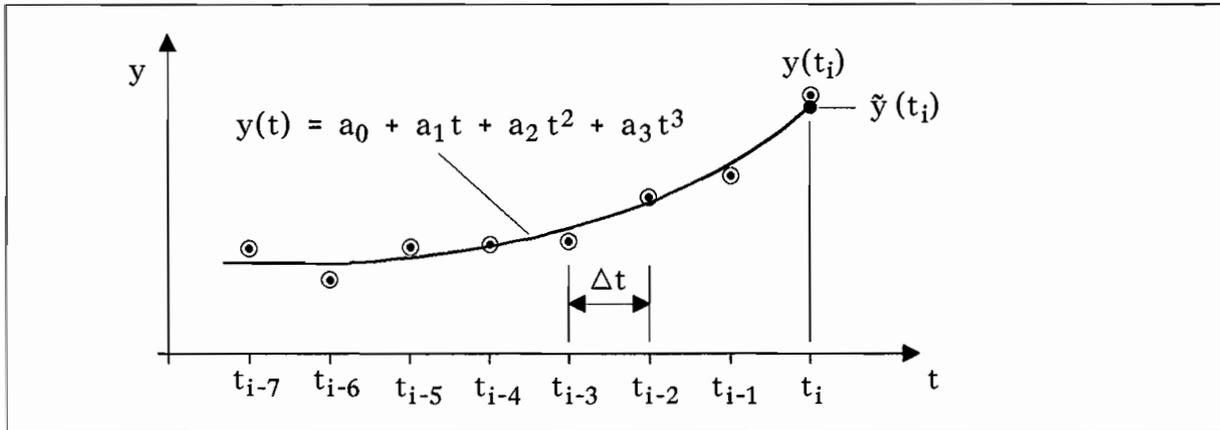


Bild 5.9 : Ausgleichspolynom zur Berechnung der Ableitungen

Für eine Polynomschätzung nach der Fehlerquadratmethode läßt sich für n zurückliegende Zeitpunkte ein lineares Gleichungssystem aufstellen :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & (-\Delta t) & (-\Delta t)^2 & (-\Delta t)^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (-n\Delta t) & (-n\Delta t)^2 & (-n\Delta t)^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t_i) \\ y(t_{i-1}) \\ \vdots \\ y(t_{i-n}) \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

oder

$$\mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{b} \quad (5.54a)$$

Es folgt die Parameterschätzggleichung zur Minimierung der Fehlerquadrate (vgl. Gl. 5.19-5.22) :

$$\mathbf{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (5.55)$$

Aus den geschätzten Parametern folgen direkt der Mittelwert und die zeitlichen Ableitungen :

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t_i) &= a_0 \\ \dot{\tilde{y}}(t_i) &= a_1 \\ \ddot{\tilde{y}}(t_i) &= 2 a_2 \\ \dddot{\tilde{y}}(t_i) &= 6 a_3 \end{aligned} \quad (5.56)$$

Höhere als dritte Ableitungen werden nicht verwendet. Stabiler ist jedoch ein Polynom zweiter Ordnung, so daß nach Möglichkeit auch auf die dritte Ableitung bei der Bestimmung der Anfangswerte verzichtet wird. Die Anzahl n der zurückliegenden Meßwerte wird je nach Filtereckfrequenz der vorhergehenden digitalen Filterung $n = 4 - 15$ gewählt.

5.5.3 Kopplung der Teilmodelle

Bei der Methode der linearen Teilmodelle wird der Betriebsbereich in Teilbereiche aufgeteilt. Die Aufteilung in die Teilbereiche kann anhand häufig angefahrterer Betriebspunkte oder aus der ungefähren Kenntnis der wesentlichen nicht-linearen Kennlinienverläufe vorgenommen werden. Die Umschaltung erfolgt dann in Abhängigkeit von den Eingangsgrößen. Über- oder unterschreitet eine Eingangsgröße einen bestimmten Wert, so wird auf ein anderes Teilmodell umgeschaltet.

Hieraus ergibt sich jedoch eine grundlegende Problematik für eine Simulation der Drehzahlen aus vorgegebenen Momentenverläufen. Um eine Drehzahlsimulation mit dem Zustandsmodell nach Bild 5.8 vornehmen zu können, müßte das gültige Teilmodell für den momentanen Betriebspunkt aus den gegebenen Momenten ermittelt werden. Es ist jedoch bereits im stationären Fall unmöglich, mit dem stationären Moment auf eine Pumpen- und eine Turbinendrehzahl zu

schließen, da das Kennfeld (Bild 2.3) für diesen Fall keine eindeutige Zuordnung zuläßt. Es ist je nach Verlauf des Kennfeldes mindestens die Angabe einer Drehzahl zur Festlegung eines Punktes im Kennfeld erforderlich.

Im instationären Fall ergeben sich zusätzliche Beschleunigungsmomente, die nur mit der Kenntnis des Drehzahlverlaufes bzw. der Beschleunigung herausgerechnet werden könnten. Aus diesem Grund lassen sich die Drehzahlen mit dem Zustandsmodell nach Bild 5.8 zunächst nur für einen Teilbetriebsbereich mit vorher bekanntem Betriebspunkt P_0 simulieren.

Darüberhinaus müßte für jede Modellumschaltung der aktuelle Betriebsbereich iterativ aus den bereits berechneten Drehzahlen ermittelt werden. Dies führt neben größeren Ungenauigkeiten auch zu einem sehr großen Berechnungsaufwand.

Ein weiteres Problem ergibt sich aus der Eigenschaft der Frequenzgangmatrizen bzw. der Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrizen. Da diese Übertragungsmatrizen im Ursprung singulär werden und daher nahe dem Ursprung zu sehr großen Werten führen, kann eine Polynomapproximation hier nur begrenzt genau erfolgen. Ungenauigkeiten im unteren Frequenzbereich und speziell bei $\Omega=0$ machen sich in der Zeitbereichssimulation durch Verschiebungen des stationären Betriebspunktes und durch niederfrequente Schwingungen bemerkbar, selbst wenn das dynamische Verhalten im oberen Frequenzbereich gut abgebildet werden kann.

Aus diesen genannten Gründen ist eine Zeitbereichssimulation der Drehzahlen aus vorgegebenen Momentenverläufen über große Betriebsbereiche schwierig bzw. ungenauer. Daher werden im folgenden für die Zeitbereichssimulationen nur *Simulationen der Momente aus vorgegebenen Drehzahlverläufen* betrachtet.

Bei den Simulationen der Momentenverläufe aus vorgegebenen Drehzahlverläufen mit dem Zustandsmodell Bild 5.7/Gl.5.51 werden die Umschaltunkte aus der Pumpen- und Turbinendrehzahl berechnet. Dazu wird das Kupplungskennfeld in Betriebsbereiche eingeteilt (Bild 5.10). Die Simulationsergebnisse hängen von einer geeigneten Wahl der Teilbereiche und der Abstimmung der Gültigkeitsbereiche für die jeweiligen Teilmodelle ab.

Die Umschaltung auf ein anderes Teilmodell erfordert bestimmte Maßnahmen, die eine kontinuierliche Simulation ermöglichen. Im wesentlichen ist dies die Berechnung der Anfangswerte für das neue Teilmodell. Die Berechnung der Anfangswerte sollte dabei möglichst genau erfolgen, um ein Einschwingen oder eine sprunghafte Änderung der Funktionswerte bei jeder Umschaltung zu vermeiden. Zur Berechnung der Anfangswerte müssen die höheren Ableitungen sowohl der Drehzahlverläufe, als auch der bisher simulierten Momentenverläufe im Umschaltzeitpunkt nach Kap. 5.5.2 gebildet werden.

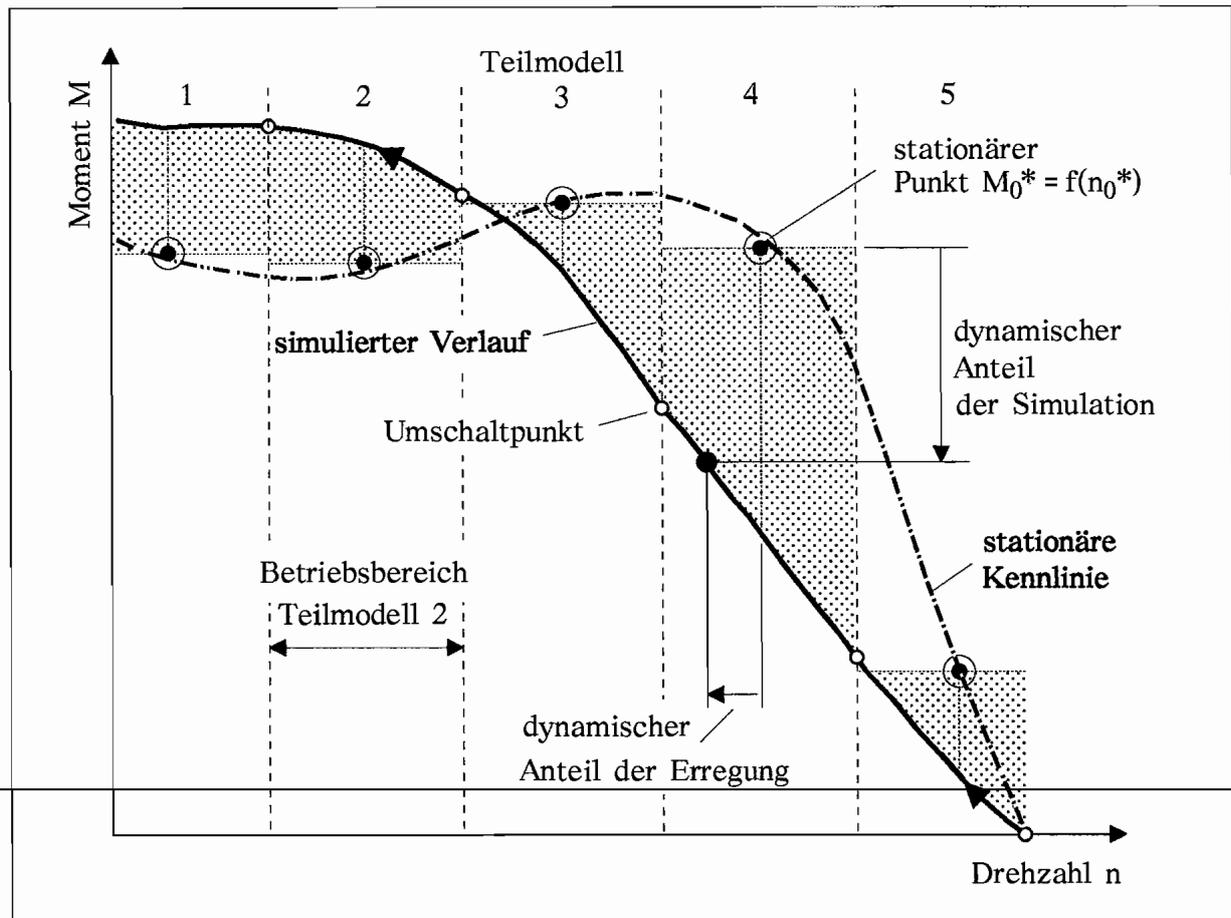


Bild 5.10 : Simulation durch Kopplung der Teilmodelle

In Bild 5.10 ist das Prinzip der Simulation durch Kopplung der Teilmodelle dargestellt. Der simulierte Momentenverlauf durchläuft dabei fünf Teilmodelle. An den Teilmodellgrenzen liegen die Umschaltpunkte, an denen auch die Anfangswerte für das nächste Teilmodell berechnet werden. Der simulierte Verlauf setzt sich zusammen aus dem stationären Anteil des jeweiligen Teilmodells und dem eigentlichen dynamischen Anteil, hier grau unterlegt, der sich aus dem entsprechenden dynamischen Anteil der Drehzahlerregung ergibt. Die stationären Punkte P_0^* müssen nicht unbedingt auf der stationären Kennlinie liegen, sondern ergeben sich aus der Offsetschätzung der harmonischen Verläufe (Kap. 5.3.1.2).

5.5.4 Der Simulationsablauf

Der Ablauf der numerischen Simulation im Zeitbereich ist in Bild 5.11 als Blockdiagramm dargestellt. In diesem Diagramm ist der Vergleich von Meßwerten und Simulationsergebnissen zur Überprüfung der identifizierten Modelle angedeutet. Darüberhinaus sollen jedoch mit der Zeitbereichssimulation dynamische Vorgänge simuliert werden, um Belastungen im Antriebsstrang zu ermitteln. Solche dynamischen Vorgänge können sowohl Drehzahlschwankungen, periodische Störungen oder auch Blockiervorgänge sein. Beispiele werden in Kap. 6.4 angegeben.

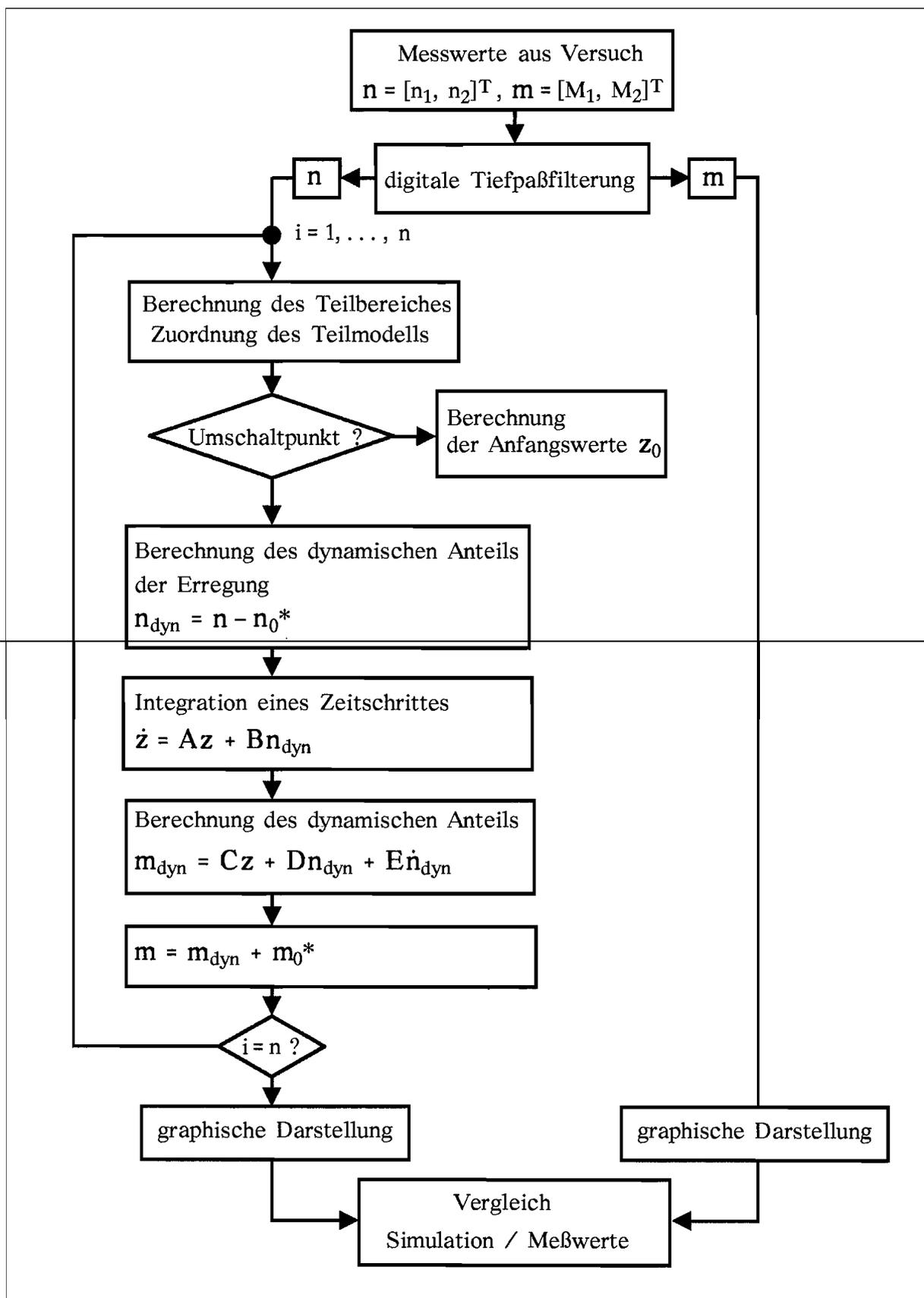


Bild 5.11 : Ablaufschema der Simulation im Zeitbereich

6 Identifikationsergebnisse und Auswertungen

6.1 Voraussetzungen und Grenzen der Messungen

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Ergebnisse der Messungen an der Voith-Turbokupplung 422 TH dargestellt. Weitere Einzelergebnisse sind im Anhang angegeben.

Die Darstellung der Ergebnisse gliedert sich in drei Teile. Im ersten Teil (Kap. 6.2 und 6.3) werden Übertragungsmatrizen im Frequenzbereich, einige Eigenschaften sowie Interpretationsmöglichkeiten dargestellt. Die Dynamischen Dämpfungsmatrizen (Kap. 6.2) sind dabei geeignete Darstellungen für Betrachtungen im Frequenzbereich und bilden die grundlegenden Übertragungsmodelle. Zusätzlich werden einige Besonderheiten der Dynamischen Steifigkeitsmatrix und der Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrix erläutert (Kap. 6.3).

Im zweiten Teil (Kap. 6.4) werden einige simulierte Momentenverläufe vorgestellt. Sie wurden mit den aus den Dynamischen Dämpfungsmatrizen transformierten Zustandsmodellen durchgeführt. ~~Die Zeitbereichssimulationen zeigen,~~ daß die identifizierten linearen Teilmodelle zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Hydrodynamischen Kupplung geeignet und wirkungsvoll sind.

Im dritten Teil (Kap. 6.5) werden die Verläufe Dynamischer Dämpfungsfunktionen, die sich aus den theoretisch hergeleiteten Gleichungen (Kap. 2.3) ergeben, mit gemessenen Dämpfungsfunktionen verglichen. Der Vergleich ist jedoch nur für den Nennbetriebsbereich bei geringem Schlupf möglich. In diesem Bereich liefern die theoretischen Gleichungen bei einer geeigneten Parameterwahl gute Ergebnisse.

Für die Identifikation der linearen Teilmodelle, die für die Zeitbereichssimulationen verwendet werden (Kap. 6.4), wurde ein begrenzter Kennfeldbereich betrachtet. Die Grenzen für diesen untersuchten Teilbetriebsbereich ergeben sich aus den Leistungsgrenzen des Versuchsstandes und aus den Grenzen durch die thermischen Belastungen der Kupplung.

Die Füllmenge beträgt hierbei 8 Liter und entspricht damit häufigen praktischen Anwendungen. Als Betriebsflüssigkeit wurde ein Mineralöl der Viskositätsklasse ISO VG 46 verwendet. Als Innenrad wurde die Ausführung mit Mischprofil verwendet.

Die mittlere Pumpendrehzahl wurde mit 900 min^{-1} so gewählt, daß die Leistung des Versuchsstandes ausreicht, um die Kennlinie über das gesamte Drehzahlverhältnis von $\nu = 0$ bis $\nu = 1$ zu vermessen. Die eigentlichen Messungen des

dynamischen Verhaltens wurden jedoch nur bis zu einem Schlupf von ca. 35% durchgeführt. Damit wird dann der kritische Bereich des Abknickens der Kennlinie mit erfaßt. Bei größerem Schlupf wird die thermische Belastung der untersuchten Kupplung bei längeren Meßreihen zu groß. Die Temperatur der Betriebsflüssigkeit erhöht sich bei zunehmendem Schlupf immer schneller, so daß eine Messung der Frequenzgänge innerhalb eines vorgegebenen engen Temperaturbereiches durch Unterbrechung und Abkühlung immer schwieriger wird.

Das stationäre Kennfeld des hier untersuchten Bereiches ist in Bild 6.1 dargestellt. Es handelt sich hierbei um die Approximation der gemessenen Kennlinienverläufe durch ein zweidimensionales Polynom (hier mit 3×12 Parametern), welches ebenfalls mit einer Polynomschätzung nach der Fehlerquadratmethode ermittelt wurde. Mit diesem Kennfeldpolynom läßt sich dann sofort jeder stationäre Momentenwert und die Steigung in jedem Punkt berechnen.

Der Bereich der Kennlinie von 0% bis 35% Schlupf wurde in maximal acht Teilbereiche aufgeteilt. Die entsprechenden acht Teilmodelle liegen in ihren stationären Betriebspunkten bei 5%, 8%, 10%, 12%, 15%, 20%, 25% und 30% Schlupf und einer Pumpendrehzahl von 900 min^{-1} . Hierbei wurde der Bereich mit stärkerer Krümmung der stationären Kennlinie feiner unterteilt (Bild 6.2).

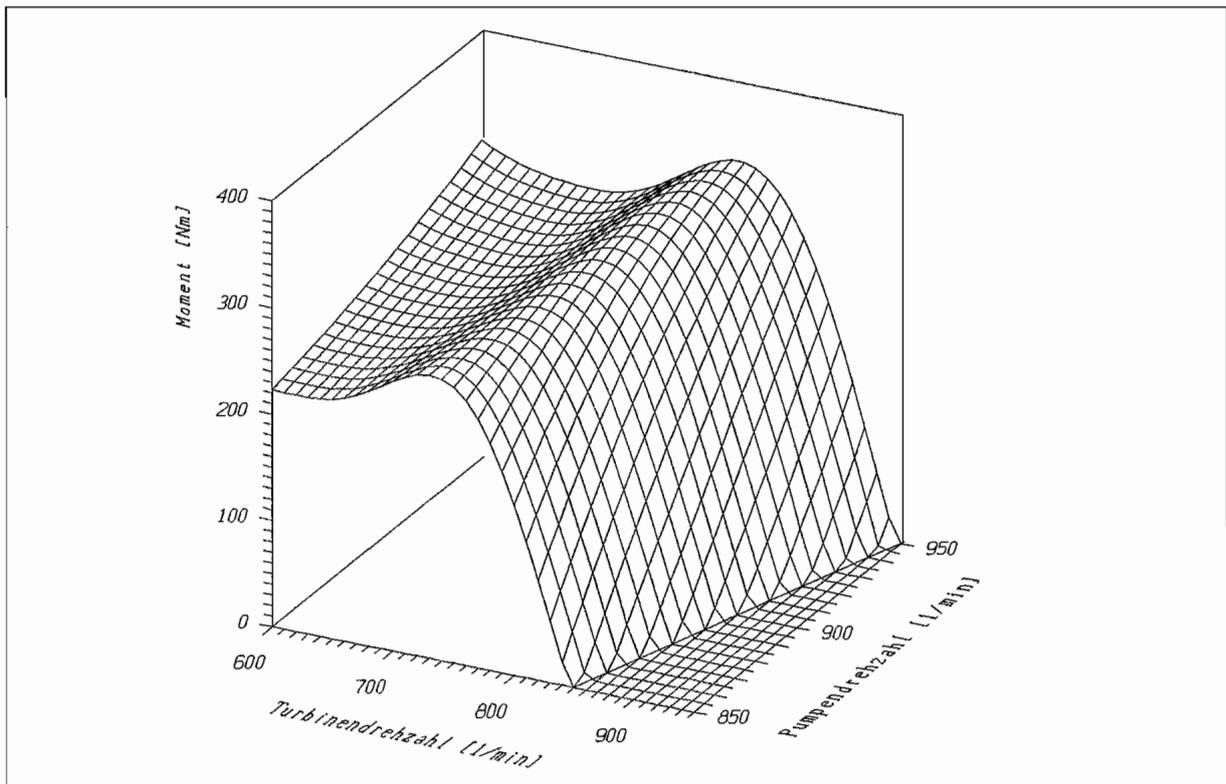


Bild 6.1 : Stationäres Kennfeld des untersuchten Bereiches

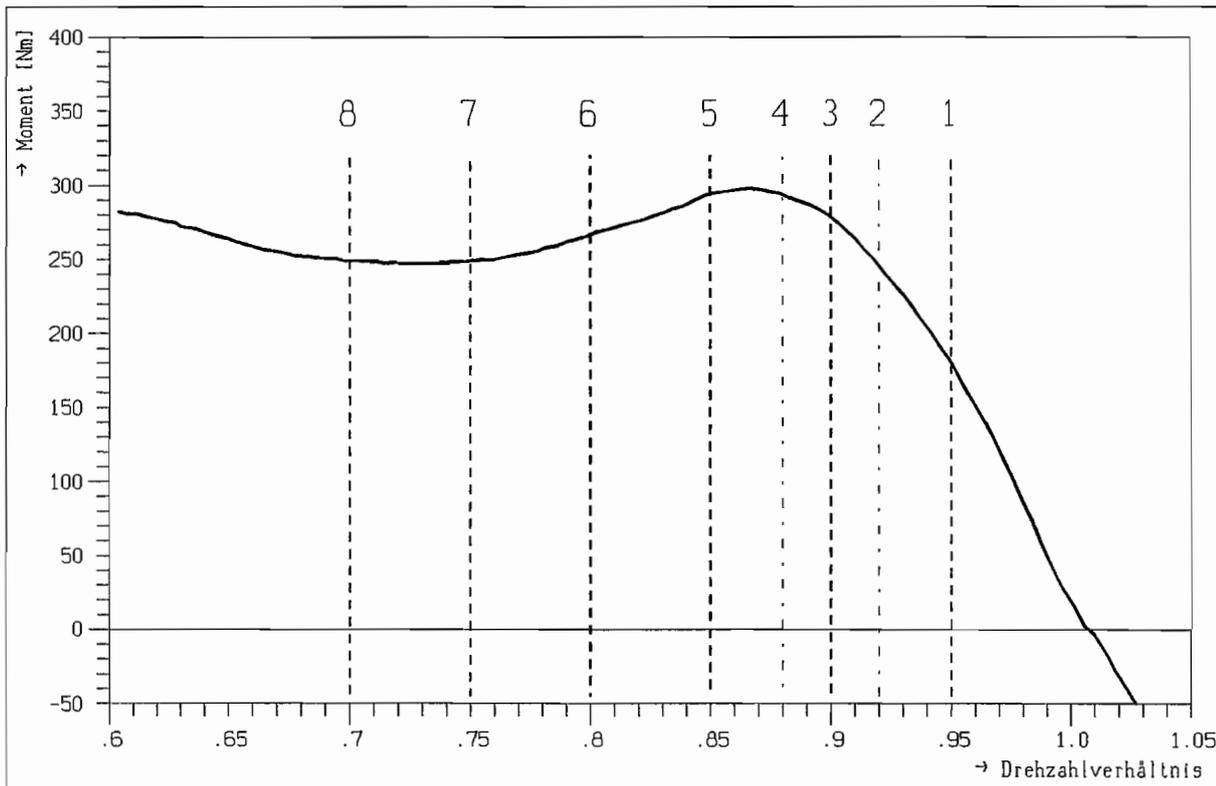


Bild 6.2 : Stationäre Kennlinie und Zuordnung der Teilmodelle ($n_p = 900 \text{ min}^{-1}$)

Zusätzlich zu diesem angegebenen Kennfeldbereich wurden Messungen in Nennbetriebsbereich bei 5% Schlupf bei verschiedenen Füllungsgraden (6/8/10 L), bei verschiedenen Pumpendrehzahlen (600/1000/1500 min^{-1}), verschiedenen Viskositäten (VG 5/32/100) und den verschiedenen Innenradausführungen (Mischprofil/gestaffeltes Profil) durchgeführt. Wesentliche Abhängigkeiten werden in Kap. 6.2.6 dargestellt.

6.2 Dynamische Dämpfungsmatrizen

6.2.1 Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix

In Bild 6.3 und 6.4 sind die Dynamischen Dämpfungsmatrizen exemplarisch für die zwei Betriebspunkte bei 5% und 15% Schlupf gezeigt. Weitere Dynamische Dämpfungsmatrizen sind im Anhang A1.1 dargestellt. Die Frequenzgangmessungen erfolgten dabei mit einer Drehzahlamplitude von jeweils 40 min^{-1} . Auf die Amplitudenabhängigkeit wird in Kapitel 7 eingegangen.

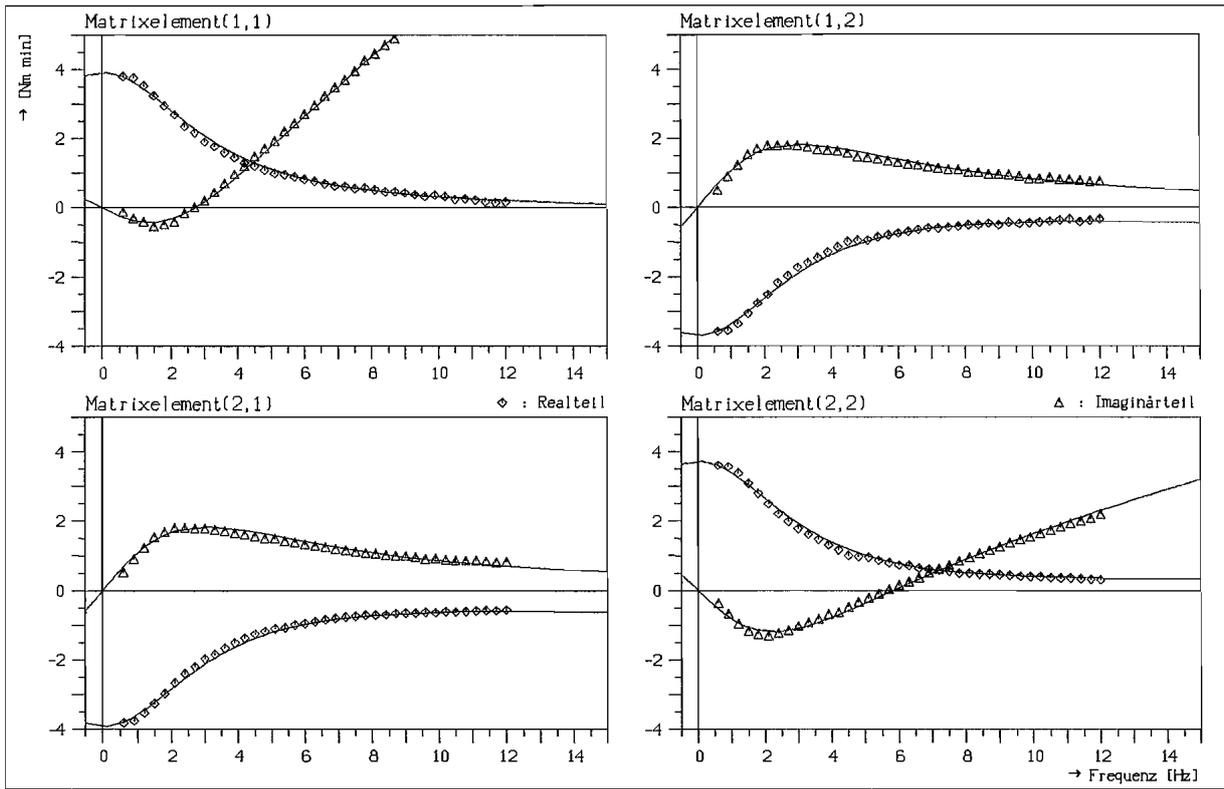


Bild 6.3 : Dynamische Dämpfungsmatrix, $\nu = 0.95$, 8 Liter

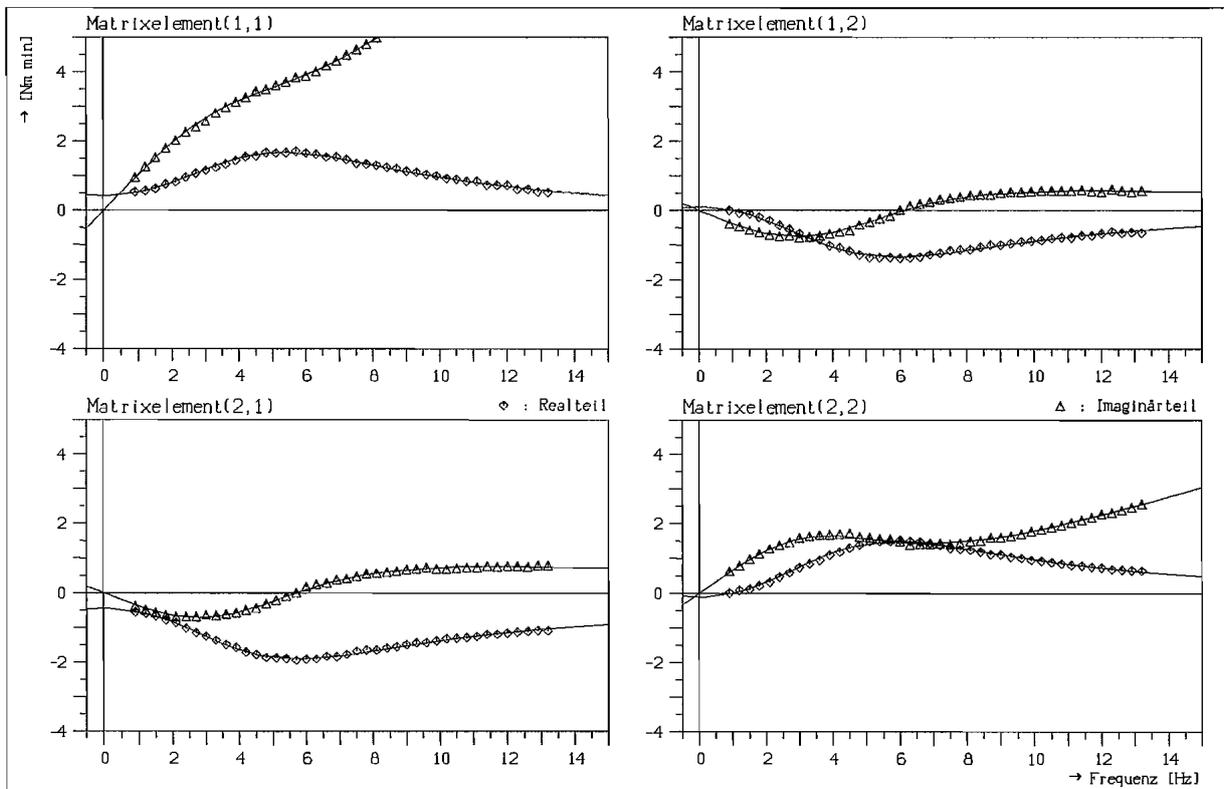


Bild 6.4 : Dynamische Dämpfungsmatrix, $\nu = 0.85$, 8 Liter

In den Graphiken sind die einzelnen, aus den Frequenzgangmessungen berechneten Punkte für alle vier Dynamischen Dämpfungsfunktionen als Realteil (Raute) und als Imaginärteil (Dreieck) dargestellt. Die Abszisse ist die Frequenzachse, hier mit der Normierung in Hertz. Die Ordinaten sind so normiert, daß sich für alle Verläufe eine vergleichbare Darstellung ergibt. Die Einheit auf der Ordinate ist Nmmin.

Die durchgezogenen Linien sind die Funktionsverläufe der Übertragungsfunktionen mit den geschätzten Parametern aus der Parameterschätzung (Kap. 5.3.2, Werte für Parameter s. Anhang A1.1).

Bemerkenswert ist der große Unterschied im Verlauf der Dynamischen Dämpfungsmatrizen für diese beiden Betriebspunkte besonders im unteren Frequenzbereich. Die Abhängigkeit des Verlaufes vom Betriebspunkt ist im gesamten untersuchten Bereich sehr groß, da sich die Strömungszustände in der Kuppelung stark ändern. Dies ist auch schon am Verlauf der stationären Kennlinie deutlich zu erkennen.

6.2.2 Darstellung als Dämpfungsmatrizenfeld

Um die Abhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrizen vom jeweiligen Betriebspunkt anschaulicher darstellen zu können, aber auch für spätere spezielle Auswertungen, wurden die Dynamischen Dämpfungsmatrizen für die acht Betriebspunkte (Bild 6.2) in Richtung des Schlupfes bzw. des Drehzahlverhältnisses v parametrisiert und als Matrizenfeld dargestellt. Dazu wurde die Parameterschätzung der Übertragungsfunktionen (Kap. 5.3.2) um ein gebrochen-rationales Polynom für die Schlupfabhängigkeit erweitert :

$$d_{ij}(i\Omega) = \frac{(b_{0ij} + b_{1ij}(i\Omega) + \dots + b_{nij}(i\Omega)^n) (1 + c_{1ij}v + c_{2ij}v^2 + \dots + c_{qij}v^q)}{(a_0 + a_1(i\Omega) + \dots + a_m(i\Omega)^m) (1 + d_1v + d_2v^2 + \dots + d_rv^r)} \quad (6.1)$$

Die Anzahl der zu schätzenden Parameter in Gl. 5.31 erhöht sich dann entsprechend um $r + 4 \times q$. Dabei kann $r=2$ und $q=4$ gewählt werden.

In Bild 6.5-6.8 sind die vier Elemente des Dynamischen Dämpfungsmatrizenfeldes in jeweils Real- und Imaginärteil dargestellt.

Deutlich zu erkennen ist die starke Krümmung der Flächen in Abhängigkeit vom Betriebspunkt. Dabei ist der Übergang von einem Teilbetriebspunkt zum nächsten jedoch gut als kontinuierlicher Verlauf zu approximieren.

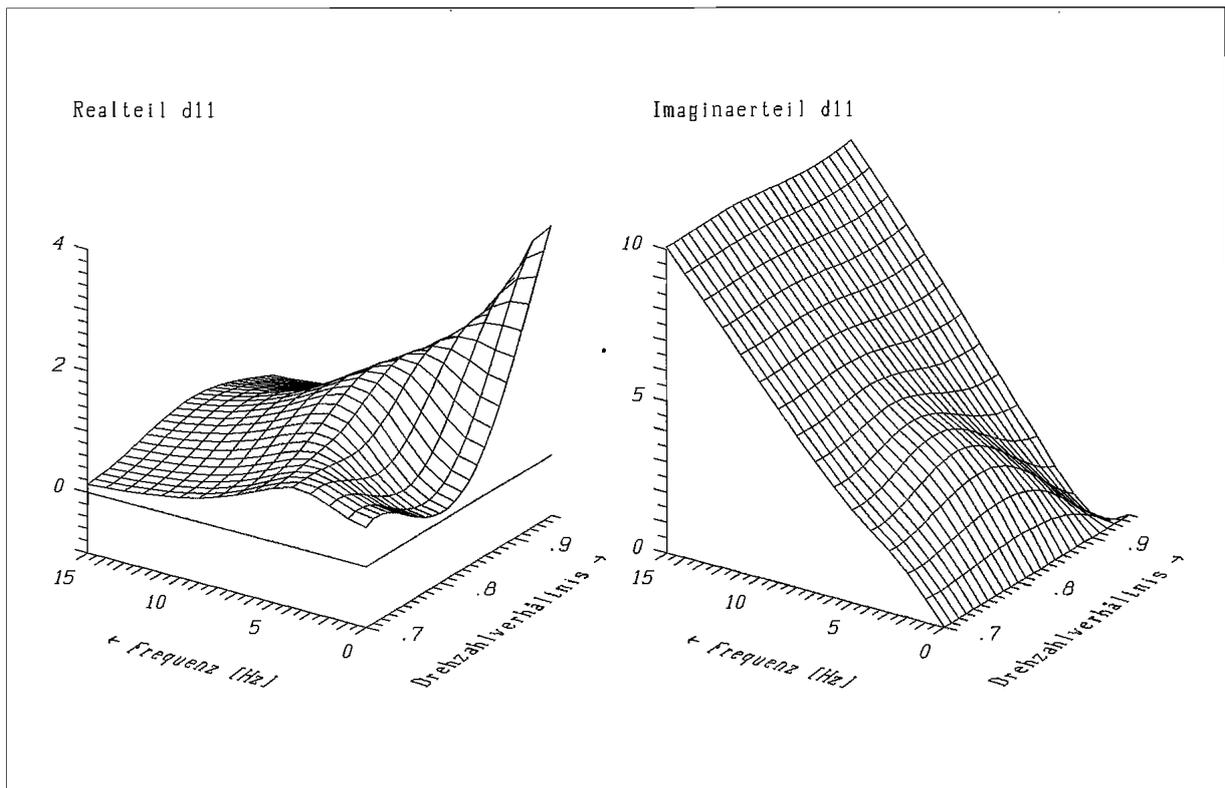


Bild 6.5 : Dynamische Dämpfungsfunktion $d_{11} = f(\text{Frequenz, Drehzahlverhältnis})$

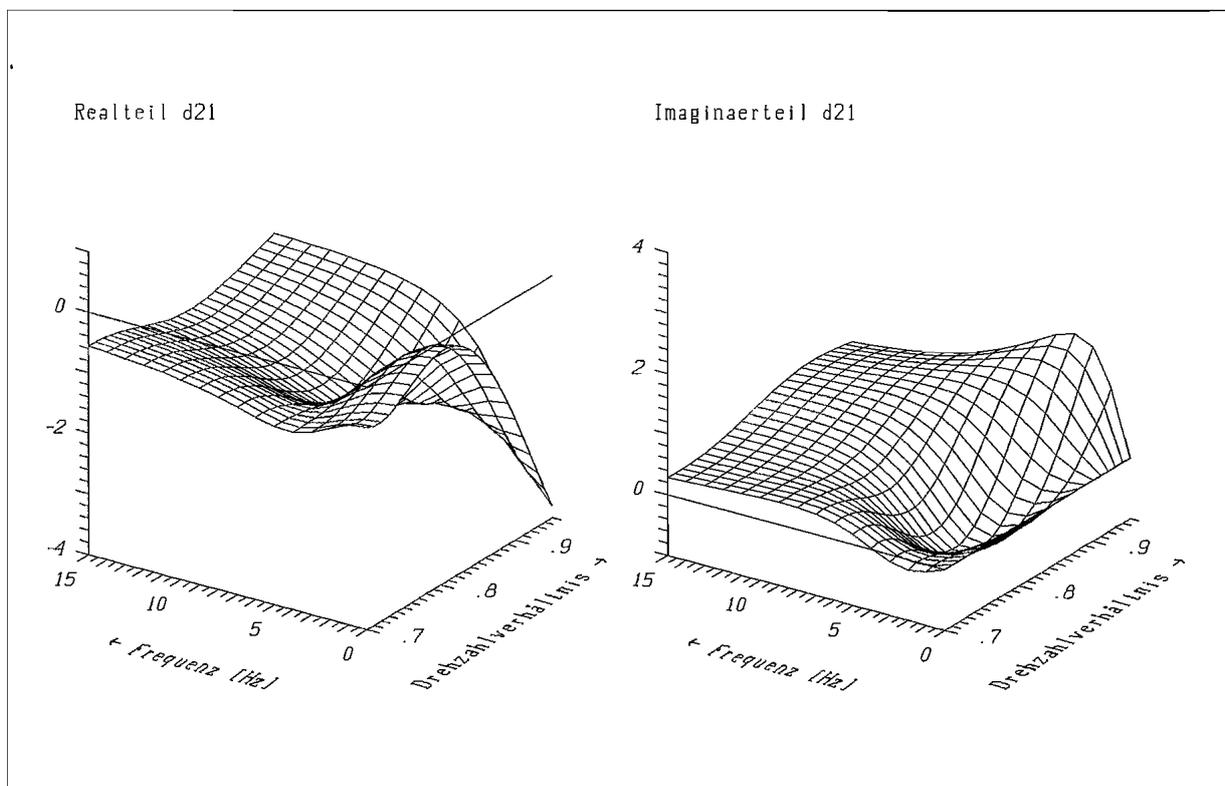


Bild 6.6 : Dynamische Dämpfungsfunktion $d_{21} = f(\text{Frequenz, Drehzahlverhältnis})$

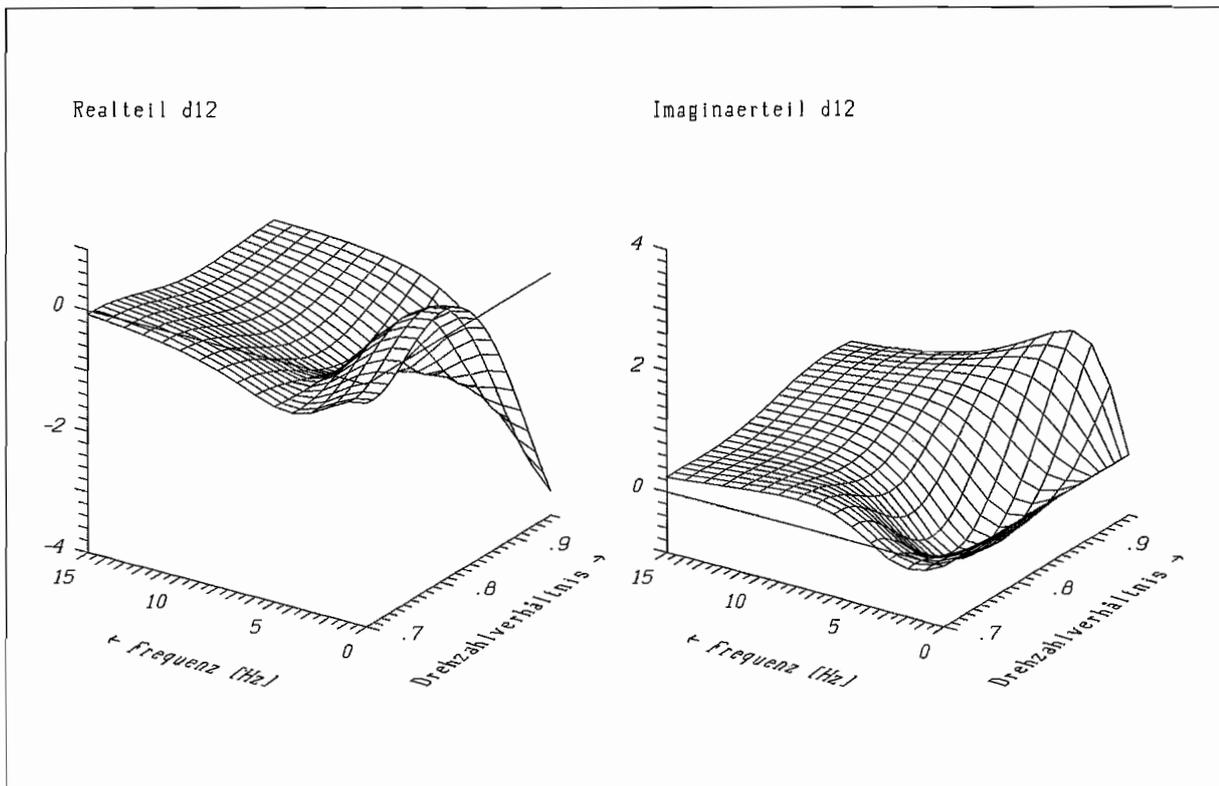


Bild 6.7 : Dynamische Dämpfungsfunktion $d_{12} = f(\text{Frequenz, Drehzahlverhältnis})$

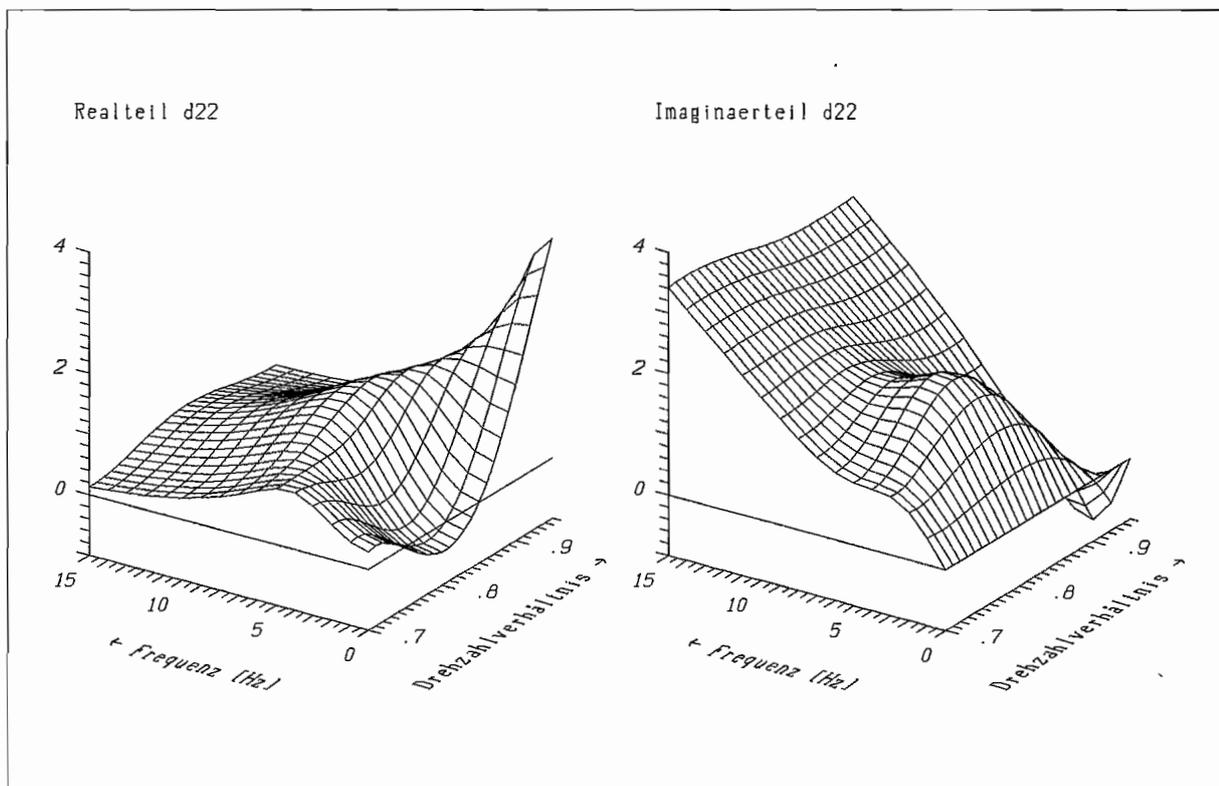


Bild 6.8 : Dynamische Dämpfungsfunktion $d_{22} = f(\text{Frequenz, Drehzahlverhältnis})$

6.2.3 Allgemeine Eigenschaften der Dynamischen Dämpfungsmatrizen

Bei der Interpretation der Verläufe der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ist zu beachten, daß es sich um das Gesamtverhalten des Teilsystems handelt, wie es in Kap. 3.4.1 für die Teilsystemidentifikation definiert wurde. Es sind daher auch Trägheits- und Lagerreibungseffekte enthalten, die im Verlauf der Dämpfungsfunktionen erkennbar sind.

Die Dynamischen Dämpfungsmatrizen müssen jedoch auch allgemeine Eigenschaften besitzen, die zum Teil schon in Kapitel 3 bei der Vierpoldarstellung angesprochen wurden. So muß der Imaginärteil im Ursprung Null sein. Diese Bedingung wurde bereits bei der Parameterschätzung ausgenutzt, entspricht aber auch den Verläufen der Meßwerte.

Wesentlich ist auch der Wert der Realteile für $\Omega = 0$. Dies entspricht dem stationären Verhalten. Daher müssen die Realteile der Steigung des stationären Kennfeldes im jeweiligen Betriebspunkt entsprechen. Maßgeblich hierfür sind die Koeffizienten b_{0ij} der geschätzten Dämpfungsfunktionen. Es muß daher folgendes gelten: die Steigung in n_1 -Richtung $\approx b_{011} = b_{021}$ und die Steigung in n_2 -Richtung $\approx b_{012} = b_{022}$. Daß dieser Sachverhalt sehr gut übereinstimmt, ist den geschätzten Polynomparametern zu entnehmen (s. Anhang A1.1). Sehr anschaulich ist dies im Verlauf der Dämpfungsmatrizenfelder (Bild 6.5-6.8) zu erkennen: die Realteile bei der Frequenz $f = 0$ haben den Verlauf, der der Steigung des stationären Kennfeldes (Bild 6.1) entspricht.

Die Steigungen des Kennfeldes in n_1 - und n_2 -Richtung sind im allgemeinen nicht gleich; dies ist ein Grund für das unsymmetrische Verhalten des Vierpols "Hydrodynamische Kupplung".

Um einige Analogien aufzuzeigen, soll noch einmal das einfache System Trägheit1/Dämpfer/Trägheit2 betrachtet werden (vgl. Kap. 3, Tabelle 1). Die Dynamische Dämpfungsmatrix dafür lautet (nach Umrechnung Tabelle 2):

$$D(i\Omega) = \begin{bmatrix} d + i\Omega\Theta_1 & -d \\ -d & d + i\Omega\Theta_2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Daraus läßt sich folgendes entnehmen: Die Dämpfungskonstanten sind nur im Realteil in der Hauptdiagonalen positiv und in der Nebendiagonalen negativ enthalten. Die Trägheiten Θ_1 und Θ_2 entsprechen der Steigung einer Geraden im Imaginärteil der Hauptdiagonalen.

Dies läßt sich nun mit den Dynamischen Dämpfungsmatrizen der Hydrodynamischen Kupplung (z.B. Bild 6.3/6.4) vergleichen. Die Realteile sind hier keine Konstanten, sondern sind frequenzabhängig. Zusätzlich ist ein Imaginärteil

vorhanden. Den Imaginärteilen der Hauptdiagonalelemente sind Geraden überlagert, die den Trägheitsmassen der Kupplung entsprechen. Dies wird im folgenden genauer ausgeführt.

6.2.4 Identifikation der Trägheitsmassen

Die Betrachtung der Geraden im Imaginärteil der Hauptdiagonalen hat zwei Gesichtspunkte. Es wird hiermit gezeigt, wie sich mit diesem Identifikationsverfahren Trägheiten in einem Antriebsstrang generell identifizieren lassen. Darüberhinaus kann die Trägheitsmasse der Hydrodynamischen Kupplung und speziell der Einfluß der Betriebsflüssigkeitsfüllung auf die Massenverteilung untersucht werden. Die Bestimmung der Trägheitsmasse der Betriebsflüssigkeitsfüllung ist rechnerisch sehr schwierig, da nicht genau bekannt ist, wie sich im Betrieb die Flüssigkeit bei Teilfüllung im Arbeitsraum verteilt.

Die Bestimmung der Geradensteigung zur Ermittlung der Trägheitsmassen setzt voraus, daß der Einfluß der Trägheitsmomente bei steigender Frequenz überwiegt und der Verlauf des Imaginärteiles sich einer Geraden annähert. Prinzipiell ist die Steigung zeichnerisch zu ermitteln. Einfacher ist jedoch die Betrachtung der Koeffizienten aus der Parameterschätzung der Polynome.

Betrachtet man die Dynamische Dämpfungsfunktion z.B. mit den Polynomgraden $m=2$ und $n=3$ bei Frequenzen gegen unendlich, so ergibt sich :

$$\begin{aligned} d_{ij}(i\Omega) &= \frac{b_{0ij} + b_{1ij}(i\Omega) + b_{2ij}(i\Omega)^2 + b_{3ij}(i\Omega)^3}{a_0 + a_1(i\Omega) + a_2(i\Omega)^2} \\ &= \frac{b_{0ij}/(i\Omega)^2 + b_{1ij}/(i\Omega) + b_{2ij} + b_{3ij}(i\Omega)}{a_0/(i\Omega)^2 + a_1/(i\Omega) + a_2} \end{aligned} \quad (6.3)$$

und

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{d_{ij}(\Omega \rightarrow \infty)\} &= \frac{b_{2ij}}{a_2} \\ \operatorname{Im}\{d_{ij}(\Omega \rightarrow \infty)\} &= \frac{b_{3ij}}{a_2} \Omega \end{aligned} \quad (6.4)$$

Dabei entspricht die Steigung der Geraden im Imaginärteil b_{3ij}/a_2 jedoch gerade den Elementen der Matrix \mathbf{E} in der Zustandsraumdarstellung (Gl. 5.51). Die Matrix \mathbf{E} läßt sich daher als Trägheitsmatrix auffassen und ergibt mit $\dot{\mathbf{n}}(t)$ die reinen Trägheitsmomente. Aus der Zustandsraumdarstellung lassen sich daher direkt die Trägheitsmassen ablesen. Allerdings spielt die Güte der Parame-

terschätzung für die Übertragungsfunktionen, d.h. im wesentlichen die richtige Wahl der Polynomgrade und eventuell die Wichtung, für diese Betrachtung eine große Rolle. Dabei läßt sich der Trägheitsanteil um so genauer bestimmen, je größer der gemessene Frequenzbereich und damit die Trägheitswirkung ist.

Die Elemente e_{11} und e_{22} der Zustandsmodelle bei allen acht Betriebspunkten haben nahezu die gleichen Werte; die maximalen Abweichungen betragen 2% (Anhang A1.1). Als mittlere Werte für die Trägheitsmassen bei einer Füllmenge von 8 Litern ergeben sich :

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= 0.11229 \text{ Nm min s/rad} = 1.07229 \text{ kg m}^2 \\ \Theta_2 &= 0.04005 \text{ Nm min s/rad} = 0.38245 \text{ kg m}^2\end{aligned}\quad (6.5)$$

Dabei sind in Θ_1 die außenradseitigen und in Θ_2 die innenradseitigen Trägheitsmassen enthalten. Diese Werte sollen nun mit Kontrollmessungen und mit rechnerischen Werten verglichen werden.

Es wurde eine Frequenzgangmessung bei entleerter Kupplung durchgeführt, um die Trägheitsmomente ohne Betriebsflüssigkeit zu ermitteln. Als Ergebnis läßt sich aus der Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix (Bild 6.9) folgendes entnehmen : Die Trägheiten entsprechen den Steigungen der Geraden im

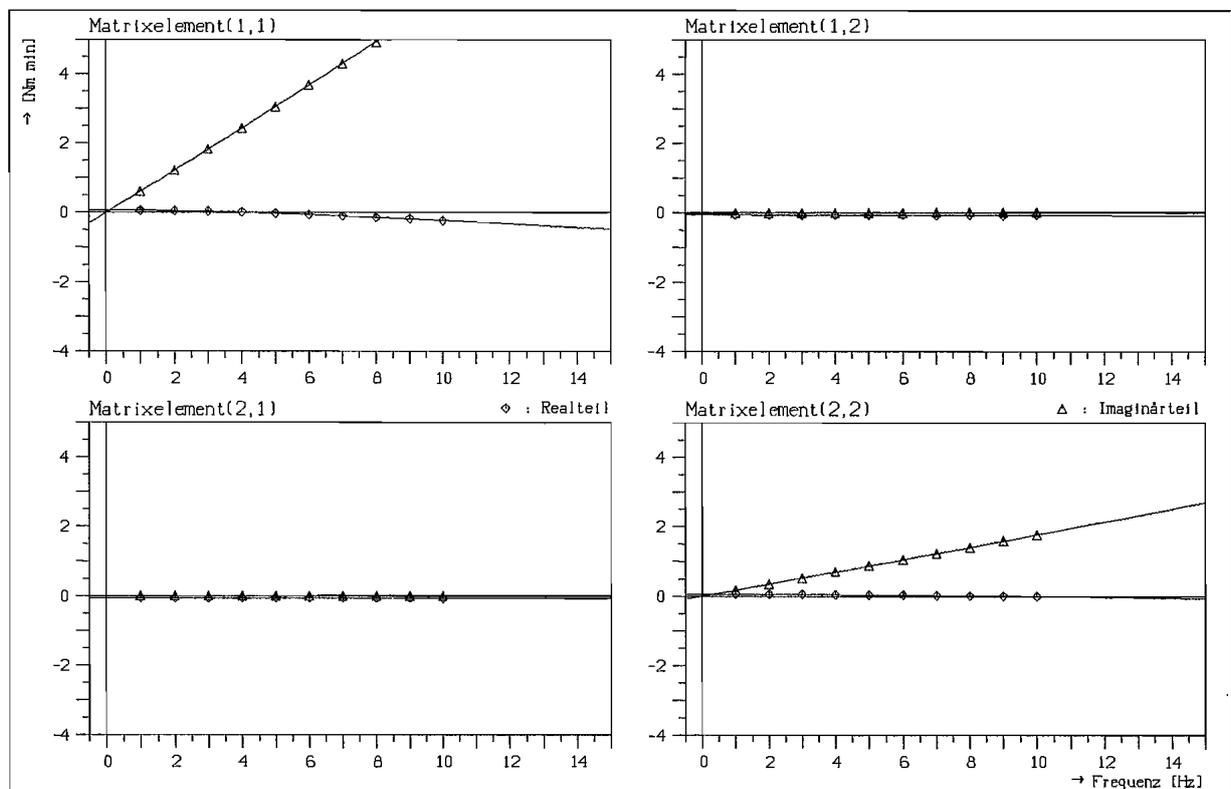


Bild 6.9 : Dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung ohne Öl

Imaginärteil der Elemente d_{11} und d_{22} , die Dämpfung durch Reibung und Lagereinflüsse der äußeren Lagerung tritt als Realteil in d_{11} und d_{22} auf, und die Dämpfung durch Reibung der inneren Kupplungslager und der Radialdicht-
ringe erscheint als Realteil in d_{12} und d_{21} , ist jedoch hierbei sehr gering.

Als Werte für die Trägheitsmassen ohne Betriebsflüssigkeit ergeben sich :

$$\begin{aligned}\Theta_{1\text{leer}} &= 0.10822 \text{ Nm min s/rad} = 1.03344 \text{ kg m}^2 \\ \Theta_{2\text{leer}} &= 0.03035 \text{ Nm min s/rad} = 0.28977 \text{ kg m}^2\end{aligned}\quad (6.6)$$

Aus der Differenz der beiden Summen aus Gl. 6.5 und 6.6 ergibt sich die Trägheitsmasse der Ölfüllung von 8 Litern im Betrieb :

$$\Theta_{\text{Ö1}} = 0.13153 \text{ kg m}^2 \quad (6.7)$$

Außerdem läßt sich aus den einzelnen Differenzen auch auf die Verteilung der Betriebsflüssigkeit schließen. Sie ist nicht symmetrisch :

$$\begin{aligned}\Theta_{\text{Ö11}} &= 0.03885 \text{ kg m}^2 \\ \Theta_{\text{Ö12}} &= 0.09268 \text{ kg m}^2\end{aligned}\quad (6.8)$$

Nach diesen Werten befindet sich im Turbinenrad der größere Anteil der Betriebsflüssigkeit.

Zum Vergleich für die Messung ohne Betriebsflüssigkeit sollen nun auch die rechnerisch ermittelten Trägheitsmassen der Kupplung und der Anbauteile aufgeführt werden (vgl. Bild 3.11).

Die Werte für die Trägheitsmomente von Außen- und Innenrad sind den Angaben des Kupplungsherstellers entnommen.

Außenradseitige Trägheitsmassen :

Außenrad der Kupplung	0.7500	kg m ²
Außenradflansch	0.1547	kg m ²
Außenradwelle	0.0031	kg m ²
1/2 Meßwelle	0.0052	kg m ²
Verbindungskupplung	0.0900	kg m ²
Σ	1.0030	kg m ²

Innenradseitige Trägheitsmassen :

Innenrad der Kupplung	0.1600	kg m ²
Innenradwelle	0.0044	kg m ²
1/2 Meßwelle	0.0052	kg m ²
Verbindungskupplung	0.0900	kg m ²
Σ	0.2596	kg m ²

Die berechneten außenradseitigen Trägheitsmassen stimmen damit sehr gut mit den gemessenen überein. Innenradseitig liegen sie hier 10% zu niedrig.

6.2.5 Das Hydrodynamische Übertragungsverhalten

Aus dem Übertragungsverhalten des gesamten Teilsystems "Hydrodynamische Kupplung" soll nun das eigentliche Hydrodynamische Übertragungsverhalten des Strömungskreislaufes im Frequenzbereich bestimmt werden. Es müssen dazu die Wirkungen der Trägheitsmassen der Bauteile und der Lagerungen herausgerechnet werden. Dazu eignet sich die Darstellungsform der Dynamischen Dämpfungsmatrix in besonderer Weise : die zusätzlichen Trägheits- und Reibungsmomente sind summativ in den Gleichungen enthalten und können daher auch direkt abgezogen werden. So erhält man das Hydrodynamische Übertragungsverhalten direkt durch Subtraktion der Dynamischen Dämpfungsmatrix der Kupplung ohne Öl (Bild 6.9) von der Dynamischen Dämpfungsmatrix der Kupplung in einem Betriebspunkt.

Es ist dabei jedoch zu beachten, daß dann in der Dynamischen Dämpfungsmatrix für das Hydrodynamische Übertragungsverhalten noch die Trägheitswirkung der Betriebsflüssigkeit enthalten ist. Dies ist auch sinnvoll, da der Füllungsgrad und damit die Trägheitsmasse der Betriebsflüssigkeit einen wesentlichen Einfluß auf das Übertragungsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung hat, und als charakteristische Größe in einem Übertragungsmodell enthalten sein muß.

In den Bildern 6.10 und 6.11 sind die Dynamischen Dämpfungsmatrizen für das Hydrodynamische Übertragungsverhalten bei $v=0.95$ und $v=0.85$, entsprechend den Bildern 6.3 und 6.4, dargestellt. Dabei ist zu erkennen, daß sich die vier Matrixelemente nicht nur durch die Trägheitsanteile des Öls unterscheiden, sondern auch geringfügig durch eine Verschiebung der Realteile der Elemente der ersten Spalte gegenüber der zweiten. Dies entspricht den unterschiedlichen Steigungen im stationären Kennfeld in Richtung der Pumpen- und der Turbinendrehzahl.

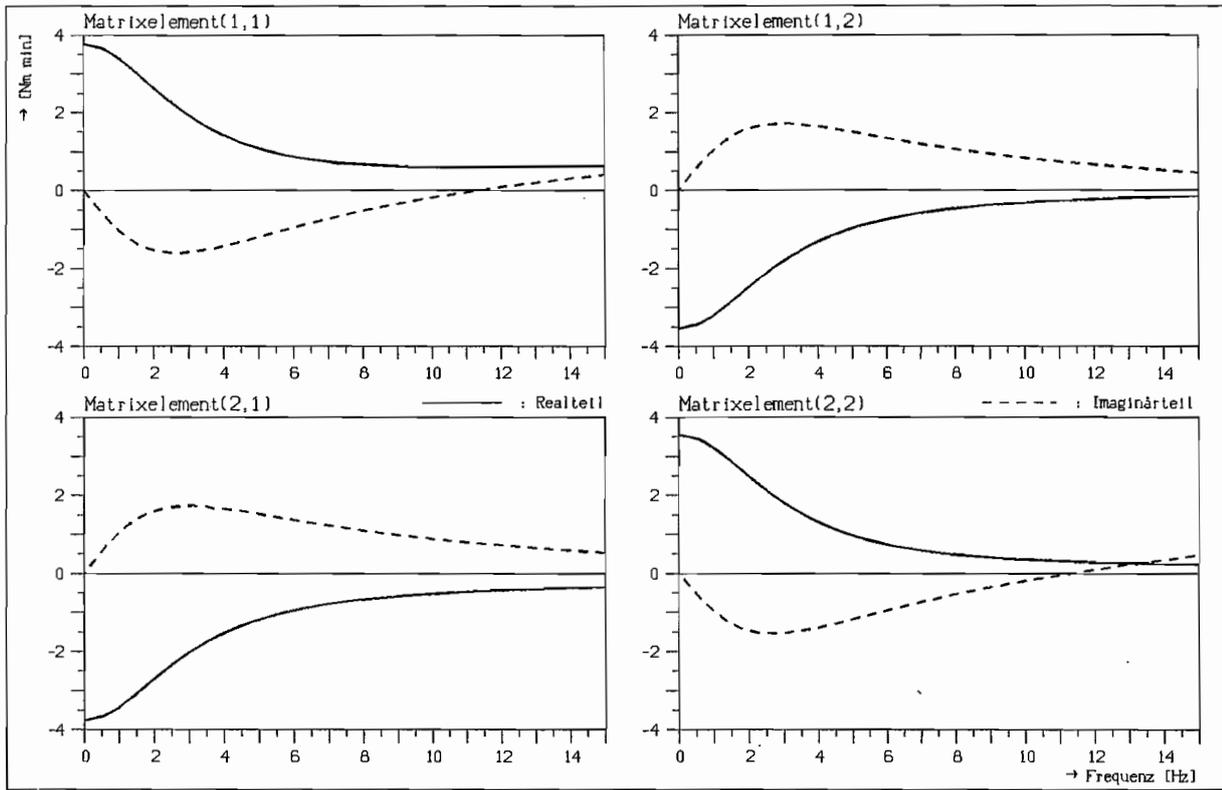


Bild 6.10 : Das Hydrodynamische Übertragungsverhalten für $\nu = 0.95$, 8 Liter

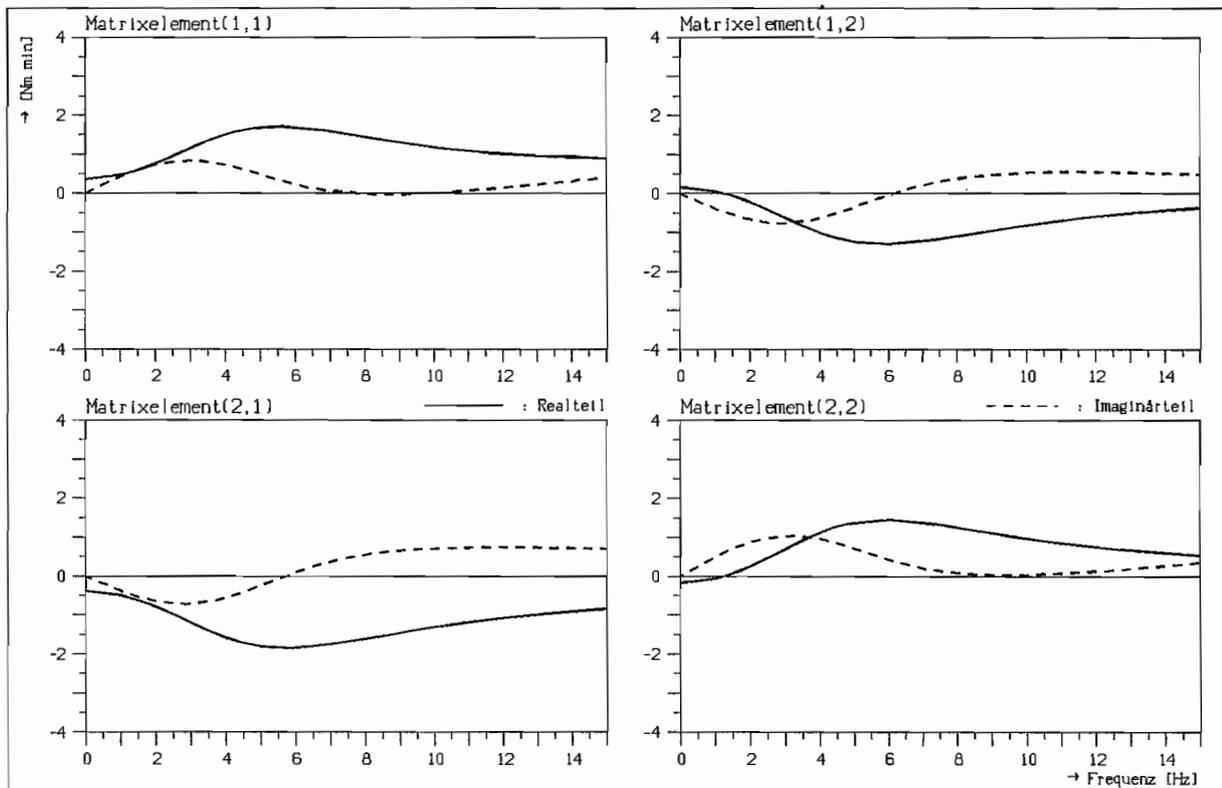


Bild 6.11 : Das Hydrodynamische Übertragungsverhalten für $\nu = 0.85$, 8 Liter

6.2.6 Einflußgrößen im Nennbetriebsbereich

Es werden nun einige Messungen in der Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix vorgestellt, die den Einfluß der verschiedenen Betriebsparameter auf das dynamische Verhalten deutlich machen. Dabei handelt es sich durchgehend um Messungen im Nennbetriebsbereich bei 5% Schlupf inklusiv aller Trägheitsmassen des Teilsystems. Dargestellt sind die Frequenzgangpunkte, verbunden durch Linienzüge. Es wurde hierbei an weniger Frequenzpunkten gemessen, da hier nur die Unterschiede und generellen Verläufe untersucht werden sollten. Der gemessene Frequenzbereich beträgt 0.5 bis 10.5 Hz, in Schritten von 0.5 Hz.

Untersucht wurde der Einfluß der Pumpendrehzahl, des Füllungsgrades, der Viskosität der Betriebsflüssigkeit, der Antriebsart Außen- oder Innenradantrieb und der Ausführung des Innenrades.

Dabei kann festgestellt werden, daß der Einfluß der Viskosität der Betriebsflüssigkeit auf das dynamische Verhalten vernachlässigbar gering ist. Untersucht wurden die Viskositäten VG 5, 32 und 100 bei einer mittleren Betriebstemperatur von 60°C.

Ebenfalls gering ist der Einfluß der Antriebsart auf das dynamische Verhalten. Es wurde dabei einmal -wie üblich- das Außenrad als Pumpenrad verwendet und alternativ das Innenrad. Die Unterschiede sind gering, da auch die Kennlinien für Außen- und Innenradantrieb in diesem Schlupfbereich nur geringfügig verschieden sind (s. Kennlinien Bilder 2.7-2.10).

Der Einfluß der Pumpendrehzahl ist erwartungsgemäß sehr groß. Die gemessenen Dynamischen Dämpfungsmatrizen für 600/1000/1500 min⁻¹ sind in Bild 6.12 im Vergleich dargestellt. Die Füllmenge beträgt hierbei 8 Liter, die Profilform des Innenrades ist das Mischprofil.

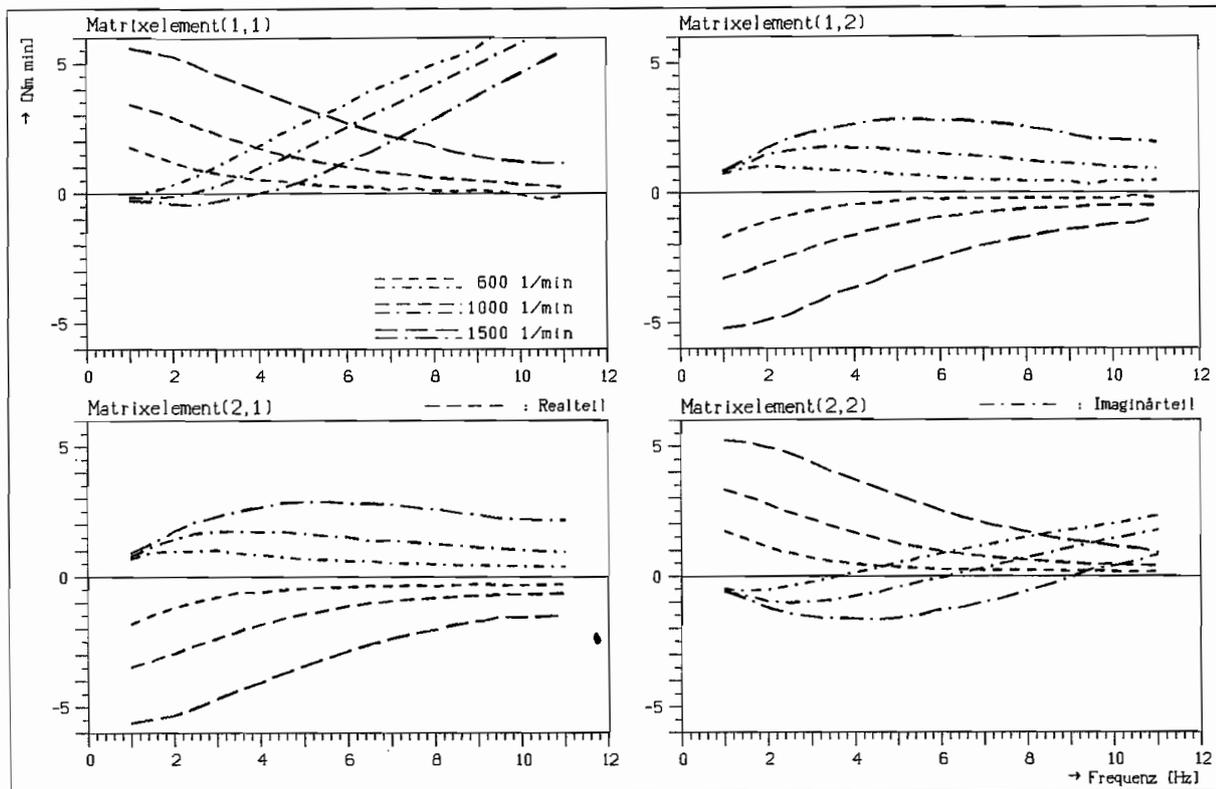


Bild 6.12 : Vergleich der Dynam. Dämpfungsmatrizen bei Drehzahlvariation
8 Liter, Mischprofil

Der Einfluß des Füllungsgrades ist mit der Profilform gekoppelt. In Bild 6.13 sind die Dynamischen Dämpfungsmatrizen für die Füllmengen 6/8/10 Liter bei einer Pumpendrehzahl von 1000 min^{-1} (Außenradantrieb) mit dem Mischprofil dargestellt. Die Verläufe für 8 und 10 Liter sind fast identisch. Der Verlauf für 6 Liter ist gravierend anders; das liegt jedoch vor allem daran, daß die Kennlinie für 6 Liter bei 5% Schlupf bereits flacher wird.

Für das gestaffelte Profil (Bild 6.14) sind die Verläufe für 6 und 8 Liter mit denen bei Mischprofil (Bild 6.13) fast identisch. Bei 10 Litern Füllmenge ist jedoch unterschiedliches Verhalten zwischen gestaffeltem Profil und Mischprofil erkennbar. Während beim gestaffelten Profil erwartungsgemäß mit zunehmender Füllmenge die dynamischen Momente größer werden, da sich wahrscheinlich ein größerer Strömungskreislauf ausbildet, ist beim Mischprofil der Verlauf der Dämpfungsfunktionen bei 8 und 10 Litern praktisch identisch.

Dies ist nur dadurch zu erklären, daß durch die Form der Mischprofilierung (s. Bild 2.6) die Strömung in einen kleineren Kreislauf gezwungen wird, in diesem Fall in einen ähnlichen wie bei 8 Litern Füllmenge.

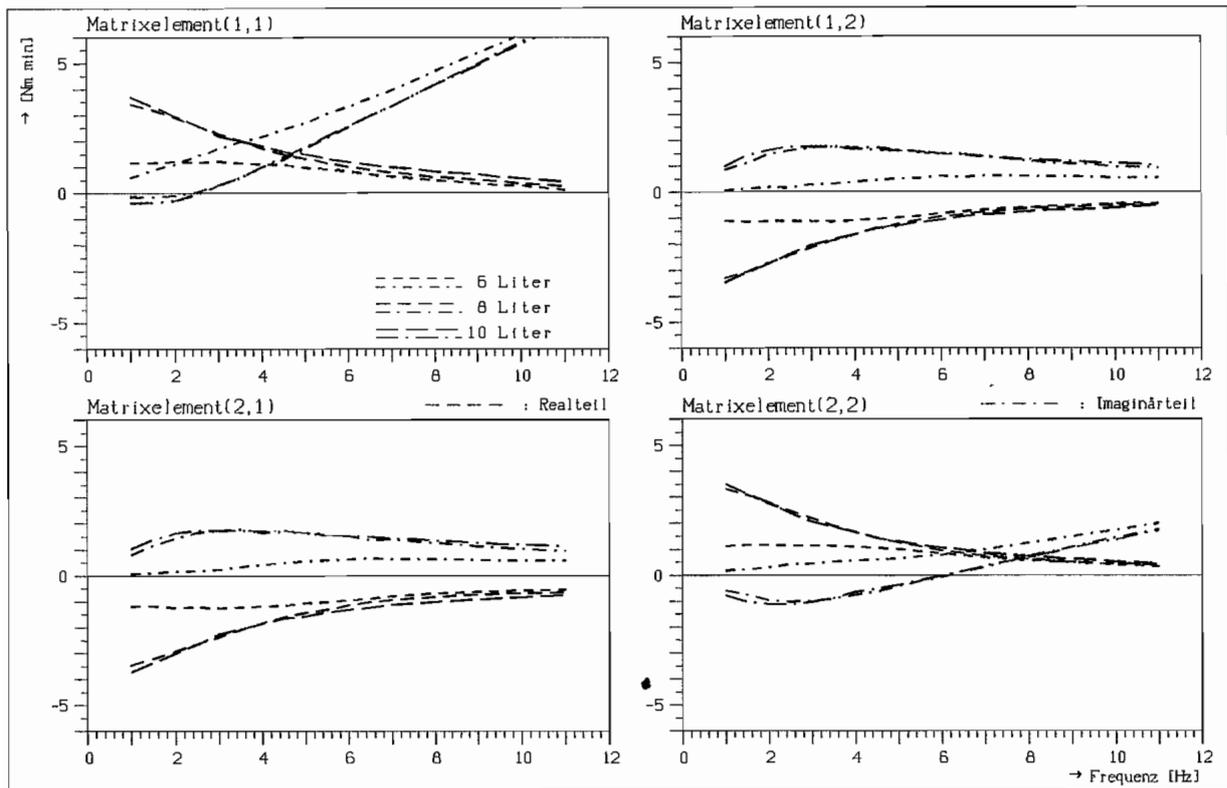


Bild 6.13 : Vergleich der Dynam. Dämpfungsmatrizen bei Teilfüllungen
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$, Mischprofil

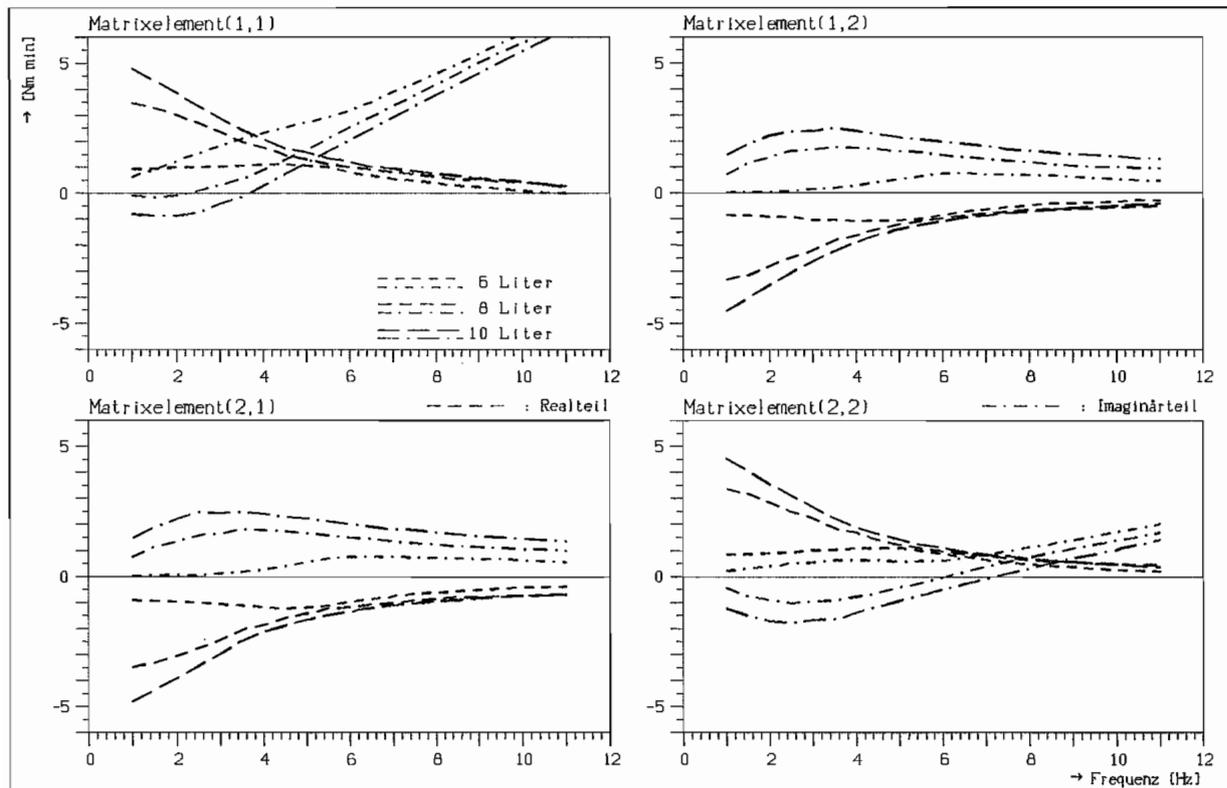


Bild 6.14 : Vergleich der Dynam. Dämpfungsmatrizen bei Teilfüllungen
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$, gestaffeltes Profil

6.3 Weitere Übertragungsmatrizen

6.3.1 Darstellung als Dynamische Steifigkeitsmatrix

Neben der Betrachtung der Dynamischen Dämpfungsmatrix ist auch die Betrachtung der Dynamischen Steifigkeitsmatrix möglich, wenn anstatt mit den Drehzahlen mit den Drehwinkeln gerechnet werden soll. Dies ist für Schwingungsrechnungen in Antriebssträngen meist erforderlich.

Die Beziehung zwischen der Dynamischen Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und der Dynamischen Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} lautet unter Berücksichtigung der Einheiten (vgl. Kap. 3.4, Tabelle 2) :

$$\mathbf{S}(i\Omega) = i\Omega \frac{30}{\pi} \mathbf{D}(i\Omega) \quad [\text{Nm/rad}] \quad (6.9)$$

In dieser Darstellung sind einige Eigenschaften jedoch nicht mehr erkennbar. Speziell über das Verhalten bei $\Omega = 0$ kann keine Aussage mehr gemacht werden. Eine Identifikation der Trägheitsmassen wird durch den parabelförmigen Verlauf schwieriger. In Bild 6.15 und 6.16 ist zum Vergleich zu Bild 6.10 bzw. 6.11 das dynamische Verhalten als Dynamische Steifigkeitsmatrix dargestellt.

In der Literatur wird das Schwingungsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung meist beschrieben durch einen frequenzabhängigen Steifigkeitsanteil $k^*(\Omega)$ und durch einen frequenzabhängigen Dämpfungsanteil $d^*(\Omega)$, wie dies auch bei elastischen Wellenkupplungen üblich ist :

$$\hat{\mathbf{M}} = (k^* + i\Omega d^*) \Delta \hat{\varphi} \quad (6.10)$$

Der Steifigkeitsanteil $k^*(\Omega)$ entspricht dabei dem Realteil der Dynamischen Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} und der Dämpfungsanteil $d^*(\Omega)$ dem Realteil der Dynamischen Dämpfungsmatrix \mathbf{D} .

$$\begin{aligned} k^*(\Omega) &= \text{Re} \{ \mathbf{S}(i\Omega) \} \\ d^*(\Omega) &= \text{Re} \{ \mathbf{D}(i\Omega) \} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Von einem Steifigkeitsanteil kann man üblicherweise aber nur dann sprechen, wenn im Realteil der Dynamischen Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} ein konstanter Anteil vorhanden ist. Dies ist hier jedoch nicht der Fall.

Der Klammerausdruck in Gl. 6.10 stellt die auf ein Element reduzierte Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} dar. Sinnvoller und mathematisch exakt ist jedoch die Verwendung einer komplexen Übertragungsmatrix $\mathbf{D}(i\Omega)$ oder $\mathbf{S}(i\Omega)$.

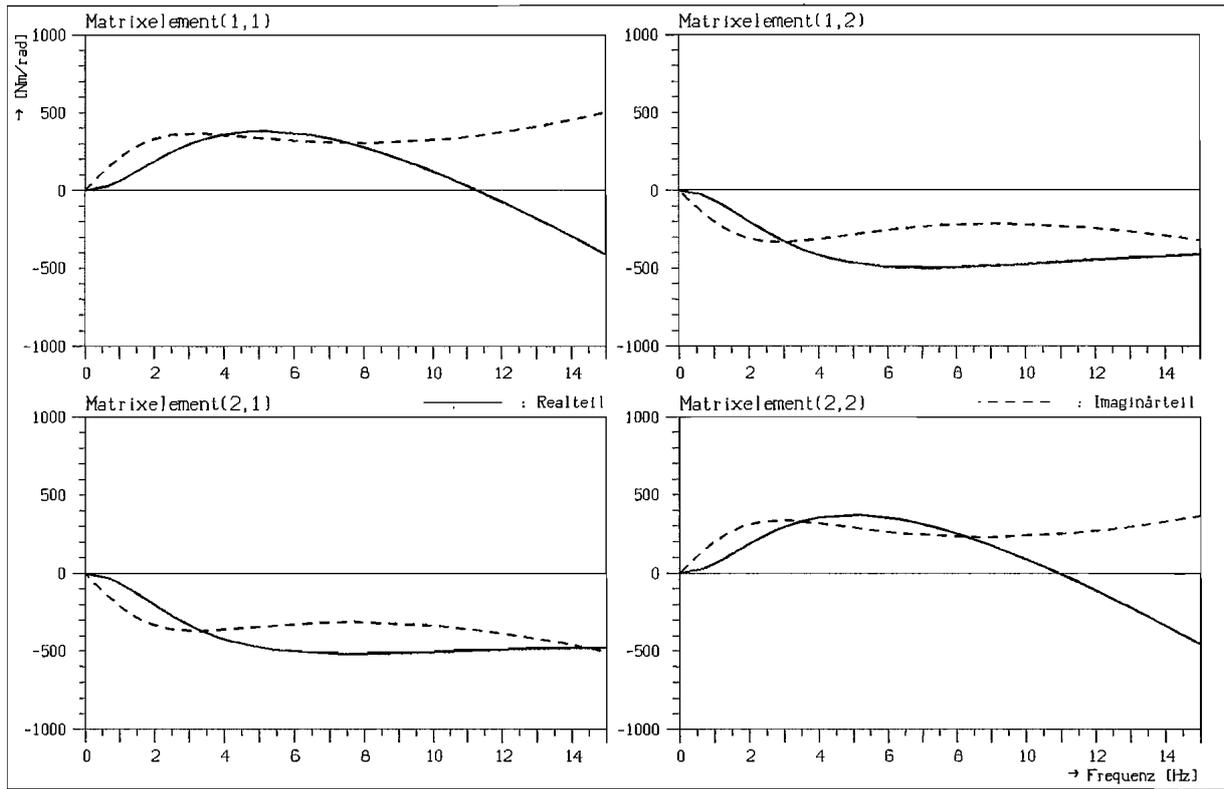


Bild 6.15 : Dynamische Steifigkeitsmatrix, $\nu = 0.95$, 8 Liter

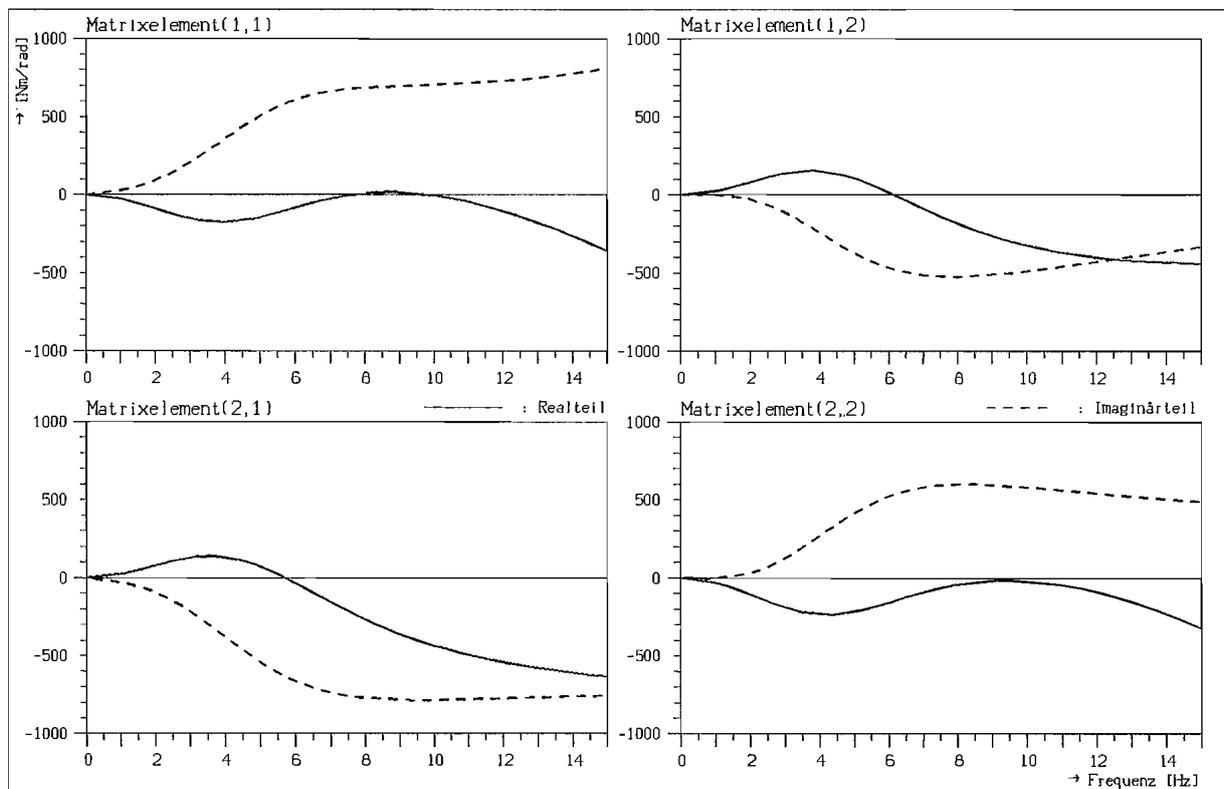


Bild 6.16 : Dynamische Steifigkeitsmatrix, $\nu = 0.85$, 8 Liter

6.3.2 Die Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix

An der inversen Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix treten einige weitere Eigenschaften hervor, die in der Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix direkt nicht erkennbar sind. Die Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix gibt das Verhältnis von Drehzahlvektor zu Momentenvektor im Frequenzbereich an (vgl. Gl. 3.24) :

$$\mathbf{n}(i\Omega) = \mathbf{D}^{-1}(i\Omega) \mathbf{m}(i\Omega) \quad (6.12)$$

Durch die inverse Betrachtung vertauschen sich auch Zähler- und Nennergrad gegenüber der Dynamischen Dämpfungsmatrix. Bild 6.17 zeigt die inverse Darstellung zu Bild 6.3. Auch hier entsprechen die Symbole den Meßpunkten in Real- und Imaginärteil und die durchgezogenen Linien den Funktionsverläufen der approximierten Übertragungsfunktionen. Die Einheit auf der Ordinate ist hier $\text{min}^{-1}/\text{Nm}$. Weitere Inverse Dynamische Dämpfungsmatrizen sind in Anhang A1.2 dargestellt.

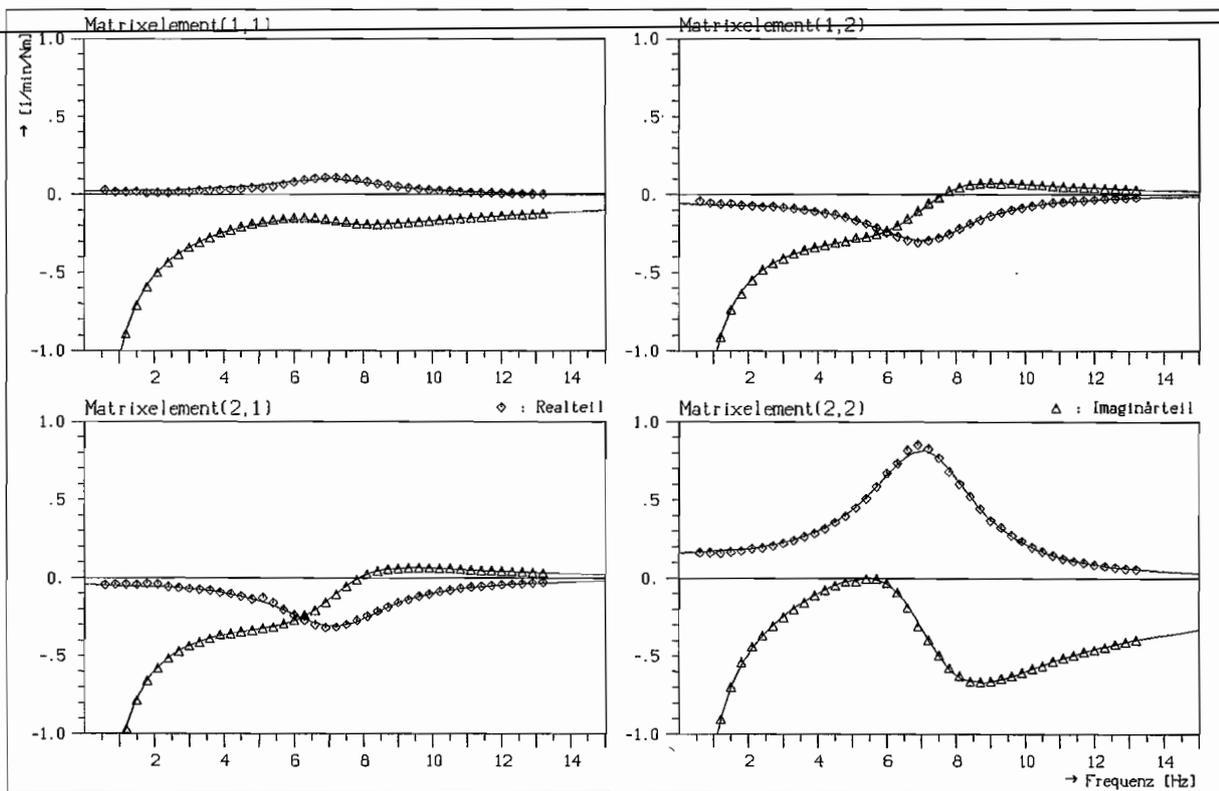


Bild 6.17 : Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix, $\nu = 0.95$, 8 Liter

Für $\Omega=0$ streben alle Imaginärteile gegen $-\infty$. Dies entspricht der Theorie für rotatorische Systeme ohne zusätzliche, von außen angreifende Momente (Bild 3.8 bzw. 3.12) und wurde bereits in Kap. 3.2 erwähnt.

Besonders interessant ist jedoch die Überhöhung im weiteren Verlauf der Übertragungsfunktionen, hier bei ca. 7 Hz. Die Überhöhung tritt im Matrixelement 2.2 besonders stark hervor, da auf dieser Seite das Trägheitsmoment der Hydrodynamischen Kupplung geringer ist.

Es handelt sich hier um einen Eigenwert des Systems, der sich entweder als komplexe Nullstelle aus dem Nennerpolynom der Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrix oder als Eigenwert der Systemmatrix \mathbf{A} der hieraus transformierten Zustandsraumdarstellung berechnen läßt.

Es muß dafür jedoch der Nennergrad des zu schätzenden Polynoms mindestens $m=3$ gewählt werden, so daß sich der konjugiert komplexe Eigenwert, hier mit großem negativem Realteil, also stark gedämpft, ermitteln läßt (Werte s. A1.2).

Berechnet man diese Eigenwerte für verschiedene Betriebspunkte und verschiedene Betriebsparameter, so lassen sich einige Abhängigkeiten erkennen. Die Imaginärteile der Eigenwerte sind auf Hertz normiert in Tabelle 3 zusammengefaßt. Dabei werden die Imaginärteile der Eigenwerte als Eigenfrequenzen bezeichnet.

Besonders deutlich ist hierbei zu erkennen, daß die Eigenfrequenzen, die das

Schlupf $s = 5\%$								
Pumpendrehzahl [min ⁻¹]	Füllung			Viskosität				
	6 L	8 L	10 L					
600	4.16	4.87	5.10	VG 5				
	3.96	4.61	4.88	VG 32				
	4.09	4.43	4.81	VG 100				
1000	7.10	8.08	8.69	VG 5				
	6.89	7.93	8.29	VG 32				
	7.11	7.67	8.06	VG 100				
1500	15.34	11.72	-	VG 5				
	12.35	11.69	12.08	VG 32				
	12.80	11.55	-	VG 100				
Eigenfrequenz in Hz								
n _p = 900 min ⁻¹ , 8 Liter, VG 46								
Schlupf s	5%	8%	10%	12%	15%	20%	25%	30%
Eigenfrequenz [Hz]	7.1	7.7	8.0	8.2	9.2	8.5	6.9	6.4

Tabelle 3 : Betriebsparameterabhängige Eigenfrequenzen der Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrix

Maximum der Überhöhung im Verlauf der Inversen Dämpfungsfunktionen angeben, mit der Pumpendrehzahl ansteigen. Außerdem ist eine geringe Abhängigkeit von Füllungsgrad und Viskosität zu erkennen.

Mit größer werdendem Schlupf steigt die Eigenfrequenz zunächst an und fällt dann, nach dem Abknicken der stationären Kennlinie, wieder ab (unterer Teil in Tabelle 3).

Aus diesen Zusammenhängen läßt sich daher vermuten, daß die aus den Verläufen der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ermittelte Eigenfrequenz in direktem Zusammenhang mit der Umlauffrequenz des Volumenstroms der Betriebsflüssigkeit in der Hydrodynamischen Kupplung steht.

6.4 Zeitbereichssimulationen

Die Transformation der linearen Teilmodelle in den Zustandsraum und eine geeignete Aufteilung und Kopplung der Teilmodelle erlaubt es, die Momentenverläufe auch über größere Betriebsbereiche zu simulieren. Die Überprüfung der Modelle im Zeitbereich ist wichtig für die Beurteilung der Modellgüte. Die Simulation im Zeitbereich stellt höhere Anforderungen an die Genauigkeit der Modelle und läßt Ungenauigkeiten der Modelle im Frequenzbereich deutlicher hervortreten.

Um zu aussagekräftigen Meß- und Simulationsverläufen zu kommen, wurde die Hydrodynamische Kupplung im Versuchsstand extremen Belastungen bzw. Belastungswechseln und Drehzahlverläufen unterworfen. Es wurden pumpen- und turbinenseitig sowie auch beidseitig Drehzahlverläufe in Form von Sinusschwingungen mit großen Amplituden, aber auch Rechteckfunktionen und Rampen vorgegeben.

Der simulierbare Betriebsbereich entspricht dem Bereich, in dem die Teilmodelle identifiziert wurden (s. Bild 6.1/6.2). Zu beachten ist außerdem der zulässige Frequenzbereich der Modelle. Die Messung der Frequenzgänge für die Teilmodelle erfolgte hier maximal bis zu Frequenzen von 13.2 Hertz. Obwohl der Verlauf der approximierten Übertragungsfunktionen bis in höhere Frequenzbereiche "sinnvoll" erscheint, können hier auch kleine Abweichungen vom tatsächlichen Übertragungsverhalten zu großen Abweichungen in der Zeitbereichssimulation führen. Daher sind die Drehzahlmeßwerte, die als Eingangsgrößen für die Simulation dienen, und die Momentenmeßgrößen, mit denen die Ausgangsgrößen der Simulation verglichen werden, mit einer Filtereckfrequenz zu filtern, die dem Frequenzbereich der Modelle entsprechen. Dies sind hier ca. 12 bis 20 Hertz.

Das Ablaufschema für das Simulationsprogramm wurde in Bild 5.11 dargestellt.

6.4.1 Darstellung simulierter Zeitverläufe

Im folgenden werden einige Simulationsergebnisse dargestellt. Es handelt sich um die simulierten Pumpen- und Turbinenmomentenverläufe bei vorgegebenen Pumpen- und Turbinendrehzahlen, aufgetragen über der Zeitachse mit t in Sekunden.

In den vier zusammengehörigen Graphiken sind links oben durchgezogen die gemessene Pumpendrehzahl und gestrichelt die gemessene Turbinendrehzahl dargestellt, die als Eingangsgrößen für die Simulation verwendet werden. Rechts die Pumpen- und Turbinenmomente. Die durchgezogenen Verläufe stellen dort die berechneten Momente dar, gestrichelt zum Vergleich die gemessenen Momentenverläufe. Zusätzlich sind links unten das aktuelle Teilmodell bzw. die Umschaltunkte der verwendeten Teilmodelle dargestellt. Die Zuordnung der Teilmodelle (Nr. 1-8) entspricht Bild 6.2.

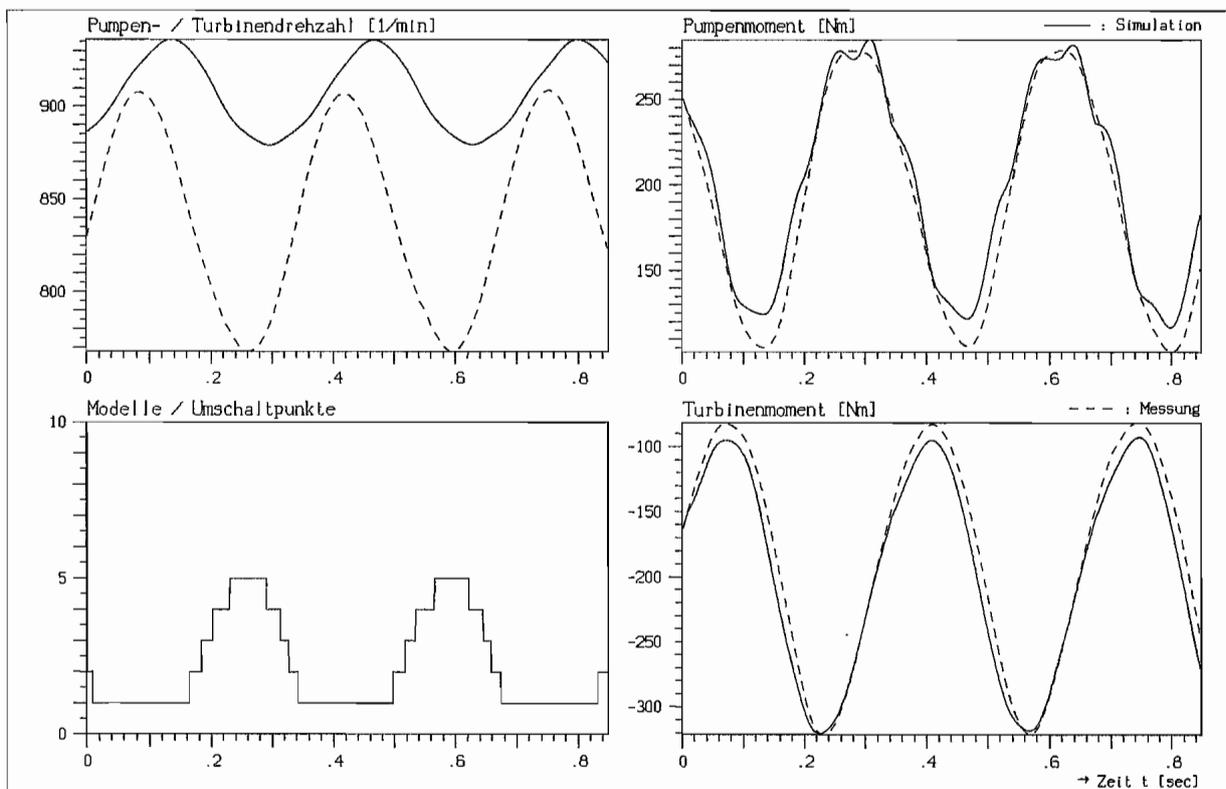
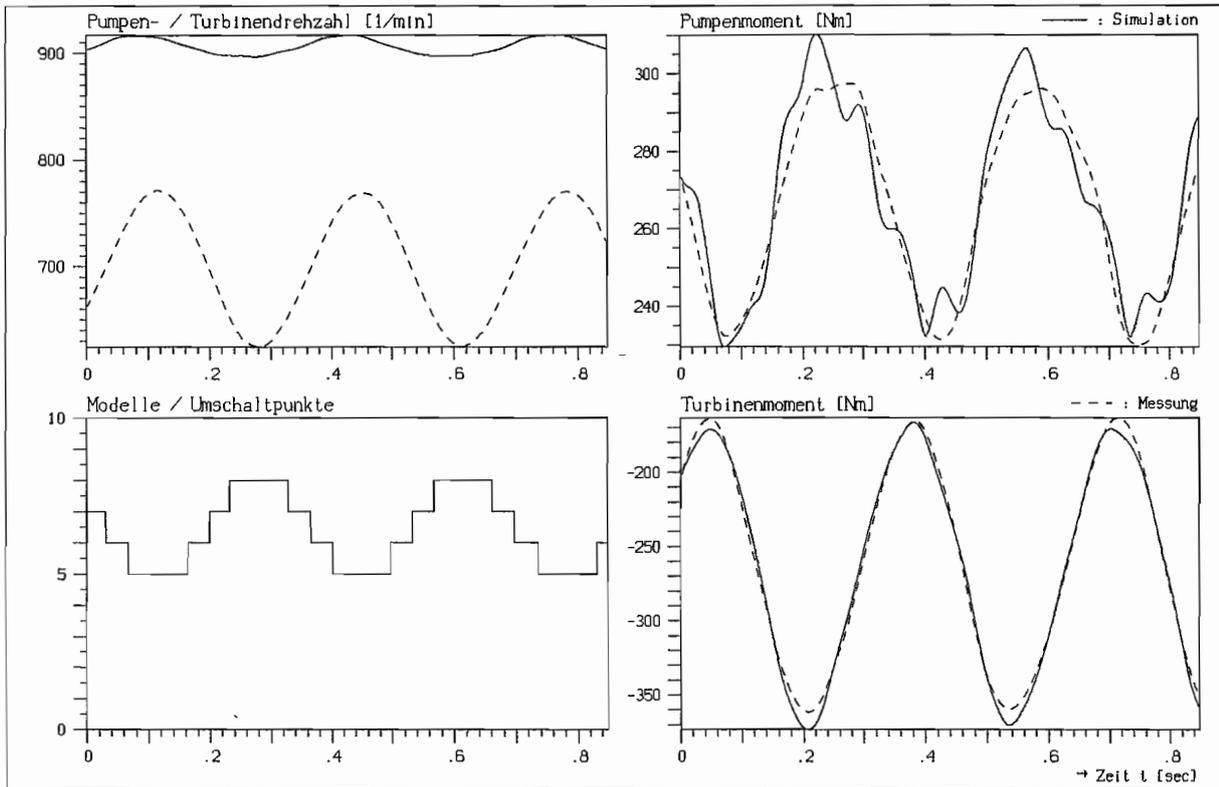
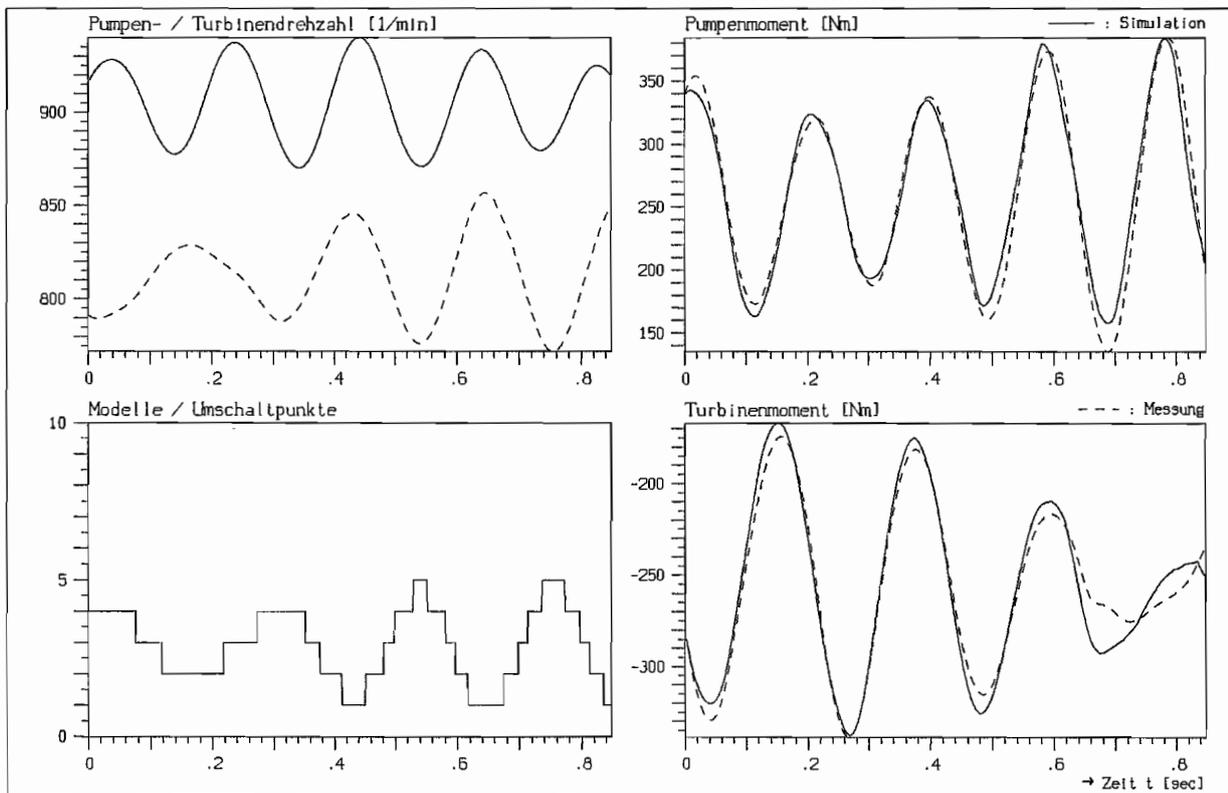


Bild 6.18 : Simulierte Momentenverläufe bei großen Drehzahlamplituden
(mittlerer Schlupf $\approx 8\%$)



**Bild 6.19 : Simulierte Momentenverläufe bei großen Drehzahlamplituden
(mittlerer Schlupf $\approx 23\%$)**



**Bild 6.20 : Simulierte Momentenverläufe bei Drehzahlsinussweep
(mittlerer Schlupf $\approx 9.5\%$)**

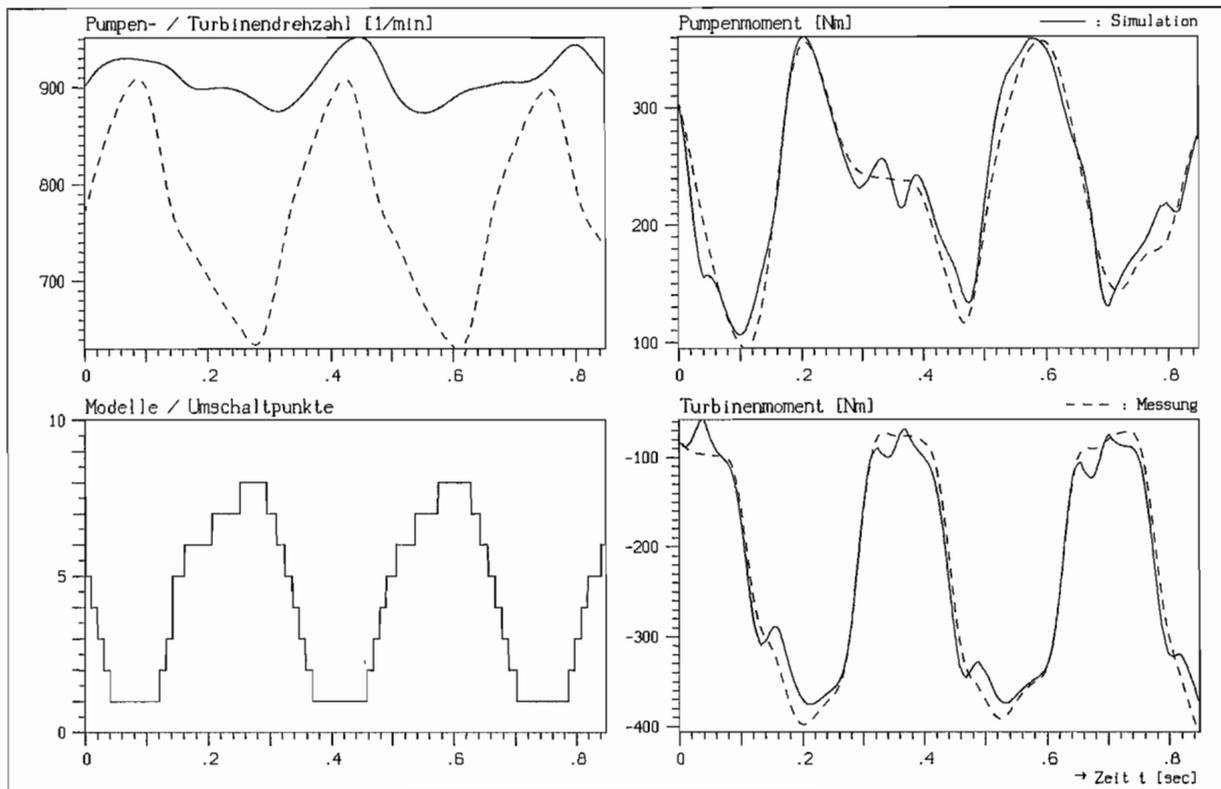


Bild 6.21 : Simulierte Momentenverläufe bei nichtsinusförmigem Drehzahlverlauf und großen Beschleunigungen

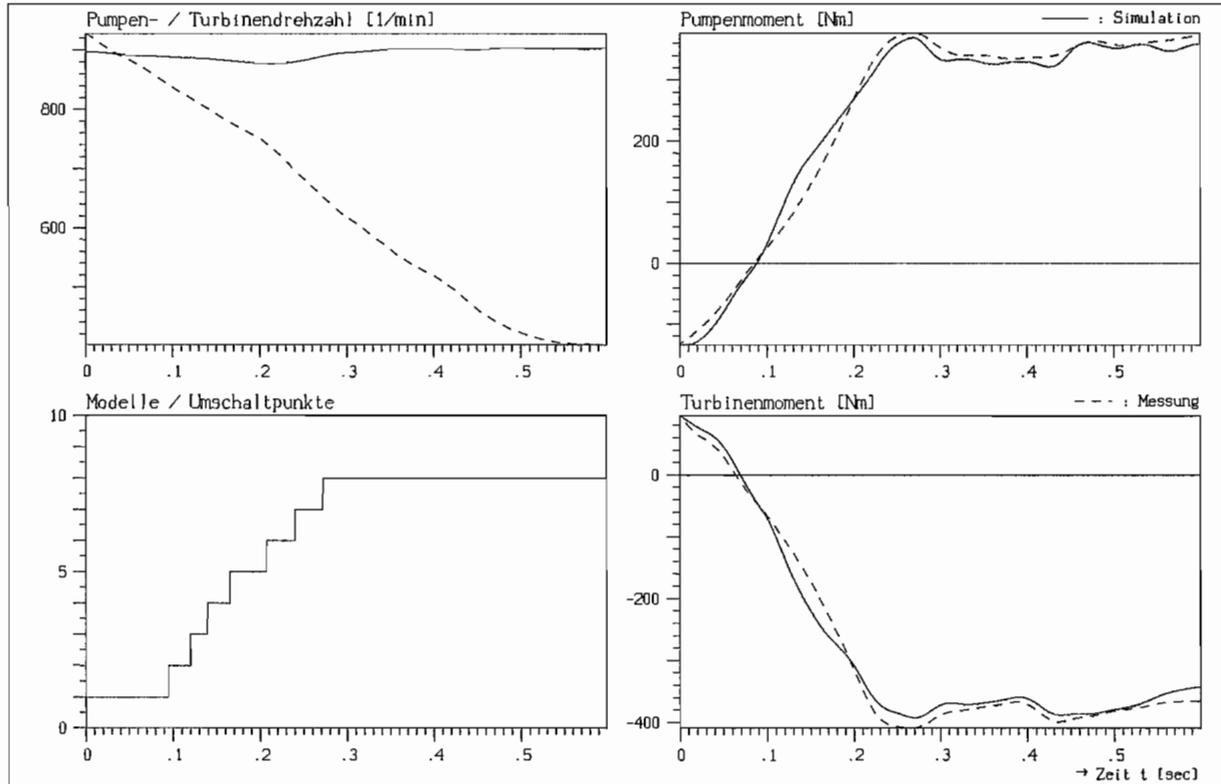


Bild 6.22 : Simulierte Momentenverläufe bei einer Drehzahlrampe (Beschleunigung $1000 \text{ min}^{-1}/\text{sec}$)

6.4.2 Grenzen und Optimierungsmöglichkeiten

Die angeführten Simulationsbeispiele zeigen, daß sich mit Hilfe der Methode der linearen Teilmodelle das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung auch im Zeitbereich beschreiben läßt. Dies wurde in dem besonders kritischen Bereich des Abknickens der stationären Kennlinie bei Teilfüllung bei extremer Belastung bzw. bei extremen Drehzahlverläufen nachgewiesen.

Der Genauigkeit und dem möglichen Simulationsbereich sind jedoch Grenzen gesetzt, wie die Abweichungen der simulierten Zeitverläufe von den Meßwerten zeigen. Dabei haben sich drei Kriterien als besonders relevant herausgestellt : a) wieviele und b) welche Teilbereiche bzw. Teilmodelle durchfahren werden und c) die maximal auftretende Beschleunigung.

Die Anzahl der durchfahrenen Teilbereiche ist von Bedeutung, da dies auch der Anzahl der Umschaltunkte entspricht. Jeder Umschaltpunkt erfordert eine neue Berechnung der Anfangswerte für das neue Teilmodell. Trotz der berechneten Anfangswerte findet nach dem Umschalten ein Einschwingvorgang des neuen Teilmodells statt, so daß zuviele Umschaltvorgänge die Genauigkeit vermindern.

Eine Möglichkeit, Umschaltvorgänge bei Simulationen mit kleinen Drehzahlamplituden zu vermeiden, besteht darin, ein Teilmodell für den erforderlichen Drehzahlbereich aus dem Dämpfungsmatrizenfeld (Kap. 6.2.2) zu berechnen. Der Betriebspunkt für dieses Teilmodell kann dann optimal als Mittelwert der

dann dem Kennfeld entnommen werden. Bei kleinen Amplituden im oberen Kennlinienbereich wurden damit gute Ergebnisse erzielt.

Ein besonders kritischer Bereich der Hydrodynamischen Kupplung ist der Betriebsbereich zwischen $\nu = 0.85$ und $\nu = 0.9$, da hier die Kennlinie abknickt. Obwohl sich das nichtlineare Verhalten nicht nur in der stationären Kennlinie, sondern auch im Beschleunigungsverhalten und im Verhalten höherer Ableitungen bemerkbar macht (s. Kap. 7.3), ist der Vorzeichenwechsel der Kennliniensteigung in diesem Bereich sehr gravierend für das dynamische Verhalten und macht sich im Simulationsverlauf auch stark durch Abweichungen, z.T. mit Verläufen in die entgegengesetzte Richtung, bemerkbar.

Bei der Messung der Frequenzgänge zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen für einen Betriebspunkt spielt die Drehzahlamplitude der harmonischen Erregung eine große Rolle. Zum einen wird damit der Drehzahlbereich des Teilmodells und damit der Linearisierungsbereich der stationären Kennlinie festgelegt, zum zweiten aber wird dadurch auch die maximale Beschleunigung vorgegeben, bei der das Teilmodell bestimmt wird. Treten in den Drehzahlverläufen,

zu denen die Momentenverläufe simuliert werden sollen, wesentlich höhere Beschleunigungen auf, als dies bei der harmonischen Erregung während der Frequenzgangmessung der Fall war, so wird die Simulation dort ungenau. Dies deutet darauf hin, daß auch das Beschleunigungsverhalten stark nichtlinear ist. Eine Verbesserung ist zu erzielen, wenn dann Teilmodelle aus Messungen mit größerer Amplitude bestimmt werden.

Neben einer optimalen Durchführung aller einzelnen Teilschritte der beschriebenen Identifikationsmethode sind der weiteren Optimierung enge Grenzen gesetzt. Wesentliche Einflußmöglichkeiten bestehen nur in der Wahl der Polynomgrade und der Wichtungsfaktoren bei der Schätzung der Polynomkoeffizienten. Dabei sollten die Verläufe der Dämpfungsfunktionen mit den geschätzten Polynomkoeffizienten nicht nur die Meßwerte gut approximieren, sondern auch im weiteren Verlauf annähernd konstante Steigung aufweisen. Dies ist jedoch nicht mit einem Gütekriterium, sondern nur graphisch zu überprüfen.

Denkbar ist es, die Koeffizienten b_{0ij} als Wert der Steigungen des stationären Kennfeldes vor der Parameterschätzung festzulegen. Dies bringt jedoch keine tatsächliche Verbesserung, da nach der Linearisierungsmethode (Kap. 5.2) ~~nicht die Steigung im Betriebspunkt geschätzt wird, sondern eine mittlere Steigung für den gesamten Teil-Betriebsbereich.~~

Eine größere Ungenauigkeit der Simulation in Bereichen größerer Kennlinienkrümmung ergibt sich auch aus der Festlegung des stationären Betriebspunktes P_0^* für das entsprechende Teilmodell. Durch die Linearisierung weicht dieser Punkt stark von der stationären Kennlinie ab (s. Kap. 7.2), so daß bei sehr kleinen und bei maximalen Amplituden innerhalb eines Teilmodells die simulierten Werte ungenau werden.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Ungenauigkeiten bei der Simulation auf die nichtlinearen Effekte im dynamischen Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung zurückzuführen sind. Auf die nichtlinearen Effekte und deren Auswirkungen wird in Kap. 7 noch näher eingegangen. Eine Optimierung der linearen Teilmodelle bedeutet im wesentlichen, die bestmögliche Teilbereichseinteilung und Linearisierung im Hinblick auf die Kennfeldkrümmung, die Amplituden und die Beschleunigung zu finden.

6.5 Vergleich mit theoretischen Berechnungen

6.5.1 Allgemeines

Berechnungen mit der in Kap. 2.4.2 hergeleiteten Gleichung 2.21 sollen nun mit gemessenen Verläufen verglichen werden, um Aussagen treffen zu können, wie gut und für welchen Bereich die theoretischen Gleichungen gültig sind.

Bringt man in Gl. 2.21 die Ausdrücke auf einen gemeinsamen Nenner, so ist formal bei einem Vergleich der Gl. 2.21 mit den geschätzten Übertragungsmodellen festzustellen, daß der Nennergrad des Übertragungspolynoms in Gl. 2.21 $m=1$ und der Zählergrad $n=1$ beträgt. In den geschätzten Übertragungsmodellen beträgt der Nennergrad meist $m=2$ und der Zählergrad $n=3$ (bzw. $n=2$, wenn die Trägheitsmassen nicht berücksichtigt werden). Damit kann die theoretische Gleichung nur wesentlich weniger Details im Verlauf der Übertragungsfunktionen beschreiben.

Weiterhin sind die bei der Herleitung der theoretischen Gleichung getroffenen Voraussetzungen und Einschränkungen zu beachten. Es wurde vereinfachend angenommen, daß das hydraulische Wechsellmoment M_w die betragsmäßig gleiche Wirkung auf das Pumpen- wie auf das Turbinenrad hat. Daraus ergibt sich, daß sich die erste und die zweite Zeile der theoretischen Dynamischen Dämpfungsmatrix nur um den Faktor (-1) unterscheiden. Die Trägheitsmasse der Betriebsflüssigkeit wurden zu den Kupplungsradmassen addiert und im Übertragungsverhalten dann nicht weiter berücksichtigt.

Die Gleichungen wurden in der Herleitung linearisiert. Dabei ergibt sich die Einschränkung auf kleine Amplituden und kleinen Schlupf.

Die Gleichung 2.21 und die in der Literatur angegebenen Gleichungen sind Beschreibungen im Frequenzbereich, die sich nur zur Bestimmung des Schwingungsverhaltens in einem Betriebspunkt eignen. Eine Transformation in den Zeitbereich, eine Überprüfung der Modellbeschreibungen im Zeitbereich und Simulationen anderer instationärer Vorgänge sind aus der Literatur bisher nicht bekannt, sind aber analog zu den Ausführungen in Kap. 5.4, Transformation in den Zustandsraum, möglich.

Die Bestimmung der Gleichungsparameter setzt die Kenntnis des Strömungsverlaufes, d.h. eines mittleren Stromfadens, voraus. Die Bestimmung der erforderlichen Größen ist zumindest bei teilgefüllten Kupplungen sehr problematisch. Daß es dennoch zu relativ guten Ergebnissen kommen kann, liegt daran, daß in die Gleichungen das gemessene stationäre Moment für den speziellen Betriebspunkt eingeht, und damit einige Unsicherheiten bezüglich der Reibungsverluste und der sonstigen Strömungsparameter vermindert werden.

6.5.2 Parameterbestimmung und Parametervariationen

Folgende Größen sind zu bestimmen :

Stationärer Betriebspunkt

M_0	stationäres Moment
ω_{p0}	stationäre Pumpenwinkelgeschwindigkeit
s	Schlupf

Geometrische Strömungsgrößen

r_a	äußerer Abstand } des mittleren Stromfadens von innerer Abstand } der Drehachse der Kupplung
r_i	
L	Länge des mittleren Stromfadens
A	Kanalquerschnitt

Sonstige Größen

ρ	Dichte der Betriebsflüssigkeit
β	Beiwert für Widerstandsziffer

Die Parameter für den stationären Betriebspunkt sind vorgegeben. Die geometrischen Strömungsgrößen müssen näherungsweise aus der Kupplungsgeometrie berechnet werden (s. Bild 2.4).

Bei der Bestimmung der geometrischen Größen besteht das Problem darin, daß der Meridianschnitt der realen Kupplung nicht kreisförmig, sondern elliptisch ist. Beim Mischprofil wechseln sich mehrere Profilformen mit unterschiedlichen Formen und Abmaßen ab. Außerdem fehlt der Leitwulst, der eine Festlegung des Strömungsmittelpunktes gewährleistet.

Es können daher nur geometrische Beziehungen für eine vollgefüllte Kupplung aufgestellt werden unter der Annahme, daß die Strömung bei konstantem Kanalquerschnitt an der Außenwand anliegt.

Für diese Annahme lassen sich folgende geometrische Beziehungen ableiten :

$$r_a = \frac{1}{4} \sqrt{3D^2 + d^2} \quad (6.13)$$

$$r_i = \frac{1}{4} \sqrt{D^2 + 3d^2} \quad (6.14)$$

$$A \approx (D^2 - d^2) \frac{\pi}{8} - z s_s \frac{1}{4} (D - d) \quad (6.15)$$

$$L \approx \pi \left[\frac{3}{4}(b^* + h^*) - \frac{1}{2} \sqrt{b^* h^*} \right] \quad (6.16)$$

mit

$$h^* = r_a - r_i \quad \left. \begin{array}{l} \text{Höhe} \\ \text{Breite} \end{array} \right\} \text{ des mittleren Stromfadens}$$

$$b^* \approx b - \frac{1}{8} \frac{D^2 - d^2}{r_a + r_i}$$

D : äußerer Profildurchmesser

d : innerer Profildurchmesser

b : Profilbreite

z : Anzahl der Schaufeln

s_s : Schaufeldicke

Für die Voith-Turbokupplung 422 TH werden folgende Berechnungsgrößen zugrunde gelegt (vgl. Bild 6.23) :

$$D = 0.422 \text{ m}$$

$$d = 0.255 \text{ m (gemittelt für Mischprofil)}$$

$$b = 0.115 \text{ m (gemittelt für Mischprofil)}$$

$$z = 46$$

$$s_s = 0.003 \text{ m}$$

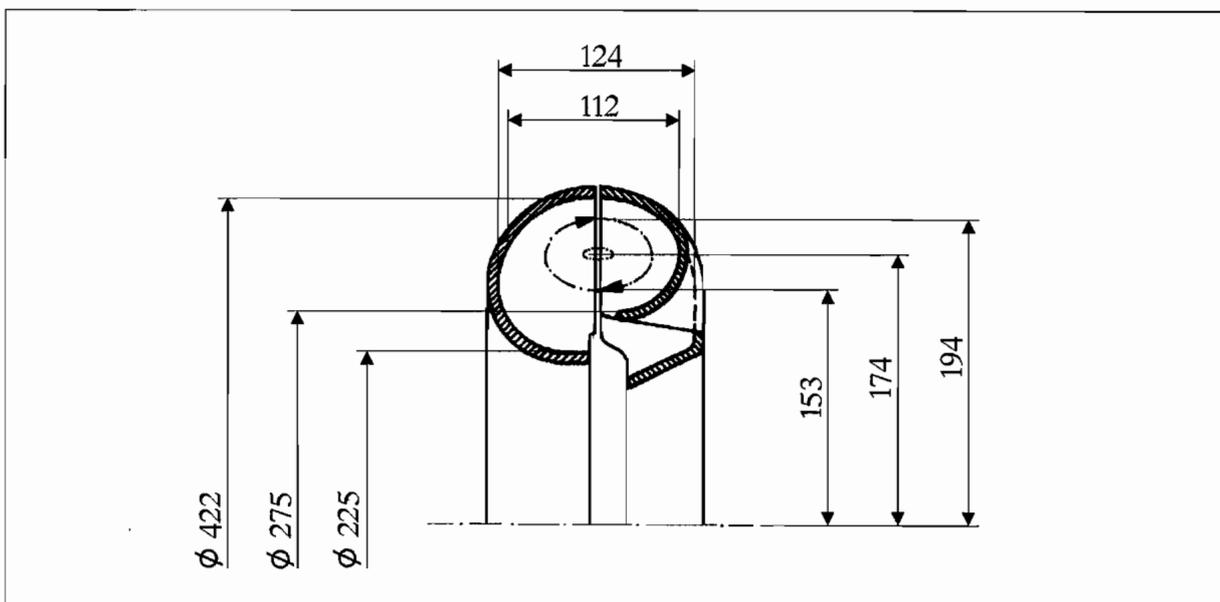


Bild 6.23 : Geometriegrößen an der Voith-Turbokupplung 422 TH mit Mischprofil-Innenrad

Damit ergeben sich folgende geometrische Strömungsgrößen :

$$\begin{aligned} r_a &= 0.194 \text{ m} \\ r_i &= 0.153 \text{ m} \\ A &= 0.039 \text{ m}^2 \\ L &= 0.184 \text{ m} \end{aligned}$$

Für die Dichte der Betriebsflüssigkeit wird $\rho = 840 \text{ kg/m}^3$ angenommen. Der Beiwert β kann zwischen 0 und 1 liegen und wird nach Dien [2] zunächst mit $\beta = 0.3$ angenommen (vgl. Kap. 2.4.2).

Mit den nun festgelegten Werten soll der Verlauf der Dämpfungsfunktionen nach Gl. 2.21 berechnet und mit Meßwerten bei dem Betriebspunkt 5% Schlupf, 10 Liter Füllmenge (praktisch vollgefüllt) und der Pumpendrehzahl von $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$ verglichen werden (Bild 6.24). Bei den Vergleichsverläufen handelt es sich um die gemessenen Dynamischen Dämpfungsfunktionen abzüglich der pumpen- und turbinenseitigen Trägheitsmassen $\Theta_1 = 1.03344 \text{ kgm}^2$ und $\Theta_2 = 0.28977 \text{ kgm}^2$ (s. Kap. 6.2.4, Gl. 6.6).

Der theoretische Verlauf kommt dem gemessenen qualitativ nahe, quantitativ treten jedoch erhebliche Abweichungen auf. Der Anstieg der Imaginärteile mit zunehmender Frequenz in den Matrixelementen 1.1 und 2.2 als Trägheitseinfluß der Betriebsflüssigkeit wird, wie bereits erläutert, in der Theorie nicht berücksichtigt.

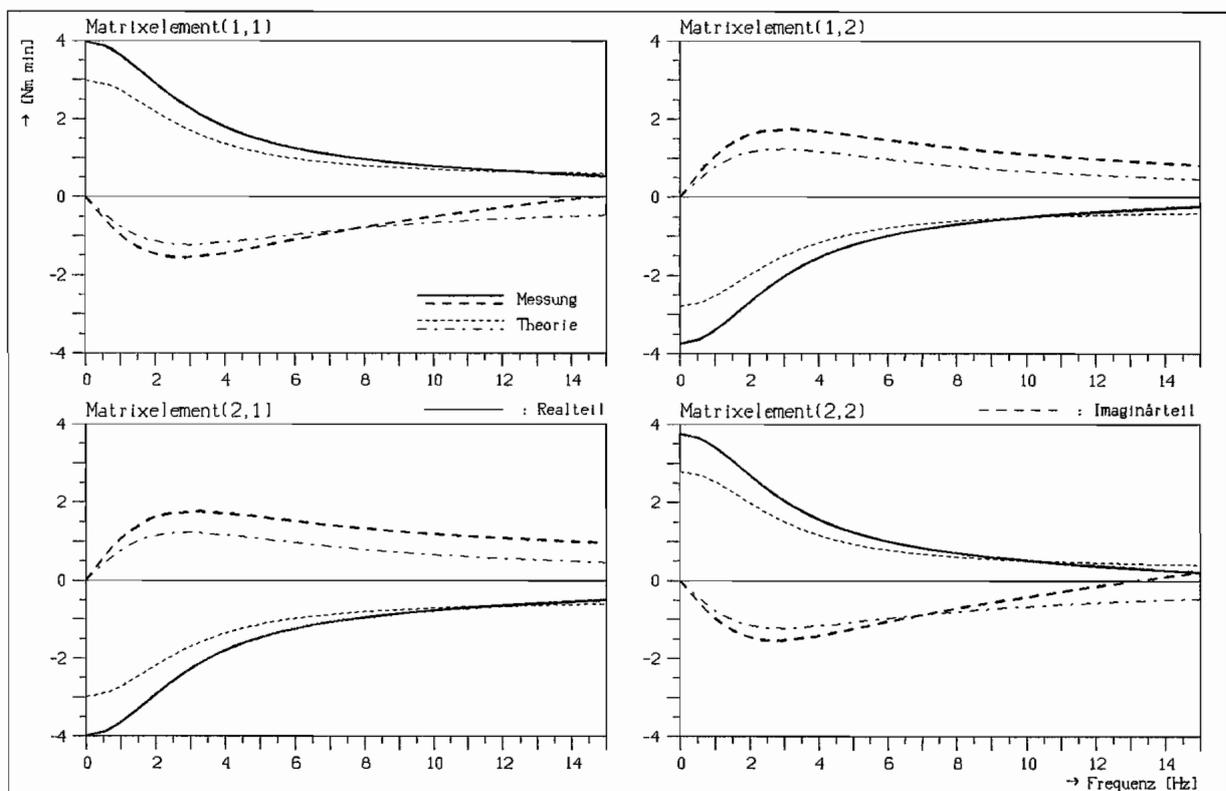


Bild 6.24 : Vergleich Messung/Theorie bei 5% Schlupf,
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$, 10 Liter, $\beta = 0.3$

Bevor auf weitere Details eingegangen wird, soll der Einfluß einzelner Gleichungsparameter auf den theoretischen Verlauf der Dämpfungsfunktionen untersucht werden. Dabei ist der Einfluß der geometrischen Strömungsgrößen sowie des β -Beiwertes von besonderem Interesse, da diese bei der Bestimmung mit der größten Ungenauigkeit behaftet sind.

Bei den Parameterstudien stellt man fest, daß Abweichungen von $\pm 5\%$ bei den Größen ρ , A und L nur kleine Abweichungen im Verlauf gegenüber dem bei den Nenngrößen ergeben. Größere Auswirkungen haben die Größen r_a , r_i und β . In Bild 6.25 ist der Einfluß der Abweichung der Größen r_a und r_i um nur $\pm 3\%$ für das Matrixelement 1.1 dargestellt.

In Bild 6.26 ist die Auswirkung des β -Beiwertes für die Werte 0.5 ± 0.5 , also für den Bereich, der zwischen dem Wert von Hasselgruber und dem von Benz liegt (vgl. Kap. 2.3.2), dargestellt. Der β -Beiwert hat also einen großen Einfluß, jedoch nur im unteren Frequenzbereich.

Berücksichtigt man die Variation der drei Parameter r_a , r_i und β gemeinsam, so ergibt sich ein sehr breites Band von Kurvenverläufen (Bild 6.27). Von einer guten Übereinstimmung der theoretischen Verläufe kann man dann nicht mehr sprechen, da die geometrischen Strömungsparameter, speziell die Radien r_a und r_i , im allgemeinen nicht mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmbar sind, und daher ein großer Interpretationsspielraum gegeben ist.

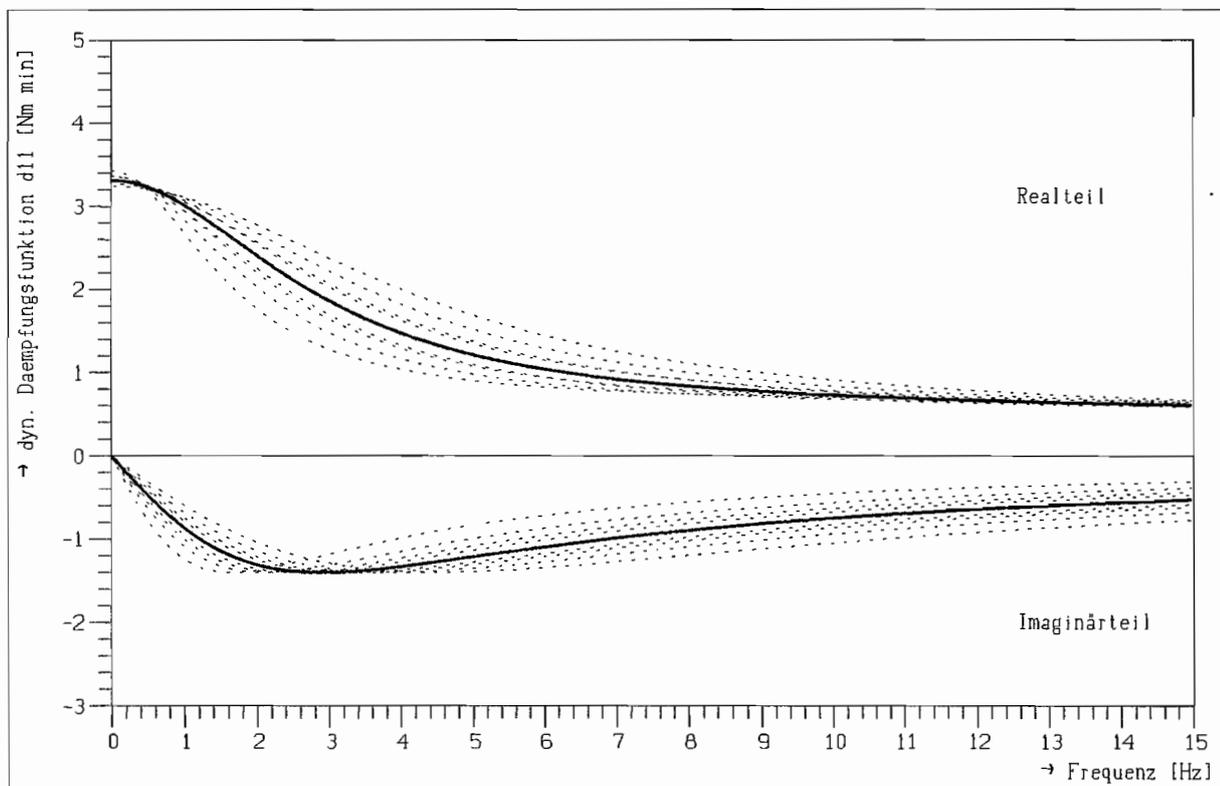
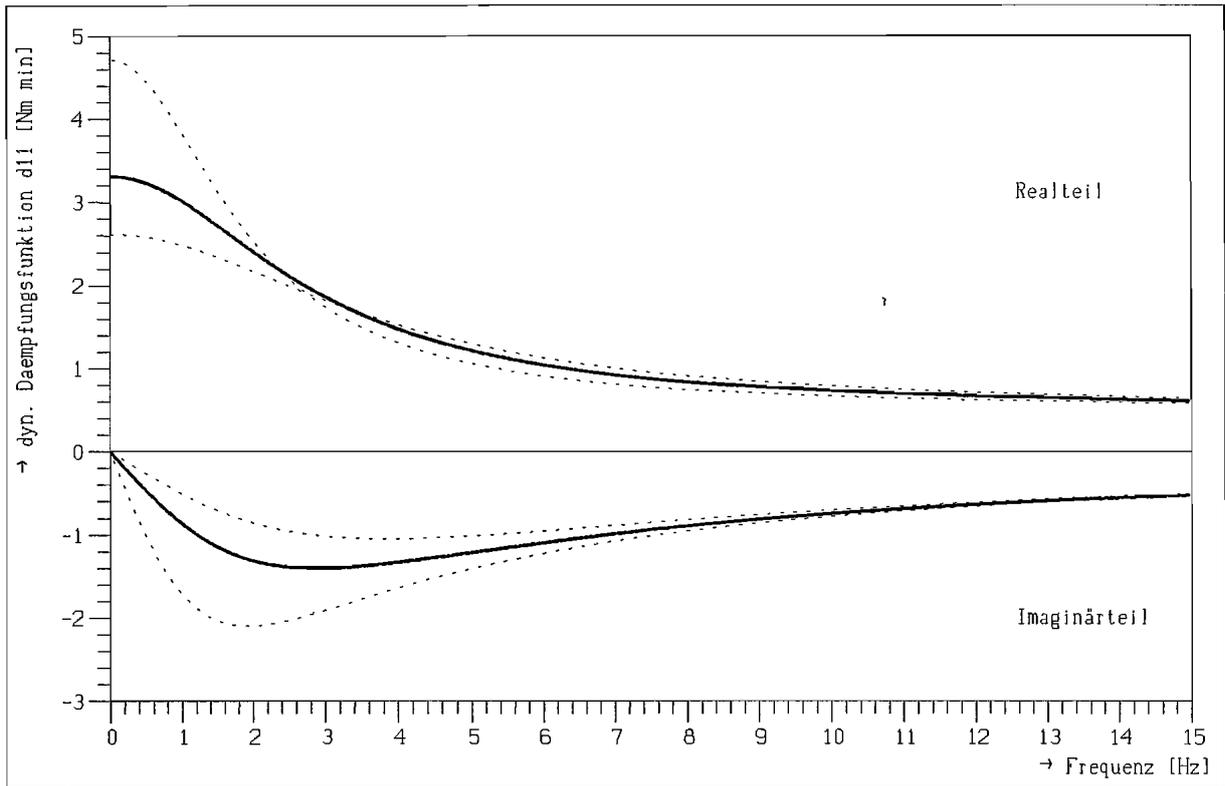
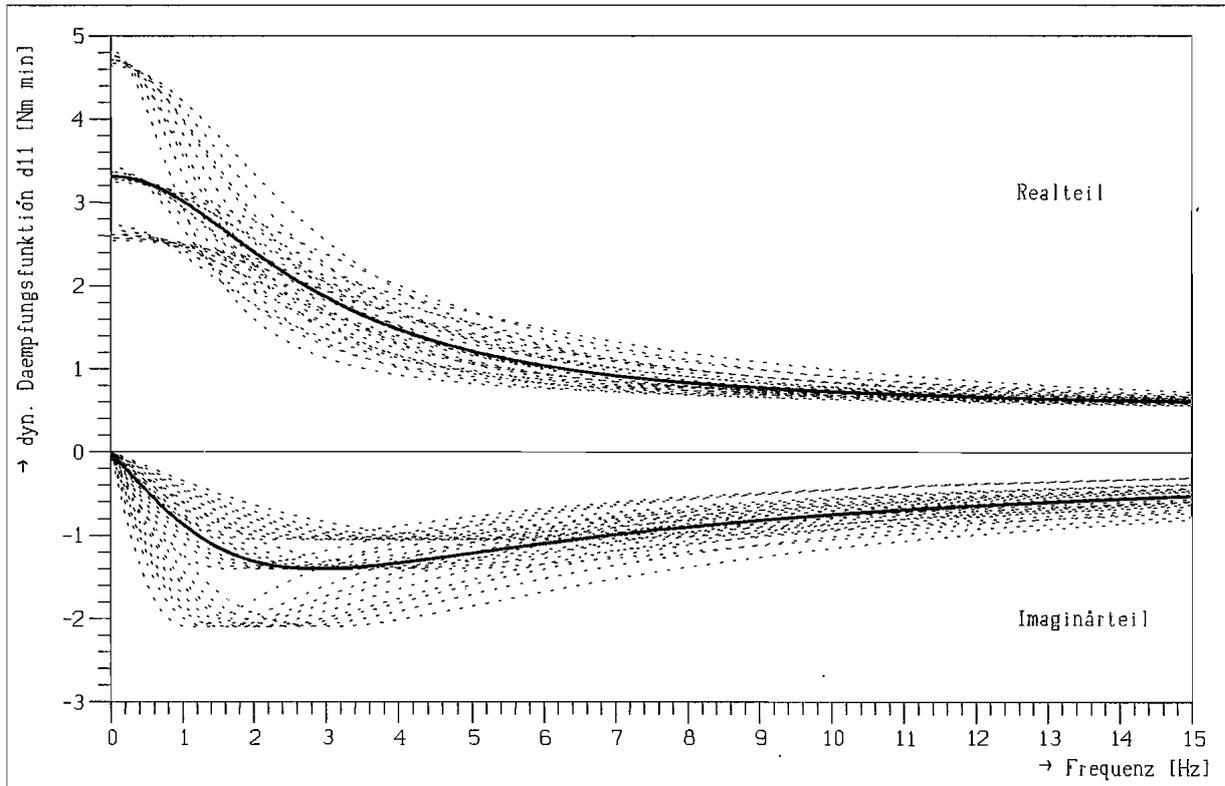


Bild 6.25 : Theoretische Dämpfungsfunktion d_{11} bei Parametervariation :
 r_a und r_i je um $\pm 3\%$



**Bild 6.26 : Theoretische Dämpfungsfunktion d_{11} bei Parametervariation :
 $\beta = 0.5 \pm 0.5$**



**Bild 6.27 : Theoretische Dämpfungsfunktion d_{11} bei Parametervariation :
 r_a und r_i je um $\pm 3\%$, $\beta = 0.5 \pm 0.5$**

6.5.3 Anpassung des β -Beiwertes

Die Beschreibung des dynamischen Verhaltens mit Hilfe der Gleichungen aus dem theoretischen Ansatz läßt sich etwas verbessern, wenn neben dem gemessenen stationären Moment M_0 eine weitere meßbare Größe in die Bestimmung der Gleichungsparameter eingeht : die Steigung der stationären Kennlinie im stationären Betriebspunkt P_0 .

Da aus den Parametervariationen Bild 6.26 hervorgeht, daß der β -Beiwert einen wesentlichen Einfluß auf den Verlauf der Dynamischen Dämpfungsfunktionen im unteren Frequenzbereich und speziell bei $\Omega=0$ hat, läßt sich eine Anpassung des β -Beiwertes aus der Kenntnis der Realteile der Dämpfungsfunktionen bei $\Omega=0$ durchführen. Diese Werte $\text{Re}\{d_{ij}(\Omega=0)\}$ entsprechen jedoch ziemlich genau der Steigung der stationären Kennlinie im stationären Betriebspunkt P_0 (vgl. Kap. 6.2.3). Die Steigung der Kennlinie für einen bestimmten Betriebspunkt läßt sich z.B. graphisch recht genau aus der stationären Kennlinie ermitteln.

Damit läßt sich nun aus Gl. 2.21 eine Bestimmungsgleichung für β herleiten :

$$\beta = 2 - (1-s) \left(\frac{\partial M}{\partial n_T} \Big|_{P_0} \frac{\omega_{P_0} s}{M_0} - \frac{s r_i^2}{r_a^2 - (1-s)r_i^2} \right)^{-1} \quad (6.17)$$

Dabei wird der Unterschied der Steigung des stationären Kennfeldes in n_T - und in n_P -Richtung vernachlässigt und nur die Steigung der Kennlinie in n_T -Richtung betrachtet.

Führt man diese Anpassung für verschiedene Betriebspunkte durch, so lassen sich einige Tendenzen des β -Beiwertes in Abhängigkeit vom Füllungsgrad, vom Schlupf und von der Viskosität erkennen. Danach geht der Wert für β für geringe Füllmengen und großen Schlupf gegen Null (Ansatz für turbulente Strömung) und bei großen Füllmengen und kleinem Schlupf gegen 1 (Ansatz für laminare Strömung). Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zusammengefaßt. Einzelergebnisse siehe auch Anhang A2.2.

Bild 6.28 zeigt die theoretische Dämpfungsmatrix bei einem Betriebspunkt entsprechend zu Bild 6.24, jedoch mit einem angepaßten β -Beiwert von $\beta=0.854$. Der Verlauf ist damit im unteren Frequenzbereich etwas besser angenähert, die Abweichungen im oberen Frequenzbereich bleiben bestehen. Für eine weitere Verbesserung müßten die Strömungsradien angepaßt werden. Weitere Vergleiche mit angepaßtem β -Beiwert sind in Anhang A2.1 dargestellt.

Profil	Mischprofil			gestaffelt		Mischprofil, außen			
	außen/innen			außen	innen	Schlupf			
	VG 5	VG 32	VG 100	VG 32	VG 32	5%	8%	10%	12%
6 L	0.19 -0.56	0.28 -0.45	0.48 -0.56	0.39	0.39				
8 L	0.93 -1.00	0.93 -0.95	0.99 -1.00	0.92	0.78	0.98	0.48	0.0	0.0
10 L	0.68 -0.79	0.77 -0.87	0.83 -0.89	0.94	0.84				

Tabelle 4 : Berechnete β -Beiwerte für verschiedene Betriebsparameter

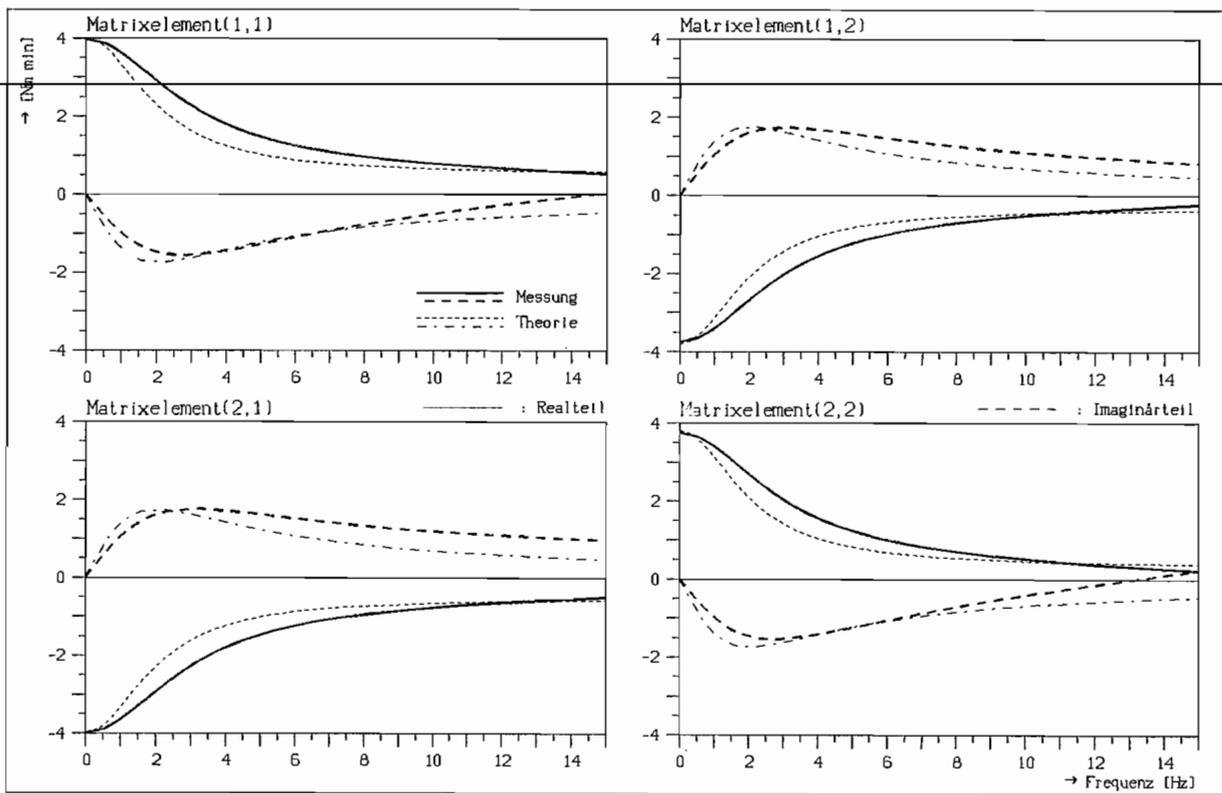


Bild 6.28 : Vergleich Messung/Theorie bei 5% Schlupf, $n_p=1000 \text{ min}^{-1}$, 10 Liter mit angepaßtem β -Beiwert $\beta = 0.854$

6.5.4 Vergleich in verschiedenen Betriebspunkten

Vergleicht man theoretische Berechnungen und gemessene Verläufe für verschiedene Betriebspunkte, so ergeben sich je nach Betriebspunkt und Frequenzbereich unterschiedliche Abweichungen. Der prinzipielle Verlauf läßt sich für die verschiedenen Betriebspunkte berechnen.

Meistens liegt jedoch der theoretische Verlauf unter dem gemessenen, so daß die Momentenamplituden nach den theoretischen Gleichungen zu klein errechnet würden.

Dabei wurden die geometrischen Strömungsgrößen auch bei verschiedenen Füllungsgraden zunächst nicht geändert. Zwar ist es anzunehmen, daß sich diese Größen bei Variation der Füllung ändern, wie, ist jedoch theoretisch schwierig zu ermitteln. Eine optimale Anpassung an die gemessenen Verläufe durch eine geeignete Wahl der Geometrieparameter (s. Variationsmöglichkeit durch die Parameter, Bild 6.27) wird in Kap. 6.5.5 durchgeführt.

Tendenziell läßt sich feststellen, daß die Verläufe bei einer Füllmenge von 8 Litern mit Mischprofil die besten Übereinstimmungen zeigen. Dies deckt sich insofern mit den berechneten β -Beiwerten, da diese für das Mischprofil bei 8 Litern Füllmenge die größten Werte liefern (Tabelle 4). Nach dem theoretischen Ansatz entspricht dies laminarer Strömung. Die geringeren β -Werte bei 10 Litern Füllmenge könnten darauf hin deuten, daß der Einfluß der Mischprofilierung bei einem größeren Strömungskreislauf größer wird, und es zu größeren Turbulenzen kommt.

Die geringen β -Werte bei 6 Liter Füllung weisen darauf hin, daß die Strömung durch die Teilfüllung turbulenter wird. Dies jedoch auch aus dem Grund, da die Kennlinie für 6 Liter Füllung bei 5% Schlupf bereits flacher wird und dann abknickt (s. Kennlinien Bild 2.7-2.10). Der Bereich weist daher bereits qualitativ anderes Verhalten auf.

Bild 6.29 zeigt den Vergleich bei dem Betriebspunkt 5% Schlupf und 8 Liter Füllmenge. Hier ist der theoretische Verlauf im oberen Frequenzbereich gut, jedoch im unteren Bereich sind die Abweichungen trotz der Verbesserung durch die Anpassung des β -Wertes noch erheblich.

Bei größerem Schlupf kann die theoretische Gleichung das Verhalten im unteren Frequenzbereich nicht mehr beschreiben. In Bild 6.30 sind auch qualitative Unterschiede deutlich erkennbar. Die Grenze für den zulässigen Gültigkeitsbereich der theoretischen Gleichung liegt dort, wo die stationäre Kennlinie abflacht bzw. abknickt. Der in Bild 6.30 gezeigte Betriebspunkt von 12% Schlupf, 8 Liter Füllmenge, liegt kurz vor dem Sattelpunkt der stationären Kennlinie (vgl. Bild 6.2). Bei 6 Liter Füllmenge wird die Gültigkeitsgrenze entsprechend

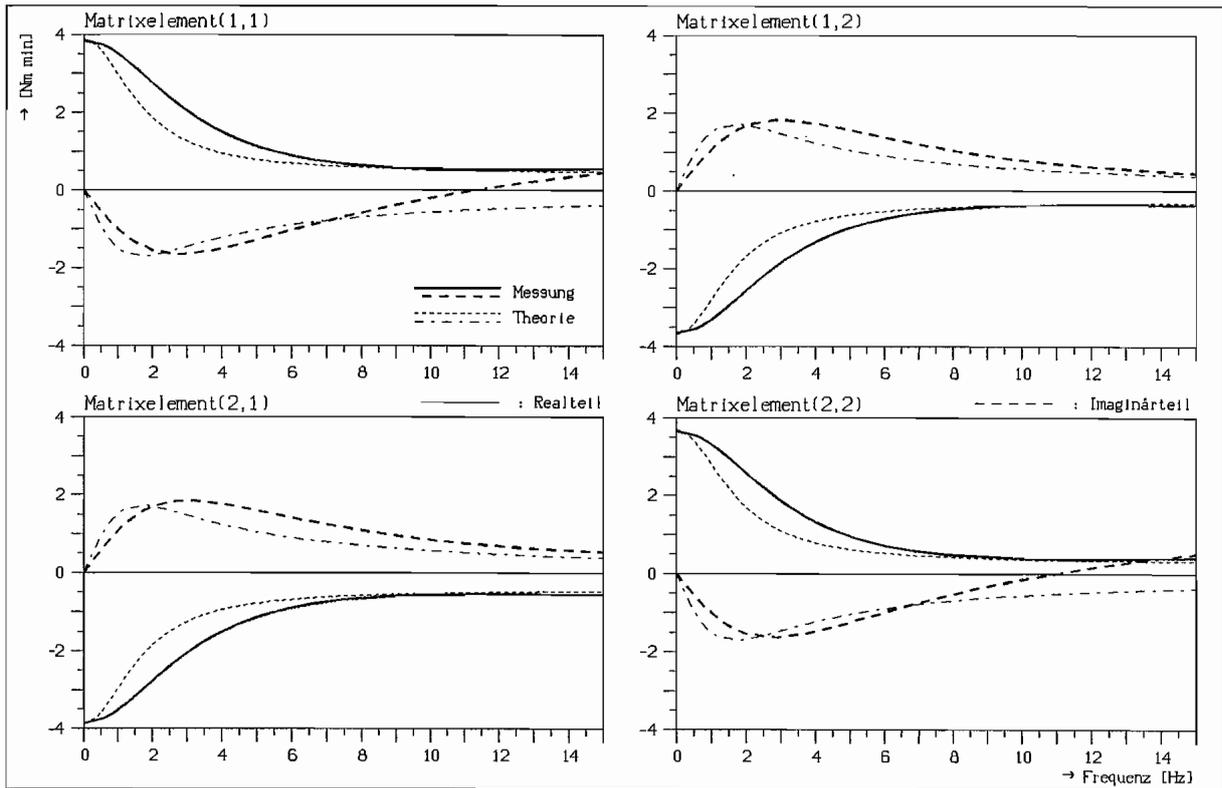


Bild 6.29 : Vergleich Messung/Theorie bei 5% Schlupf, $n_p=900 \text{ min}^{-1}$, 8 Liter, mit angepaßtem β -Beiwert $\beta = 0.986$

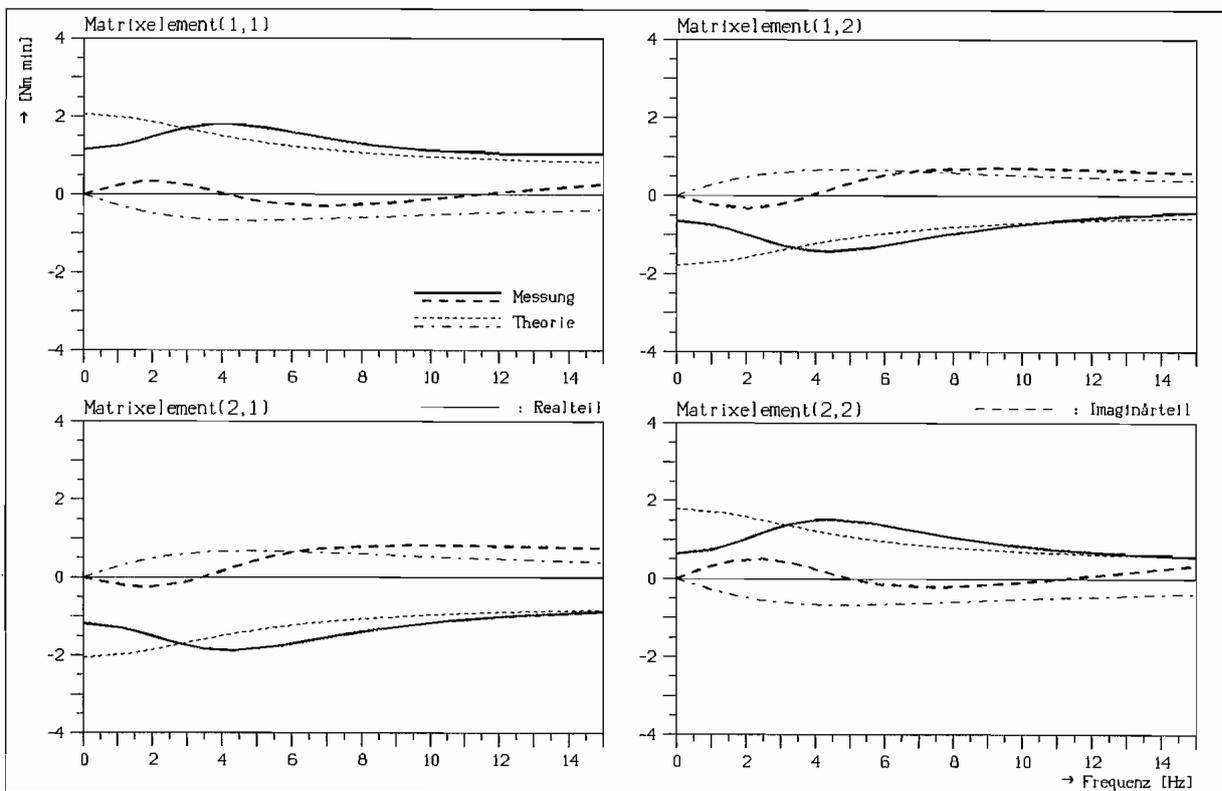


Bild 6.30 : Vergleich Messung/Theorie bei 12% Schlupf, $n_p=900 \text{ min}^{-1}$, 8 Liter, mit angepaßtem β -Beiwert $\beta = 0.0$

dem Kennlinienverlauf schon bei geringerem Schlupf erreicht.

Weitere Vergleiche zwischen theoretischen und gemessenen Verläufen sind in Anhang A2.1 dargestellt.

6.5.5 Parameterbestimmung aus gemessenen Verläufen

In Kap. 6.5.3 wurde nur der β -Beiwert an die Steigung der stationären Kennlinie angepaßt. Die geometrischen Größen wurden jedoch aus theoretischen Überlegungen berechnet. Es sollen nun alle Gleichungsparameter der Gl. 2.21 mit denen aus den gemessenen Dämpfungsfunktionen geschätzten Parametern der Übertragungsmodelle verglichen werden. Dies soll zu verbesserten Kenntnissen über das tatsächliche physikalische Geschehen bzw. die Gültigkeit der theoretischen Gleichung beitragen.

Zunächst ist es erforderlich, die Gl. 2.21 auf eine vergleichbare Form zu den geschätzten Übertragungsmodellen zu bringen. Dazu werden zur Vereinfachung zwei Abkürzungen eingeführt :

$$k_s = \frac{M_0}{\omega_{p0} s} \quad (6.18)$$

$$k_r = \frac{s}{r_a^2 - (1-s) r_i^2} \quad (6.18)$$

Damit folgt aus Gl. 2.21 nach Umrechnung auf gleiche Nenner :

$$d_{11} = -d_{21} = \frac{(2-\beta) \sigma k_s k_r r_a^2 + \sigma k_s + i\Omega k_s k_r r_a^2}{(2-\beta) \sigma + i\Omega} \quad (6.20)$$

und

$$-d_{12} = d_{22} = \frac{(2-\beta) \sigma k_s k_r r_i^2 + \sigma k_s + i\Omega k_s k_r r_i^2}{(2-\beta) \sigma + i\Omega} \quad (6.21)$$

Dies soll nun verglichen werden mit den geschätzten Übertragungsfunktionen mit den entsprechenden Polynomgraden $n=m=1$:

$$d_{ij} = \frac{b_{0ij} + b_{1ij} i\Omega}{a_0 + a_1 i\Omega} \quad (6.22)$$

Da bei der theoretischen Dämpfungsmatrix die Elemente d_{11} und d_{21} sowie d_{12} und d_{22} bis auf den Faktor (-1) identisch sind und keine Trägheitsanteile be-

rücksichtigen, werden zum Vergleich nur die Elemente d_{12} und d_{21} der gemessenen Dynamischen Dämpfungsmatrix herangezogen. Damit ergibt sich unter Berücksichtigung der Einheitenumrechnung :

$$\begin{aligned}
 a_0 &= [(2-\beta) \sigma] / a_1 \\
 b_{021} &= - [(2-\beta) \sigma k_s k_r r_a^2 + \sigma k_s] (\pi/30) / a_1 \\
 b_{012} &= - [(2-\beta) \sigma k_s k_r r_i^2 + \sigma k_s] (\pi/30) / a_1 \\
 b_{121} &= - [k_s k_r r_a^2] (\pi/30) / a_1 \\
 b_{112} &= - [k_s k_r r_i^2] (\pi/30) / a_1
 \end{aligned} \tag{6.23}$$

Daraus lassen sich nun folgende Größen berechnen :

$$\sigma = \frac{a_0 a_1 b_{121} - b_{021}}{k_s} a_1 \frac{30}{\pi} = \frac{a_0 a_1 b_{112} - b_{012}}{k_s} a_1 \frac{30}{\pi} \tag{6.24}$$

$$\beta = 2 - \frac{a_0 a_1}{\sigma} \tag{6.25}$$

$$\frac{r_a}{r_i} = \sqrt{b_{121} / b_{112}} \tag{6.26}$$

$$r_i^4 \frac{A}{L} = \frac{\sigma k_s}{\omega_{p0}^2 \rho} \left(\frac{r_a^2}{r_i^2} - 1 \right)^{-1} \left(\frac{r_a^2}{r_i^2} - (1-s) \right)^{-1} \tag{6.27}$$

Ein Problem besteht darin, daß die interessanten, d.h. die weitgehend unbekanntes Größen r_a , r_i , A und L nicht absolut, sondern nur in Verhältnissen zueinander berechenbar sind. Man ist also auch hier wieder auf Annahmen angewiesen.

Eine weitere Möglichkeit bestände darin, die Gleichungsparameter für Gl. 2.21, speziell die Größen r_a , r_i , L und A , direkt zu schätzen. Die komplizierten Beziehungen der Parameter in den Gleichungen (z.B. auch in Gl. 6.20/6.21) würden jedoch zu stark nichtlinearen Schätzproblemen mit schlechter Konvergenz führen.

Die Ergebnisse der Berechnungen nach den Gleichungen 6.24-6.27 sind im Anhang A2.2 angegeben und sollen hier nur kurz zusammengefaßt werden:

Die Messungen bei 6 Liter Füllmenge und bei größerem Schlupf lassen sich nicht auswerten, da die Verläufe der Dämpfungsfunktionen bei diesen Messungen nicht ausreichend gut mit den Polynomgraden $n=m=1$ approximiert werden können. Daran läßt sich bereits die Grenze des Gültigkeitsbereiches für die theoretischen Gleichungen erkennen.

Bei den anderen Messungen bei 5% Schlupf ergeben sich Radienverhältnisse

r_a/r_i zwischen 1.3 - 2.2, im Mittel ca. 1.5. Das theoretische Radienverhältnis für die vollgefüllte Kupplung ergab einen Wert von 1.27 (Kap. 6.5.2). Damit liegen die Werte aus der Parameterschätzung generell höher und ergeben zum Teil geometrisch unmögliche Werte. Bei einem Radienverhältnis von 2.2 läge der mittlere Stromfaden schon unterhalb des inneren Profildurchmessers. Ebenso ergibt die Berechnung der Stromfadenlänge L und des Kanalquerschnittes A unter Annahme eines (anschaulich sinnvollen) äußeren Radius r_a und einem daraus resultierendem Kanalquerschnitt in vielen Fällen unrealistische Werte. Die β -Beiwerte liegen in den Bereichen, die auch schon in Tabelle 4 angegeben wurden. Geringe Abweichungen entstehen hier durch die anderen geänderten Geometriewerte.

Damit zeigt sich nun, daß die physikalische Interpretation der gemessenen Dämpfungsfunktionen mit Hilfe der theoretischen Gleichung 2.21 im Hinblick auf den Strömungskreislauf doch schwierig ist. Speziell läßt sich vermuten, daß aufgrund der größeren erforderlichen Radienverhältnisse außer der Dralländerung aus der Eulerschen Turbinengleichung (Gl. 2.6) noch andere Übertragungskräfte (Stoßvorgänge, Turbulenzen in der Strömung) eine Rolle spielen müssen. Nur dann könnten sich für die Gleichungen realistische Radienverhältnisse ergeben.

6.6 Resümee der Ergebnisse und Auswertungen

Es werden nun noch einmal die wichtigsten Ergebnisse der Identifikation mit linearen Teilmodellen zusammengefaßt und im Hinblick auf deren Anwendung erläutert. Dabei ergeben sich drei Schwerpunkte : 1. die Übertragungsmatrizen als Modelle im Frequenzbereich, 2. die Zeitbereichssimulationen und 3. Aussagen über den Zusammenhang zwischen der hier durchgeführten "black box"-Identifikation und physikalischen Vorgängen bzw. den theoretisch-physikalischen Gleichungsansätzen.

Die Übertragungsmatrizen sind die grundlegenden Modelle zur Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der Hydrodynamischen Kupplung im Frequenzbereich. Ein Teilergebnis dieser Arbeit ist daher, konkrete Zahlenwerte für die Koeffizienten der Übertragungspolynome für verschiedene Betriebsparameter der hier untersuchten Voith-Turbokupplung 422 TH bereitzustellen (s. Anhang A1).

Es hat sich dabei die Dynamische Dämpfungsmatrix als vorteilhafte Darstellungsform herausgestellt; die verschiedenen Übertragungsmatrizen lassen sich

jedoch je nach Anwendungsfall numerisch ineinander umrechnen (s. Tabelle 2, Kap. 3.4).

Die Anwendung der Übertragungsmatrizen besteht in Untersuchungen des Schwingungsverhaltens eines gesamten Antriebsstranges im Frequenzbereich. Nach dem Übertragungsverfahren lassen sich die speziellen Übertragungsmatrizen U_i aller Antriebsstrangkomponenten miteinander multiplizieren, um damit eine Gesamtübertragungsmatrix U_{ges} zu erhalten (Übertragungsmatrizen für einfache Antriebsstrangkomponenten s. Tabelle 1, Kap. 3.2). Die Untersuchung der Nullstellen dieser Gesamtübertragungsmatrix U_{ges} führt zu den Eigenwerten des Systems. Ebenso läßt sich auch die Gesamtübertragungsmatrix U_{ges} in eine Frequenzgangmatrix umrechnen und Resonanzstellen im Antriebsstrang erscheinen dann als Überhöhungen in den Frequenzgangfunktionen.

Aus den Übertragungsmodellen im Frequenzbereich lassen sich durch Transformation in den Zeitbereich Zustandsmodelle berechnen, die Simulationen im Zeitbereich ermöglichen. Dabei erlaubt eine Kopplung der einzelnen Teilmodelle, die jeweils nur für begrenzte Teilbetriebsbereiche gelten, eine kontinuierliche Simulation auch über größere Betriebsbereiche.

Vorzugsweise lassen sich die Momentenverläufe aus vorgegebenen Drehzahlverläufen simulieren. Damit ist die Ermittlung der Momentenbelastung im Antriebsstrang bei dynamischen Vorgängen möglich. Es können somit Drehzahlrampen oder Blockiervorgänge über einen großen Betriebsbereich, aber ebenso die zeitlichen Momentenverläufe bei Drehzahlschwankungen oder periodischen Störungen in einem Teilbereich untersucht werden. In Kap. 6.4 wird anhand mehrerer Beispiele die Möglichkeit der Modellierung mit linearen Teilmodellen unter Beweis gestellt.

Es ist jedoch anzumerken, daß die Zeitbereichssimulation über große Betriebsbereiche eine große Anzahl von Teilmodellen erfordert, die wiederum aus einer großen Anzahl von Frequenzgangmessungen ermittelt werden müssen. Die Frequenzgangmessung bei großem Schlupf (>40...50%) wird außerdem durch sehr schnelle Erwärmung der Hydrodynamischen Kupplung eingeschränkt. Daher muß es z.Z. noch als zu großer Aufwand angesehen werden, Teilmodelle für den gesamten Kennfeldbereich einer Hydrodynamischen Kupplung anzugeben.

Langfristiges Ziel weiterer Arbeiten ist sicherlich, das stationäre und dynamische Verhalten aus rein theoretischen Berechnungen anhand der Konstruktionsdaten einer Hydrodynamischen Kupplung zu bestimmen und Messungen, wie sie hier durchgeführt wurden, nur zur Kontrolle zu benutzen.

Um diesem Ziel etwas näher zu kommen, behandelt der dritte Schwerpunkt die Interpretationsmöglichkeiten aus der "black box"-Identifikation im Hinblick auf physikalische Eigenschaften und Strömungsvorgänge, sowie den Vergleich der Meßergebnisse mit Berechnungen nach theoretischen Ansätzen.

Aus der Darstellung der Dynamischen Dämpfungsmatrix lassen sich die außen- und innenradseitigen Trägheitsmassen der Hydrodynamischen Kupplung bestimmen. Damit läßt sich auch der Anteil der Betriebsflüssigkeit an der Trägheitsmasse und die Verteilung auf Pumpen- und Turbinenrad ermitteln. Dies ist bei teilgefüllten Kupplungen theoretisch sehr schwierig. Die Verteilung gibt bereits Hinweise auf Strömungszustände in der Kupplung.

Durch Herausrechnen der Trägheitsmassen aus dem Übertragungsverhalten des gesamten Teilsystems "Hydrodynamische Kupplung" ergibt sich das eigentliche hydrodynamische Übertragungsverhalten des Strömungskreislaufes.

Die Betrachtung der Inversen Dynamischen Dämpfungsmatrix läßt einen Eigenwert des Modells im betrachteten Frequenzbereich erkennen. Der Eigenwert kann zwischen 4 und 15 Hz liegen und ist stark pumpendrehzahl- und schlupf-abhängig. Es wird vermutet, daß dieser Eigenwert in direktem Zusammenhang mit der Umlauffrequenz des Volumenstroms im Strömungskreislauf der Kupplung steht. Eine periodische Anregung in der Umlauffrequenz des Volumenstroms führt dann zu einer Überhöhung im Frequenzgang bzw. im Verlauf der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen. Hier sind jedoch weitere Untersuchungen notwendig. Speziell muß bei höheren Pumpendrehzahlen auch der untersuchte Frequenzbereich erhöht werden.

Schließlich erfolgt ein Vergleich der gemessenen Übertragungsfunktionen mit Verläufen, die mit Hilfe der theoretischen Gleichungen nach der eindimensionalen Stromfadentheorie berechnet werden.

Es zeigt sich, daß die theoretischen Berechnungen das dynamische Verhalten um einen Betriebspunkt qualitativ annähernd beschreiben können, wenn zusätzlich der β -Beiwert, ein Exponent der Reynoldszahl für die Reibungsverlustberechnung, nach Gl. 6.17 angepaßt wird. Dies gilt für verschiedene Pumpendrehzahlen und einen Schlupfbereich bis ca. 5...8%, je nach Füllungsgrad. Dafür ist jedoch die genaue Messung des stationären Momentes und der Steigung der stationären Kennlinie im Betriebspunkt erforderlich.

Große Unsicherheiten liegen in der Bestimmung der Strömungsradien r_a und r_i . Hier können nur ungefähre Größen berechnet bzw. geschätzt werden, die im Einzelfall zu mehr oder weniger großen Ungenauigkeiten führen. Tendenziell führen die theoretischen Überlegungen jedoch zu zu kleinen Radienverhältnissen und damit auch zu zu kleinen Amplitudenverhältnissen in den Übertragungsfunktionen.

Zur vollständigen theoretischen Beschreibung muß zusätzlich die Trägheitswirkung der Betriebsflüssigkeit und speziell die Aufteilung auf Pumpen- und Turbinenrad berücksichtigt werden.

Die Genauigkeit der theoretisch berechneten Verläufe reicht jedoch nicht aus, um Zeitbereichssimulationen über größere Betriebsbereiche durchzuführen, wie

dies nach der Methode der linearen Teilmodelle in Kap. 6.4 gezeigt wurde. Die Anforderungen an die Genauigkeit der Teilmodelle sind für die Zeitbereichssimulationen sehr hoch. Darüberhinaus kann mit den theoretischen Modellen nur ein kleiner Schlupfbereich berechnet werden, und Simulationen von z.B. Blockier- oder Anfahrvorgängen über einen großen Drehzahlbereich sind damit nicht möglich. Sie eignen sich jedoch für Schwingungsuntersuchungen im Frequenzbereich für den Nennbetriebsbereich.

7 Untersuchung nichtlinearer Eigenschaften

Die Modellierung der Hydrodynamischen Kupplung mit Hilfe linearer Teilmodelle für verschiedene Betriebsbereiche stellt eine Approximation durch mehrfache Linearisierung des an sich nichtlinearen Verhaltens dar. Bei der Linearisierung treten Fehler bzw. Abweichungen auf, die vom Grad der Nichtlinearitäten abhängen.

Die Auswirkungen der Nichtlinearitäten sollen im folgenden dargestellt und in Beziehung zu Fehlern, Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten der Modellierung mit linearen Teilmodellen gebracht werden. Es werden zunächst die Effekte der Phasenlage in Abhängigkeit von der Kennliniensteigung und der Frequenz aufgezeigt. Es folgt die Untersuchung der Amplitudenabhängigkeit (Kap. 7.2), wobei die Erscheinungen der Offsetverschiebung und der amplitudenabhängigen Linearisierung so nachgewiesen werden können, wie sie in Kap. 5.2 bei der Theorie der Linearisierung hergeleitet wurden.

Das Beschleunigungsverhalten wird in Kap. 7.3 dargestellt, da sich nichtlineare Zusammenhänge zwischen Beschleunigung und Momentenverlauf ergeben. Das Beschleunigungsverhalten bei Blockiervorgängen gibt darüber hinaus wichtige Hinweise für die praktische Auslegung bei blockiergefährdeten Arbeitsmaschinen. Wesentliche Erkenntnisse werden in diesem Zusammenhang dargestellt.

Schließlich wird aufgrund des gemessenen dynamischen Verhaltens auf vermutete Strömungsvorgänge in der Hydrodynamischen Kupplung eingegangen (Kap. 7.4), wobei wesentliche nichtlineare Effekte durch die Wirkung von Staauraum und Teilfüllung entstehen können. Auf die weiteren Möglichkeiten der nichtlinearen Identifikation und Verbesserung der Modellierung wird abschließend in Kap. 7.5 eingegangen.

7.1 Auswirkungen des nichtlinearen Verhaltens

Untersucht werden soll im folgenden wieder der Kennfeldbereich der Voith-Turbokupplung 422 TH, der auch in Kapitel 6 betrachtet wurde und in Bild 6.1 dargestellt ist. Es handelt sich um eine Pumpendrehzahl von $900 \pm 50 \text{ min}^{-1}$, 0 - 35% Schlupf bei 8 Litern Füllmenge.

Das stationäre Kennfeld ist in diesem Bereich stark positiv wie auch negativ gekrümmt. Die Krümmung des Kennfeldes ist direkt ein Maß für eine Nichtlinearität, jedoch zunächst nur im stationären Verlauf. Im instationären Be-

trieb überlagern sich weitere nichtlineare Effekte, die das dynamische Verhalten beeinflussen.

Im allgemeinen ist das nichtlineare Verhalten bereits an der starken Änderung der Dynamischen Dämpfungsfunktionen mit dem Drehzahlverhältnis erkennbar. Dies wurde in Kap. 6.2.2 durch die Darstellung des Dämpfungsmatrizenfeldes (Bilder 6.5-6.8) gezeigt.

Die daraus resultierenden Effekte sollen an gemessenen Momentenverläufen bei harmonischer Erregung der Turbinendrehzahl in verschiedenen Betriebspunkten beispielhaft für zwei Frequenzen dargestellt werden. In den Bildern 7.1 und 7.2 sind die Momentenverläufe über dem Drehzahlverhältnis ν in den sechs Betriebspunkten $\nu_0 = 0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9, 0.95$ aufgetragen. Aus den gemessenen Momentenverläufen sind die Trägheitsmomente dabei vollständig herausgerechnet.

In Bild 7.1 beträgt die Frequenz der Erregung 3.3 Hz, in Bild 7.2 6.6 Hz. Zu beachten ist hierbei die Drehrichtung der Verläufe, gekennzeichnet durch einen Pfeil. In Bild 7.1 wechselt dort die Drehrichtung, wo auch die Krümmung der stationären Kennlinie das Vorzeichen wechselt, hier zwischen $\nu = 0.73$ und 0.87 . Bei einer Erregungsfrequenz von 6.6 Hz in Bild 7.2 sind dagegen alle Drehrichtungen gleichsinnig. Daraus ist zu ersehen, daß der Einfluß des stationären Kennlinienverlaufes im höheren Frequenzbereich geringer wird.

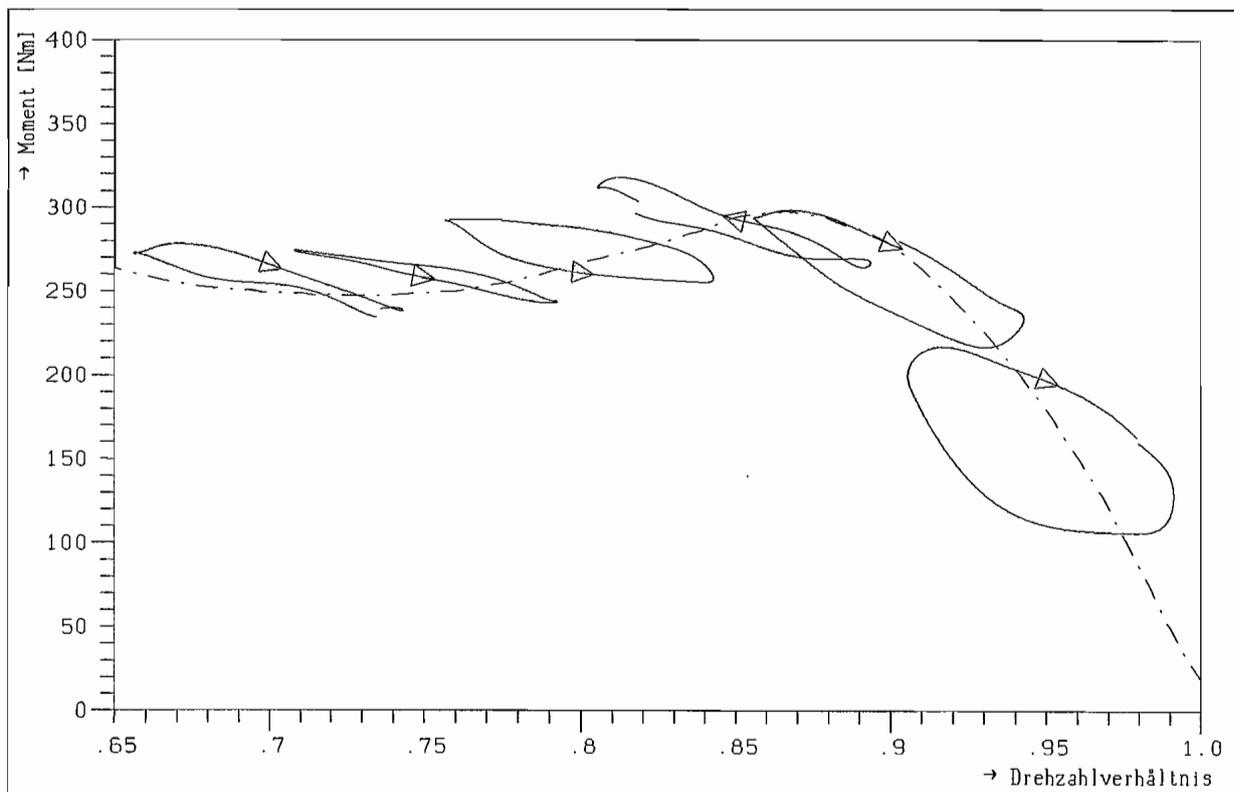


Bild 7.1 : Momentenverläufe $M=f(\nu)$ bei harmonischen Erregungen, 3.3 Hz

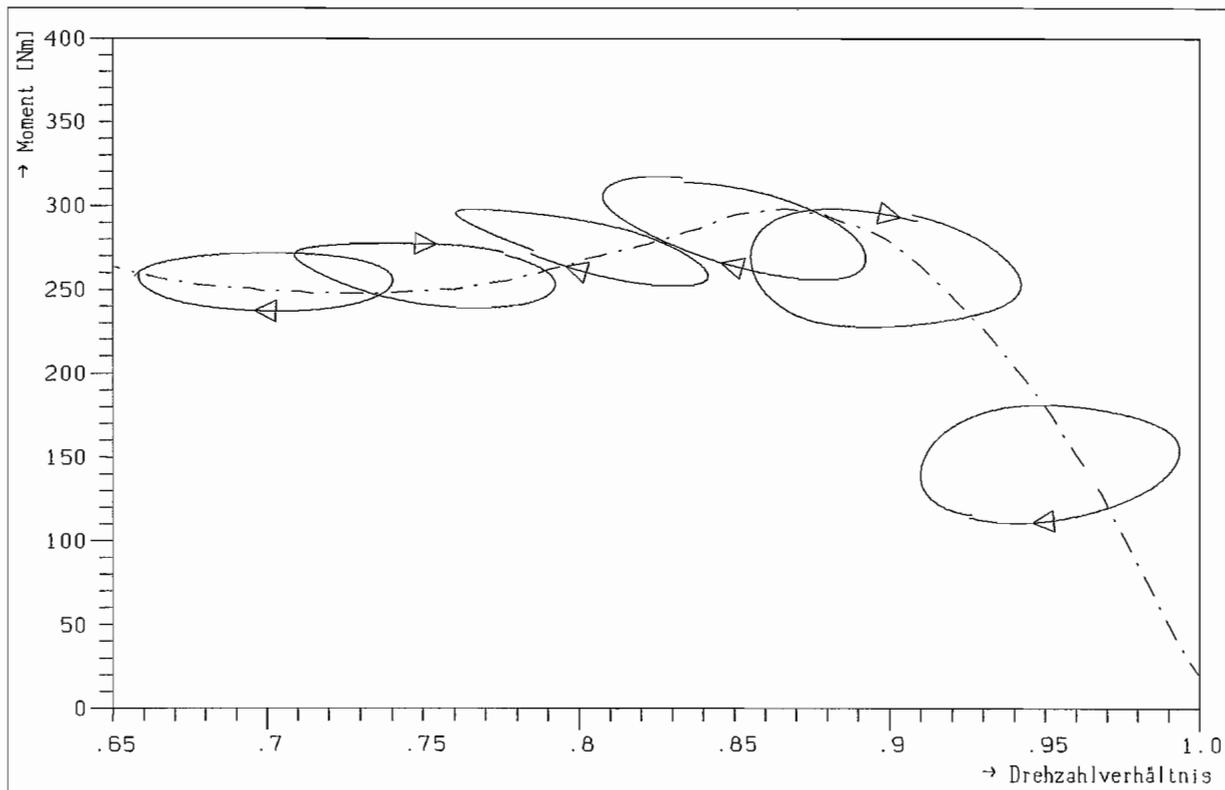


Bild 7.2 : Momentenverläufe $M=f(v)$ bei harmonischen Erregungen, 6.6 Hz

Dieser Phasenwechsel zwischen Drehzahl- und Momentenverlauf ist in den Dynamischen Dämpfungsmatrizen als Vorzeichenwechsel der Imaginärteile zu erkennen. Anschaulicher läßt sich dies durch den Phasenwinkel zwischen Drehzahlschwingung und Momentenschwingung zeigen. In Bild 7.3 ist das Element d_{12} des komplexen Dämpfungsmatrizenfeldes (vgl. Bild 6.7) in Amplitude und Phase dargestellt. Im Bereich $v = 0.7 - 0.88$ ergibt sich im unteren Frequenzbereich ein großer positiver Phasenwinkel, der Verlauf in den negativen Bereich ist gut erkennbar. Dies entspricht den Darstellungen in Bild 7.1 und 7.2. In dem Bereich des positiven Phasenwinkels hat die Hydrodynamische Kuppung anders ausgedrückt eine "negative Steifigkeit" (vgl. Realteil der Dynamischen Steifigkeitsmatrix Bild 6.13).

Durch den nichtkontinuierlichen Phasenwechsel zwischen zwei Teilmodellen kommt es bei der Zeitbereichssimulation in dem entsprechenden Frequenzbereich beim Umschalten der Teilmodelle dann zu größeren Abweichungen oder Einschwingvorgängen, wie dies auch in den Simulationsergebnissen in Kap. 6.4 zu erkennen ist.

Das nichtlineare Verhalten spiegelt sich auch in den Formen der Verläufe in den Bildern 7.1 und 7.2 wieder. Bei linearen Systemen würde es sich um exakte Ellipsen handeln. Die Abweichung von der Ellipsenform wird durch Störungen und überlagerte Schwingungen höherer Ordnung hervorgerufen. Durch die

Linearisierung bei der Bestimmung der Frequenzgangfunktionen werden die gemessenen Verläufe an mittlere Ellipsen angepaßt.

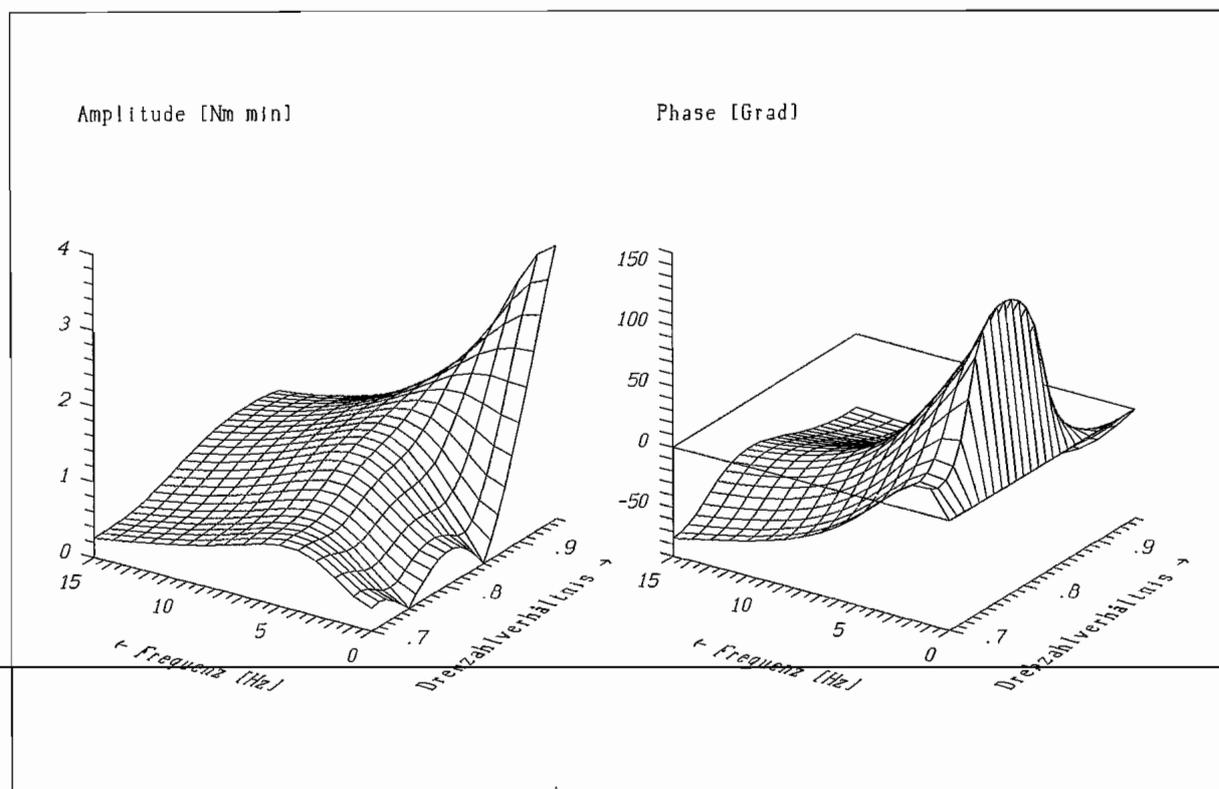


Bild 7.3 : Dynamische Dämpfungsfunktion d_{12} in Amplitude und Phase

7.2 Die Amplitudenabhängigkeit

Ein wesentliches Kriterium nichtlinearer Systeme ist die Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens von der Größe der Schwingungsamplitude. Um diese Abhängigkeit an der Hydrodynamischen Kupplung zu untersuchen bzw. zu bestätigen, wurden Frequenzgangmessungen mit verschiedenen großen Drehzahlamplituden durchgeführt. Die Amplituden der harmonischen Drehzählerregungen betragen dabei 20, 40, 80 und für einige Betriebspunkte auch 120 min^{-1} . Dies entspricht bezogen auf die Pumpendrehzahl von 900 min^{-1} einer Amplitude des Drehzahlverhältnisses von 0.022, 0.044, 0.089 und 0.133. Nach der Theorie der Linearisierung (Kap. 5.2) muß sich dies bei nichtlinearen Kennlinien sowohl im geschätzten Offset, als auch in der geschätzten Amplitude der linearisierten Schwingung bemerkbar machen.

7.2.1 Der Offset des Betriebspunktes

Es werden exemplarisch für die Betriebspunkte $\nu = 0.92$, 0.88 und 0.75 die geschätzten Offsets von den stationären Betriebspunkten betrachtet (Bild 7.4). In den folgenden Bildern 7.5-7.7 ist dazu der geschätzte Mittelwert der Momentenschwingung M_1 über der Erregungsfrequenz in den verschiedenen Betriebspunkten bei unterschiedlichen Amplituden dargestellt. Da für die Messung der Dynamischen Dämpfungsmatrix zwei unabhängige Messungen erforderlich sind (vgl. Bild 5.5), ist hier sowohl die Schätzung aus der ersten Messung bei harmonischer Erregung der Pumpendrehzahl als auch aus der zweiten Messung bei harmonischer Erregung der Turbinendrehzahl dargestellt.

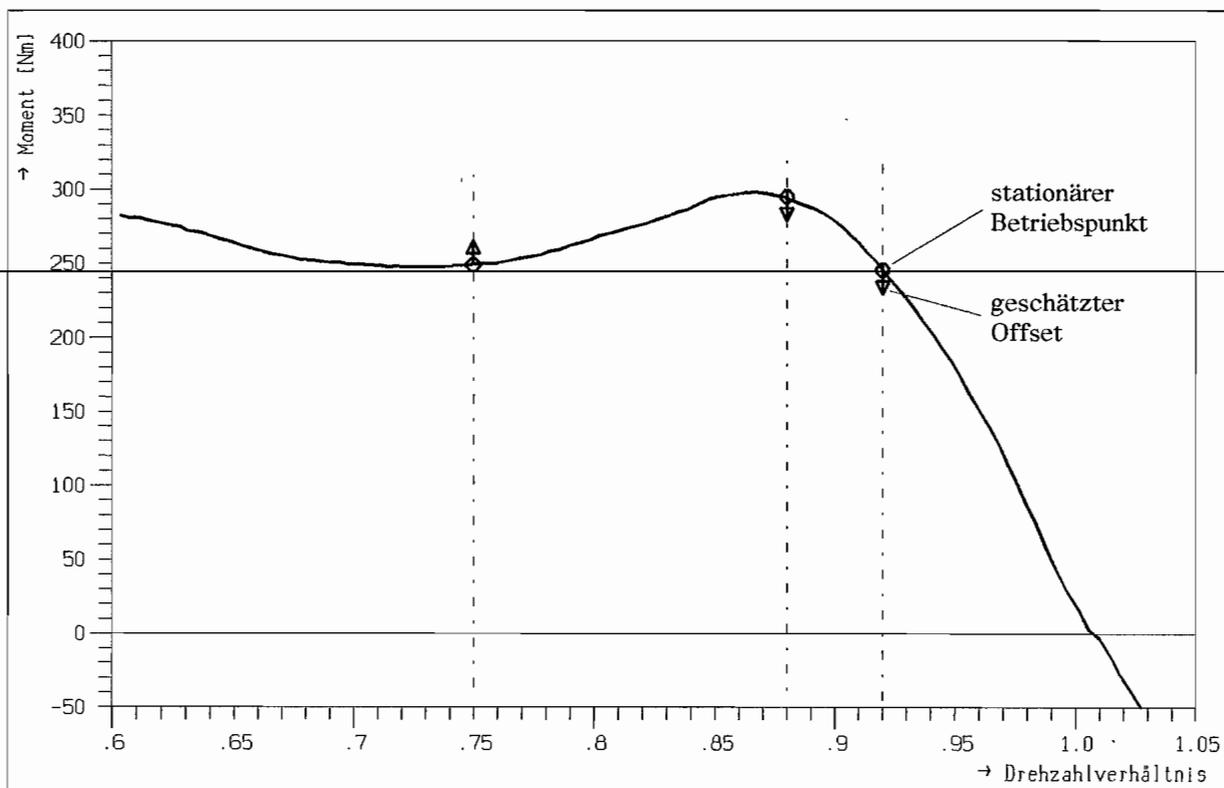


Bild 7.4 : Betriebspunktabhängige Offsettendenz bei der Teilmodellbestimmung

Aus den Darstellungen geht hervor, daß der Offset des geschätzten Mittelwertes vom stationären Betriebspunkt, von der Größe der Amplitude und von der Krümmung der stationären Kennlinie abhängt.

Der Offset ist bei pumpenseitiger Erregung wesentlich geringer, da auch die Krümmung des Kennfeldes in Pumpendrehzahlrichtung wesentlich geringer ist, und wirkt sich praktisch nur im Sattelpunkt des Kennfeldes ($\nu \approx 0.88$) aus. Die Krümmung des Kennfeldes in n_p -Richtung ist in Bild 6.1 anhand des Gitternetzes gut erkennbar.

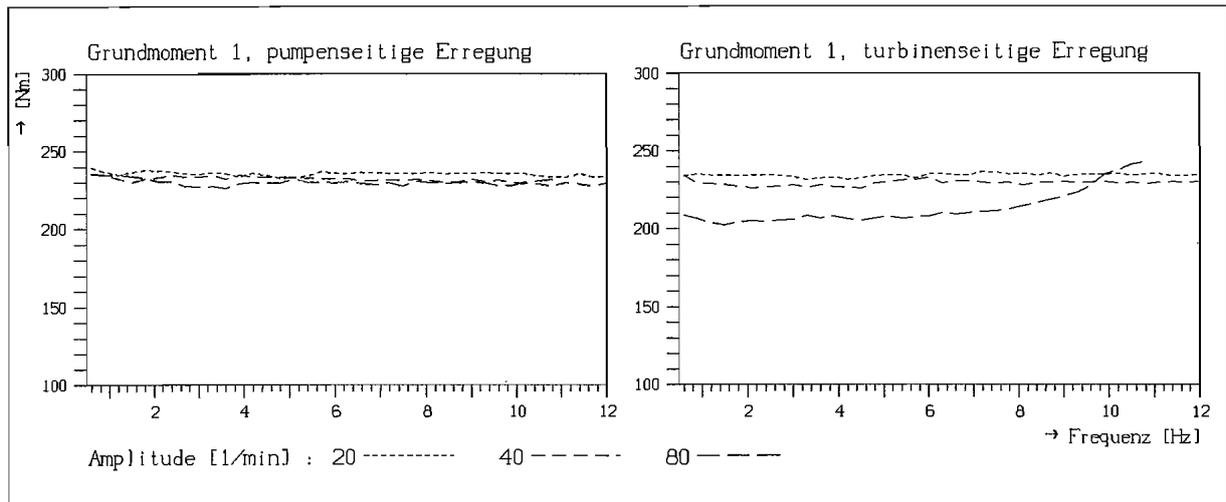


Bild 7.5 : Geschätzter Mittelwert des Momentes M_{10}^* , $\nu = 0.92$

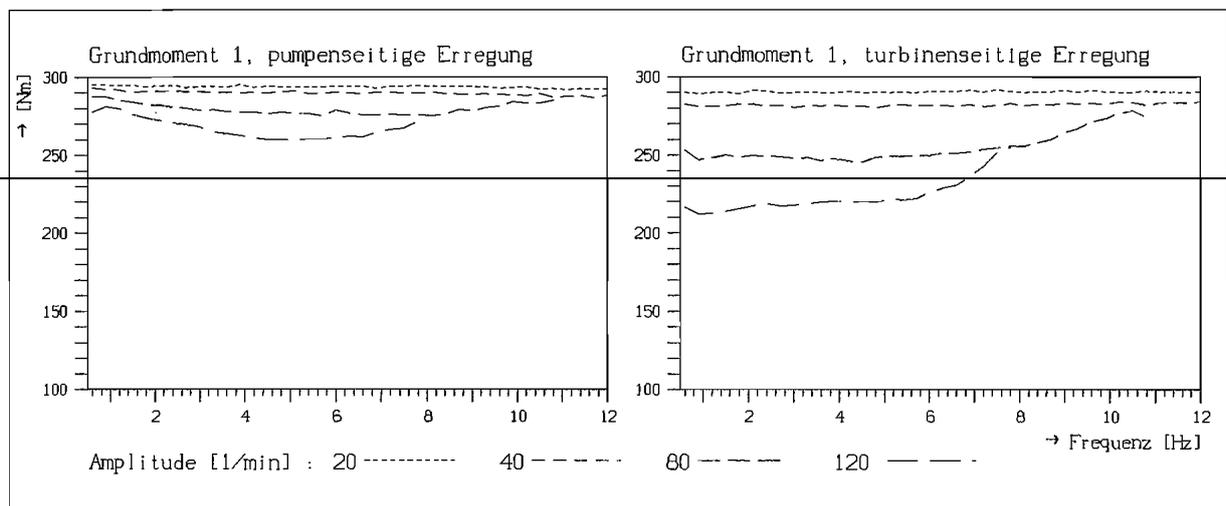


Bild 7.6 : Geschätzter Mittelwert des Momentes M_{10}^* , $\nu = 0.88$

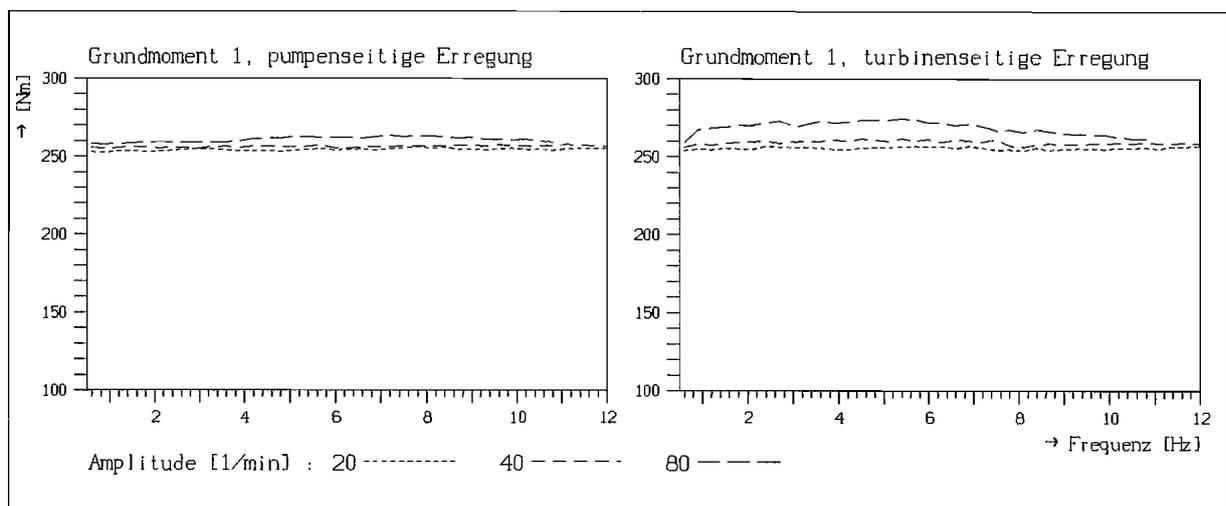


Bild 7.7 : Geschätzter Mittelwert des Momentes M_{10}^* , $\nu = 0.75$

Die Anstiege der Verläufe bei den Amplituden 80 und 120 min^{-1} bei höherer Frequenz (Bild 7.5/7.6) ist auf Leistungsgrenzen des Versuchsstandes zurückzuführen. Da die erforderliche Beschleunigungsleistung mit der Frequenz und der Amplitude steigt, macht sich die Leistungsgrenze bei diesen großen Amplituden bei entsprechenden Frequenzen bemerkbar. Die Erregungsamplituden verringern sich, und damit verkleinert sich auch der Offset.

Der Offset wird zwar bei der Simulation durch die Addition des tatsächlich geschätzten Betriebspunktes zum dynamischen Anteil des Teilmodells berücksichtigt (s. Bild 5.10/5.11), jedoch müßte dieser aus beiden Messungen gleich groß sein. Die Simulation mit Teilmodellen, gemessen bei großen Amplituden, wird also aufgrund der unterschiedlichen Offsets bei pumpen- und turbinenseitiger Erregung ungenau, da ein mittlerer Offset festgelegt werden muß. Die Abweichung daraus kann je nach Amplitude bei der Teilmodellbestimmung 4-12% vom Nennwert betragen.

7.2.2 Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrizen

Da sich bei nichtlinearen Kennlinien neben dem Offset auch die linearisierte Amplitude der Systemantwort bei unterschiedlichen Erregungsamplituden ändert, ist auch eine Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrizen zu beobachten, da diese die Amplitudenverhältnisse beinhalten. Wie zu erwarten ist, hängt auch die Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrizen von der Krümmung der stationären Kennlinie ab. In den gemessenen Betriebspunkten $\nu = 0.95$, 0.92 und 0.90 sind die Änderungen in den Verläufen der Dämpfungsfunktionen durch die verschiedenen großen Amplituden gering (Bild 7.8), im Bereich von $\nu = 0.88-0.80$ sind sie sehr groß (Bild 7.9) und bei $\nu = 0.75$ und 0.70 wieder sehr gering (daher hier nicht mehr dargestellt).

In Bild 7.9 ist zu erkennen, daß sich die Amplitudenabhängigkeit in den einzelnen Elementen der Dynamischen Dämpfungsmatrix unterschiedlich stark auswirkt. So ist die Auswirkung auf die Elemente 1.2 und 2.2 größer, da sich auch hier der Einfluß der stärkeren Kennfeldkrümmung in Turbinendrehzahlrichtung bemerkbar macht.

Im Nennbetriebsbereich (bis ca. 10% Schlupf) verhält sich die Hydrodynamische Kupplung annähernd linear.

Andererseits führen jedoch auch schon die geringen Abweichungen der Dynamischen Dämpfungsmatrizen in Bild 7.8 durch die verschiedenen Amplituden bei der Teilmodellbestimmung zu merklichen Abweichungen bei der Simulation im Zeitbereich (Kap. 6.4).

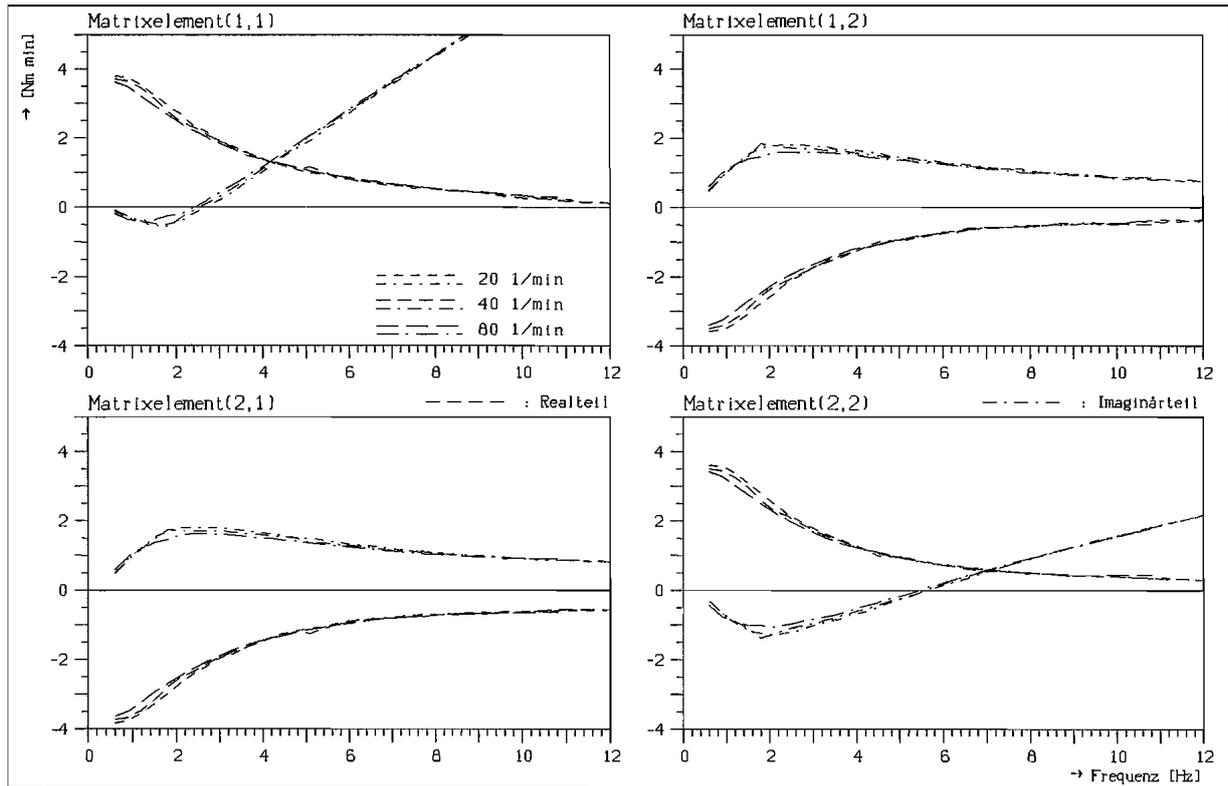


Bild 7.8 : Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrix, $\nu = 0.95$

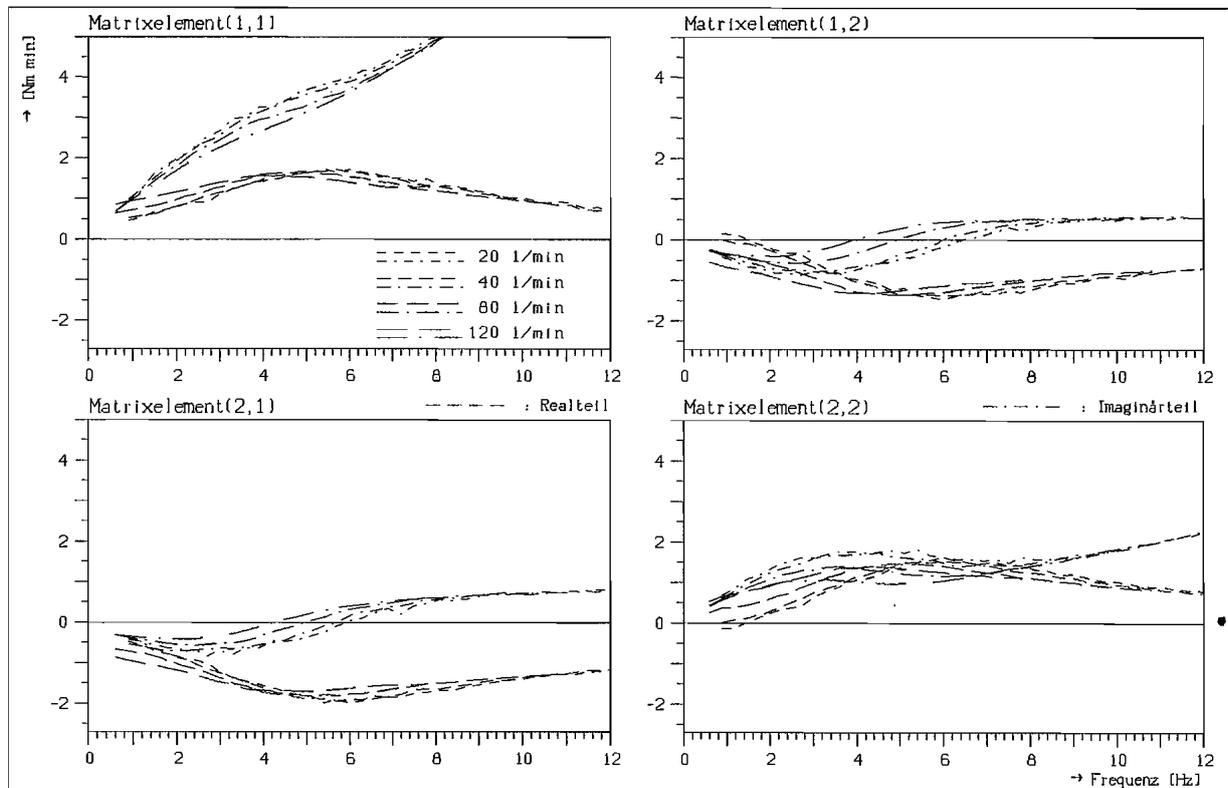


Bild 7.9 : Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrix, $\nu = 0.85$

7.3 Das Beschleunigungsverhalten

Bei den Simulationen im Zeitbereich (Kap. 6.4) wurde deutlich, daß die Größe der Beschleunigung, also die zeitliche Änderung der Drehzahlverläufe, einen wesentlichen Einfluß auf die Simulationsergebnisse hat. Dies läßt auf ein nichtlineares Beschleunigungsverhalten schließen. Als Beschleunigungsverhalten wird hier das Verhalten bei Drehzahländerung, im wesentlichen über größere Drehzahlbereiche, verstanden. Ebenso ist dies an der Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrizen zu erkennen, da eine größere Drehzahlamplitude bei harmonischer Erregung auch eine größere Beschleunigung hervorruft.

In den harmonischen Erregungen bei der Frequenzgangmessung sind alle höheren Ableitungen ebenfalls als harmonische Funktionen enthalten. Um jedoch isoliert das Verhalten bei unterschiedlicher Beschleunigung untersuchen zu können, wurden Drehzahlrampen mit annähernd konstanter Beschleunigung gemessen.

7.3.1 Auswertung gemessener Drehzahlrampen

Es wurden zunächst Messungen bei einer Pumpendrehzahl $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$, 8 Liter Füllmenge, bei verschiedenen Beschleunigungen durchgeführt. Die Turbinendrehzahl wurden von 1000 min^{-1} gleichmäßig auf ca. 400 min^{-1} vermindert und nach kurzer Verweilzeit wieder auf 1000 min^{-1} erhöht (Bild 7.10). Die annähernd konstanten Beschleunigungen wurden von 100 bis $1000 \text{ min}^{-1}/\text{sec}$ in Schritten von $100 \text{ min}^{-1}/\text{sec}$ variiert.

Die gemessenen Momentenverläufe wurden dann um die Trägheitsmomente bereinigt ($\Theta_1 = 1.07229 \text{ kgm}^2$, $\Theta_2 = 0.38245 \text{ kgm}^2$, vgl. Kap. 6.2.4) und über dem Drehzahlverhältnis v aufgetragen (Bild 7.11). Es ergibt sich eine zunehmende Abweichung bzw. Verschiebung der Momentenverläufe gegenüber der stationären Kennlinie bei zunehmender Beschleunigung.

Besonders deutlich wird das Beschleunigungsverhalten, wenn man die Abweichung des Momentenverlaufes von der stationären Kennlinie über der Beschleunigung aufträgt. Es ergeben sich dann "Beschleunigungskennlinien" in Abhängigkeit vom Drehzahlverhältnis v . In Bild 7.12 ist der Drehzahlbereich $v = 1.0 - 0.9$ dargestellt, in Bild 7.13 der Bereich $v = 0.9 - 0.75$.

Es ist zu ersehen, daß die Steigung dieser Kennlinien von $v = 1.0$ nach $v = 0.75$ das Vorzeichen wechselt. Im Bereich $v = 0.90 - 0.85$ sind die Kennlinien besonders stark gekrümmt und verlaufen nur im negativen Bereich.

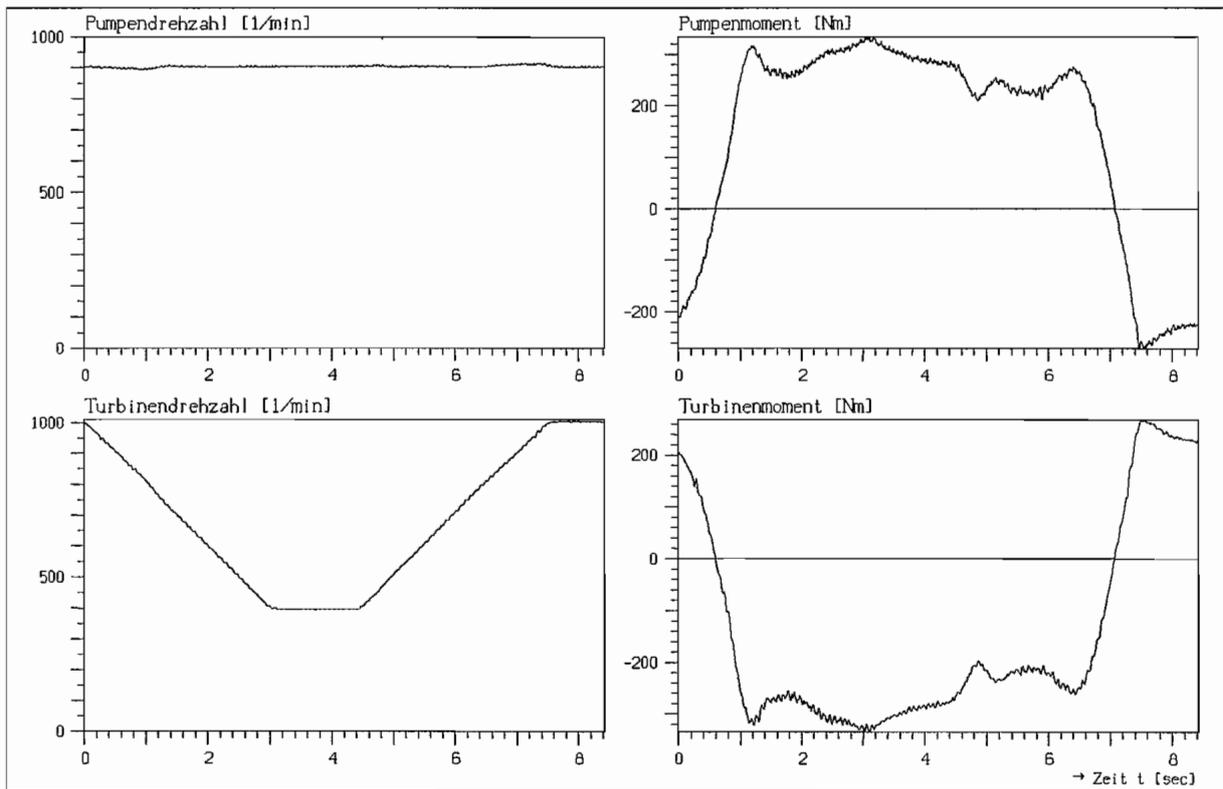


Bild 7.10 : Drehzahl- und Momentenverläufe bei einer Drehzahlrampe
Beschleunigung $\dot{n}_T = 200 \text{ min}^{-1}/\text{sec}$

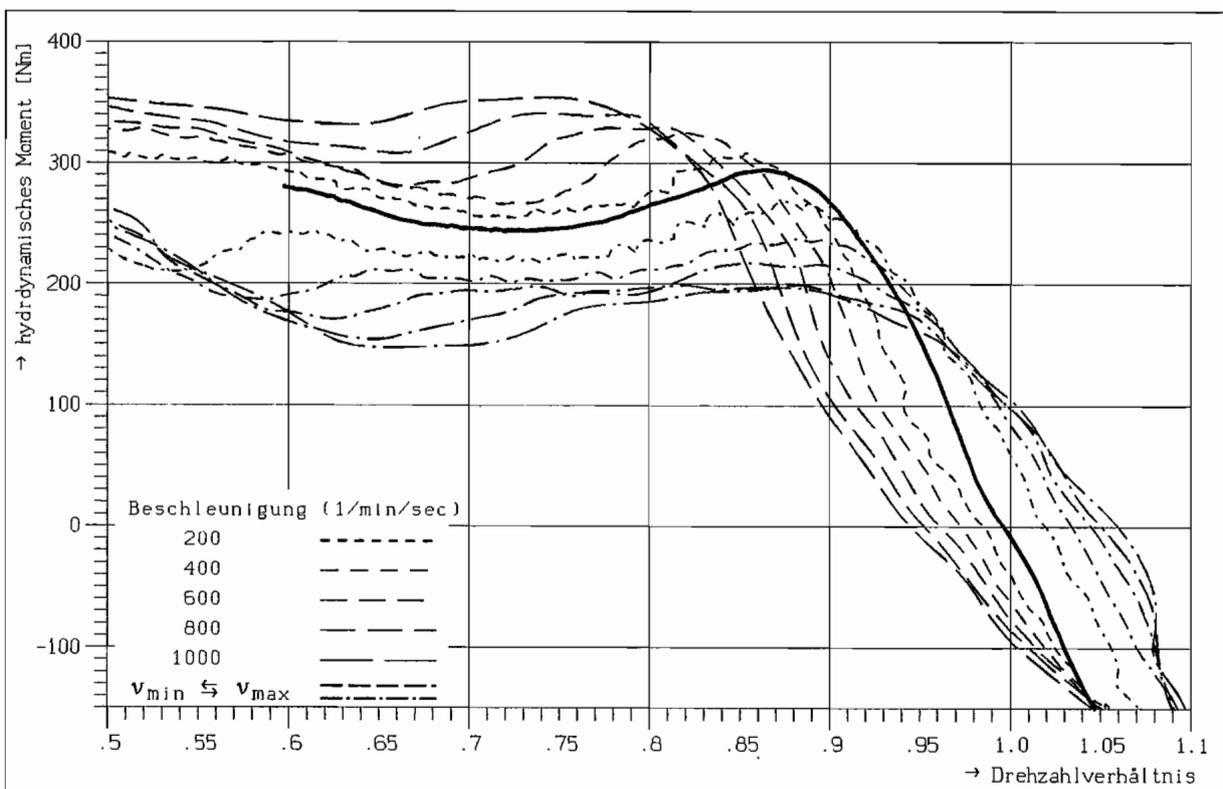


Bild 7.11 : Momentenverläufe $M=f(v, \dot{n}_T)$ bei konstanter Beschleunigung

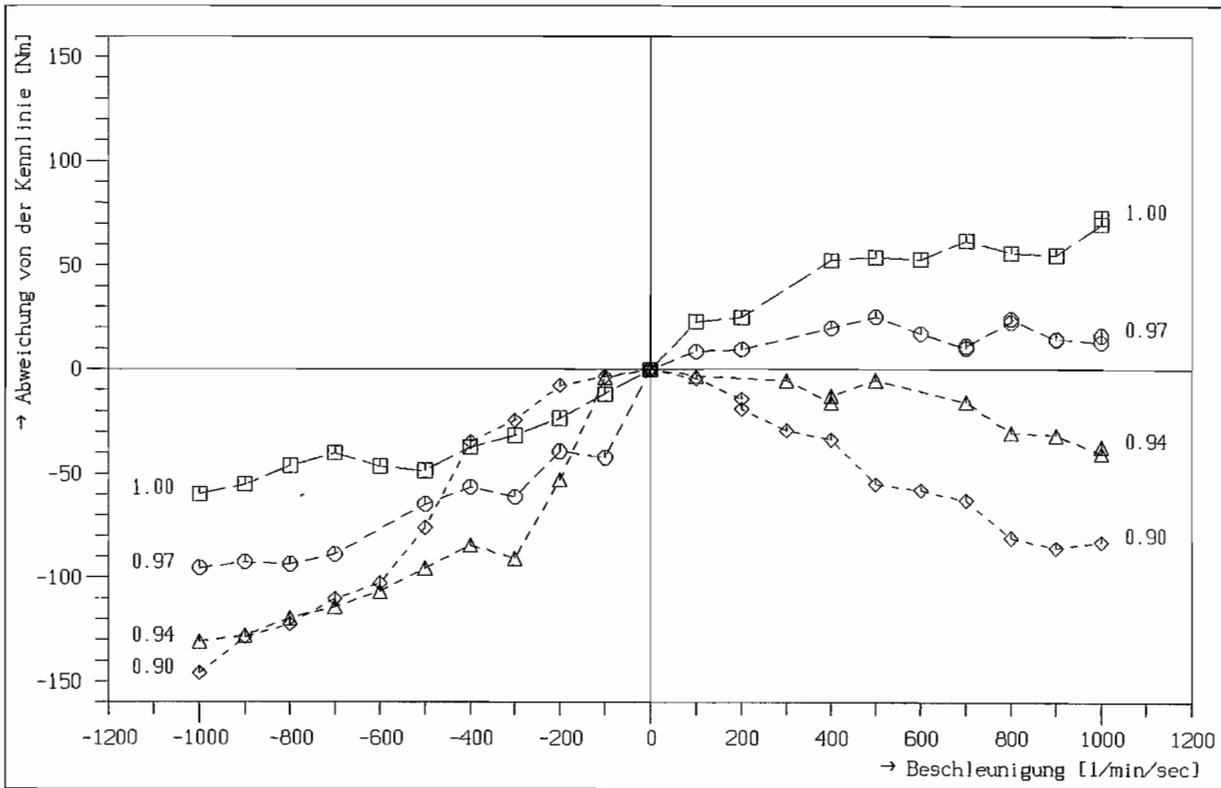


Bild 7.12 : Beschleunigungskennlinien für $\nu = 1.0 - 0.9$

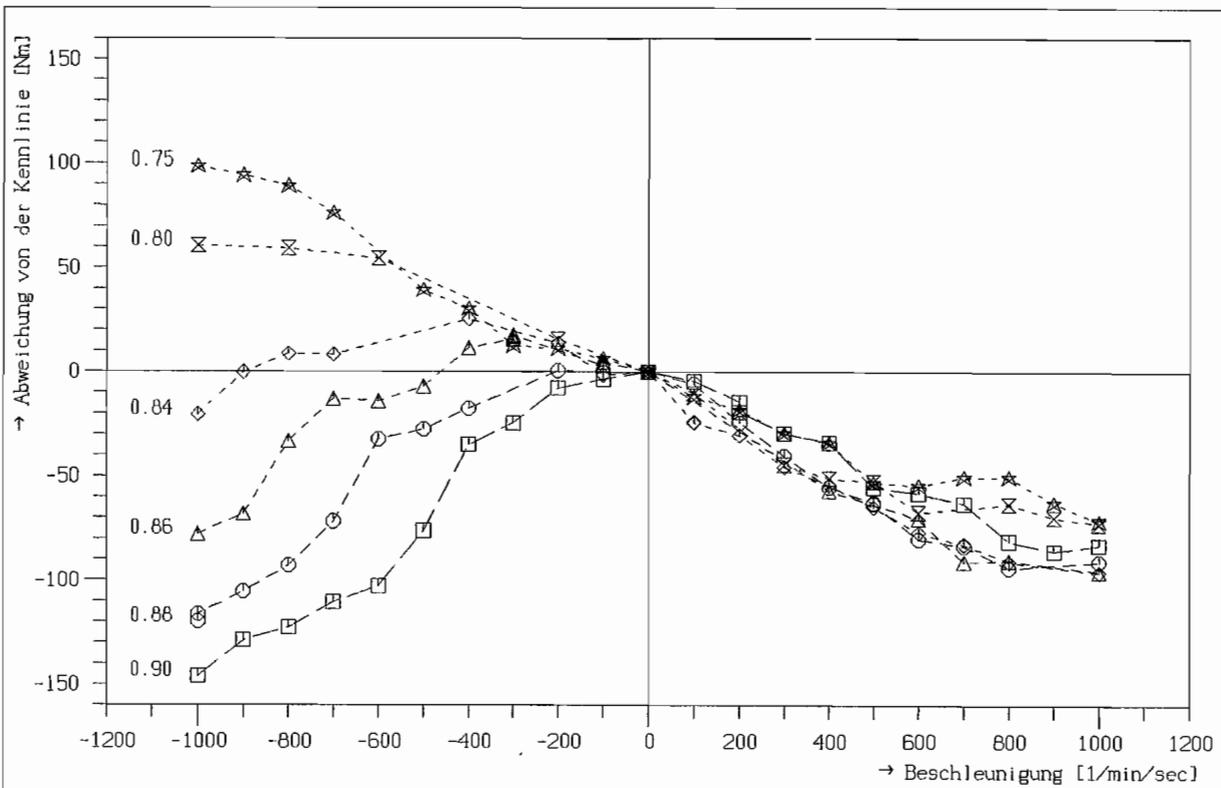


Bild 7.13 : Beschleunigungskennlinien für $\nu = 0.9 - 0.75$

Aus dieser Darstellung (Bild 7.12/7.13) wird nun auch sofort klar, daß die Simulation in diesem Bereich $v = 0.90 - 0.85$ etwas ungenauer und stark beschleunigungsabhängig ist, da bei der Linearisierung zur Teilmodellbestimmung auch das Beschleunigungsverhalten linearisiert werden muß.

Trotz der starken Krümmungen in diesem Bereich, sowohl in der stationären Kennlinie, als auch in der Beschleunigungskennlinie, wird das Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung bei den hier vorgegebenen Beschleunigungen durch die linearen Teilmodelle dennoch recht gut beschrieben.

7.3.2 Blockierverhalten bei verschiedenen Betriebsparametern

Die Untersuchungen der Drehzahlrampen bei noch relativ geringen Beschleunigungen in Kap. 7.3.1 dienten in erster Linie der Erklärung nichtlinearer Effekte im Hinblick auf die Modellierung mit den linearen Teilmodellen. Darüber hinaus wurden auch Drehzahlrampen (der Turbinendrehzahl bei annähernd konstanter Pumpendrehzahl) mit höheren Beschleunigungen bei verschiedenen Betriebsparametern gemessen, um allgemeinere Aussagen über das instationäre Betriebsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung treffen zu können.

Drehzahlrampen mit hohen Beschleunigungen entsprechen Blockiervorgängen an der Turbinenseite der Hydrodynamischen Kupplung. Blockiervorgänge können z.B. auftreten bei Brecher- und Förderanlagen aufgrund extremer plötzlicher Belastungen oder allgemein bei Störungen oder Schäden an einer Arbeitsmaschine. Die Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Hydrodynamischen Kupplung bei Blockiervorgängen ist wichtig, um anhand der auftretenden Belastungen den Antriebsstrang auslegen zu können.

Es wurden am Versuchsstand Drehzahlrampen mit maximalen Beschleunigungen bis zu $6000 \text{ min}^{-1}/\text{sec}$ vorgegeben. Das entspricht einer Blockierzeit von ca. 0.17 sec für das Abbremsen von 1000 min^{-1} bis zum Stillstand.

Die Variation der Betriebsparameter entspricht der schon in Kap. 6.1 erwähnten und erstreckt sich auf den Füllungsgrad (6/8/10 Liter), die Pumpendrehzahl ($600/1000/1500 \text{ min}^{-1}$), die Viskosität der Betriebsflüssigkeit (VG 5/32/100), die Innenradausführung (Mischprofil/gestaffeltes Profil) und die Antriebsart (Außenrad/Innenrad). Die Beschleunigungen betragen $500, 1500, 3000$ und $6000 \text{ min}^{-1}/\text{sec}$.

Die wesentlichen Ergebnisse sollen hier kurz zusammengefaßt werden. Die wichtigsten Parameter für das dynamische Verhalten bei Blockieren der Turbinenseite sind der Füllungsgrad und die Pumpendrehzahl. Das dynamische Verhalten ändert sich annähernd proportional zur Höhe der Beschleunigung. Von untergeordneter Bedeutung ist die Viskosität. Innenradausführung und Antriebsart beeinflussen das Verhalten nicht prinzipiell, sondern nur analog des

stationären Verhaltens bei diesen Betriebsparametern. Ebenso ändert sich der Momentenverlauf nicht prinzipiell, wenn das Drehzahlverhältnis im Nennbetriebspunkt v_n zu Beginn des Blockiervorganges verändert wird (z.B. $v_n=1.0$ oder 0.95).

Einige charakteristische Momentenverläufe werden in den folgenden Bildern 7.14 - 7.17 dargestellt. Es wurde dabei das gemessene Turbinenmoment abzüglich der turbinenseitigen Trägheitsmomente ($\Theta_2=0.28977 \text{ kgm}^2$, s. Kap. 6.2.4) auf λ normiert über dem Drehzahlverhältnis v aufgetragen. In den Momentenverläufen sind also noch die turbinenseitigen Trägheitsmomente der Betriebsflüssigkeit enthalten, da für die verschiedenen Betriebsparameter die anteiligen Trägheitsmassen der Betriebsflüssigkeit nicht genau genug ermittelt werden konnten.

Die Turbinendrehzahl n_T wurde vom Nennbetriebspunkt $v_n=1.0$ mit der entsprechenden negativen Beschleunigung auf ca. -50 min^{-1} vermindert und nach ca. 0.4 sec wieder auf Nenndrehzahl beschleunigt.

In den Bildern 7.14-7.17 handelt es sich um Messungen bei Außenradantrieb, Mischprofil und Betriebsflüssigkeit der Viskosität VG 32.

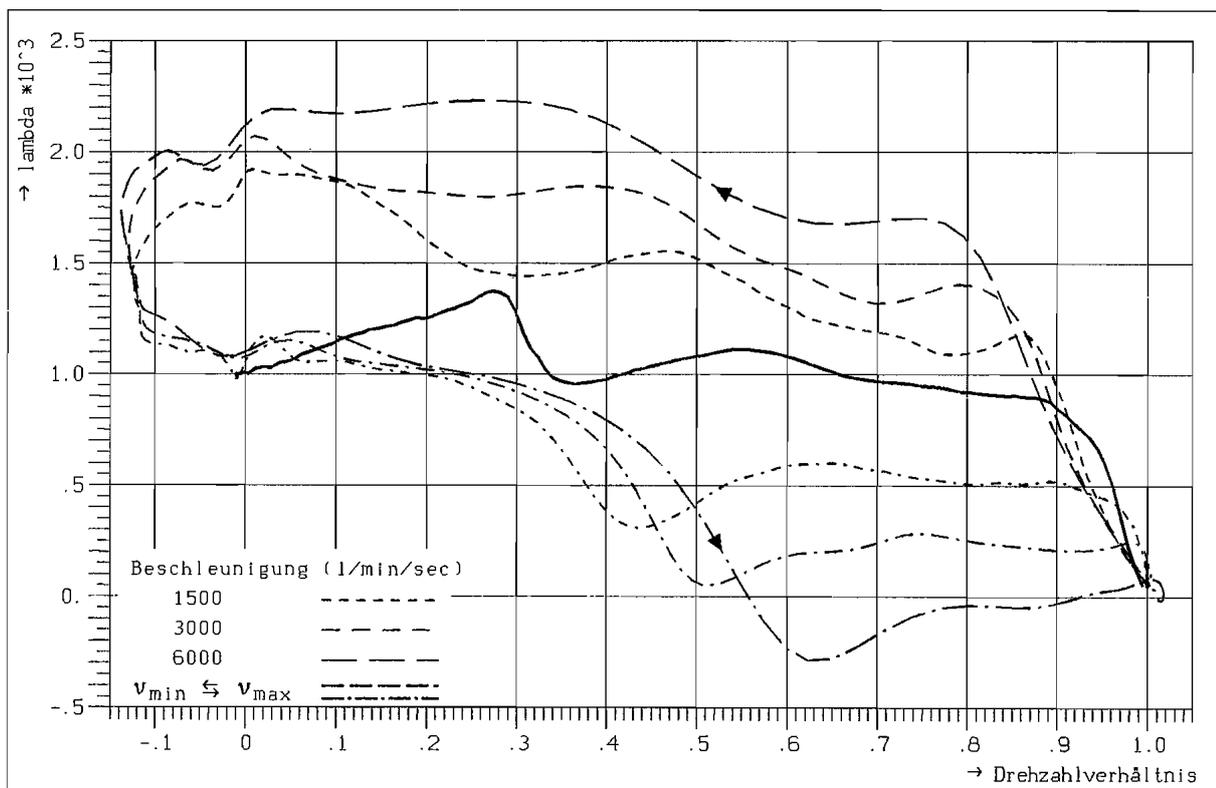


Bild 7.14 : Blockiervorgänge bei verschiedenen Beschleunigungen

Füllmenge 6 Liter, $n_p=1000 \text{ min}^{-1}$

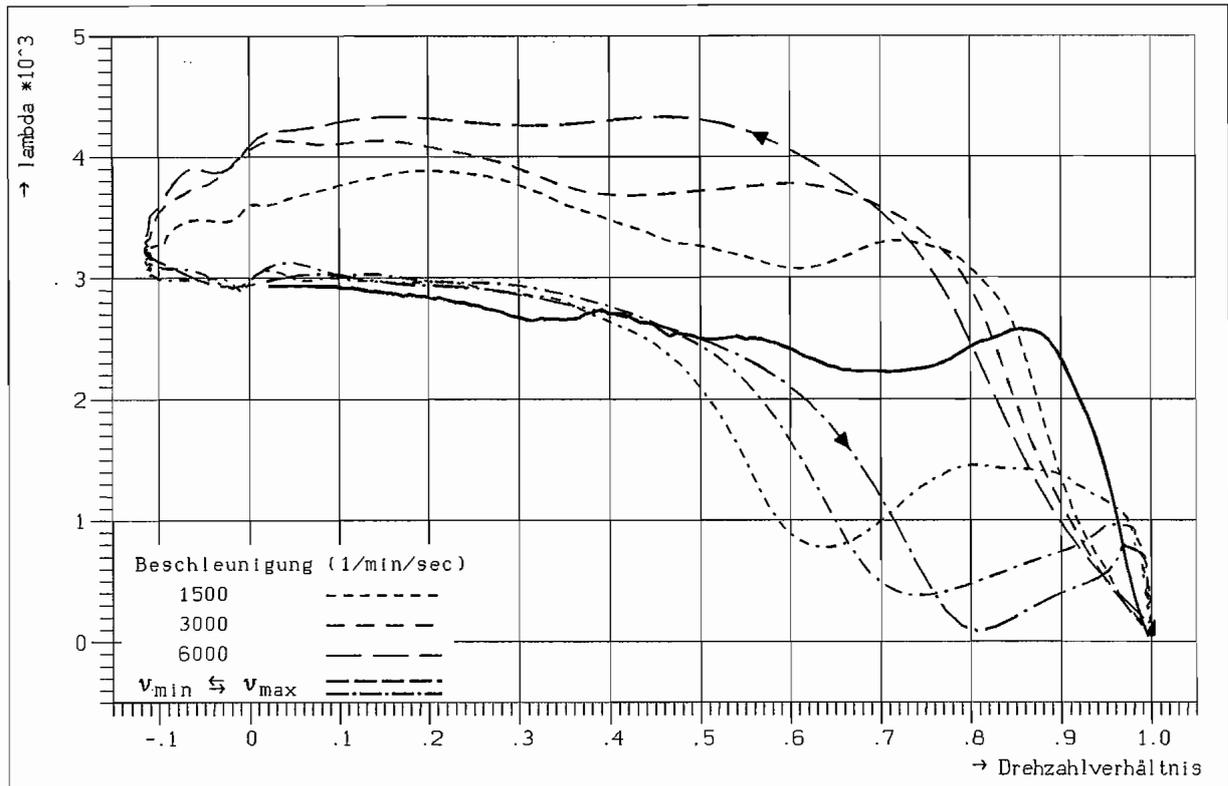


Bild 7.15 : Blockiervorgänge bei verschiedenen Beschleunigungen

Füllmenge 8 Liter, $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

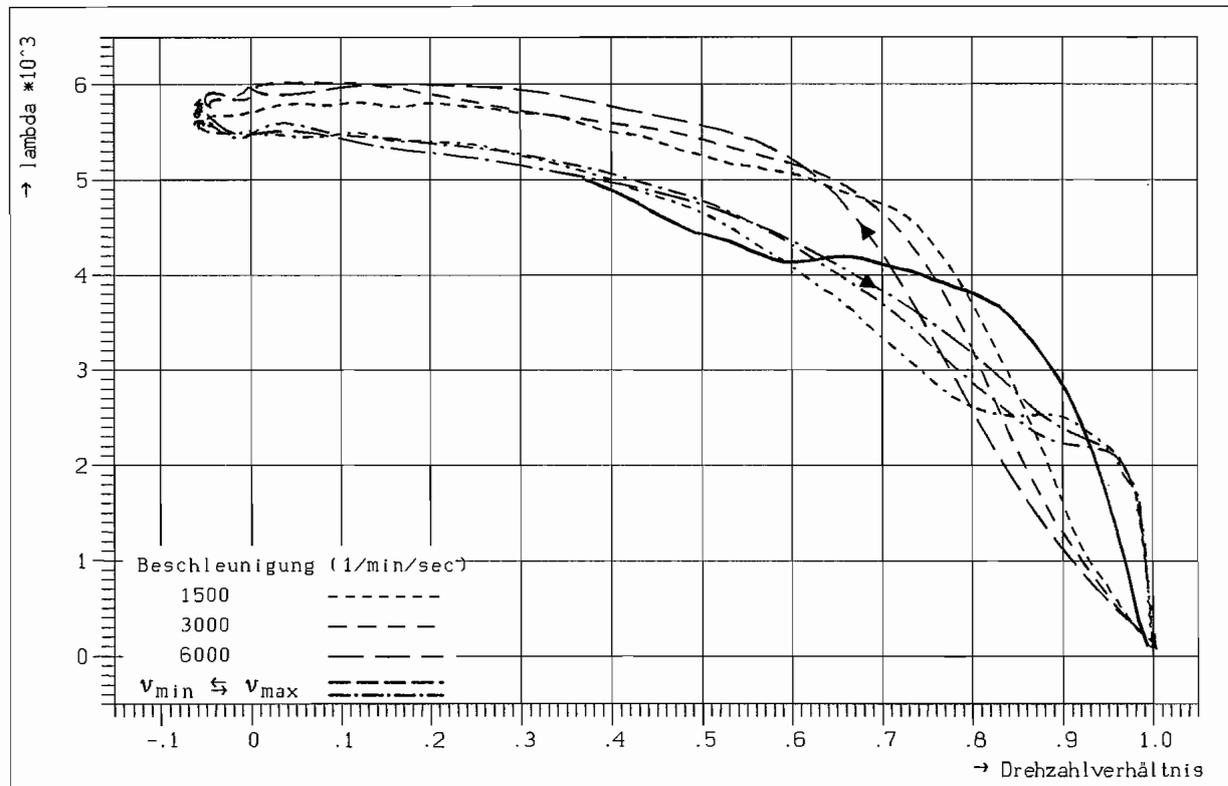


Bild 7.16 : Blockiervorgänge bei verschiedenen Beschleunigungen

Füllmenge 10 Liter, $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

Alle Momenten- bzw. λ -Verläufe zeigen gleiche charakteristische Eigenschaften beim Abbremsen des Turbinenrades : Der Momentenanstieg wird zunächst gegenüber der stationären Kennlinie verzögert, um dann über deren Verlauf hinaus stark anzusteigen. Die Verzögerung vom Nennbetriebspunkt aus sowie die Höhe des Anstiegs über die stationäre Kennlinie hinaus sind direkt abhängig von der Höhe der Beschleunigung. Weiterhin läßt sich feststellen, daß die Abweichung des Verlaufes über die stationäre Kennlinie hinaus um so größer ist, je kleiner die Füllmenge (Bild 7.14-7.16) und je geringer die Pumpendrehzahl ist (Bild 7.17).

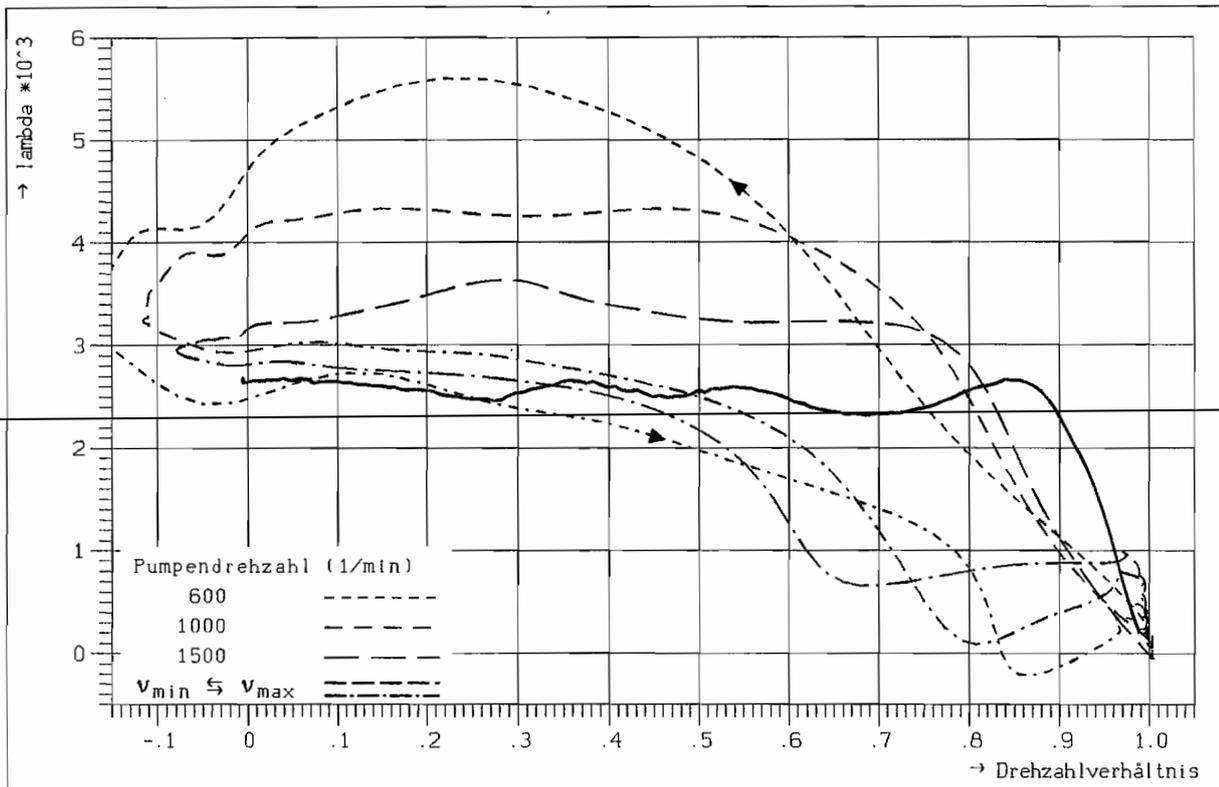


Bild 7.17 : Blockiervorgänge bei verschiedenen Pumpendrehzahlen
Füllmenge 8 Liter, Beschleunigung = 6000 $\text{min}^{-1}/\text{sec}$

7.4 Strömungsvorgänge in der Hydrodynamischen Kupplung

Es soll nun versucht werden, das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung anhand von vermuteten Strömungsvorgängen zu deuten. Dabei kann es sich jedoch nur um sehr vereinfachende Darstellungen des sicherlich sehr komplexen Strömungsverhaltens handeln. Da die Strömung in der Kupplung jedoch nicht direkt beobachtet werden kann, werden grundlegende Strömungsvorgänge aus der Theorie und dem realen Übertragungsverhalten der Hydrodynamischen Kupplung abgeleitet.

Wesentliche Auswirkung auf das reale Übertragungsverhalten haben Stau- und Nebenräume sowie Sonderprofile des Innenrades. Das Übertragungsverhalten wird dabei durch diese konstruktiven Maßnahmen aufgrund von Erfahrungen und experimenteller Entwicklungsarbeit der Kupplungshersteller gezielt beeinflusst. Die Auswirkungen verschiedener Bauformen zeigen sich in den Verläufen der stationären Kennlinien (vgl. Kap 2.4).

Durch einen Stauraum (s. Bild 2.2a) wird das Abknicken der stationären Kennlinie oberhalb des Nennbetriebsbereiches erreicht, um damit das Anlaufmoment möglichst gering zu halten. Ein Stauraum hat jedoch auch wesentlichen Einfluß auf das dynamische Verhalten.

In Bild 7.18 sind einige Strömungszustände in der Hydrodynamischen Kupplung bei Teilfüllung angedeutet. Daran lassen sich sowohl einige stationäre, als auch einige instationäre Eigenschaften erläutern.

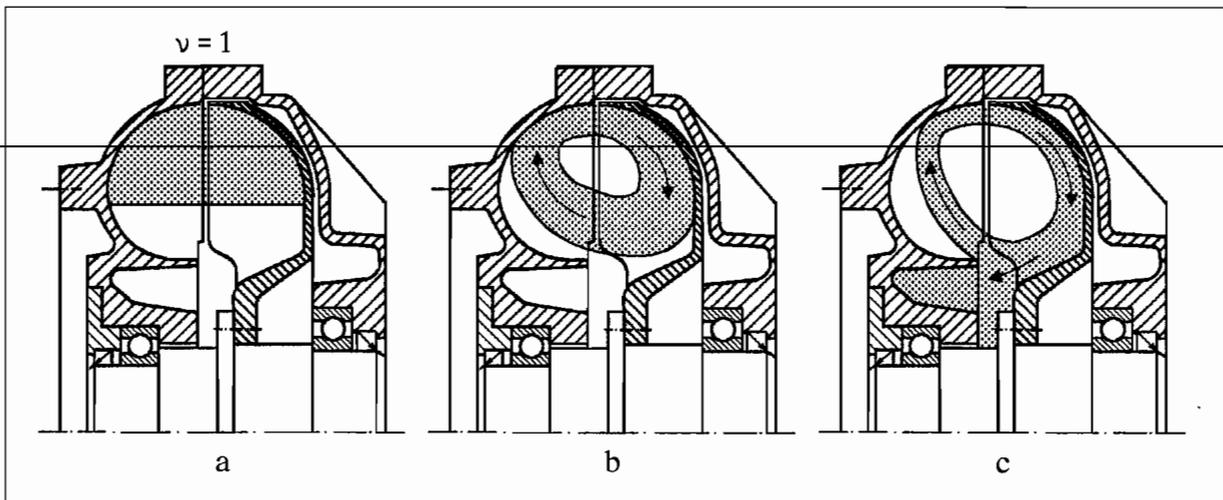


Bild 7.18 : Strömungszustände in der Hydrodynamischen Kupplung

Zunächst soll das stationäre Verhalten betrachtet werden. Bei Gleichlauf von Pumpen- und Turbinenrad wird die Betriebsflüssigkeit durch die Fliehkraft nach außen gedrückt (Bild 7.18a). Bei geringem Schlupf im Nennbetriebsbereich beginnt sich eine Kreislaufströmung auszubilden (Bild 7.18b). Dabei wird der Strömungskreislauf immer weiter nach innen gedrückt. Nach Überschreiten eines bestimmten Schlupfes erreicht die Innenkante der Kreislaufströmung die Innenprofilkante des Pumpenrades und ein Teil der Betriebsflüssigkeit wird nach innen in den Stauraum abgeleitet und damit dem aktiven Strömungskreislauf entzogen (Bild 7.18c). Da der Stauraum nicht beschaufelt ist, kann hier keine wesentliche Momentenübertragung mehr stattfinden. Die stationäre Kennlinie knickt dann in diesem Schlupfbereich ab. Um ein zu starkes Einbrechen des Momentenverlaufes nach dem Abknickpunkt zu verhindern (vgl. z.B.

Kennlinie bei 8 Liter Füllmenge in Bild 2.9), werden Mischprofile eingesetzt, die durch einen größeren Innenprofildurchmesser an einigen Schaufelkanälen des Innenrades (s. Bild 2.6) einen Teil der Betriebsflüssigkeit in den Strömungskreislauf zurückführen.

Das instationäre Verhalten bei den gemessenen Blockiervorgängen (Bild 7.14-7.17) läßt sich ebenfalls anhand Bild 7.18 deuten. Zunächst befindet sich die Betriebsflüssigkeit bei $v=1.0$ am Umfang des Arbeitsraumes (Bild 7.18a). Es findet keine Kreislaufströmung statt; das übertragene Moment ist praktisch Null. Durch das Abbremsen des Turbinenrades muß die Betriebsflüssigkeit beschleunigt werden. Mit zeitlicher Verzögerung steigt das Moment an, da sich erst allmählich eine Kreislaufströmung einstellt (Bild 7.18b). Aufgrund der Trägheit der Betriebsflüssigkeit wird diese nicht schnell genug nach innen in den Stauraum gedrückt, sondern verbleibt länger im Arbeitsraum, so daß sich ein höheres Moment aufbauen kann. Bei kleineren Beschleunigungen tritt dann ebenfalls das Abknicken der Kennlinie auf, jedoch erst bei kleineren Drehzahlverhältnissen v und bei höheren Momenten als bei der stationären Kennlinie.

Bei einer höheren Pumpendrehzahl ist die mittlere Geschwindigkeit des umlaufenden Volumenstromes größer. Mit der größeren Umlaufgeschwindigkeit erreicht die Betriebsflüssigkeit auch schneller den Punkt, an dem sie in den Stauraum abgeleitet wird und sich den stationären Verhältnissen annähert. Bei geringen Pumpendrehzahlen verbleibt die Betriebsflüssigkeit länger im Arbeitsraum und das Ansteigen des Momentes über die stationäre Kennlinie wird im Verhältnis größer (Bild 7.17).

Bei größeren Füllmengen sind die Bewegungsmöglichkeiten der Kreislaufströmung geringer und damit auch die dynamischen Momente. Bei vollgefüllter Kupplung ist selbst der Stauraum gefüllt, so daß hier keine Betriebsflüssigkeit mehr verdrängt werden kann. Dies ist bereits im stationären Fall zu erkennen. Im instationären Fall wird die Dynamik bei vollgefüllter Kupplung im wesentlichen nur noch durch die Beschleunigung der Kreislaufströmung und die daraus resultierende Verzögerung des Momentenanstieges bestimmt (Bild 7.16). Bei geringen Füllmengen dagegen sind die Effekte durch Verlagerung der Kreislaufströmung und Verdrängung in den Stauraum wesentlich größer. Entsprechend sind die dynamischen Momente gegenüber der stationären Kennlinie größer.

Obwohl bei diesen Betrachtungen Strömungserscheinungen wie Zweiphasenströmung und starke Turbulenzen noch nicht berücksichtigt wurden, so zeigt sich doch, daß die Hauptproblematik der Modellierung des dynamischen Verhaltens in der betriebspunkt- und zeitabhängigen Änderung der Strömungsgeometrie, d.h. Änderung des umlaufenden Volumenstromes in seiner Lage und seinem Betrag, liegt.

7.5 Nichtlineare Identifikation

Nachdem die wesentlichen nichtlinearen Effekte und deren Auswirkungen auf das dynamische Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung untersucht wurden, stellt sich nun die Frage, ob eine Verbesserung der Modellierung durch eine Erweiterung der linearen Teilmodelle möglich ist, oder ob und welche nichtlinearen Ansätze verwendet werden können.

Die Amplitudenabhängigkeit der Dynamischen Dämpfungsmatrizen kann dadurch berücksichtigt werden, daß für die Simulation dynamischer Vorgänge mit großen Beschleunigungen Teilmodelle aus Frequenzgangmessungen mit entsprechend großen Amplituden verwendet werden. Daß dieses Vorgehen tatsächlich zu besseren Ergebnissen führt, wurde bereits in Kap. 6.4.2 erwähnt.

Da die Beschleunigungskennlinien für bestimmte Drehzahlverhältnisse stark nichtlinear sind (Bild 7.12/7.13), liegt es nahe, die Teilbereichseinteilung für ein Teilmodell nicht nur anhand des Drehzahlverhältnisses, sondern auch nach der Größe bzw. dem Vorzeichen der Beschleunigung vorzunehmen. Da jedoch bei der harmonischen Erregung für die Frequenzgangmessung die Beschleunigung nicht unabhängig von der Amplitude vorgegeben werden kann, ist man darauf angewiesen, die gemessenen Ausgangsschwingungen mehrfach, z.B. in Abhängigkeit von der Beschleunigung, auszuwerten.

Dies entspricht einer zusätzlichen Aufteilung und mehrfachen Linearisierung einer nichtlinearen Kennlinie (Bild 7.19, vgl. auch Bild 5.4).

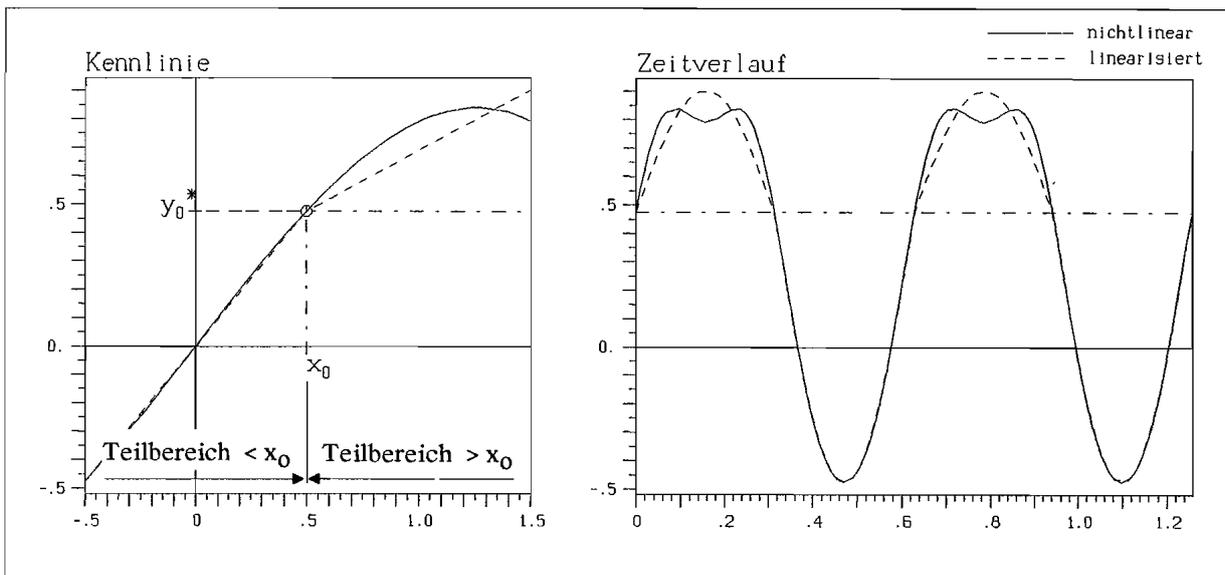


Bild 7.19 : Bereichsweise Linearisierung einer nichtlinearen Kennlinie

Durch die bereichsweise Linearisierung der Kennlinie läßt sich der tatsächliche Verlauf besser annähern. Eine bereichsweise Auswertung des Zeitverlaufes (in Bild 7.19 für x kleiner x_0 bzw. x größer x_0) wurde an den gemessenen Momentenschwingungen der Hydrodynamischen Kupplung in Abhängigkeit des Vorzeichens der Beschleunigung durchgeführt. Man erhält dann pro drehzahlabhängigem Teilbereich zwei beschleunigungsabhängige Frequenzgänge für \dot{n}_T kleiner 0 bzw. \dot{n}_T größer 0. Diese beiden Frequenzgänge unterscheiden sich um so mehr, je ausgeprägter das nichtlineare Verhalten in dem jeweiligen Betriebsbereich ist.

Da durch die beschleunigungsabhängige Aufteilung jeweils nur halbe Schwingungsperioden zur Auswertung zur Verfügung stehen, ergeben sich allerdings ungenaue Schätzungen mit erheblichen Abweichungen für einzelne Frequenzpunkte. Daher ergab sich insgesamt mit dieser Methode keine Verbesserung der Zeitbereichssimulationen.

Auch andere Verfahren, die darauf beruhen, die gemessenen Momentenschwingungen in Anteile zu zerlegen bzw. bekannte nichtlineare Anteile des stationären Kennfeldes abzuziehen und einzeln zu betrachten, führten zu keinen weiteren Verbesserungen, da dann meist Störungen und überlagerte Schwingungen stärker hervortraten.

Eine qualitativ andere Modellierung ist dann nur mit Hilfe nichtlinearer Modellansätze möglich. Hierbei besteht die Möglichkeit, allgemeine nichtlineare Modellansätze, z.B. die Volterra-Reihe, zu verwenden. Die Anzahl der zu bestimmenden Parameter und damit der durchzuführenden Messungen ist jedoch selbst bei daraus abgeleiteten, optimierten Modellansätzen [10] unpraktikabel groß. Darüberhinaus stellt sich die Frage, ob die erforderlichen mehrfrequenten Erregungen an dem Versuchsstand realisierbar sind, und ob Systemantworten mit einem ausreichenden Informationsgehalt aus den störungsbehafteten Meßwerten herausgefiltert werden können.

Aussichtsreicher erscheint daher die Verwendung spezieller nichtlinearer Modellansätze, die gegebenenfalls aus den physikalischen Zusammenhängen hergeleitet werden. Ein solcher spezieller physikalischer Modellansatz ist die Stromfadentheorie, die dem theoretischen Ansatz für das Schwingungsverhalten zugrunde liegt (Kap. 2.3.2). In der Herleitung wurden die Gleichungen jedoch linearisiert. Eine Verwendung der Stromfadentheorie für einen nichtlinearen Modellansatz ergibt allerdings auch keine Verbesserung, da die Stromfadentheorie die in Kap. 7.4 erläuterten Effekte der Teilfüllung und der Stauräume nicht beschreiben kann.

Die Stromfadentheorie müßte daher um Terme erweitert werden, die die Kreislaufströmung bei Teilfüllung und das zeitabhängige Verdrängen der Betriebsflüssigkeit in den Stauraum berücksichtigen. Ob eine solche Beschreibung mit

integralen Gleichungen möglich ist, ist noch nicht geklärt. Allerdings könnte die Beschreibung nur des dynamischen Verhaltens mit einem theoretischen Ansatz dennoch einfacher sein, als eine vollständige Beschreibung inclusive des stationären Verhaltens, da sich einstellende Strömungsgrößen und Verlustanteile aus einer gemessenen stationären Kennlinie berechnet und evtl. für das dynamische Verhalten zugrundegelegt werden können.

8 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem dynamischen Verhalten Hydrodynamischer Kupplungen und dessen Identifikation am Beispiel der Voith-Turbokupplung 422 TH.

Grundlage der mathematischen Beschreibung der Hydrodynamischen Kupplung ist eine lineare Vierpoldarstellung, eine allgemeine Beschreibungsform eines Systems mit zwei Eingangs- und zwei Ausgangsgrößen. Es soll damit eine "black box"-Identifikation durchgeführt werden, bei der keine Kenntnisse über den inneren Aufbau bzw. die inneren physikalischen Vorgänge vorliegen müssen. Es werden nur die Ein- und Ausgangsgrößen des Systems gemessen.

Voraussetzung ist jedoch eine eindeutige Systemabgrenzung. Es wird daher eine *Teilsystem-Identifikation* eingeführt, die eine Identifikation des Teilsystems "Hydrodynamische Kupplung" unabhängig vom Verhalten des Versuchstandes oder sonstigen Einbauten ermöglicht. Mit der Teilsystem-Identifikation lassen sich einzelne Komponenten eines Antriebsstranges auf dem Versuchstand untersuchen, und die identifizierten Modelle lassen sich in ein Gesamtmodell für ein komplettes Antriebssystem integrieren.

Für die experimentellen Untersuchungen wurde ein hochdynamischer Versuchstand konzipiert und aufgebaut. Neben sinusförmigen Drehzahl- und Momentenschwankungen für Frequenzgangmessungen lassen sich auch extreme Drehzahlverläufe und Belastungswechsel realisieren. So können dynamische Betriebsbedingungen in kritischen Bereichen simuliert werden.

Es wird ein Identifikationsverfahren vorgestellt, mit dem sich nichtlineare Systeme, wie z.B. die Hydrodynamische Kupplung, durch Aufteilung in Betriebsbereiche und Identifikation von *linearen Teilmodellen* für die einzelnen Betriebsbereiche beschreiben lassen. Die Identifikation findet zunächst im Frequenzbereich statt. Eine Transformation in den Zeitbereich ermöglicht dann die Simulation von Zeitverläufen mit mehreren aneinandergesetzten Zustandsmodellen.

Als grundlegende lineare Teilmodelle im Frequenzbereich werden einige ermittelte *Dynamische Dämpfungsmatrizen* dargestellt. Die Dynamische Dämpfungsmatrix ist eine spezielle, in dieser Arbeit definierte Formulierung eines Übertragungsmodells im Frequenzbereich, die sich sehr gut zur Darstellung des dynamischen Übertragungsverhaltens der Hydrodynamischen Kupplung eignet. Die Verläufe der Dynamischen Dämpfungsmatrizen können im Hinblick auf das eigentliche hydrodynamische Übertragungsverhalten, auf Trägheitsmassen im

Teilsystem und auf Einflußgrößen der Betriebsparameter interpretiert werden. Es werden mehrere Dynamische Dämpfungsmatrizen mit Zahlenwerten angegeben, so daß die Berechnung des Schwingungsverhaltens eines kompletten Antriebsstranges möglich ist.

Durch die Transformation der Übertragungsmodelle vom Frequenzbereich in den Zeitbereich und eine geeignete Kopplung mehrerer Teilmodelle sind Zeitbereichssimulationen möglich. Es werden einige Simulationsergebnisse im Vergleich mit Meßwerten bei starken Drehzahl- und Belastungsänderungen dargestellt. Damit wird die Gültigkeit der identifizierten Modelle und die Möglichkeit der Modellierung nichtlinearer Systeme durch mehrere lineare Teilmodelle unter Beweis gestellt. Ein Nachteil besteht jedoch noch in der großen Anzahl der erforderlichen Messungen bzw. Teilmodelle.

Die gemessenen Übertragungsfunktionen werden mit Berechnungen nach den bisher bekannten theoretischen Ansätzen nach der eindimensionalen Stromfadentheorie verglichen. Dabei zeigt sich, daß die theoretischen Berechnungen im Nennbetriebsbereich zu brauchbaren Ergebnissen im Frequenzbereich führen. Verbesserungen im unteren Frequenzbereich lassen sich durch die dargestellte Anpassung des β -Beiwertes erzielen. Außerhalb des Nennbetriebsbereiches ist zumindest bei teilgefüllten, wulstlosen Kupplungen die Anwendung der eindimensionalen Stromfadentheorie nicht mehr möglich.

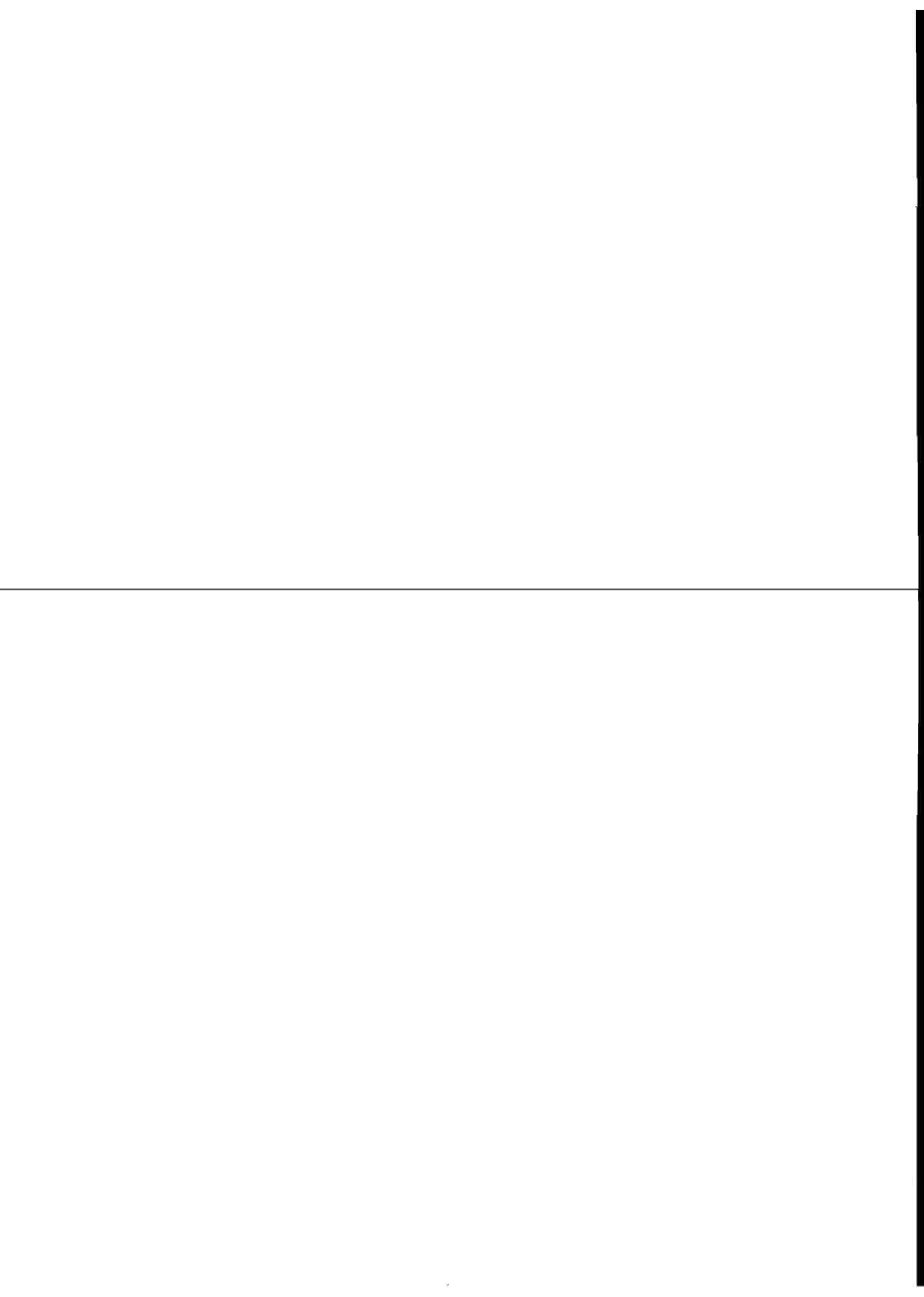
Bei der Linearisierung des nichtlinearen dynamischen Verhaltens in den einzelnen Teilbereichen entstehen Fehler, die sich in einer Offsetverschiebung und einer Amplitudenabhängigkeit deutlich zeigen. Diese stellen auch ein Maß für den Grad der Nichtlinearität dar. Im Nennbetriebsbereich der Hydrodynamischen Kupplung kann das dynamische Verhalten jedoch als weitgehend linear angesehen werden.

Starke nichtlineare Effekte ergeben sich bei Beschleunigungsvorgängen über große Drehzahlbereiche. Speziell wurde das Verhalten der Hydrodynamischen Kupplung bei turbinenseitiger Blockierung bzw. Abbremsung untersucht. Da sich solche Vorgänge in der Praxis kaum messen lassen, ergeben sich aus diesen Untersuchungen mit dem hochdynamischen Versuchsstand wichtige Hinweise für die Auslegung blockiergefährdeter Antriebe. Dabei spielt für den Momentenverlauf der Füllungsgrad und die Pumpendrehzahl eine große Rolle.

Eine Verbesserung der Modellierung des dynamischen Verhaltens der Hydrodynamischen Kupplung über größere Drehzahlbereiche ist nur in der Anwendung nichtlinearer Modellansätze zu sehen. Um die Zahl der möglichen nichtlinearen Modellansätze einzuschränken, sollten jedoch möglichst viele a priori Kenntnisse über die Strömungsvorgänge in die Modellierung einfließen. Speziell sollten Effekte der Teilfüllung und der Stau- und Nebenräume realer

Kupplungsbaufornen berücksichtigt werden. Eventuell reichen hier schon einfache Beschreibungen einer Stromfadenverlagerung und einer Änderung der aktiven Betriebsflüssigkeitsmenge aus. Zusätzliche Informationen sind aus theoretischen Strömungsberechnungen zu gewinnen, wenn diese in integralen Aussagen formuliert werden können.

Die Identifikation nichtlinearer Modellansätze stellt jedoch auch an die Versuchs- und Meßtechnik hohe Anforderungen, so daß auch hier weitere Verbesserungen erforderlich sind.

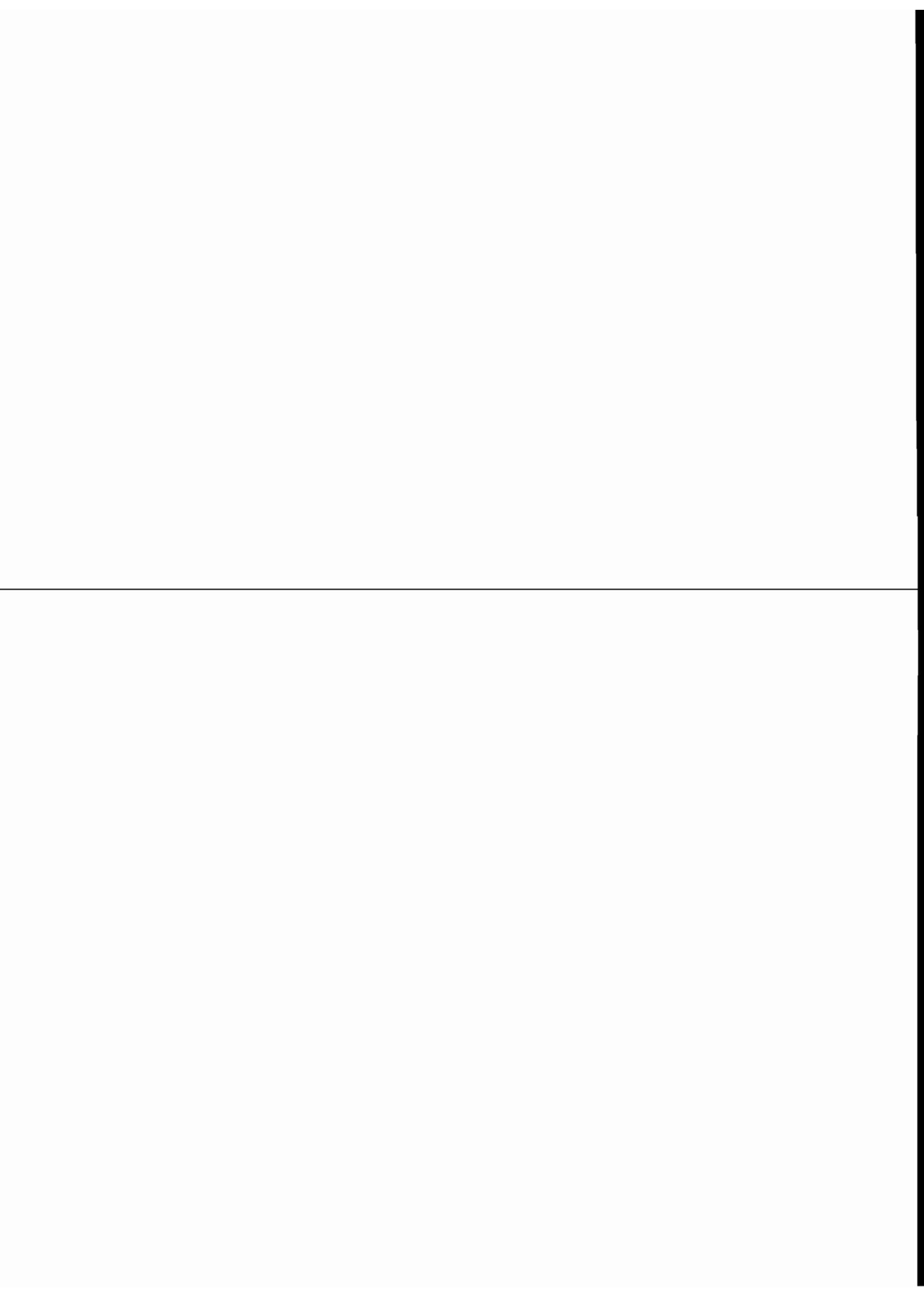


9 Literaturverzeichnis

- [1] **Benz, W.:** Kenngrößen für das Verhalten drehnachgiebiger Kupplungen.
VDI-Berichte Nr. 73, 1963, Wellenkupplungen, S. 5-12
- [2] **Dien, R.:** Torsionsschwingungsverhalten einer hydrodynamischen
Kupplung.
MTZ 53, 1992
- [3] **Doetsch, G.:** Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-
Transformation und der Z-Transformation.
R. Oldenbourg Verlag, München/Wien 1967
- [4] **Frömder, J.:** Das dynamische Verhalten der Föttinger-Kupplung.
Dissertation TH Hannover 1962
- [5] **Hasselgruber, H.:** Zum Drehschwingungsverhalten der hydro-
dynamischen Kupplung.
Industrie-Anzeiger 87. Jahrgang, 1965,
Nr. 8, S. 121-123, Nr. 25, S. 436-438
- [6] **Höller, H.:** Hydrodynamische Kupplungen und Bremsen.
Firmenschrift Fa. Voith-Turbo GmbH & Co. KG,
Crailsheim, 1987
- [7] **Isermann, R.:** Identifikation dynamischer Systeme, Band I und II.
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York/London/Paris/
Tokyo 1988
- [8] **Ishihara, T.-O.:** Non steady Characteristics of Hydrodynamic Trans-
mission.
Report of the Institute of Industrial Science,
The University of Tokio, Vol. 18, 1967, Nr.1
- [9] **Kickbusch, E.:** Föttinger-Kupplungen und Föttinger-Getriebe.
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1963
- [10] **Kortmann, M.:** Die Identifikation nichtlinearer Ein- und Mehrgrößen-
systeme auf der Basis nichtlinearer Modellansätze.
Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8, Nr. 177
VDI-Verlag, Düsseldorf 1989
- [11] **Kost, A.:** Strömungsstruktur und Drehmomentübertragung in hydro-
dynamischen Kupplungen.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum 1993

- [12] **Kritzer, R.:** Zur Berechnung der Drehschwingungen in Dieselmotoranlagen mit Schlupfkupplungen.
MWM-Nachrichten Heft 2, 1956, S. 35-40
- [13] **Kugel, F.:** Schwingungs- und Stoßdämpfung bei hydrodynamischer Kraftübertragung.
Ölhydraulik und Pneumatik 6, 1962, Nr. 9, S. 323-331
- [14] **Lawson, C. L., Hanson, R. J.:** Solving Least Squares Problems.
Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1974
- [15] **Ljung, L.:** System Identification.
Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1987
- [16] **Menne, A.:** Identifikation der dynamischen Eigenschaften hydrodynamischer Wandler.
Als Dissertation eingereicht an der Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum 1993
- [17] **Middelmann, V.:** Analyse des Systemverhaltens Hydrodynamischer Kupplungen bei Variation der Kreislaufgeometrie.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum 1992
- [18] **NAG :** NAG Fortran Workstation Library Handbook.
The Numerical Algorithms Group 1990
- [19] **Natke, H. G.:** Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse.
Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden 1983
- [20] **Rath, M.:** Abbildung hydrodynamischer Kopplungen in Antriebssystemen.
Dissertation RWTH Aachen 1992
- [21] **Renker, G.:** Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme.
Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik Nr. 68
Ruhr-Universität Bochum 1989
- [22] **Rogos, J.:** Experimentelle Untersuchungen über das Verhalten von Föttinger-Kupplungen bei periodischer Störung des Belastungsmomentes.
Dissertation TU Berlin 1965
- [23] **Rupprecht, W.:** Netzwerksynthese.
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1972
- [24] **Schetzen, M.:** The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems.
John Wiley & Sons, New York etc. 1980

-
- [25] **Schwarz, H.:** Nichtlineare Regelungssysteme :
Systemtheoretische Grundlagen.
R. Oldenbourg Verlag, München/Wien 1991
- [26] **Schwarz, H.:** Mehrfachregelungen (Band I).
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1967
- [27] **Söchting, F.:** Dämpfung der Drehschwingung durch Flüssigkeits-
kupplungen.
VDI-Zeitschrift 82, 1938, Nr. 23, S. 701-703
- [28] **Unbehauen, H.:** Parameterschätzverfahren.
R. Oldenbourg Verlag, München/Wien 1974
- [29] **Unbehauen, R.:** Systemtheorie, Grundlagen für Ingenieure.
R. Oldenbourg Verlag, München/Wien 1990
- [30] **VDI-Richtlinie 2153 :** Hydrodynamische Leistungsübertragung :
Begriffe-Bauformen-Wirkungsweise.
VDI-Richtlinie, Entwurf 1992
- [31] **Waller, H., Schmidt, R.:** Schwingungslehre für Ingenieure
Theorie, Simulation, Anwendung.
BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich 1989
-
- [32] **Wienholt, H.:** Verlustzustand und Instabilitäten der Strömung in
hydrodynamischen Kupplungen bei Variation der Schaufelgitter.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum 1993
- [33] **Worsch, H.:** Drehschwingungsverhalten von hydrodynamischen
Kupplungen.
Voith Forschung und Konstruktion (Sonderdruck G1217),
Heft 33, Aufsatz 2, 1989
- [34] **Worsch, H. und Sideris, D.:** Torsionsschwingungsverhalten von hydro-
dynamischen Kupplungen.
MTZ, 1989, Nr.4, S. 179-182, Nr. 6, S. 285-289



Anhang

A1 Übertragungsmatrizen

A1.1 Dynamische Dämpfungsmatrizen

Es werden im folgenden einige charakteristische Dynamische Dämpfungsmatrizen dargestellt und die wichtigsten dazugehörigen Größen angegeben. Alle Messungen gelten nur für die Voith-Turbokupplung 422 TH.

Folgende Angaben werden gemacht :

Betriebsparameter

Pumpendrehzahl n_p

Drehzahlverhältnis ν

Füllmenge [L]

Viskositätsklasse der Betriebsflüssigkeit

Profilform des Innenrades

Antriebsart

Erregungsamplitude der harmonischen Drehzahlerregung

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen

(s. Kap. 5.3.3 : Modelldarstellung im Frequenzbereich)

stationärer Betriebspunkt P_0^*

(die Momente ergeben sich aus der Schätzung des Offsets, Kap. 5.3.1.2)

Trägheitsmatrix E

(Sie soll der Beurteilung der pumpen- und turbinenseitigen Trägheiten dienen. Die anderen Komponenten des Zustandsmodells lassen sich mit den Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen nach Gl. 5.51, Kap 5.4.3 berechnen.)

Datei : traeg

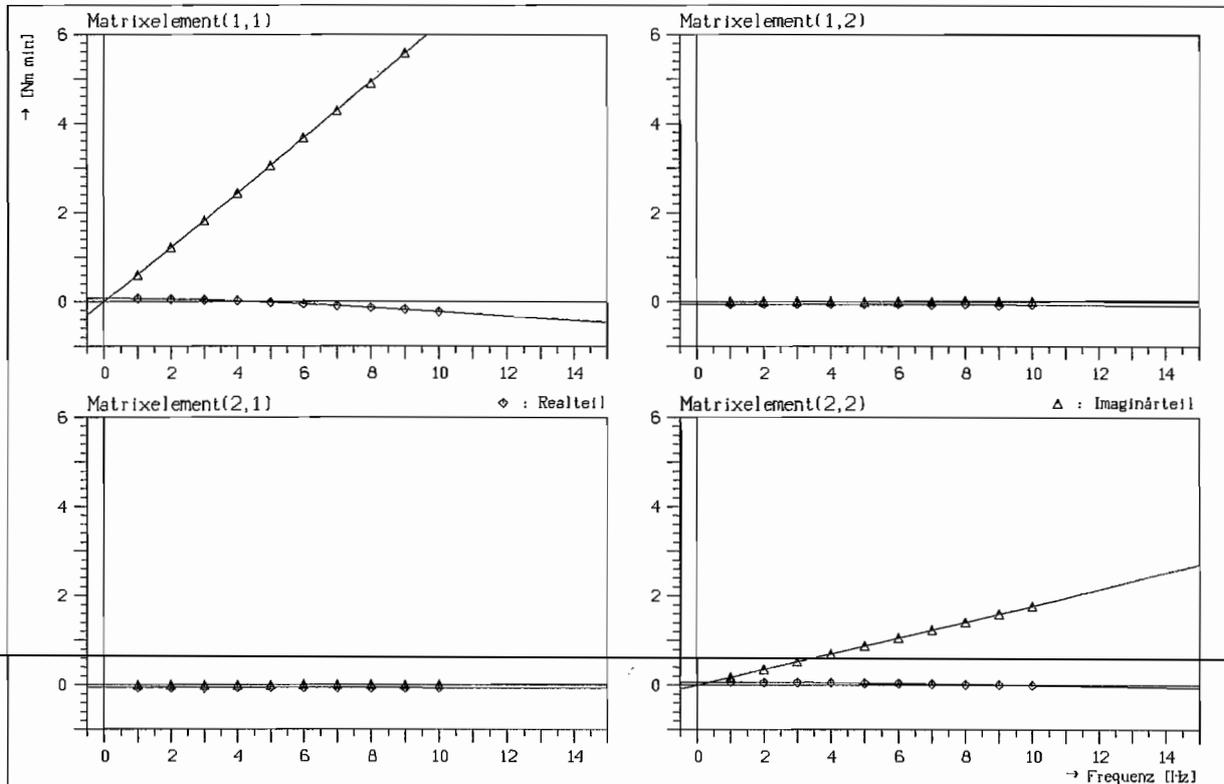
 $n_D = 500 \text{ min}^{-1}$

0 Liter

 $\nu = 1.0$

Messung ohne Öl, Mischprofil

Nr.: 1

Erregungsamplitude 80 min^{-1} Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m=1, n=2$)

\underline{a} :	1.00000000	\underline{b}_{11} :	0.06891610	\underline{b}_{12} :	-0.05717826
	0.00795104		0.09701652		-0.00031971
			0.00086048		-0.00000606
		\underline{b}_{21} :	-0.06011889	\underline{b}_{22} :	0.06385008
			-0.00034646		0.02818875
			-0.00000225		0.00024127

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	1.2	Nm
M_{02}	=	1.5	Nm
n_{01}	=	500	min ⁻¹
n_{02}	=	500	min ⁻¹

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.10822203	0.00076276
[Nm min s/rad]	-0.00028274	0.03034479

Datei : k05_904

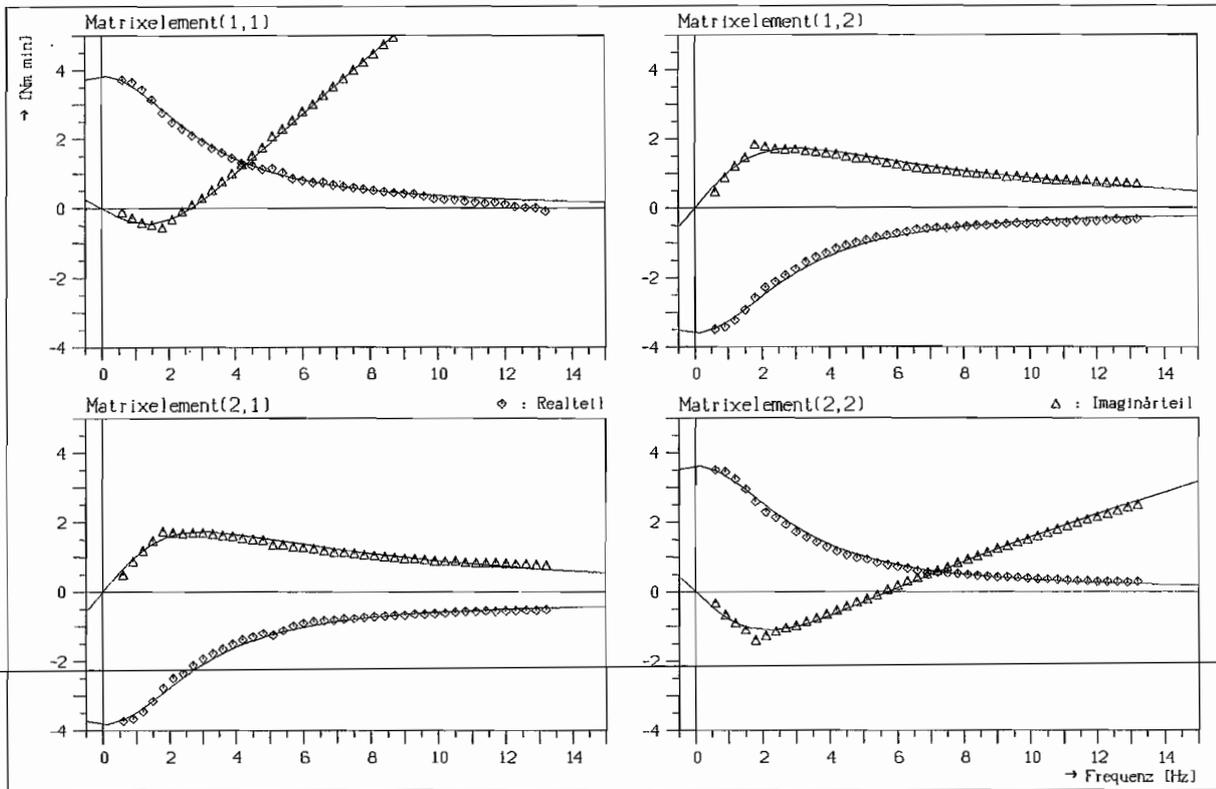
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 2

Erregungsamplitude 40 min^{-1} Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 1, n = 2$)

\underline{a} :	1.00000000	\underline{b}_{11} :	3.83141250	\underline{b}_{12} :	-3.60316669
	0.05204693		0.11460415		-0.00633289
			0.00587232		-0.00010772
		\underline{b}_{21} :	-3.82172185	\underline{b}_{22} :	3.61825169
			-0.01618426		0.04329363
			-0.00007944		0.00213795

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	156.6	Nm
M_{02}	=	-154.6	Nm
n_{01}	=	900	min ⁻¹
n_{02}	=	855	min ⁻¹

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.11282734	-0.00206973
[Nm min s/rad]	-0.00152628	0.04107740

Datei : k08_904

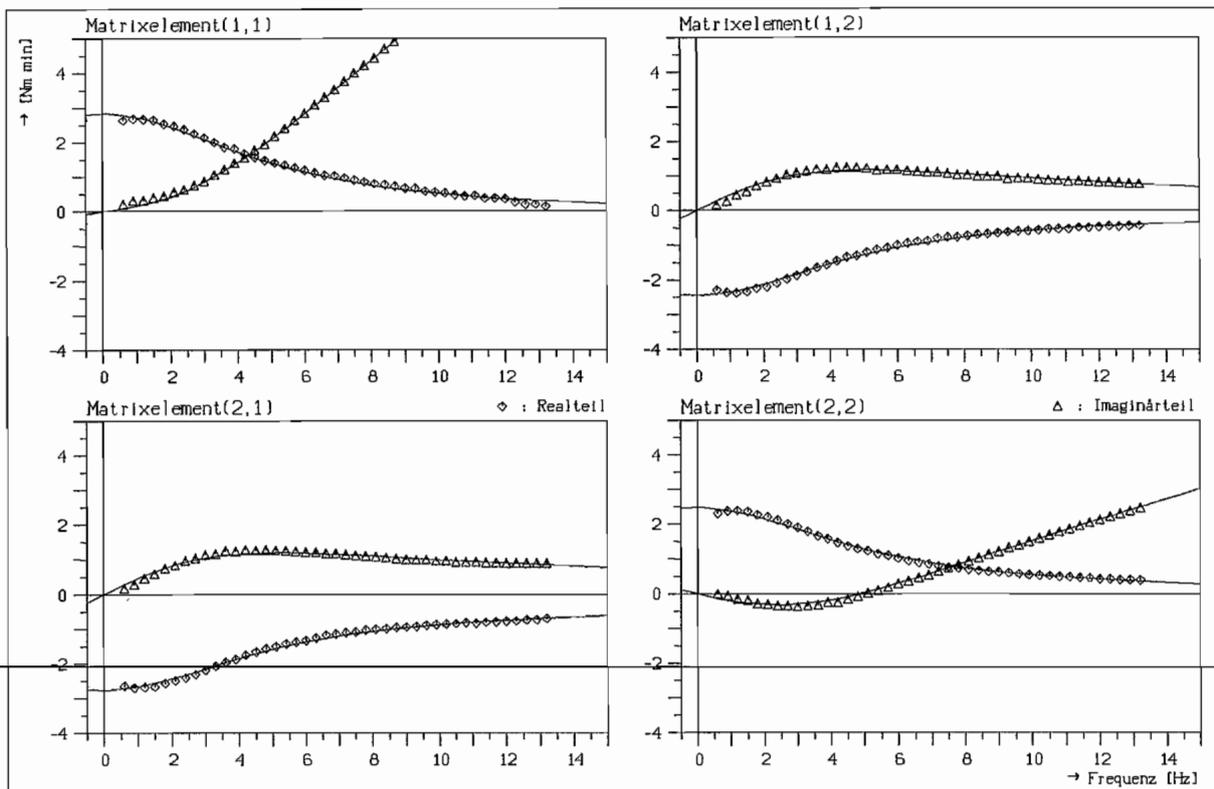
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.92$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 3

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 1, n = 2$)

$\underline{a} :$	1.00000000	$\underline{b}_{11} :$	2.83690463	$\underline{b}_{12} :$	-2.44689330
	0.03127609		0.11022780		-0.00318299
			0.00352950		-0.00001085
		$\underline{b}_{21} :$	-2.76013034	$\underline{b}_{22} :$	2.48378586
			-0.01141777		0.04109897
			0.00001539		0.00124943

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	231.3	Nm
M_{02}	=	-229.3	Nm
n_{01}	=	900	min^{-1}
n_{02}	=	828	min^{-1}

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.11284991	-0.00034694
[Nm min s/rad]	-0.00049220	0.03994856

Datei : k10_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

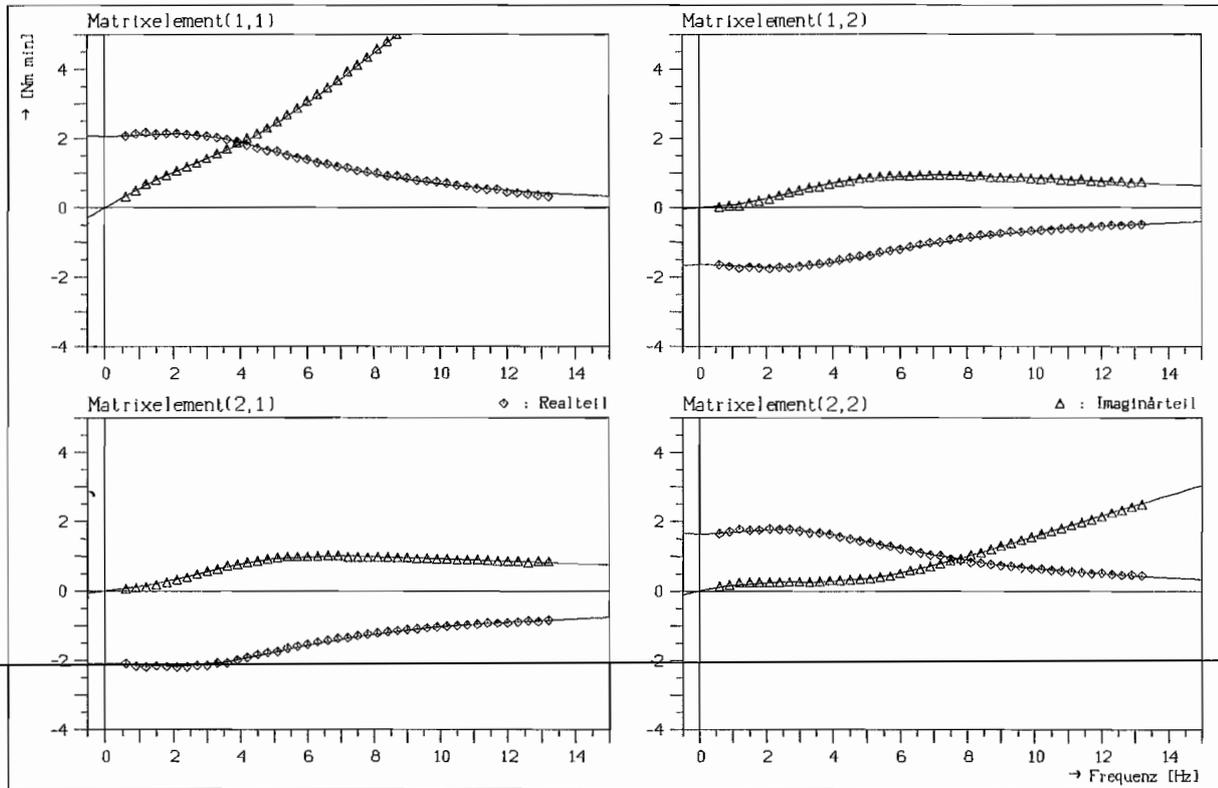
8 Liter

$\nu = 0.90$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 4

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 2, n = 3)

a :	1.00000000	b₁₁ :	2.06242221	b₁₂ :	-1.63993074
	0.06441235		0.22496526		-0.09575597
	0.00118855		0.00727365		-0.00017105
			0.00013450		-0.00000062
		b₂₁ :	-2.09469149	b₂₂ :	1.64254344
			-0.11765036		0.13772156
			-0.00053304		0.00264194
			0.00000101		0.00004774

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	266.5	Nm
M_{02}	=	-264.5	Nm
n_{01}	=	900	min ⁻¹
n_{02}	=	810	min ⁻¹

Trägheitsmatrix **E** :

	0.11316093	-0.00051900
[Nm min s/rad]	0.00085259	0.04016327

Datei : k12_904

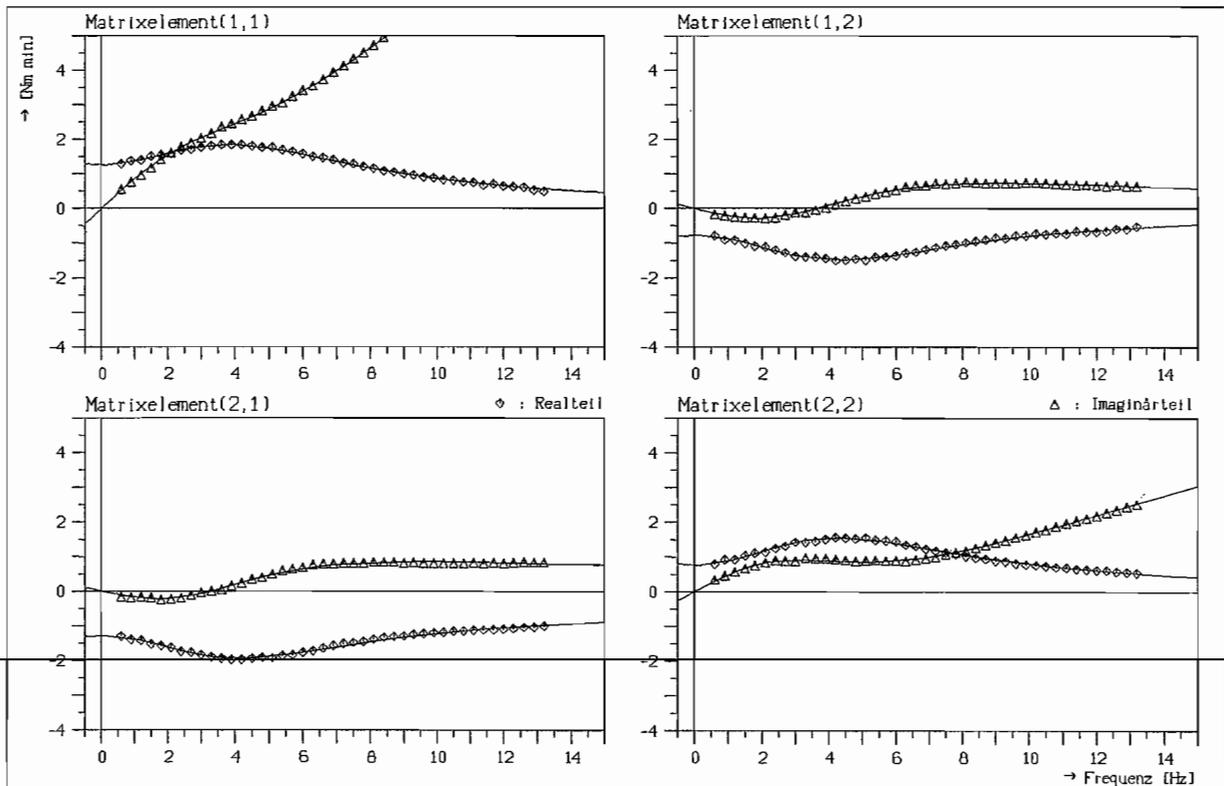
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.88$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 5

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

$\underline{a} :$	1.00000000	$\underline{b}_{11} :$	1.26053168	$\underline{b}_{12} :$	-0.76670058
	0.05526429		0.20872121		-0.08161819
	0.00100933		0.00630327		-0.00015575
			0.00011381		-0.00000081
		$\underline{b}_{21} :$	-1.27775388	$\underline{b}_{22} :$	0.76337883
			-0.10352858		0.12493015
			-0.00049052		0.00226581
			-0.00000107		0.00004041

stationärer Betriebspunkt P_0^* : $M_{01} = 286.8 \text{ Nm}$
 $M_{02} = -284.8 \text{ Nm}$
 $n_{01} = 900 \text{ min}^{-1}$
 $n_{02} = 792 \text{ min}^{-1}$

Trägheitsmatrix \underline{E} : $0.11276168 \quad -0.00079809$
 $[\text{Nm min s/rad}] \quad 0.00106333 \quad 0.04003715$

Datei : k15_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

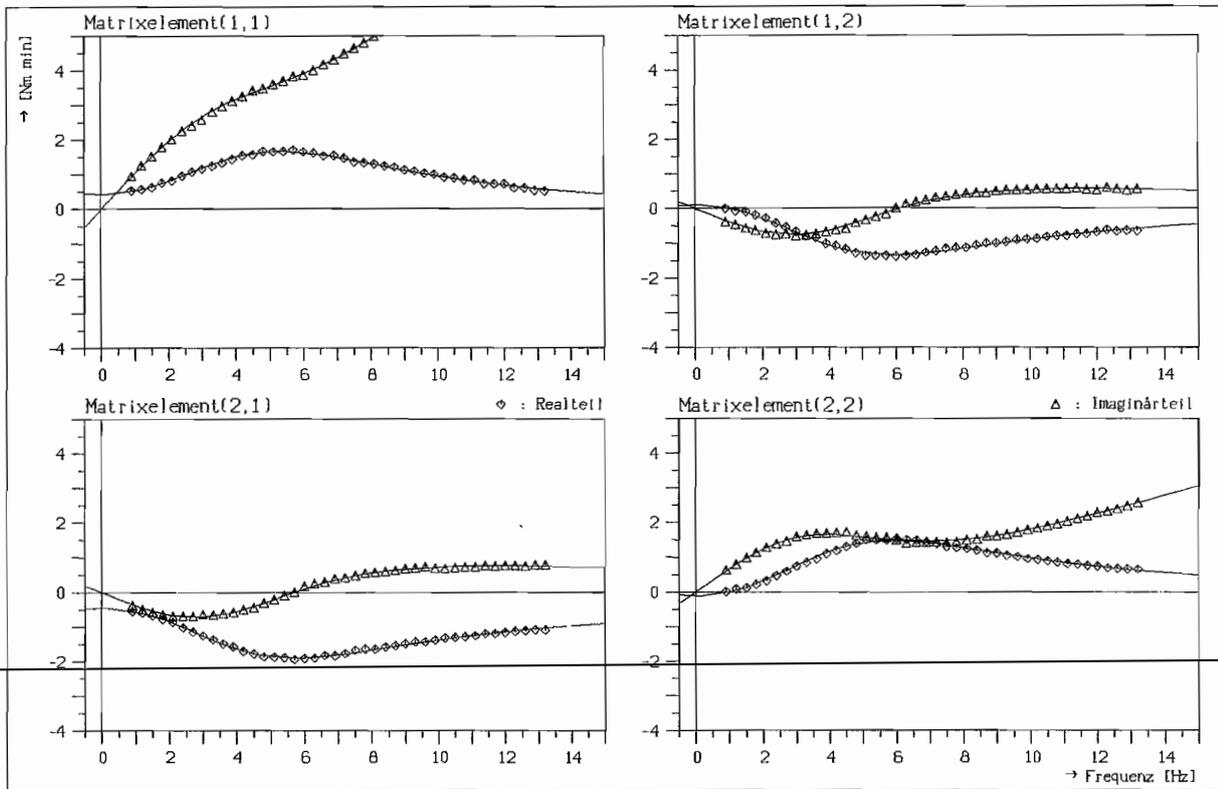
8 Liter

$\nu = 0.85$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 6

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

a :	1.00000000	b₁₁ :	0.41661478	b₁₂ :	0.10519493
	0.04284459		0.18506421		-0.05938854
	0.00075944		0.00482671		-0.00004450
			0.00008659		-0.00000091
		b₂₁ :	-0.44549502	b₂₂ :	-0.11348059
			-0.08172759		0.10389726
			-0.00030829		0.00169094
			0.00000014		0.00003031

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	292.1	Nm
M_{02}	=	-290.1	Nm
n_{01}	=	900	min ⁻¹
n_{02}	=	765	min ⁻¹

Trägheitsmatrix E :

	0.11401605	-0.00119752
[Nm min s/rad]	0.00019073	0.03990834

Datei : k20_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

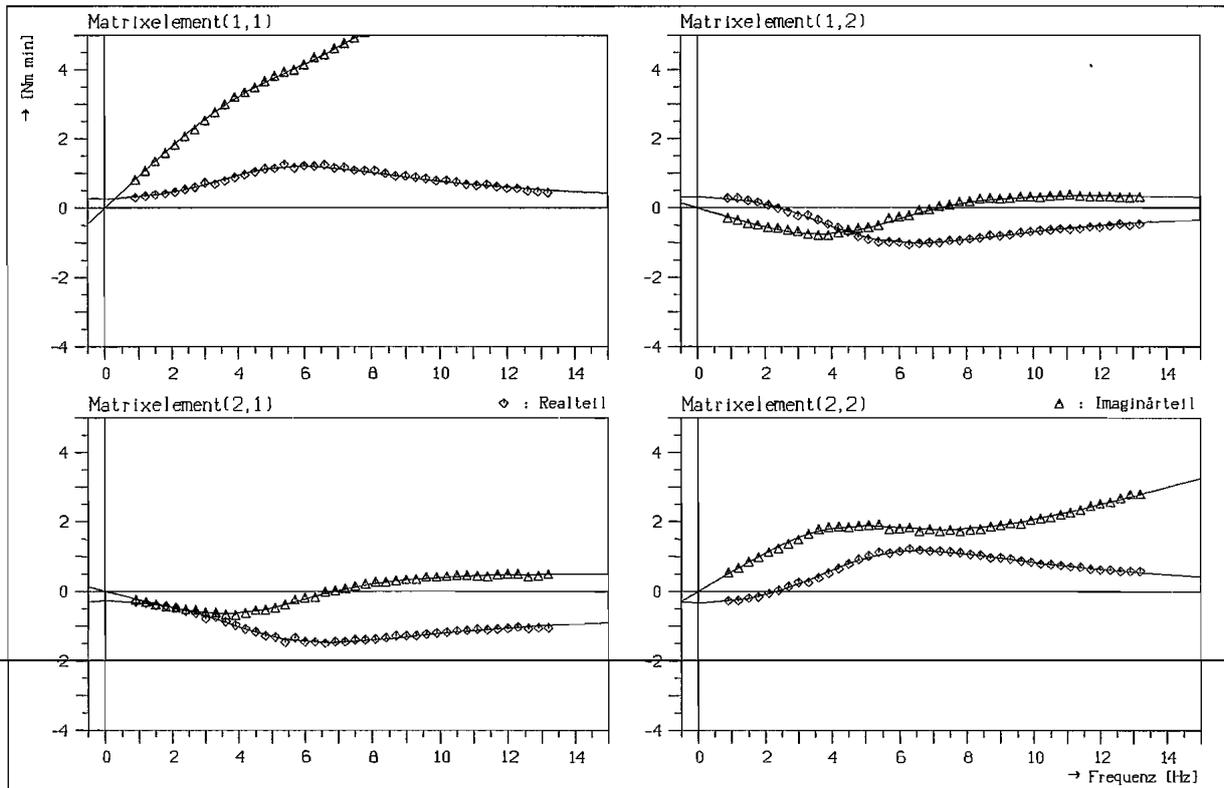
8 Liter

$\nu = 0.80$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 7

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

a :	1.00000000	b₁₁ :	0.25932284	b₁₂ :	0.32111922
	0.03397092		0.15283963		-0.03559292
	0.00067977		0.00389049		-0.00003822
			0.00007602		-0.00000084
		b₂₁ :	-0.27477927	b₂₂ :	-0.33207723
			-0.04834843		0.07894296
			-0.00036349		0.00138507
			0.00000099		0.00002687

stationärer Betriebspunkt P₀* :

M_{01}	=	269.7	Nm
M_{02}	=	-267.7	Nm
n_{01}	=	900	min^{-1}
n_{02}	=	720	min^{-1}

Trägheitsmatrix E :

	0.11183824	-0.00123217
[Nm min s/rad]	0.00145585	0.03952245

Datei : k25_904

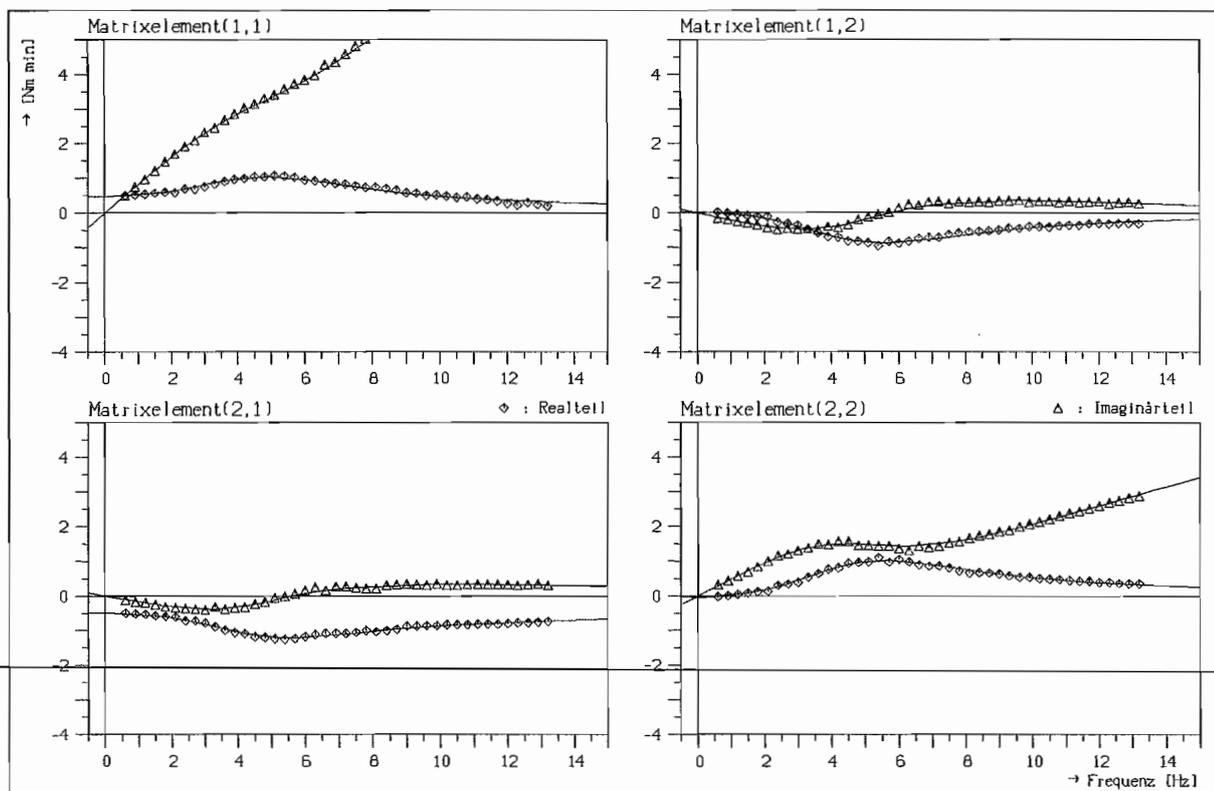
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.75$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 8

Erregungsamplitude 40 min^{-1} Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

\underline{a} :	1.00000000	\underline{b}_{11} :	0.46200883	\underline{b}_{12} :	0.03575924
	0.03574975		0.14761087		-0.03293196
	0.00085213		0.00407985		-0.00005330
			0.00009485		-0.00000123
		\underline{b}_{21} :	-0.47824012	\underline{b}_{22} :	-0.04169725
			-0.04350360		0.07689225
			-0.00045206		0.00148499
			0.00000009		0.00003441

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	252.3	Nm
M_{02}	=	-250.3	Nm
n_{01}	=	900	min^{-1}
n_{02}	=	675	min^{-1}

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.11130650	-0.00144757
[Nm min s/rad]	0.00011096	0.04038340

Datei : k30_904

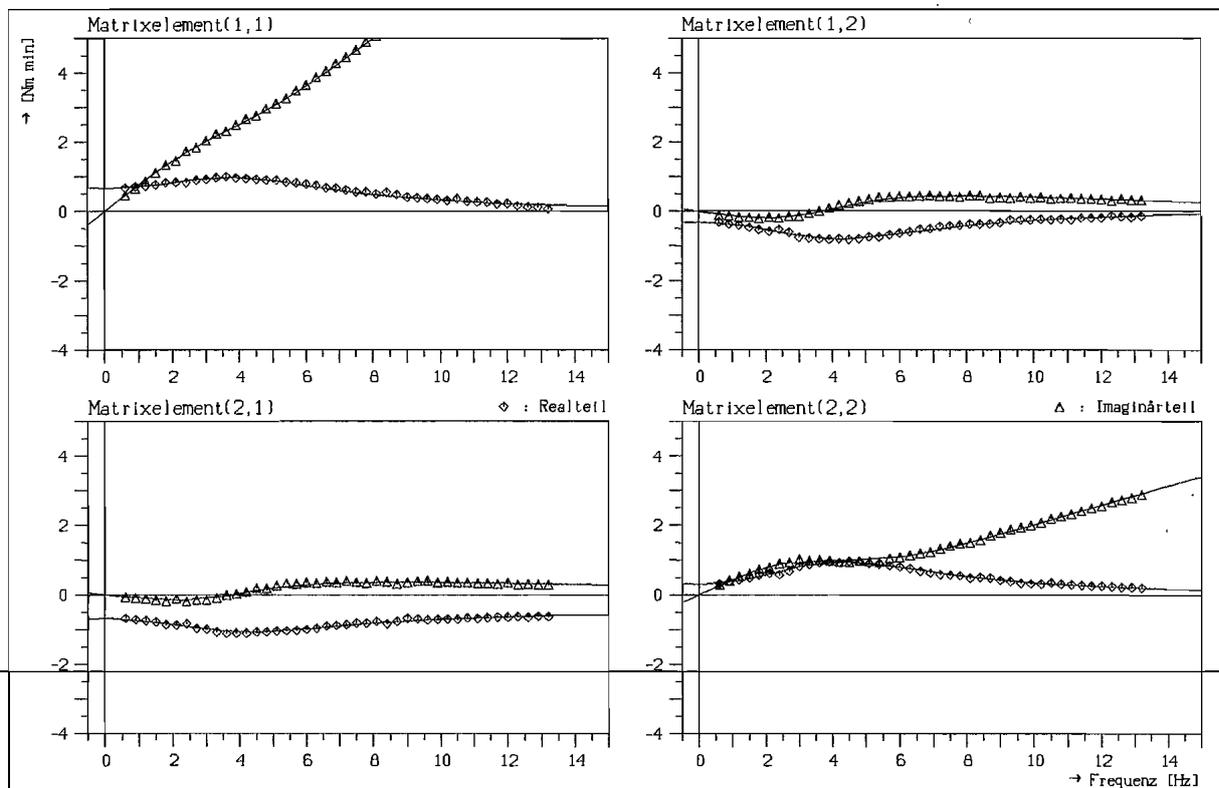
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.70$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 9

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

a :	1.0000000	b₁₁ :	0.65840218	b₁₂ :	-0.31072180
	0.04786884		0.15448596		-0.03891486
	0.00108515		0.00533268		0.00001756
			0.00012047		-0.00000135
		b₂₁ :	-0.67679442	b₂₂ :	0.30179810
			-0.05114814		0.08515670
			-0.00048321		0.00190681
			0.00000026		0.00004407

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	251.5	Nm
M_{02}	=	-249.5	Nm
n_{01}	=	900	min^{-1}
n_{02}	=	630	min^{-1}

Trägheitsmatrix **E** :

	0.11101678	-0.00124710
[Nm min s/rad]	0.00024116	0.04060992

Datei : k001

$n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

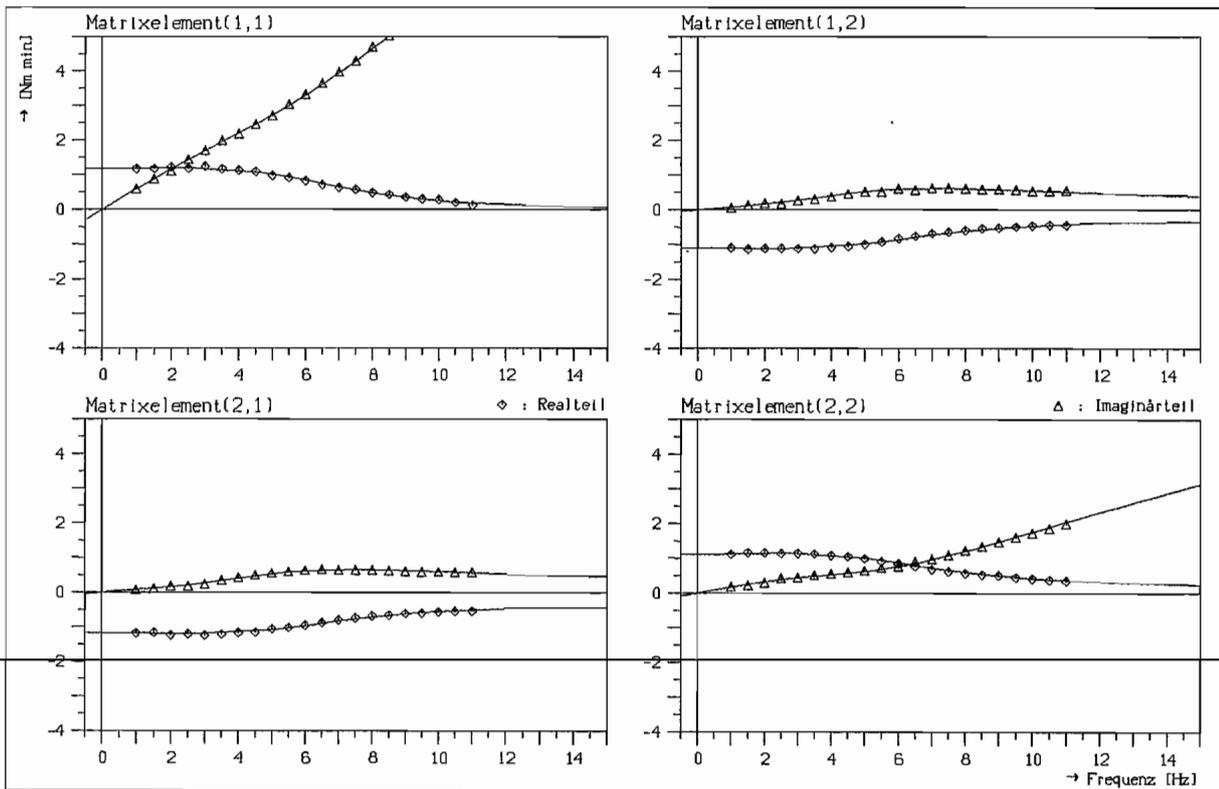
6 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 10

Erregungsamplitude 35 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

a :	1.0000000	b₁₁ :	1.16957948	b₁₂ :	-1.10386579
	0.03259513		0.13266142		-0.02490210
	0.00057346		0.00355795		-0.00014448
			0.00006277		-0.00000028
		b₂₁ :	-1.17991611	b₂₂ :	1.11015923
			-0.02753423		0.06283297
			-0.00017269		0.00132775
			0.00000064		0.00002152

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	80.9	Nm
M_{02}	=	-76.4	Nm
n_{01}	=	1000	min^{-1}
n_{02}	=	950	min^{-1}

Trägheitsmatrix E :

	0.10946286	0.00049294
$[\text{Nm min s/rad}]$	0.00112346	0.03752323

Datei : k008

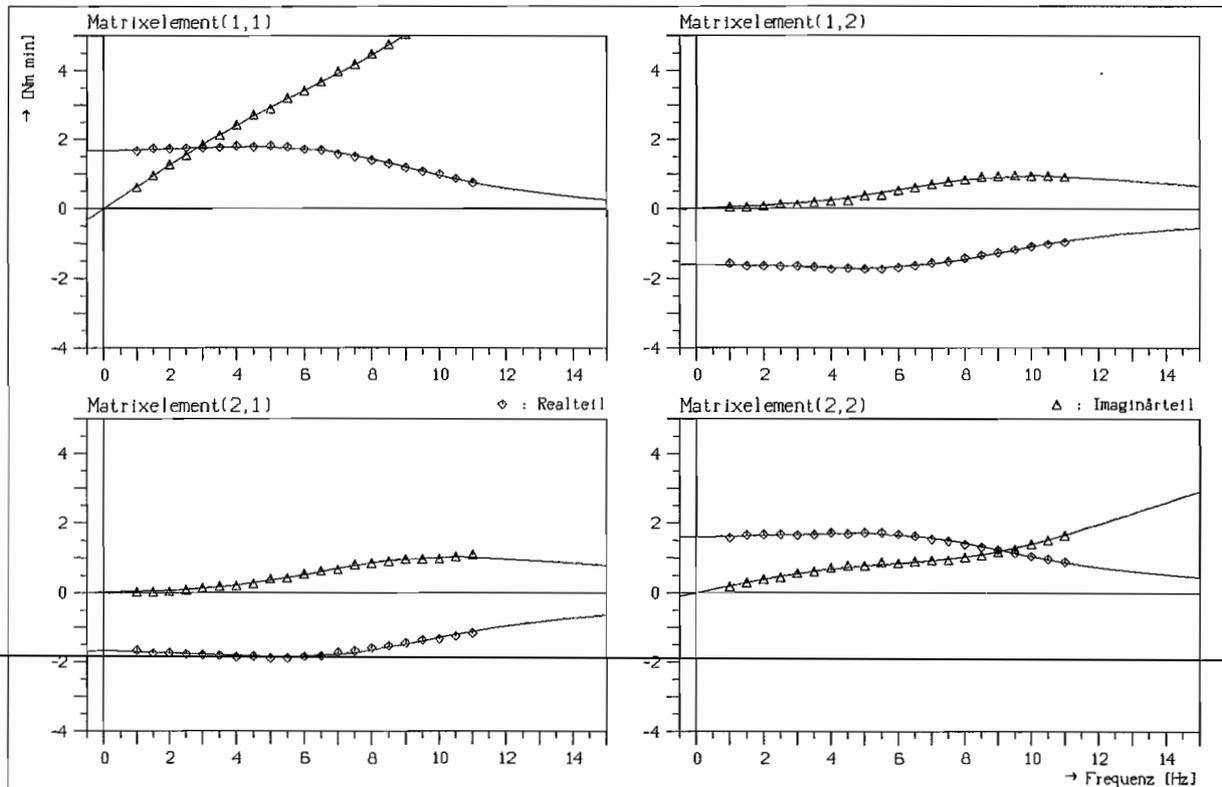
 $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

6 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 11

Erregungsamplitude 50 min^{-1} 

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

\underline{a} :	1.00000000	\underline{b}_{11} :	1.67949024	\underline{b}_{12} :	-1.59582235
	0.02164429		0.13784901		-0.02894598
	0.00029708		0.00243336		-0.00012799
			0.00003359		-0.00000063
		\underline{b}_{21} :	-1.68329717	\underline{b}_{22} :	1.60079507
			-0.03310497		0.06654063
			-0.00013115		0.00093455
			-0.00000057		0.00001207

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	177.5	Nm
M_{02}	=	-171.7	Nm
n_{01}	=	1500	min^{-1}
n_{02}	=	1425	min^{-1}

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.11307708	-0.00212340
[Nm min s/rad]	-0.00191512	0.04061697

Datei : k014

$n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

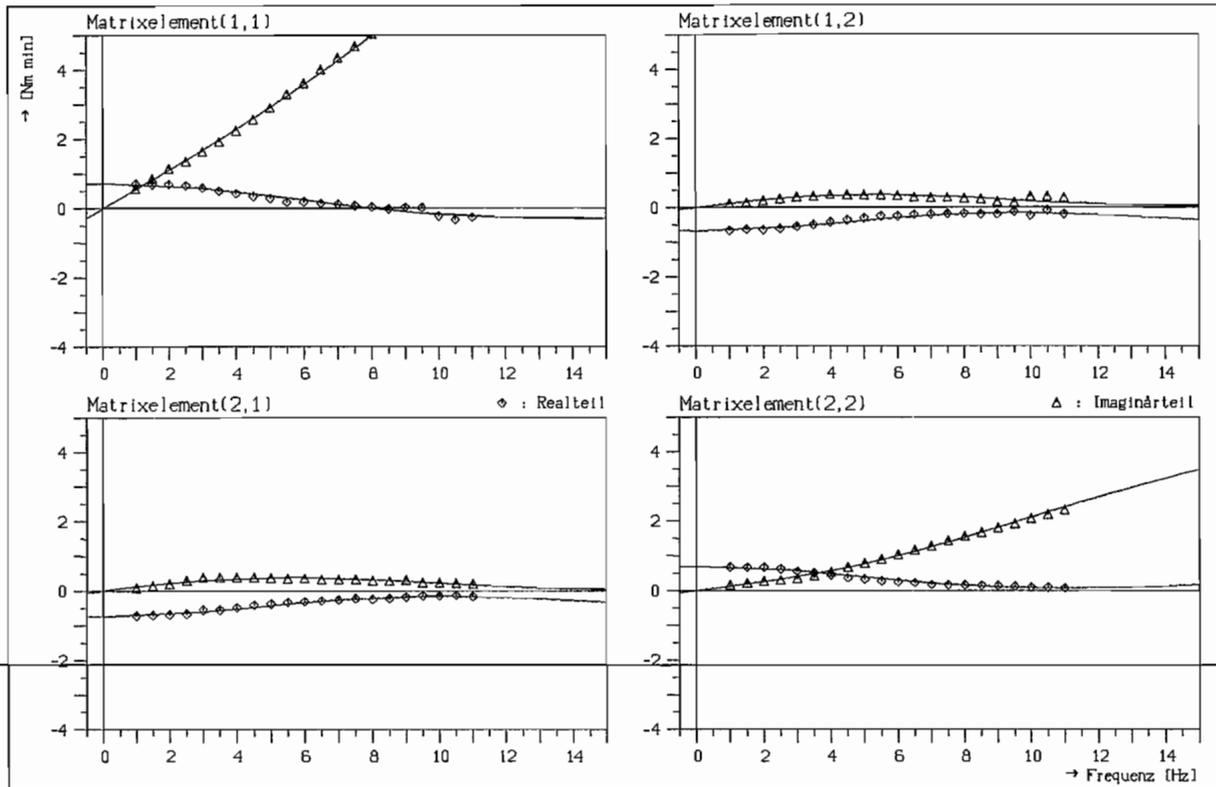
6 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 12

Erregungsamplitude 21 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

$\underline{a} :$	1.00000000	$\underline{b}_{11} :$	0.72354019	$\underline{b}_{12} :$	-0.67620996
	0.02344399		0.10444179		0.00205498
	0.00019074		0.00260873		-0.00009304
			0.00002104		0.00000120
		$\underline{b}_{21} :$	-0.73215964	$\underline{b}_{22} :$	0.68963701
			0.00123415		0.03559814
			-0.00009974		0.00095830
			0.00000104		0.00000648

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	32.5	Nm
M_{02}	=	-29.6	Nm
n_{01}	=	600	min^{-1}
n_{02}	=	570	min^{-1}

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.11032014	0.00630396
[Nm min s/rad]	0.00547801	0.03396456

Datei : k023

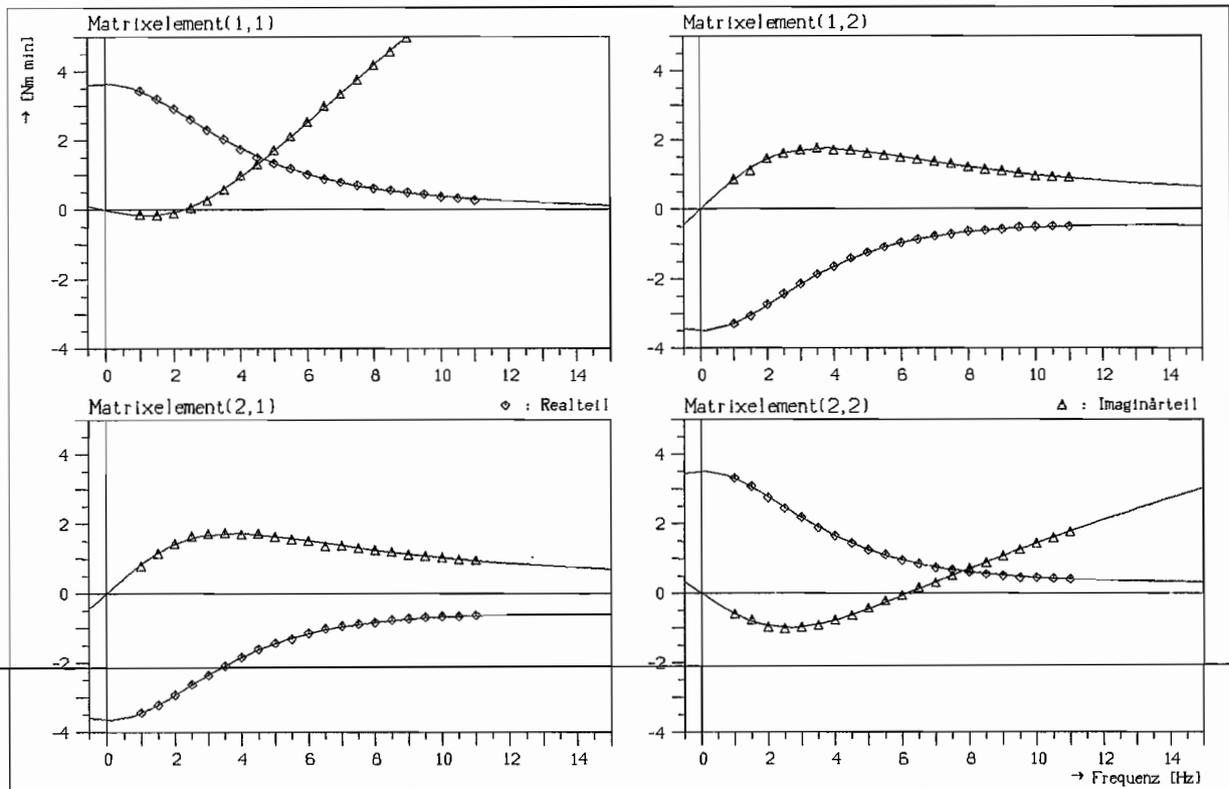
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 13

Erregungsamplitude 35 min^{-1} 

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

$\underline{a} :$	1.00000000	$\underline{b}_{11} :$	3.64011379	$\underline{b}_{12} :$	-3.50082902
	0.05129702		0.15227499		-0.03644293
	0.00050399		0.00576423		-0.00021514
			0.00005688		0.00000134
		$\underline{b}_{21} :$	-3.65078631	$\underline{b}_{22} :$	3.51220363
			-0.04608047		0.07627597
			-0.00025948		0.00217930
			0.00000118		0.00001930

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	178.1	Nm
M_{02}	=	-174.9	Nm
n_{01}	=	1000	min^{-1}
n_{02}	=	950	min^{-1}

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.11285346	0.00265203
[Nm min s/rad]	0.00233274	0.03830392

Datei : k030

$n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

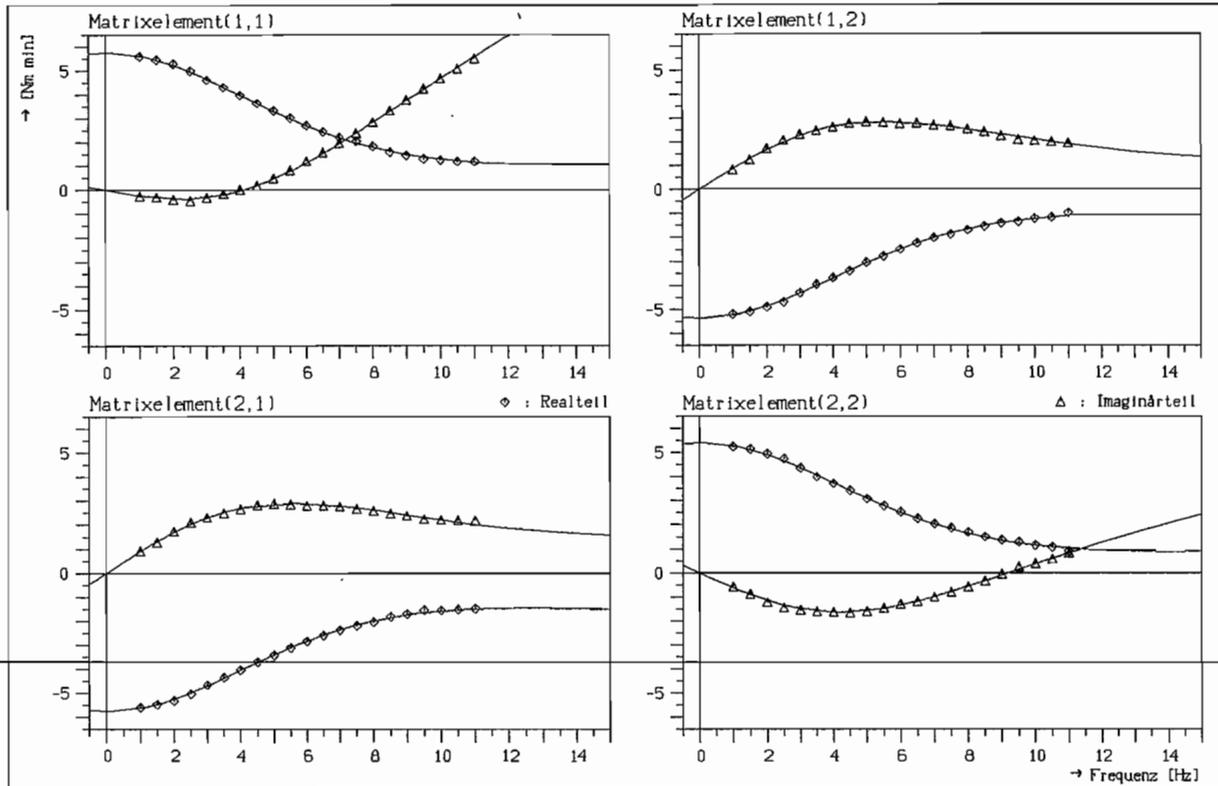
8 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 14

Erregungsamplitude 50 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 2, n = 3)

a :	1.00000000	b₁₁ :	5.74730717	b₁₂ :	-5.37364264
	0.03241122		0.14597873		-0.03315898
	0.00028426		0.00389882		-0.00032555
			0.00002876		0.00000265
		b₂₁ :	-5.75542418	b₂₂ :	5.39379645
			-0.04020358		0.07310953
			-0.00037241		0.00159264
			0.00000386		0.00000936

stationärer Betriebspunkt P₀* : M₀₁ = 416.0 Nm
 M₀₂ = -411.6 Nm
 n₀₁ = 1500 min⁻¹
 n₀₂ = 1425 min⁻¹

Trägheitsmatrix E : 0.10117411 0.00933109
 [Nm min s/rad] 0.01356602 0.03291594

Datei : k036

$n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

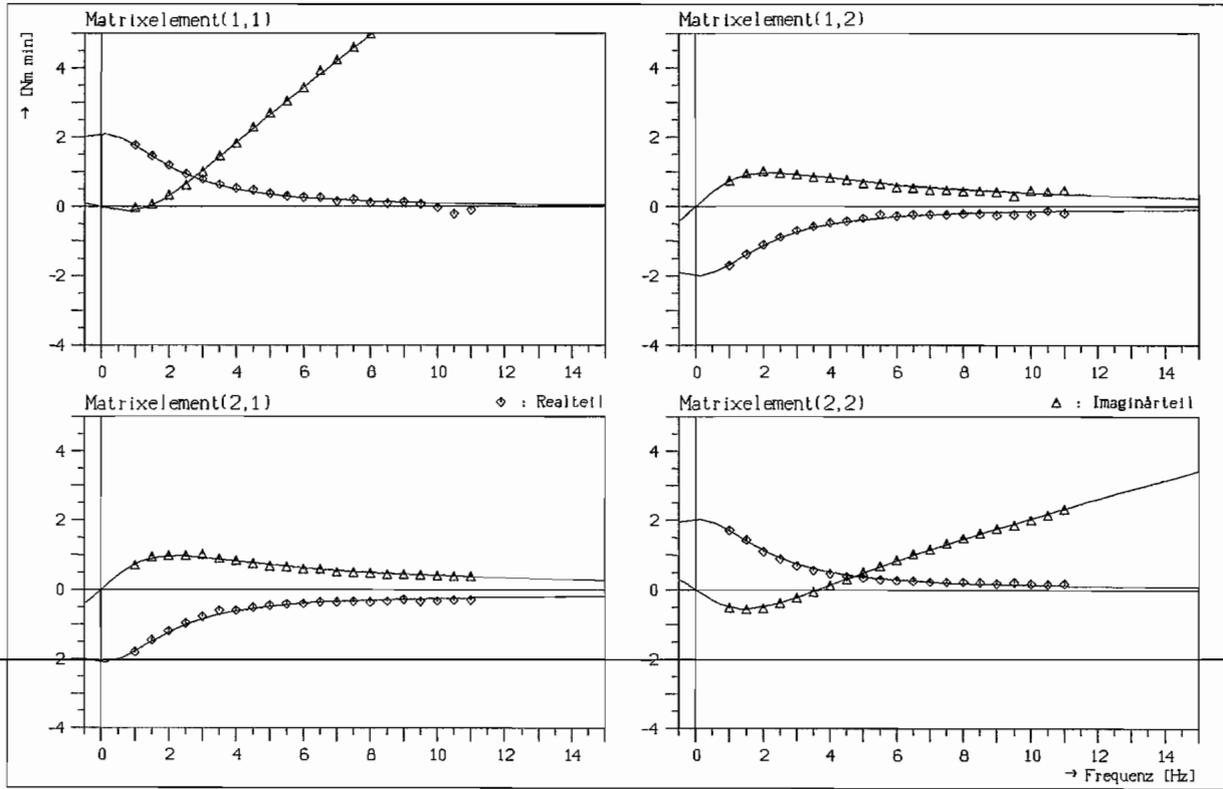
8 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 15

Erregungsamplitude 21 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 1, n = 2)

a : 1.00000000	b₁₁ : 2.11509872	b₁₂ : -2.01142437
0.07158948	0.10913934	-0.00428227
	0.00782384	-0.00003907
	b₂₁ : -2.09949236	b₂₂ : 2.04288478
	-0.01140460	0.04224161
	-0.00000711	0.00281998

stationärer Betriebspunkt P₀* :

M ₀₁	=	62.4	Nm
M ₀₂	=	60.0	Nm
n ₀₁	=	600	min ⁻¹
n ₀₂	=	570	min ⁻¹

Trägheitsmatrix E :

	0.10928753	-0.00054579
[Nm min s/rad]	-0.00009925	0.03939098

Datei : k045

$n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

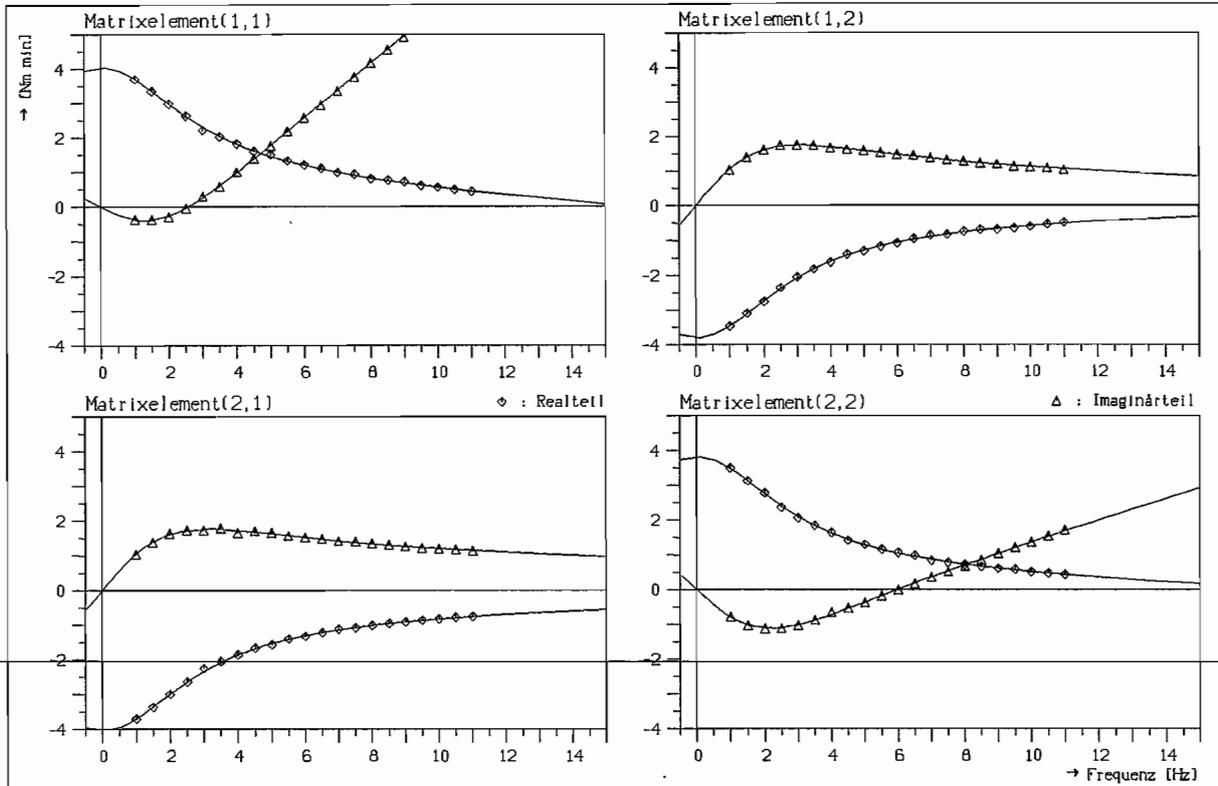
10 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 16

Erregungsamplitude 35 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 2, n = 3)

a :	1.00000000	b₁₁ :	4.04074511	b₁₂ :	-3.80560536
	0.06188907		0.17262527		-0.05040794
	0.00042145		0.00674045		0.00003471
			0.00005016		-0.00000065
		b₂₁ :	-4.04438720	b₂₂ :	3.82183368
			-0.06456643		0.09118122
			0.00001578		0.00239842
			-0.00000014		0.00001871

stationärer Betriebspunkt P₀* :

$M_{01} = 210.5 \text{ Nm}$
 $M_{02} = -206.9 \text{ Nm}$
 $n_{01} = 1000 \text{ min}^{-1}$
 $n_{02} = 950 \text{ min}^{-1}$

Trägheitsmatrix E :

[Nm min s/rad] 0.11902327 -0.00155209
 -0.00032520 0.04438912

Datei : k052

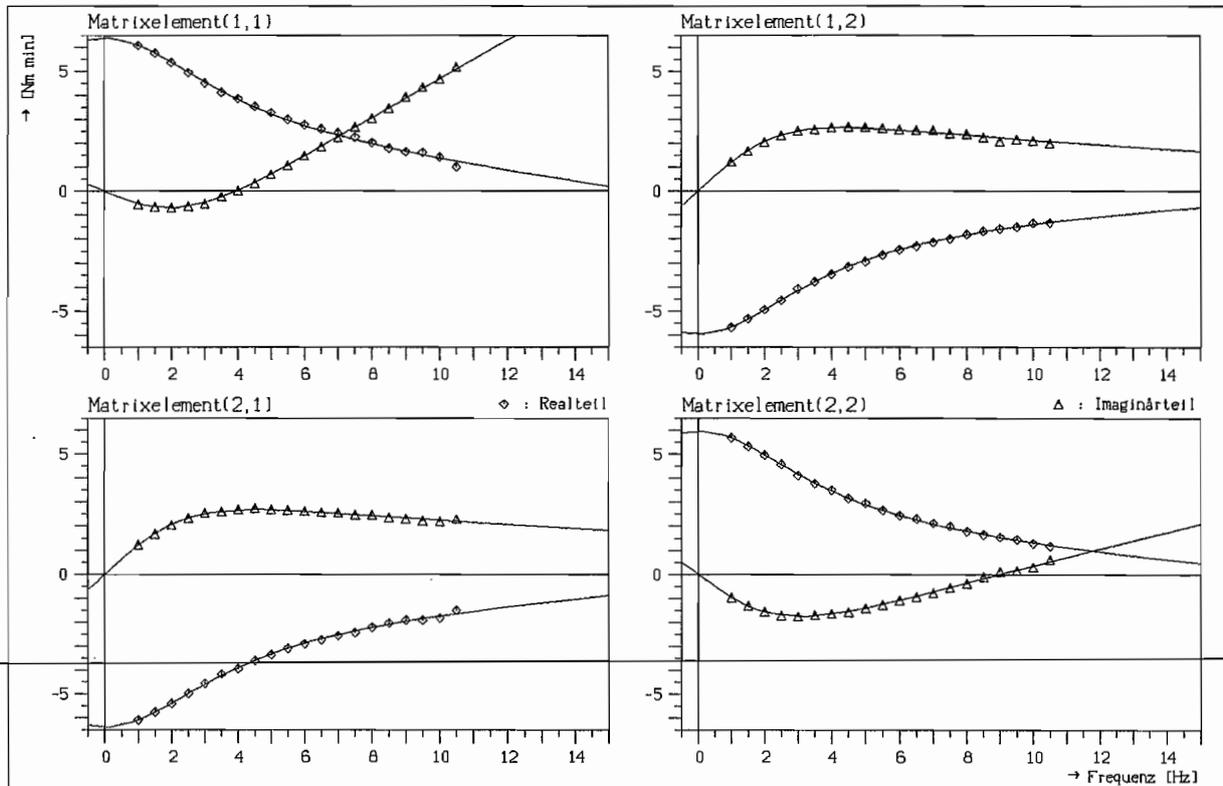
 $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

10 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 17

Erregungsamplitude 50 min^{-1} 

Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 2, n = 3$)

$\underline{a} :$	1.00000000	$\underline{b}_{11} :$	6.37443286	$\underline{b}_{12} :$	-5.95941696
	0.04641566		0.20039436		-0.07245593
	0.00024394		0.00505587		0.00006565
			0.00003376		-0.00000226
		$\underline{b}_{21} :$	-6.37429799	$\underline{b}_{22} :$	5.96205760
			-0.09247547		0.11375805
			0.00006154		0.00176091
			-0.00000332		0.00001328

stationärer Betriebspunkt P_0^* :

M_{01}	=	481.3	Nm
M_{02}	=	-467.9	Nm
n_{01}	=	1500	min^{-1}
n_{02}	=	1425	min^{-1}

Trägheitsmatrix \underline{E} :

	0.13837932	-0.00926462
[Nm min s/rad]	-0.01359481	0.05442407

Datei : k058

$n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

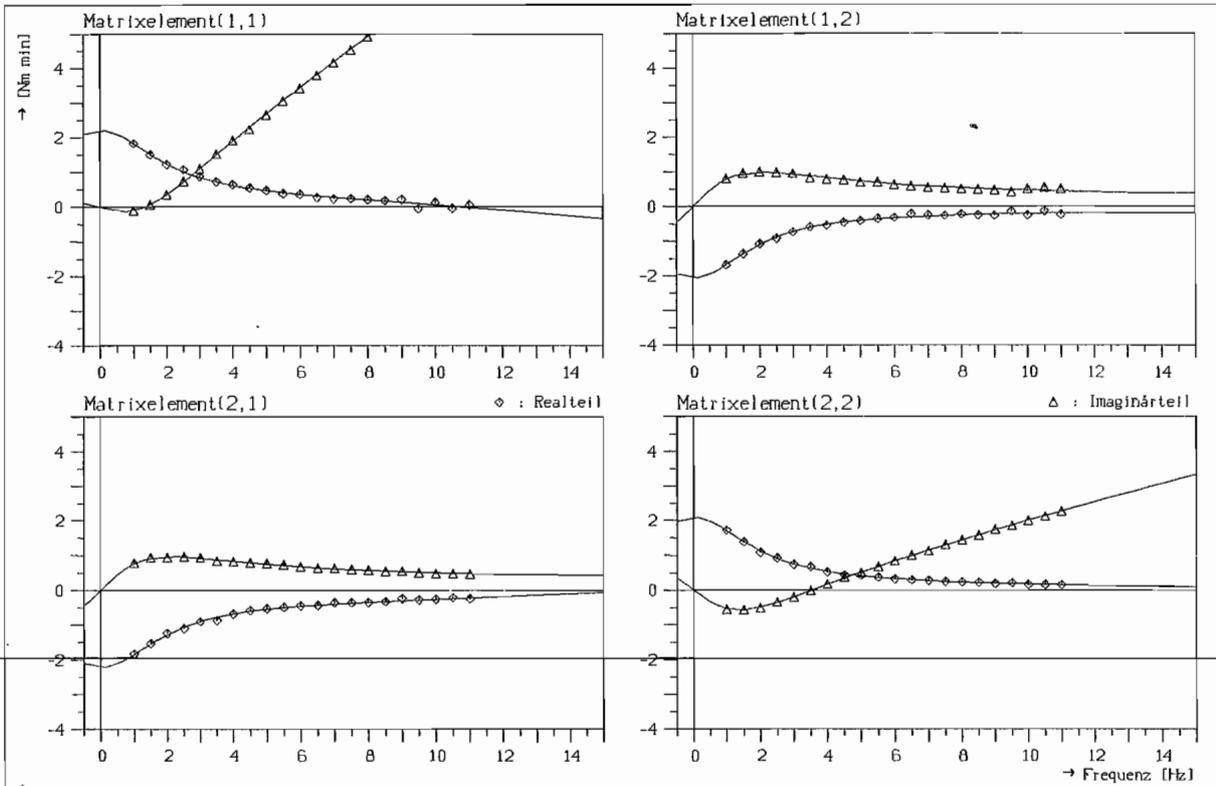
10 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 18

Erregungsamplitude 21 min^{-1}



Koeffizienten der Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 2, n = 3)

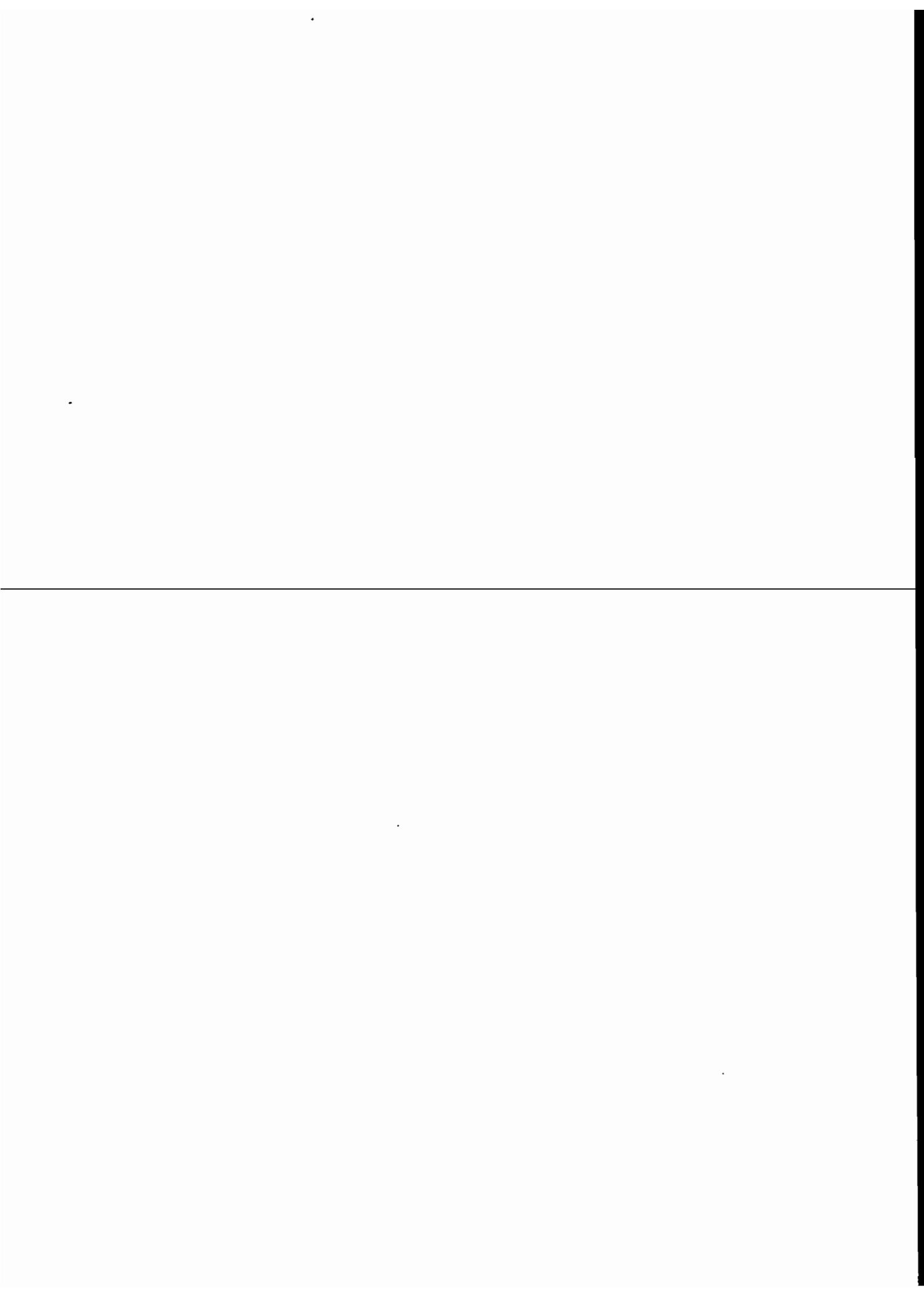
a :	1.00000000	b₁₁ :	2.21352133	b₁₂ :	-2.06310006
	0.07960712		0.13101483		-0.01061103
	0.00013107		0.00861046		0.00009356
			0.00001973		0.00000049
		b₂₁ :	-2.21176218	b₂₂ :	2.08491685
			-0.02520604		0.05142263
			0.00011568		0.00304805
			-0.00000224		0.00000568

stationärer Betriebspunkt P₀* :

M ₀₁	=	70.8	Nm
M ₀₂	=	-68.4	Nm
n ₀₁	=	600	min ⁻¹
n ₀₂	=	570	min ⁻¹

Trägheitsmatrix E :

	0.15054162	0.00377306
[Nm min s/rad]	-0.01710695	0.04331828



A1.2 Inverse Dynamische Dämpfungsmatrizen

Es werden im folgenden einige charakteristische Inverse Dynamische Dämpfungsmatrizen dargestellt und die wichtigsten dazugehörigen Größen angegeben.

Es handelt sich um die gleichen Betriebsparameter wie in Anhang A1.1, die Numerierungen sind daher entsprechend; hier mit dem Zusatz "a".

Folgende Angaben werden gemacht :

Betriebsparameter

Pumpendrehzahl n_p

Drehzahlverhältnis ν

Füllmenge [L]

Viskositätsklasse der Betriebsflüssigkeit

Profilform des Innenrades

Antriebsart

Erregungsamplitude der harmonischen Drehzahlerregung

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen

(s. Kap. 5.3.3 : Modelldarstellung im Frequenzbereich)

Die Eigenwerte der Systemmatrix A des zugehörigen Zustandsmodells

(s. Kap. 6.3.2 : Die Inverse Dynamische Dämpfungsmatrix)

Datei : k05_904

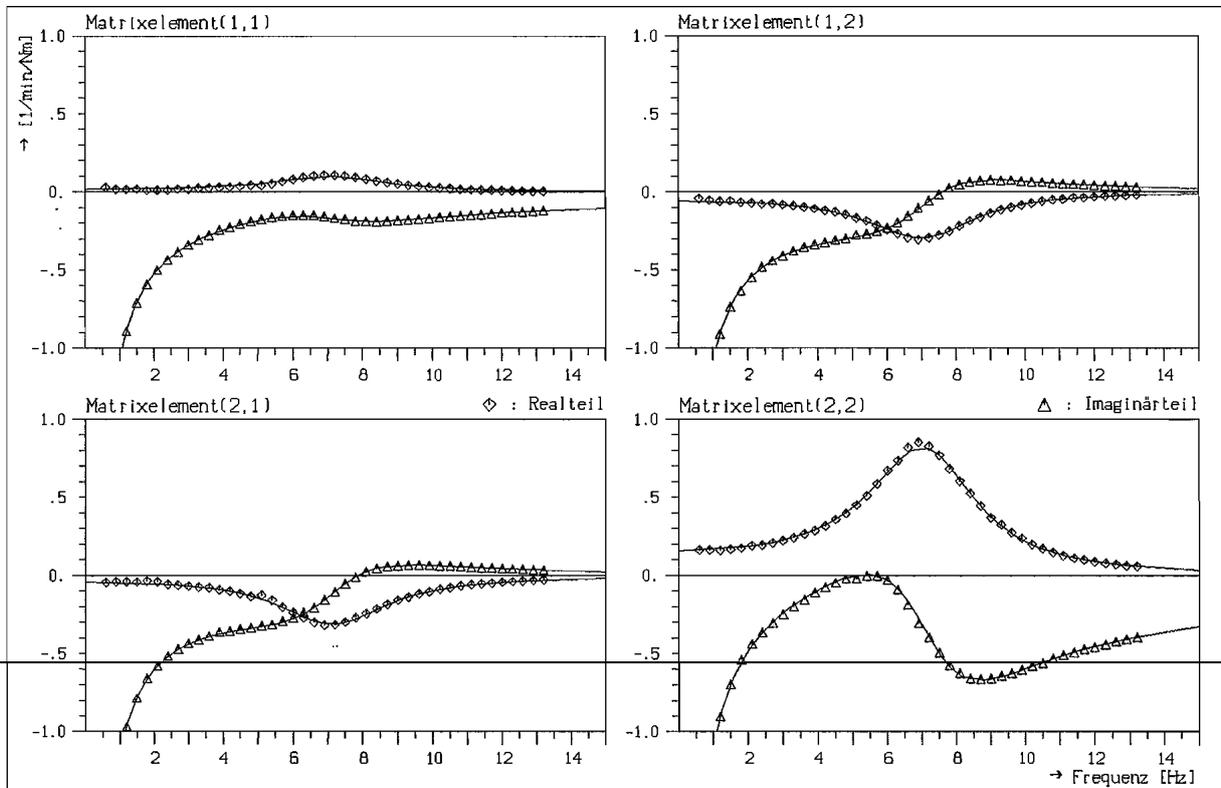
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 2a

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m=3, n=2$)

a :	0.0	b₁₁ :	6.79100410	b₁₂ :	6.74396330
	1.00000000		0.09248432		0.01675248
	0.01115670		0.00424458		-0.00005258
	0.00046378				
		b₂₁ :	7.14680733	b₂₂ :	7.22320781
			0.03707388		0.23864104
			-0.00012747		0.01213052

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-12.03	44.85	7.14
3	-12.03	-44.85	-7.14

Datei : k08_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

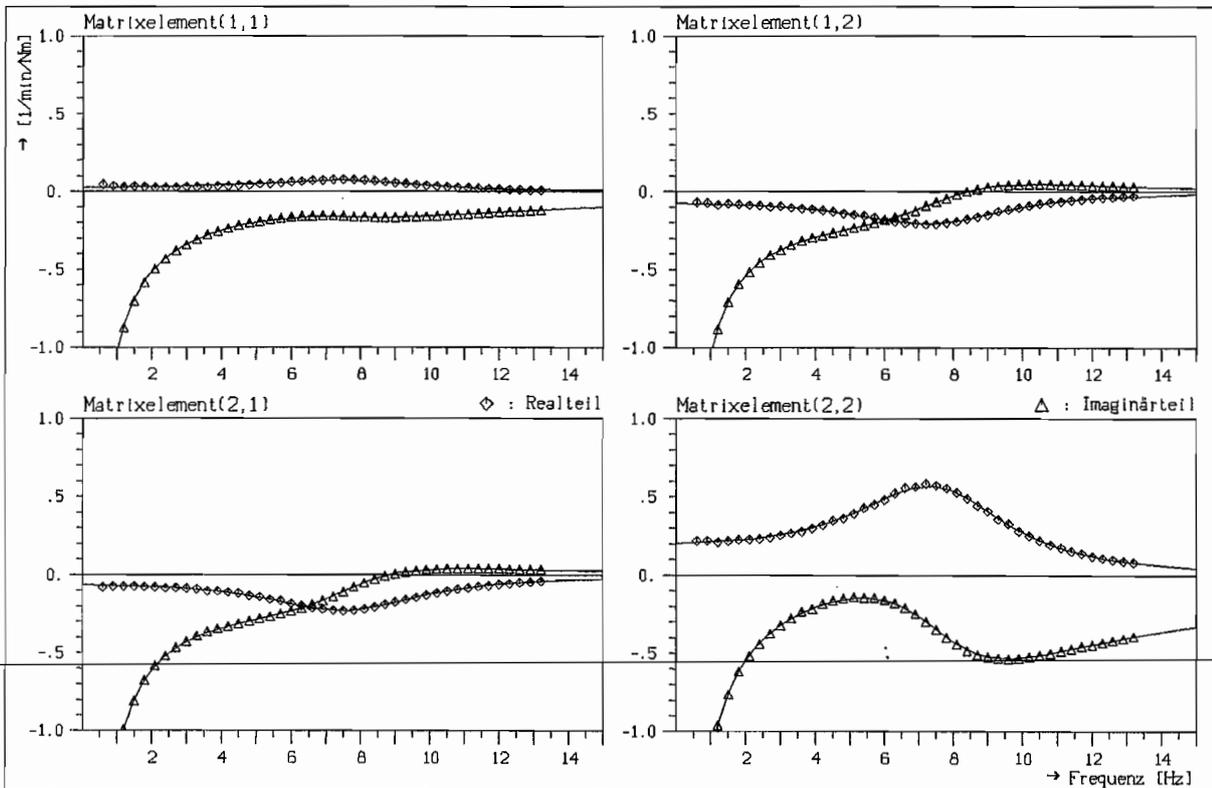
8 Liter

$\nu = 0,92$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 3a

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 3, n = 2)

a :	0.00000000	b₁₁ :	6.60347125	b₁₂ :	6.53458974
	1.00000000		0.11372000		0.01083378
	0.01335755		0.00344989		-0.00004131
	0.00038245				
		b₂₁ :	7.43406100	b₂₂ :	7.52021554
			0.03264948		0.30393163
			-0.00009024		0.00988171

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-17.46	48.06	7.65
3	-17.46	-48.06	-7.65

Datei : k10_904

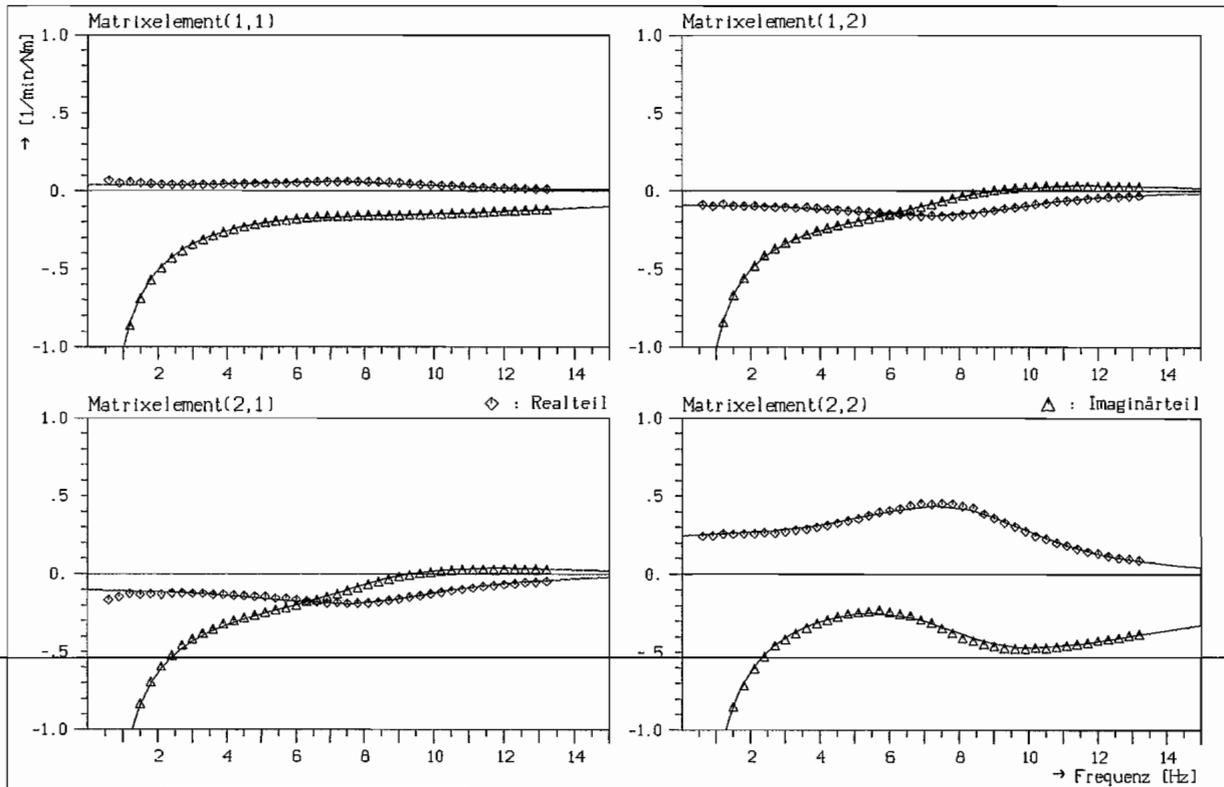
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.90$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 4a

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 4, n = 3$)

\underline{a} :	0.00000000	\underline{b}_{11} :	6.42219708	\underline{b}_{12} :	6.30990923
	1.00000000		0.29355461		0.14534742
	0.03867224		0.00589462		0.00034430
	0.00067997		0.00007654		-0.00000131
	0.00000840				
		\underline{b}_{21} :	7.98662187	\underline{b}_{22} :	8.12356815
			0.17945848		0.56596906
			0.00095459		0.01638952
			-0.00000689		0.00021610

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-40.14	0.00	0.00
3	-20.41	50.49	8.04
4	-20.41	-50.49	-8.04

Datei : k12_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

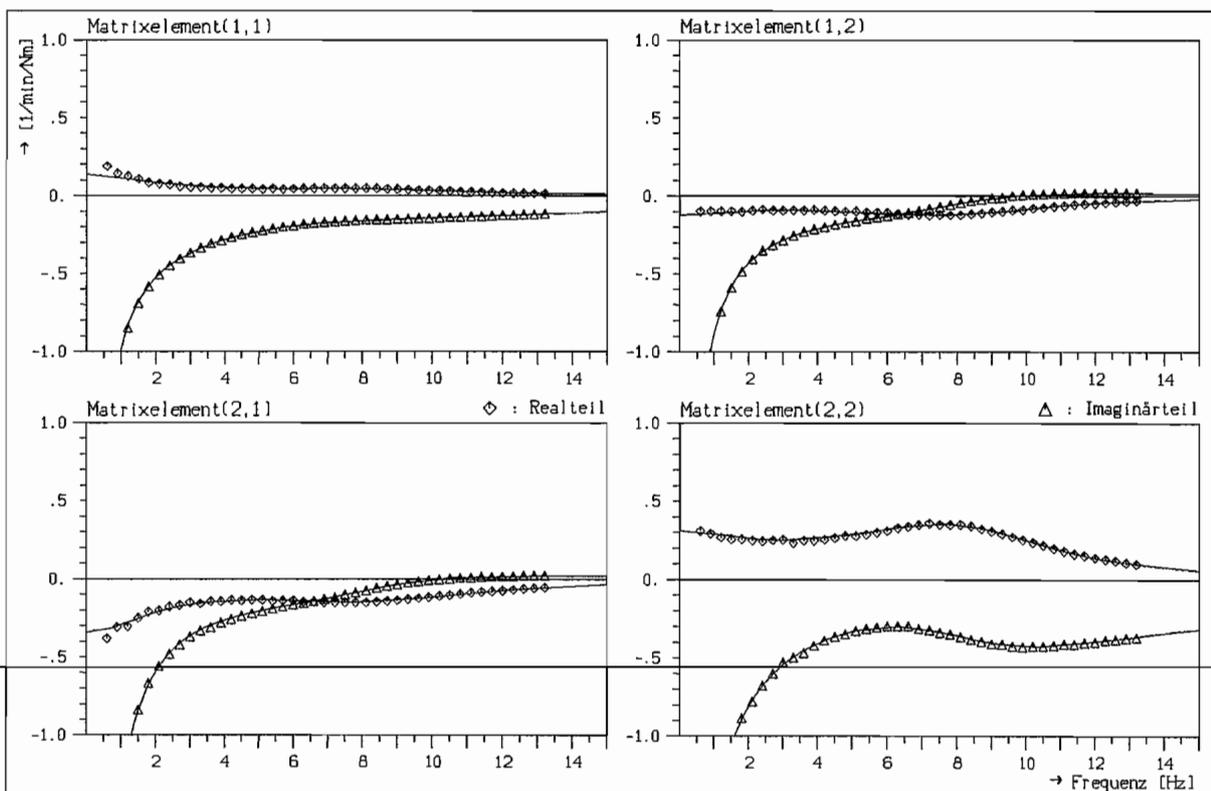
8 Liter

$\nu = 0.88$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 5a

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 4, n = 3$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	5.92735162	b₁₂ :	5.69151023
	1.00000000		0.64568581		0.36848695
	0.08595783		0.01154547		0.00110186
	0.00136652		0.00020395		-0.00000221
	0.00002217				
		b₂₁ :	9.16398995	b₂₂ :	9.60396320
			0.44569670		1.13579536
			0.00297585		0.03178949
			-0.00001838		0.00057685

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-14.06	0.00	0.00
3	-23.79	51.40	8.18
4	-23.79	-51.40	-8.18

Datei : k15_904

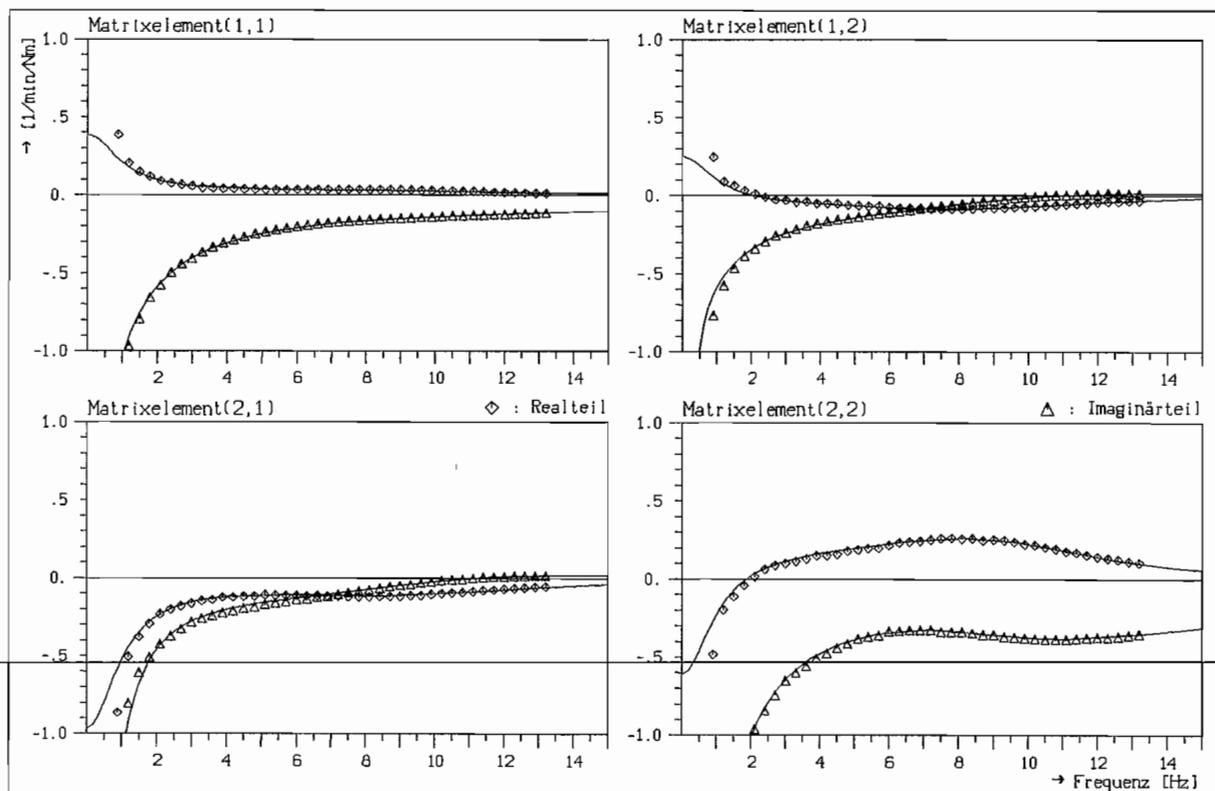
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.85$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 6a

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 4, n = 3$)

\underline{a} :	0.00000000	\underline{b}_{11} :	5.47115863	\underline{b}_{12} :	2.70430092
	1.00000000		1.30250804		0.70243453
	0.16675488		0.02068368		0.00026710
	0.00237377		0.00033467		0.00001994
	0.00003624				
		\underline{b}_{21} :	10.46333205	\underline{b}_{22} :	16.90757157
			0.77437028		2.20878369
			0.00305197		0.05971422
			-0.00003412		0.00089466

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-6.55	0.00	0.00
3	-29.48	57.85	9.21
4	-29.48	-57.85	-9.21

Datei : k20_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

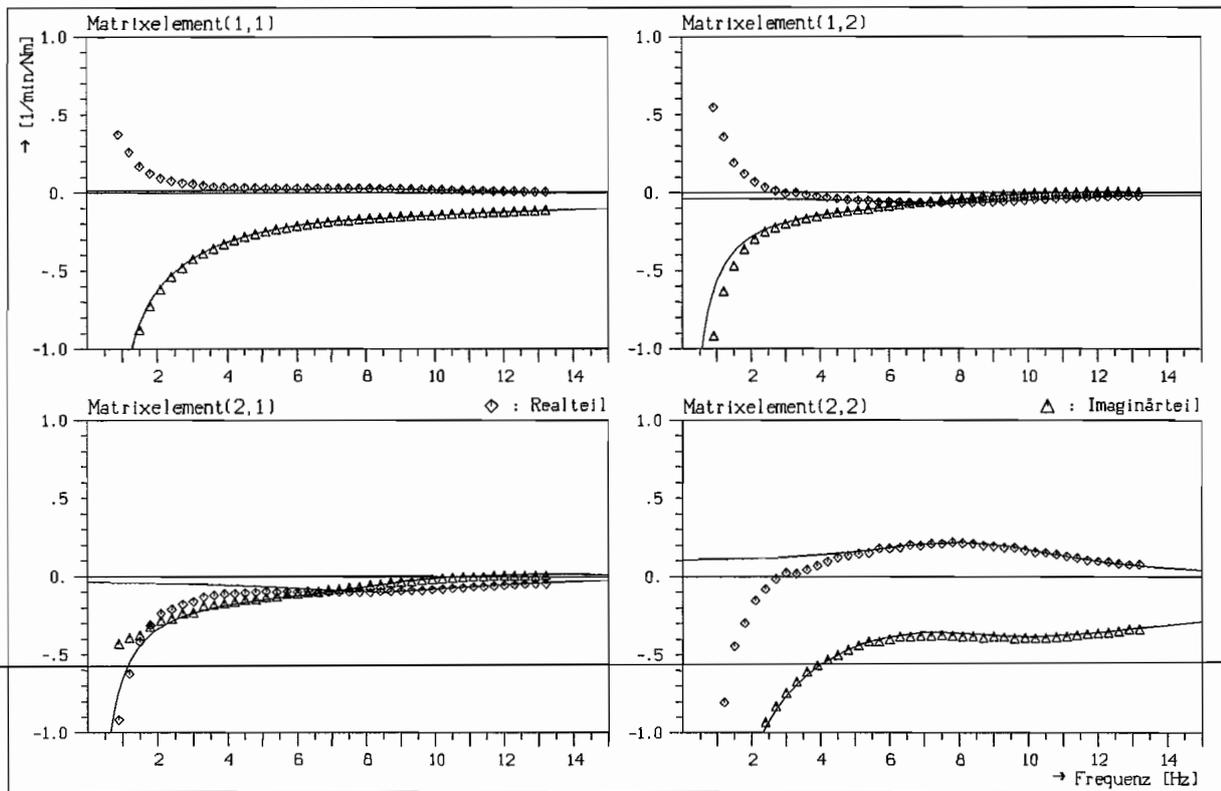
8 Liter

$\nu = 0.80$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 7a

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	7.97197952	b₁₂ :	3.55388810
	1.00000000		0.12428716		0.01318736
	0.01388339		0.00263418		0.00019044
	0.00029133				
		b₂₁ :	4.09972401	b₂₂ :	14.84975059
			0.02005530		0.30965676
			-0.00008300		0.00706955

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-23.83	53.52	8.52
3	-23.83	-53.52	-8.52

Datei : k25_904

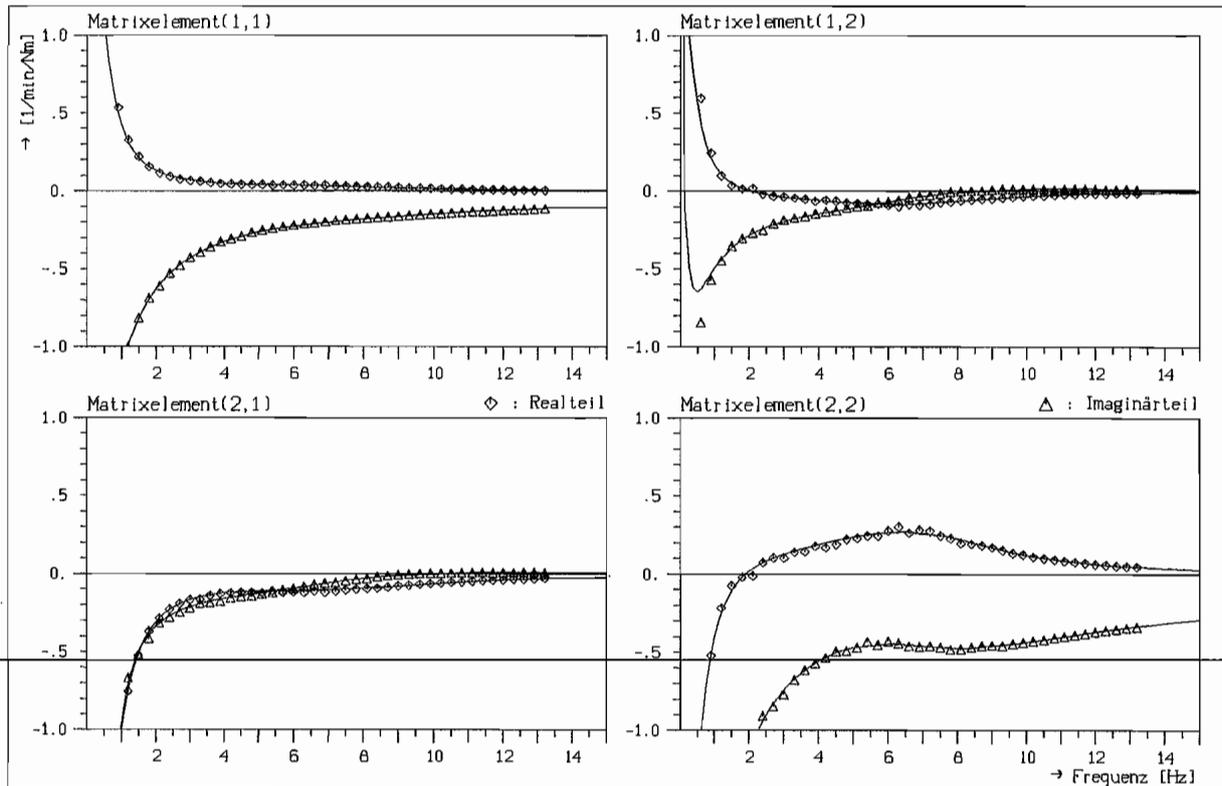
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.75$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 8a

Erregungsamplitude 40 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 4, n = 3$)

$\underline{a} :$	0.00000000	$\underline{b}_{11} :$	1.25408981	$\underline{b}_{12} :$	-0.26357489
	1.00000000		3.11937044		1.32024295
	0.39168235		0.06417604		0.00293702
	0.00740825		0.00144384		0.00003442
	0.00015833				
		$\underline{b}_{21} :$	20.49289649	$\underline{b}_{22} :$	24.07441281
			1.60155113		5.89619227
			0.01973238		0.17463732
			-0.00006131		0.00398634

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-2.68	0.00	0.00
3	-22.05	43.23	6.88
4	-22.05	-43.23	-6.88

Datei : k30_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

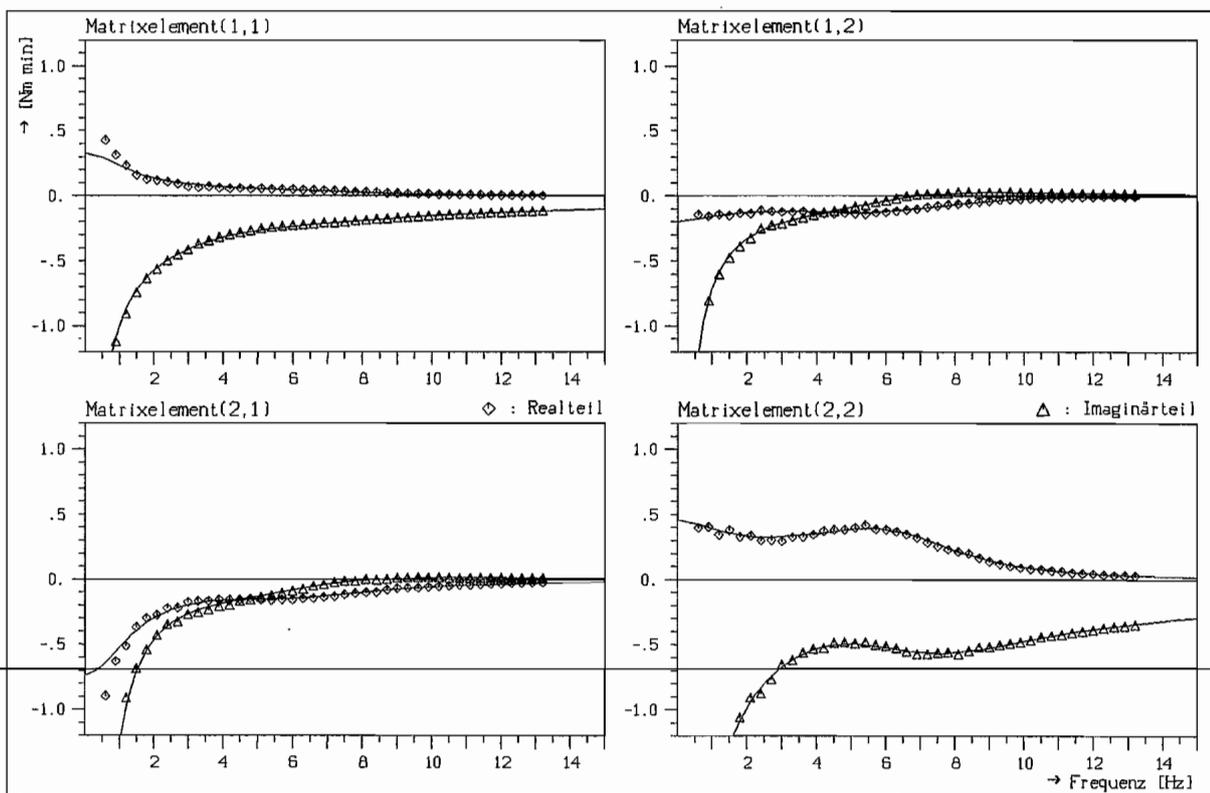
8 Liter

$\nu = 0.70$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 9a

Erregungsamplitude 40 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 4, n = 3)

a : 0.00000000	b₁₁ : 5.40205521	b₁₂ : 4.84829298
1.00000000	0.99899223	0.40530123
0.12436777	0.02232310	0.00003942
0.00253871	0.00049773	0.00000878
0.00005425		
	b₂₁ : 9.94826678	b₂₂ : 11.16669249
	0.50102079	1.84701008
	0.00588846	0.06234162
	-0.00002082	0.00135805

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-9.51	0.00	0.00
3	-18.64	39.88	6.35
4	-18.64	-39.88	-6.35

Datei : k001

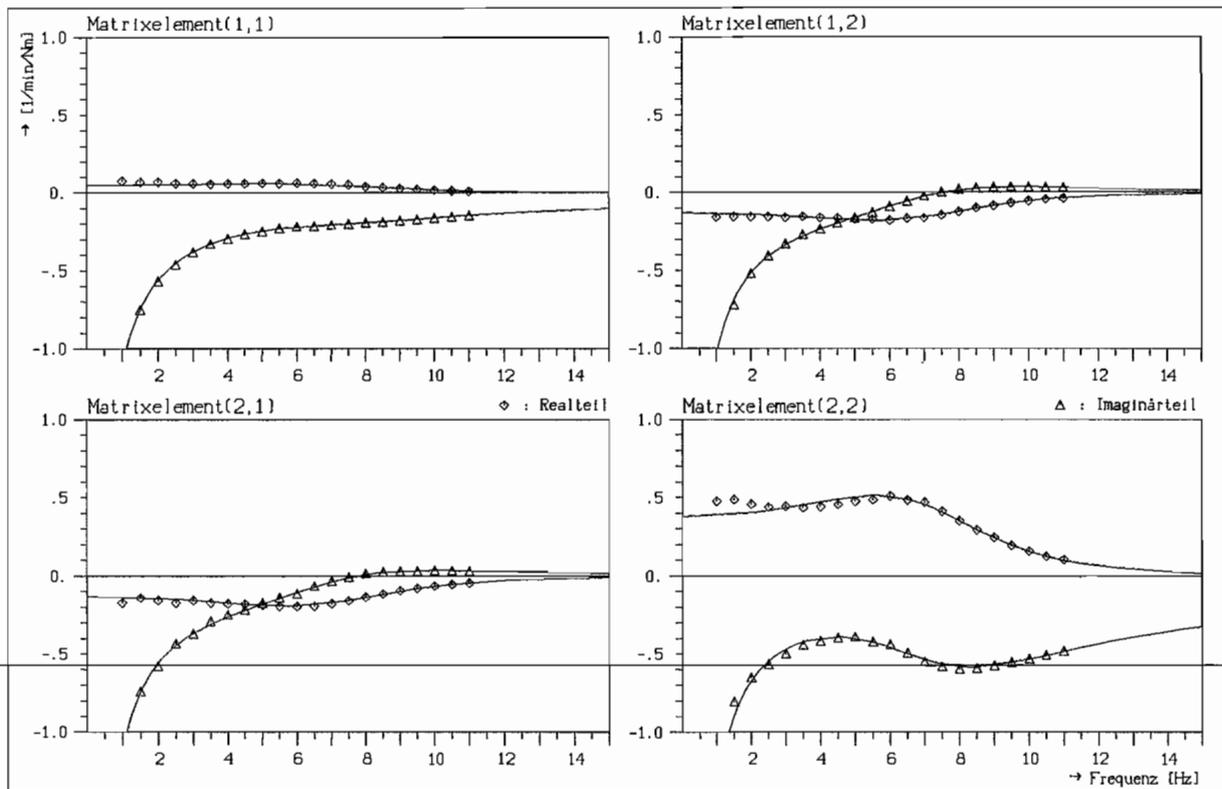
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

6 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 10a

Erregungsamplitude 35 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	7.02625351	b₁₂ :	6.51509468
	1.00000000		0.18300105		-0.00709560
	0.01903350		0.00374327		0.00021319
	0.00041835				
		b₂₁ :	7.01878152	b₂₂ :	8.37393645
			-0.00097934		0.53602432
			0.00014958		0.01062811

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-22.75	43.28	6.89
3	-22.75	-43.28	-6.89

Datei : k008

$n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

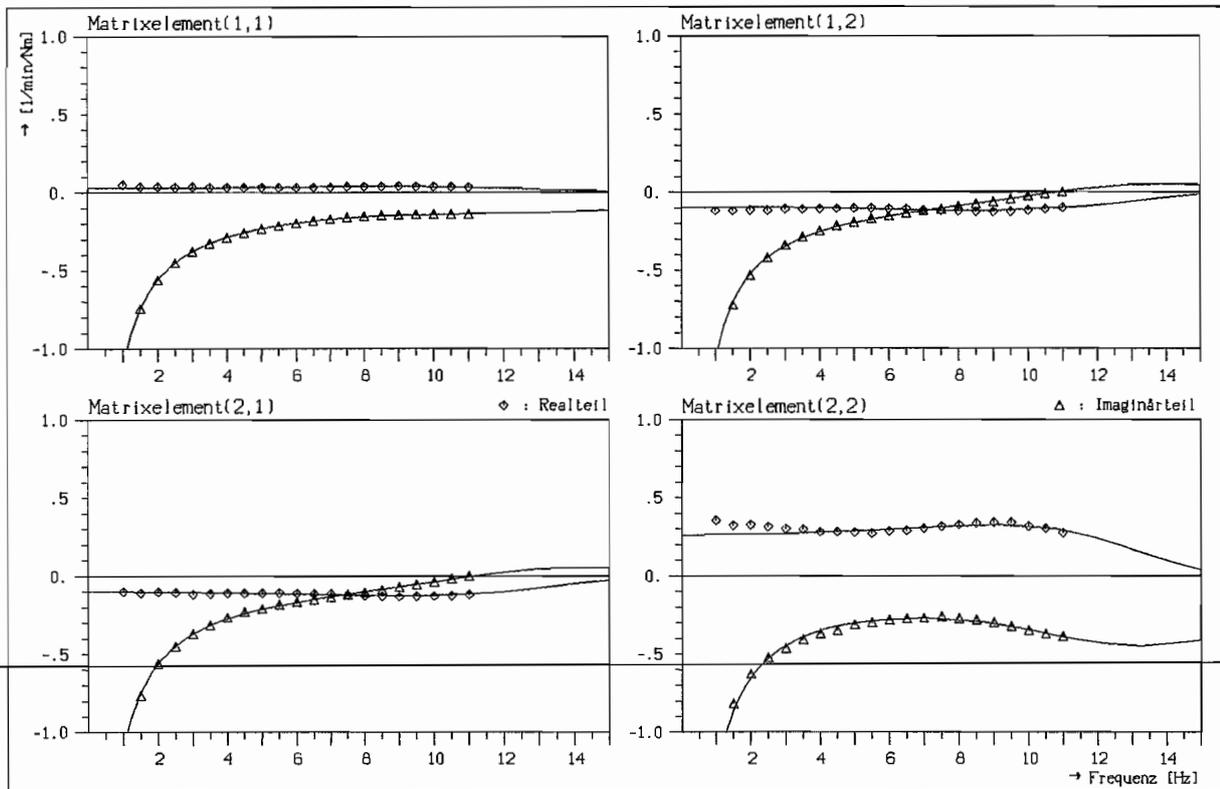
6 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 11a

Erregungsamplitude 50 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 3, n = 2)

a : 0.00000000	b₁₁ : 7.03497582	b₁₂ : 6.67830048
1.00000000	0.09245327	-0.03615628
0.00882070	0.00116885	0.00050032
0.00014368		
	b₂₁ : 7.09467484	b₂₂ : 8.02853993
	-0.03586784	0.32893789
	0.00040712	0.00247274

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-30.70	77.57	12.35
3	-30.70	-77.57	-12.35

Datei : k014

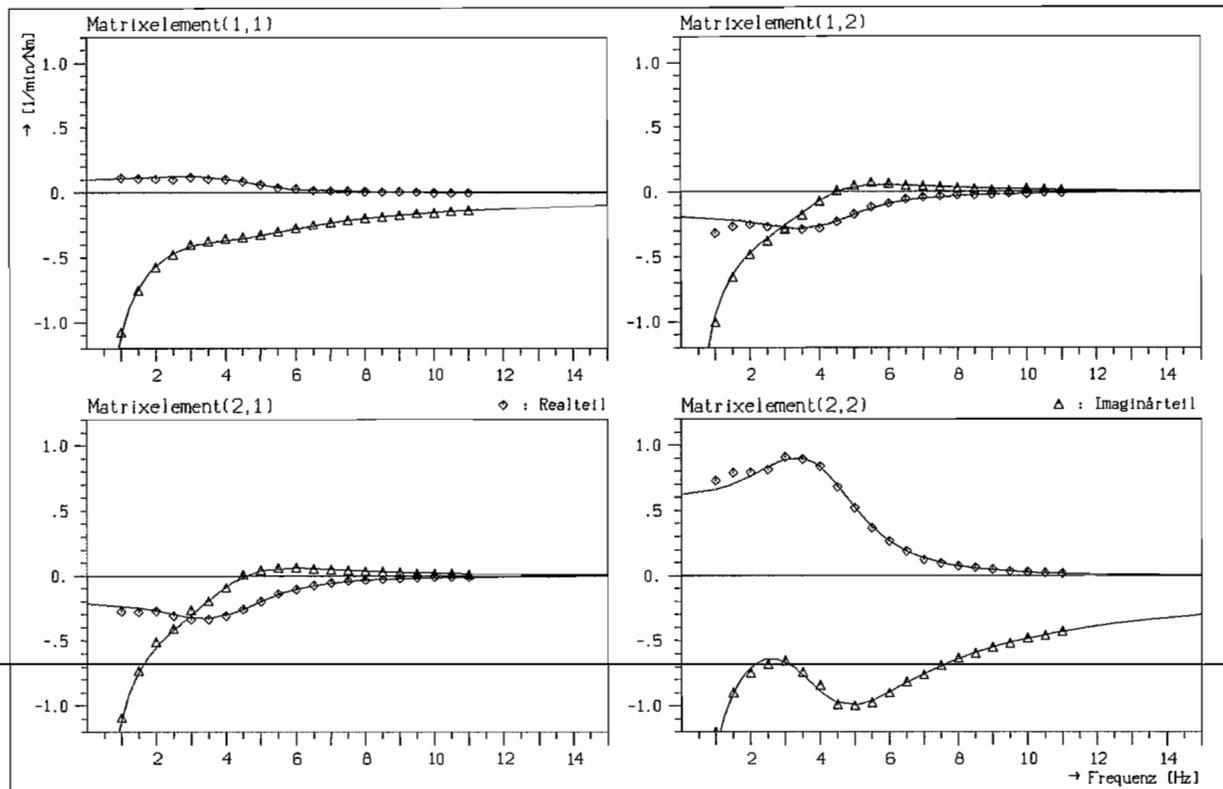
 $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

6 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 12a

Erregungsamplitude 21 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	6.95239142	b₁₂ :	5.94986903
	1.00000000		0.32889137		0.00630996
	0.03300921		0.01159413		-0.00008470
	0.00126633				
		b₂₁ :	6.99870964	b₂₂ :	8.48961153
			0.01283409		0.90328806
			0.00021391		0.03373762

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-13.03	24.90	3.96
3	-13.03	-24.90	-3.96

Datei : k023

$n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

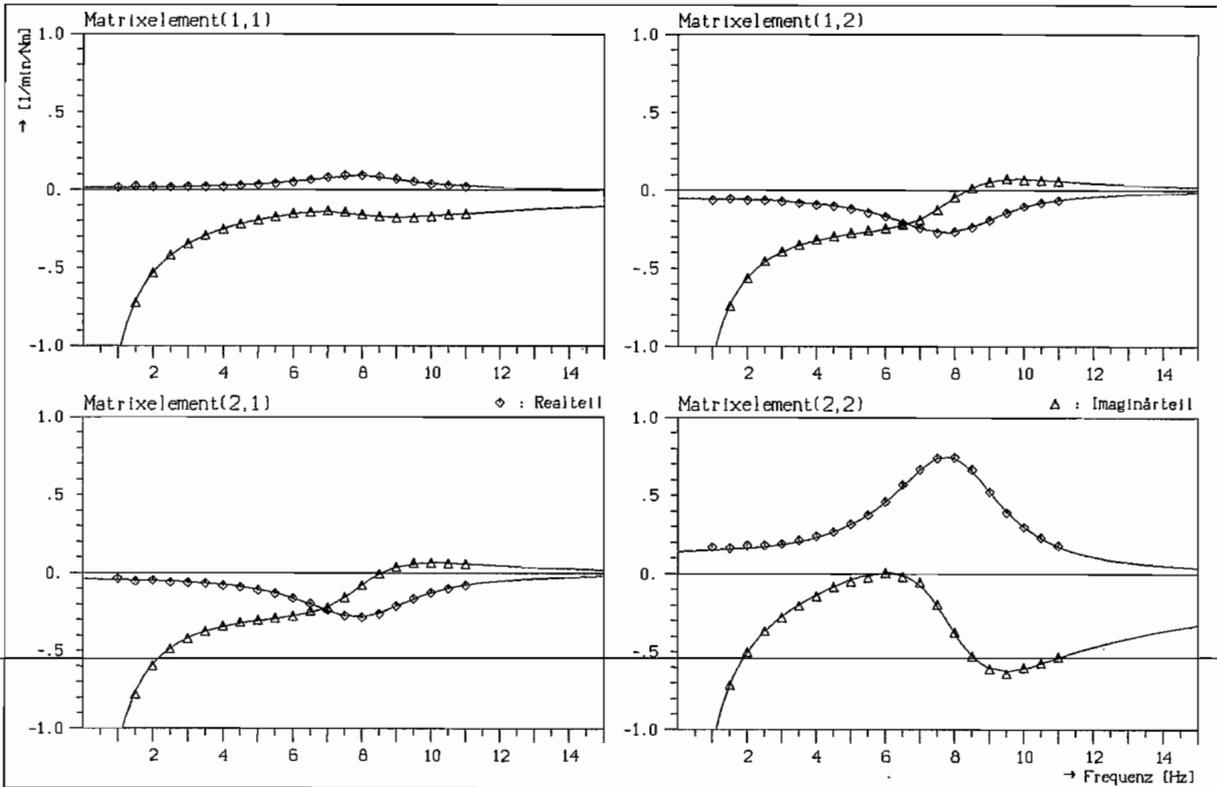
8 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 13a

Erregungsamplitude 35 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

$\underline{a} :$	0.00000000	$\underline{b}_{11} :$	6.81989230	$\underline{b}_{12} :$	6.72513768
	1.00000000		0.07965635		0.01127202
	0.00938266		0.00343930		0.00011701
	0.00037966				
		$\underline{b}_{21} :$	7.05619212	$\underline{b}_{22} :$	7.20270928
			0.02482401		0.20804420
			0.00007158		0.00945893

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-12.36	49.81	7.93
3	-12.36	-49.81	-7.93

Datei : k030

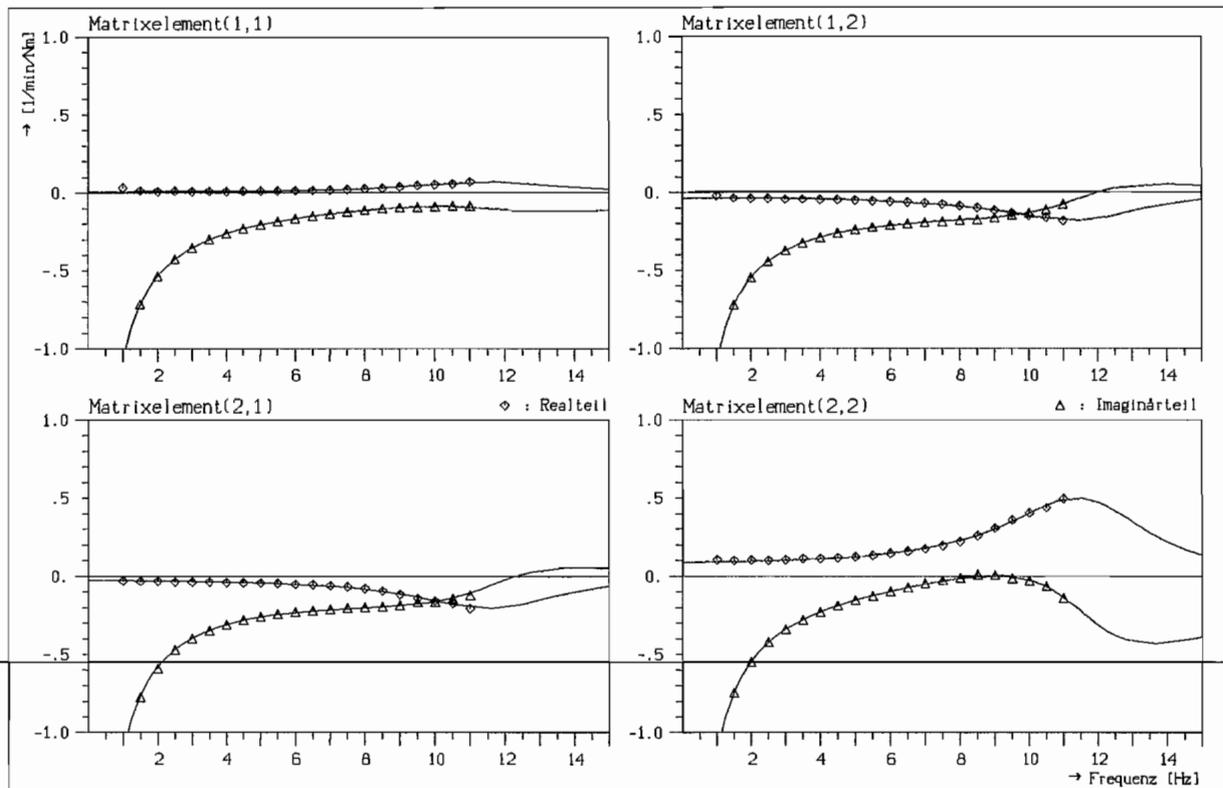
 $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 14a

Erregungsamplitude 50 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	6.80301328	b₁₂ :	6.74956376
	1.00000000		0.04548914		0.00198322
	0.00561086		0.00158739		0.00022424
	0.00017719				
		b₂₁ :	7.12912322	b₂₂ :	7.18645094
			0.01069136		0.12902194
			0.00013842		0.00395185

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-15.83	73.44	11.69
3	-15.83	-73.44	-11.69

Datei : k036

$n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

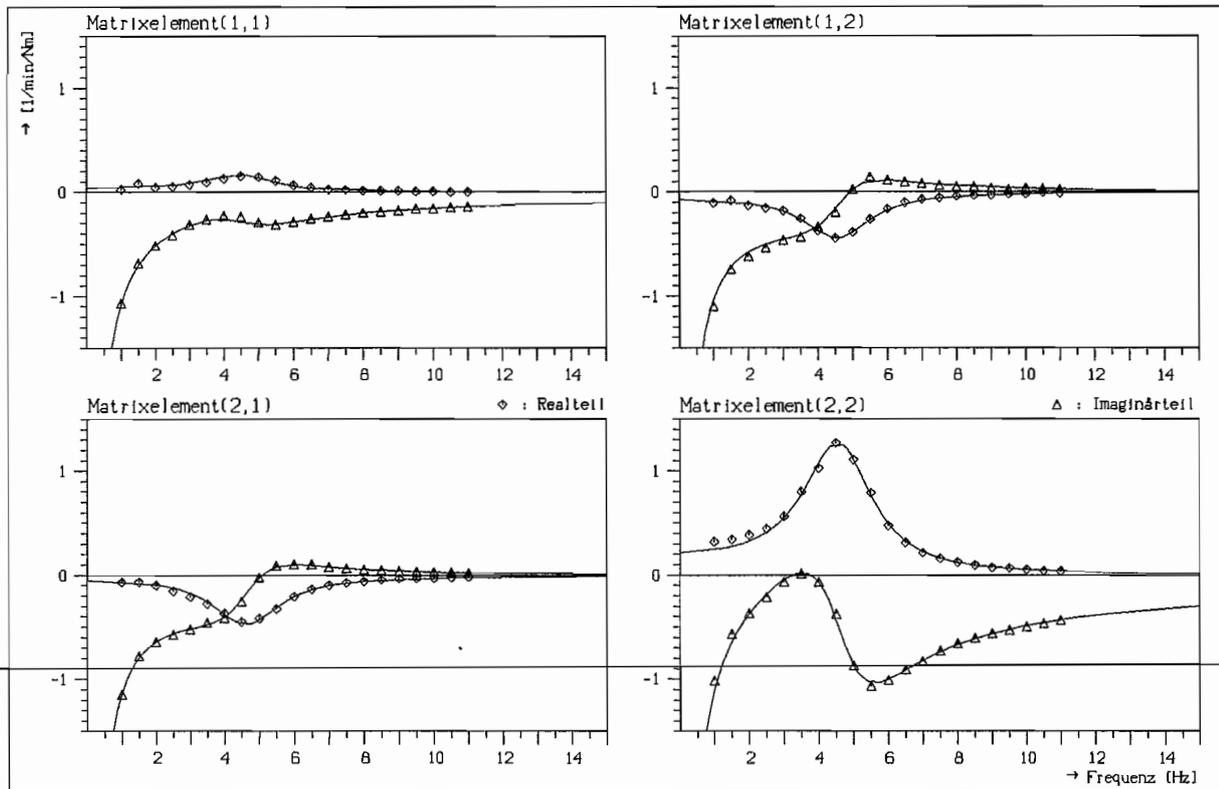
8 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 15a

Erregungsamplitude 21 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen (m = 3, n = 2)

a :	0.00000000	b₁₁ :	6.85112084	b₁₂ :	6.26182583
	1.00000000		0.15438062		0.03072415
	0.01691658		0.01033567		-0.00036495
	0.00111683				
		b₂₁ :	6.85988558	b₂₂ :	7.65840612
			0.06011191		0.34704196
			-0.00029653		0.02941409

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-7.57	28.95	4.61
3	-7.57	-28.95	-4.61

Datei : k045

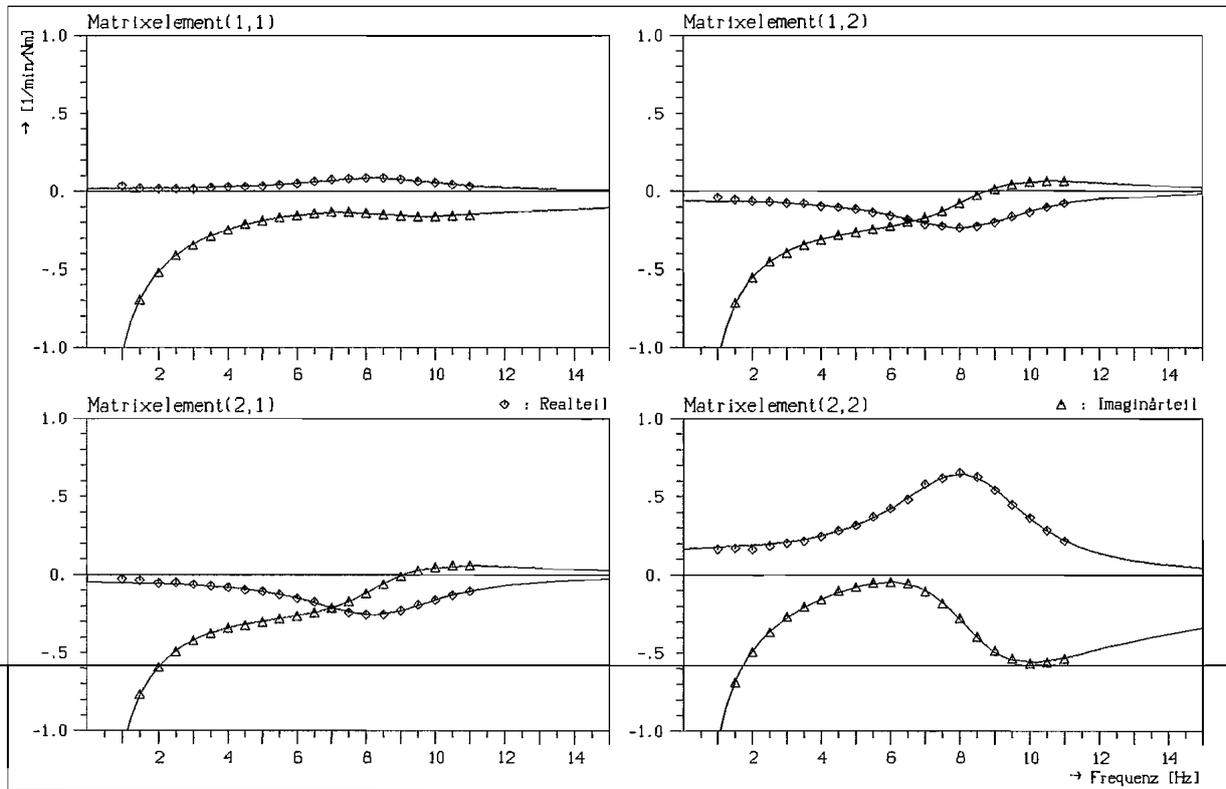
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

10 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 16a

Erregungsamplitude $.35 \text{ min}^{-1}$ 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m=3, n=2$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	6.62285854	b₁₂ :	6.70852568
	1.00000000		0.08515475		0.00709241
	0.01016972		0.00309841		0.00002787
	0.00034041				
		b₂₁ :	7.15419888	b₂₂ :	6.83933190
			0.02385079		0.23540229
			-0.00010031		0.00848568

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-14.94	52.10	8.29
3	-14.94	-52.10	-8.29

Datei : k052

$n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

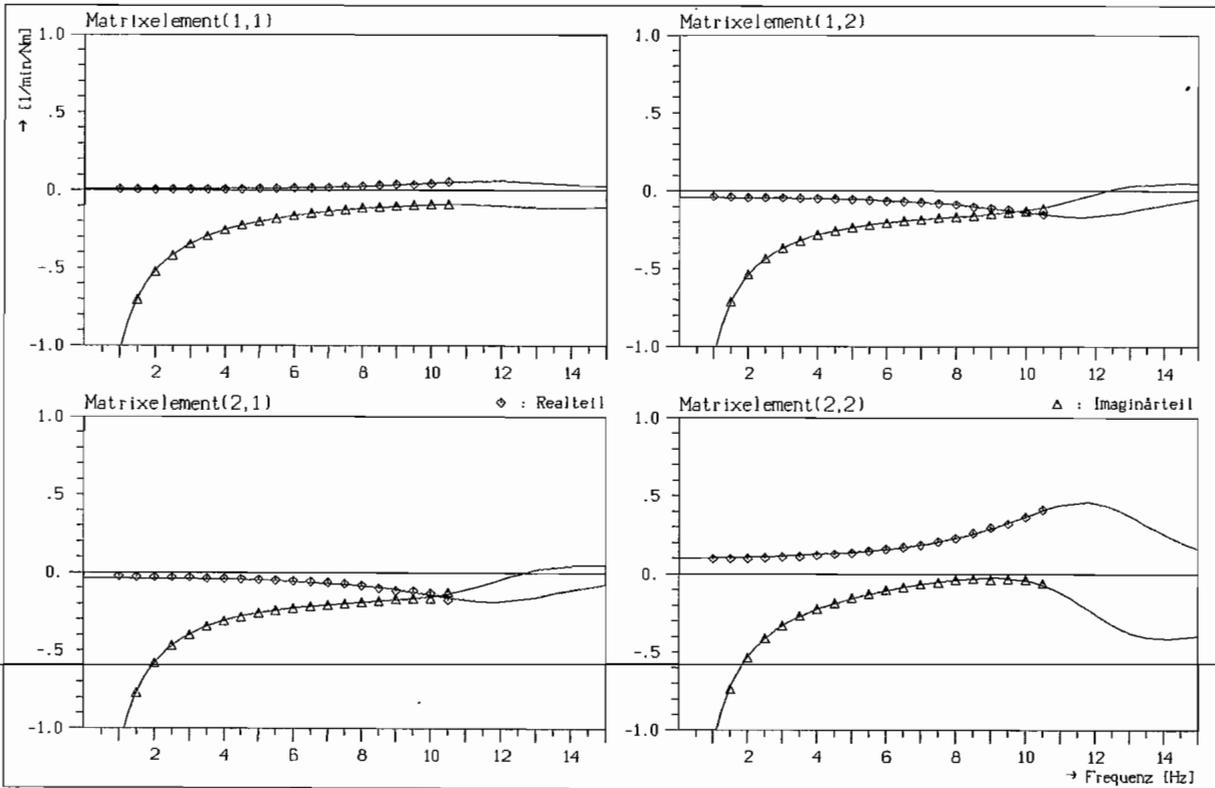
10 Liter

$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 17a

Erregungsamplitude 50 min^{-1}



Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

a :	0.00000000	b₁₁ :	6.59503563	b₁₂ :	6.68624455
	1.00000000		0.04786210		-0.00243815
	0.00583279		0.00142754		0.00019721
	0.00016456				
		b₂₁ :	7.17759286	b₂₂ :	6.97838553
			0.00717215		0.14340304
			0.00012358		0.00366190

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-17.72	75.91	12.08
3	-17.72	-75.91	-12.08

Datei : k058

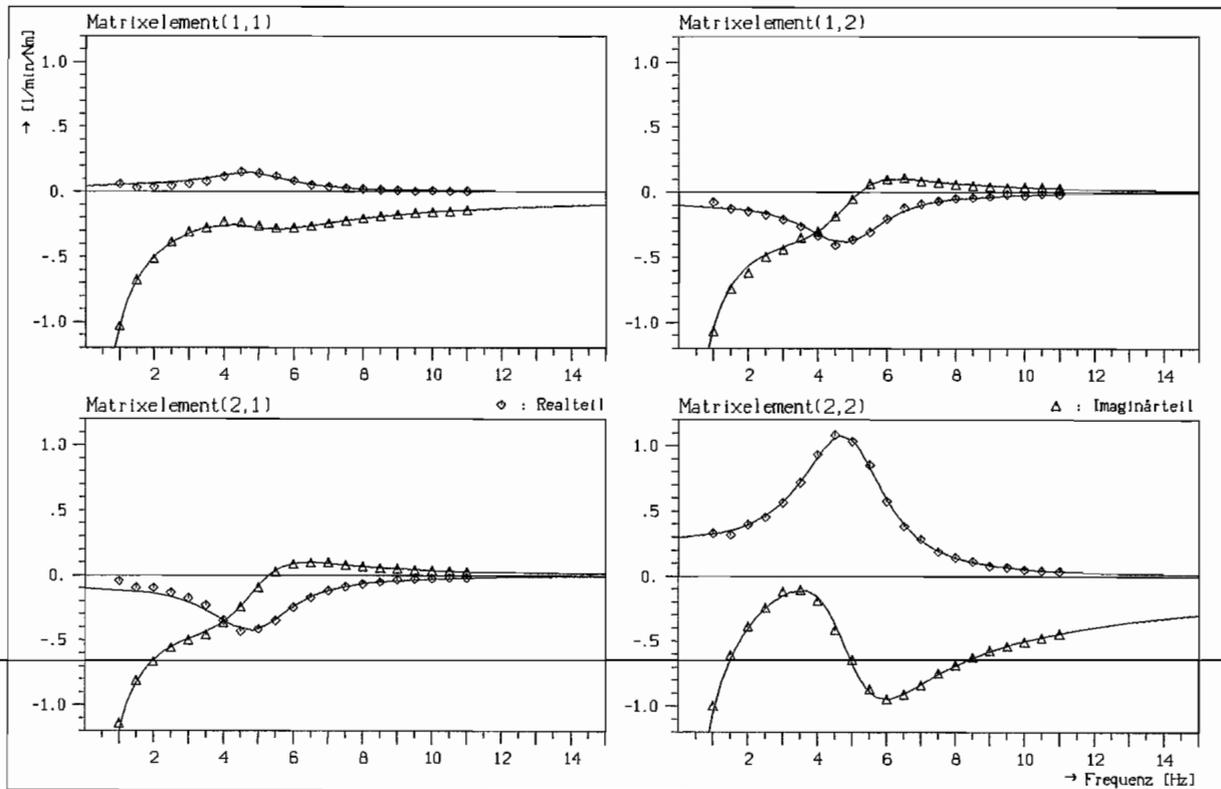
 $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

10 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 18a

Erregungsamplitude 21 min^{-1} 

Koeffizienten der Inversen Dynamischen Dämpfungsfunktionen ($m = 3, n = 2$)

\underline{a} :	0.00000000	\underline{b}_{11} :	6.61301264	\underline{b}_{12} :	6.36228478
	1.00000000		0.16536050		0.01379824
	0.01826900		0.00896340		-0.00040426
	0.00097418				
		\underline{b}_{21} :	7.30223426	\underline{b}_{22} :	7.17267368
			0.03185465		0.42653033
			-0.00027048		0.02547073

Eigenwerte

	<u>Realteil</u>	<u>Imaginärteil</u>	<u>Eigenfrequenz [Hz]</u>
1	0.00	0.00	0.00
2	-9.38	30.64	4.88
3	-9.38	-30.64	-4.88

A2 Vergleich Theorie/Messung

A2.1 Vergleich Dynamischer Dämpfungsmatrizen aus Theorie und Messung

Es werden im folgenden einige Verläufe der Dynamischen Dämpfungsfunktionen aus theoretischen Berechnungen im Vergleich zu gemessenen Verläufen dargestellt. Die theoretischen Verläufe wurden nach Gl. 2.21 (Kap. 2.3) berechnet. Dabei wurde der angepaßte β -Beiwert (Gl. 6.17, Kap. 6.5.3) verwendet.

Die Betriebsparameter und die Numerierung der Messungen (hier Zusatz b) entsprechen den Darstellungen in Anhang A1.

Folgende geometrische und sonstige Größen liegen zugrunde (vgl. Kap. 6.5.2) :

$$r_a = 0.194 \text{ m}$$

$$r_i = 0.153 \text{ m}$$

$$A = 0.039 \text{ m}^2$$

$$L = 0.184 \text{ m}$$

$$\rho = 840 \text{ kg/m}^3$$

Der β -Beiwert, der stationäre Betriebspunkt und die sonstigen Betriebsparameter sind jeweils angegeben.

Bei den Vergleichsverläufen handelt es sich um die gemessenen Verläufe (s. A1.1) abzüglich der außen- und innenradseitigen Trägheitsmassen $\Theta_1 = 1.03344 \text{ kgm}^2$ und $\Theta_2 = 0.28977 \text{ kgm}^2$ (s. Gl. 6.6, Kap. 6.2.4).

Datei : k05_904

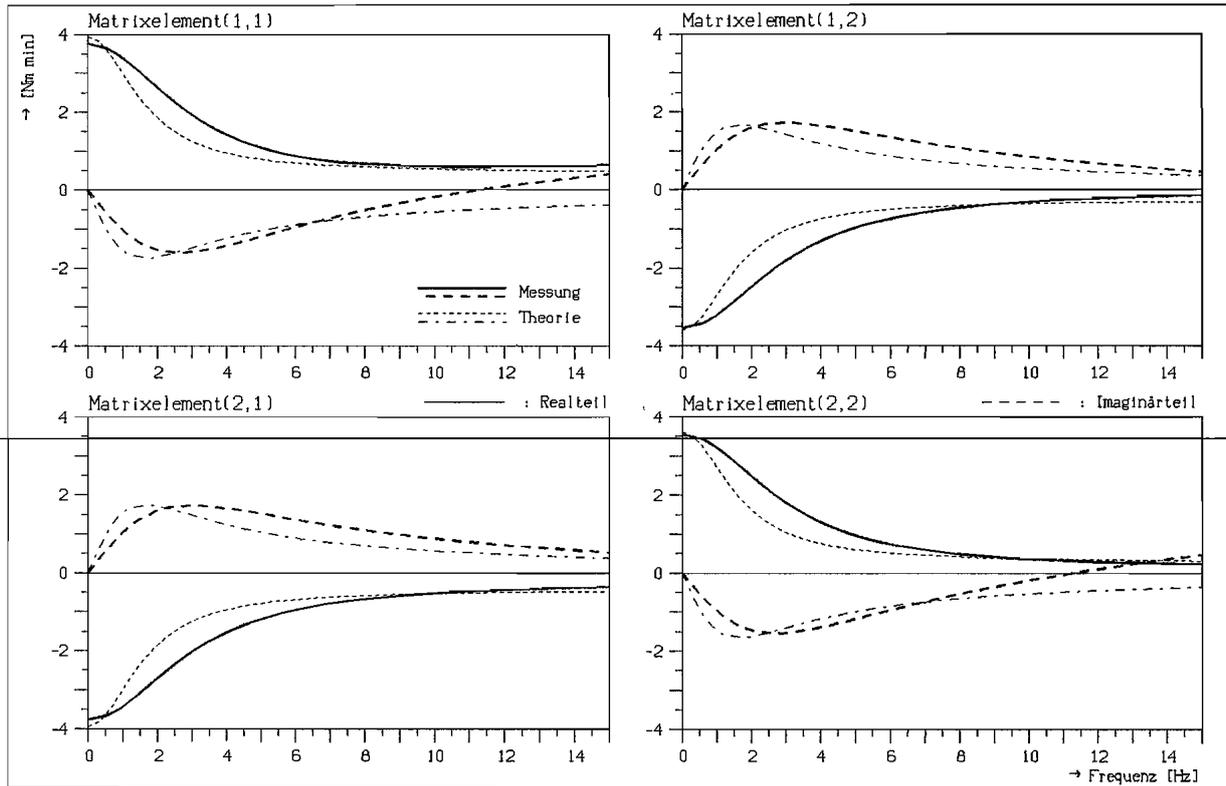
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 2b

Erregungsamplitude 40 min^{-1} β -Beiwert = 0.986

Datei : k08_904

$n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

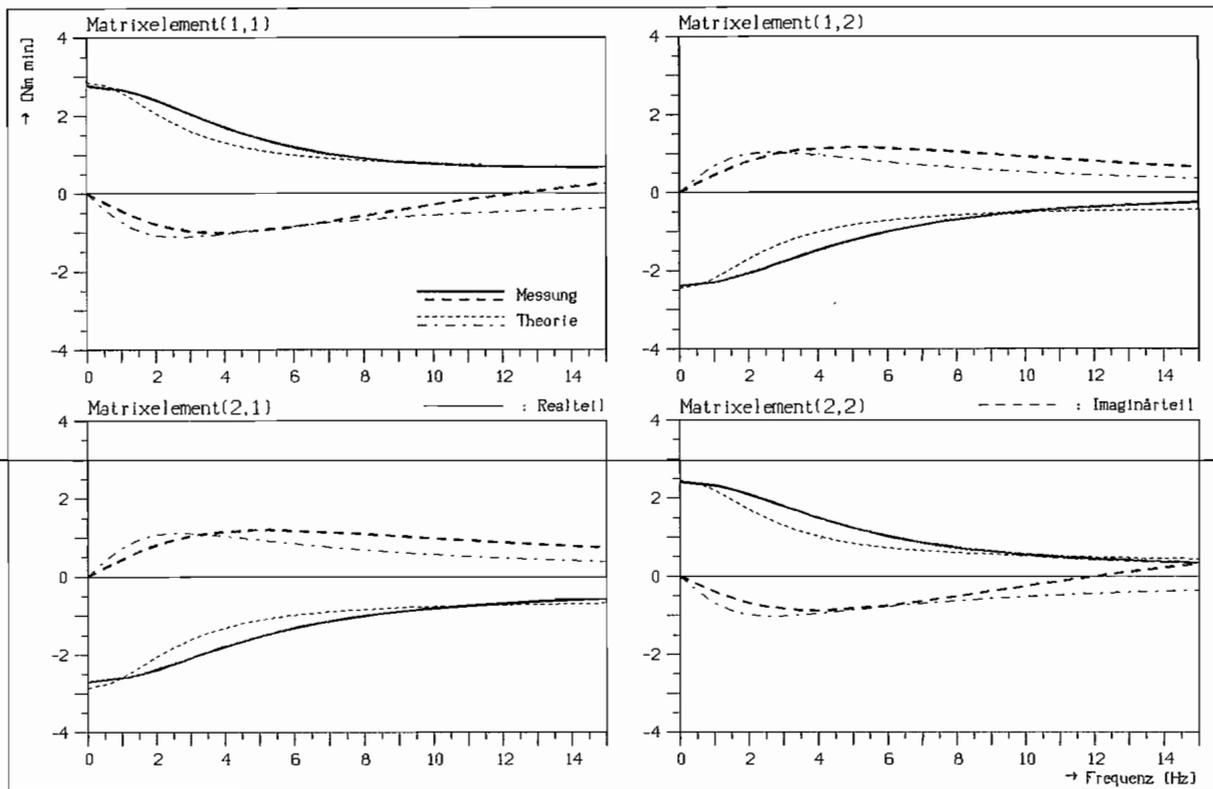
$\nu = 0.92$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 3b

Erregungsamplitude 40 min^{-1}

β -Beiwert = 0.476



Datei : k10_904

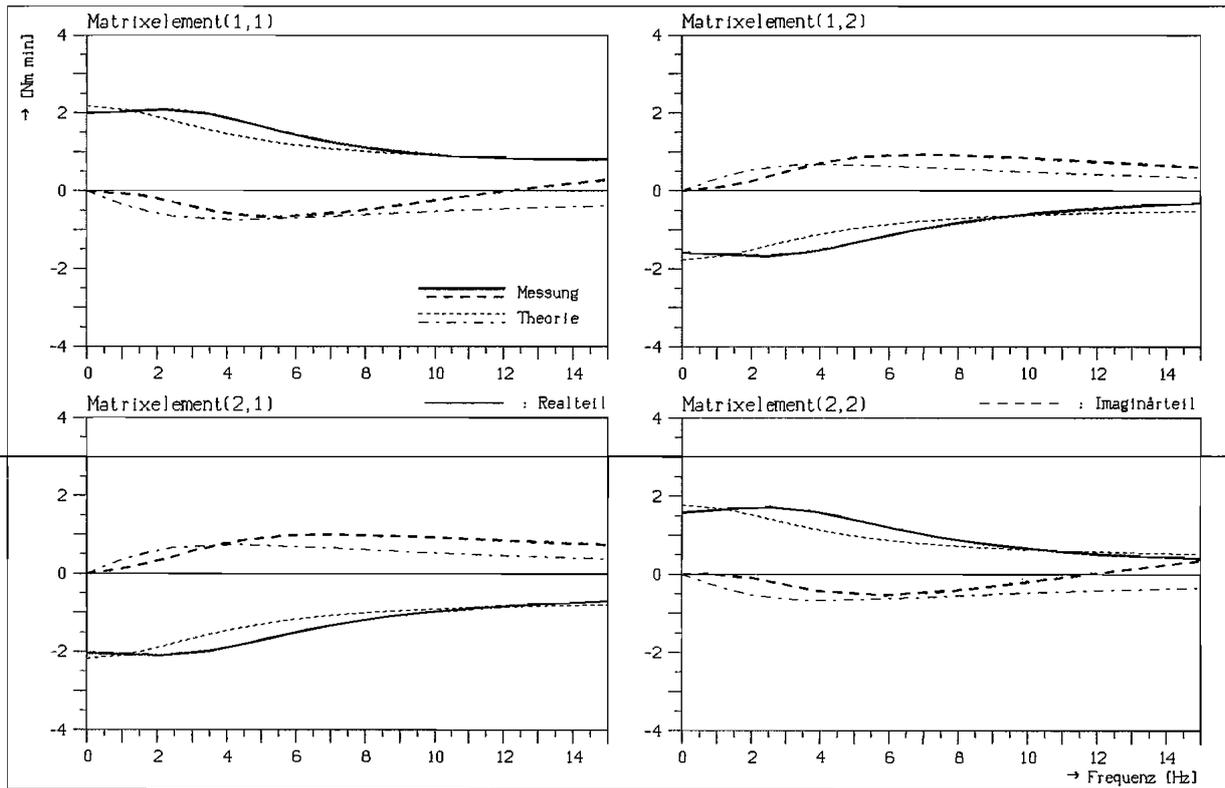
 $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.90$

VG 46, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 4b

Erregungsamplitude 40 min^{-1} β -Beiwert = 0.0

Datei : k001

$n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

6 Liter

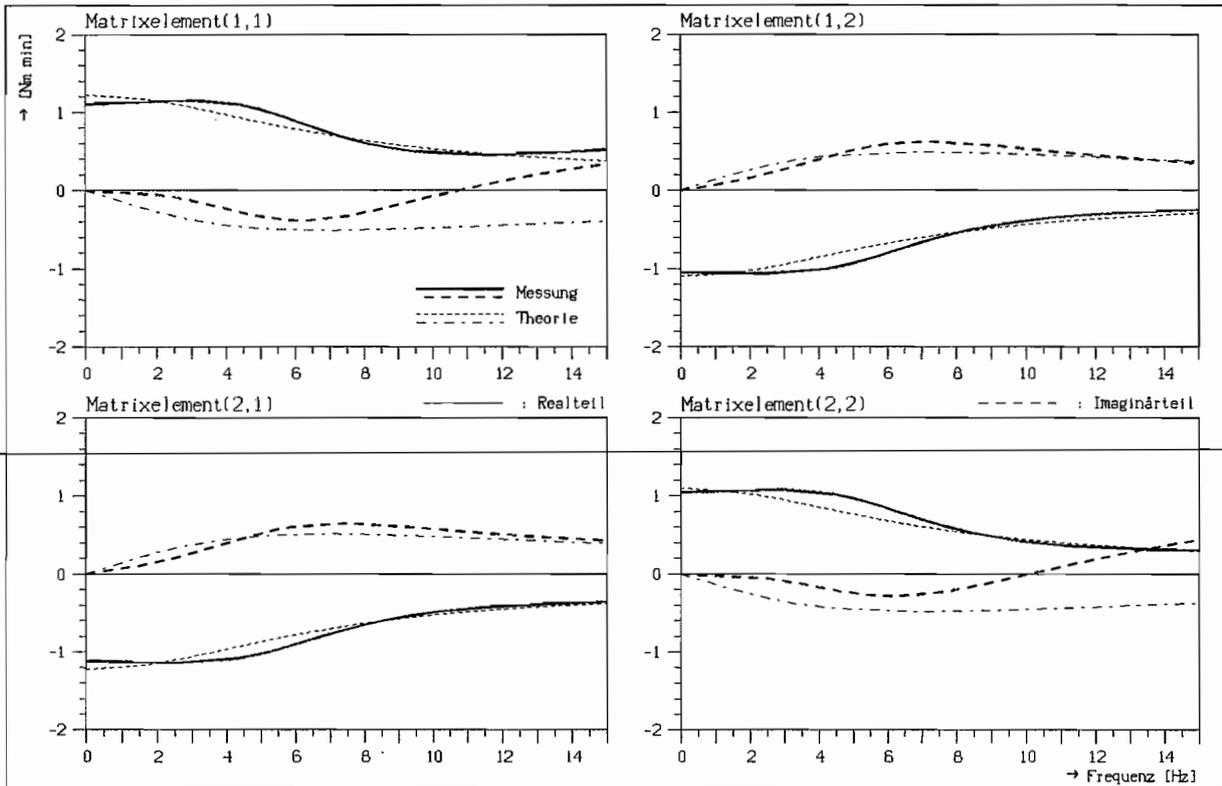
$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 10b

Erregungsamplitude 35 min^{-1}

β -Beiwert = 0.446



Datei : k008

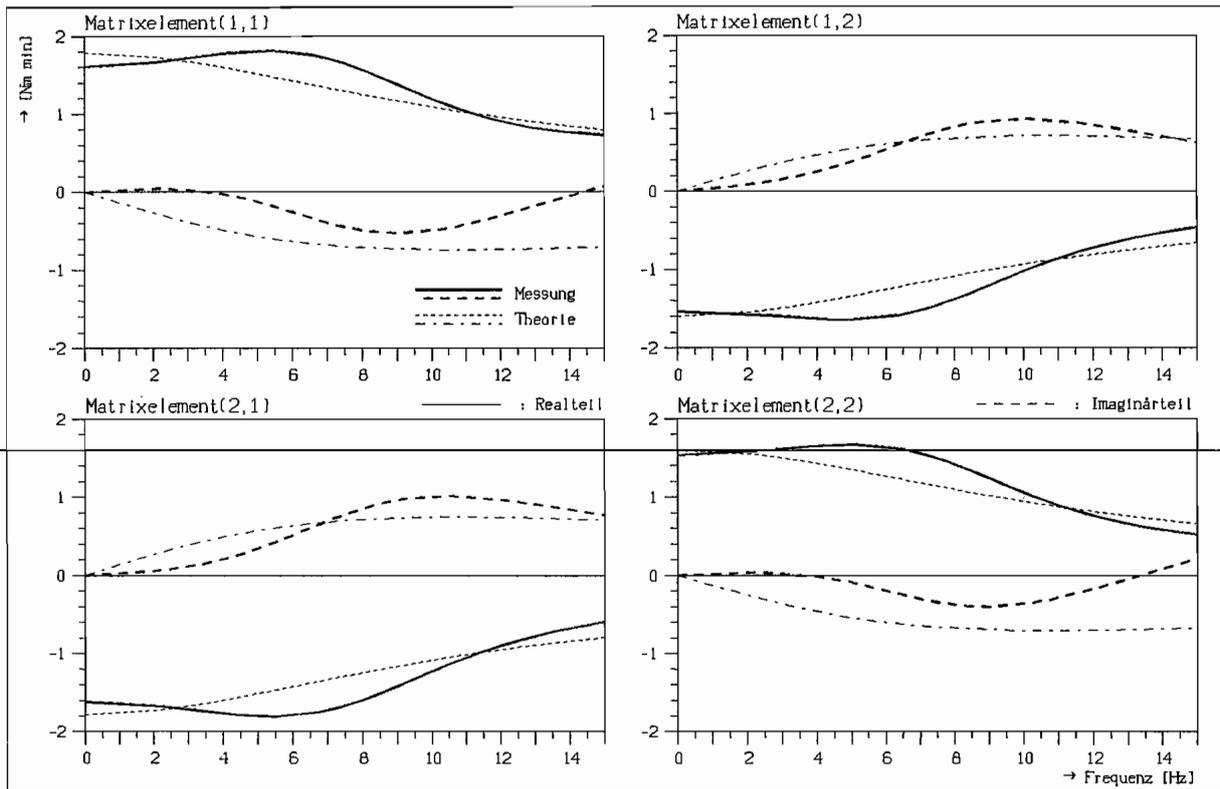
 $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

6 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 11b

Erregungsamplitude 50 min^{-1} β -Beiwert = 0.422

Datei : k014

$n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

6 Liter

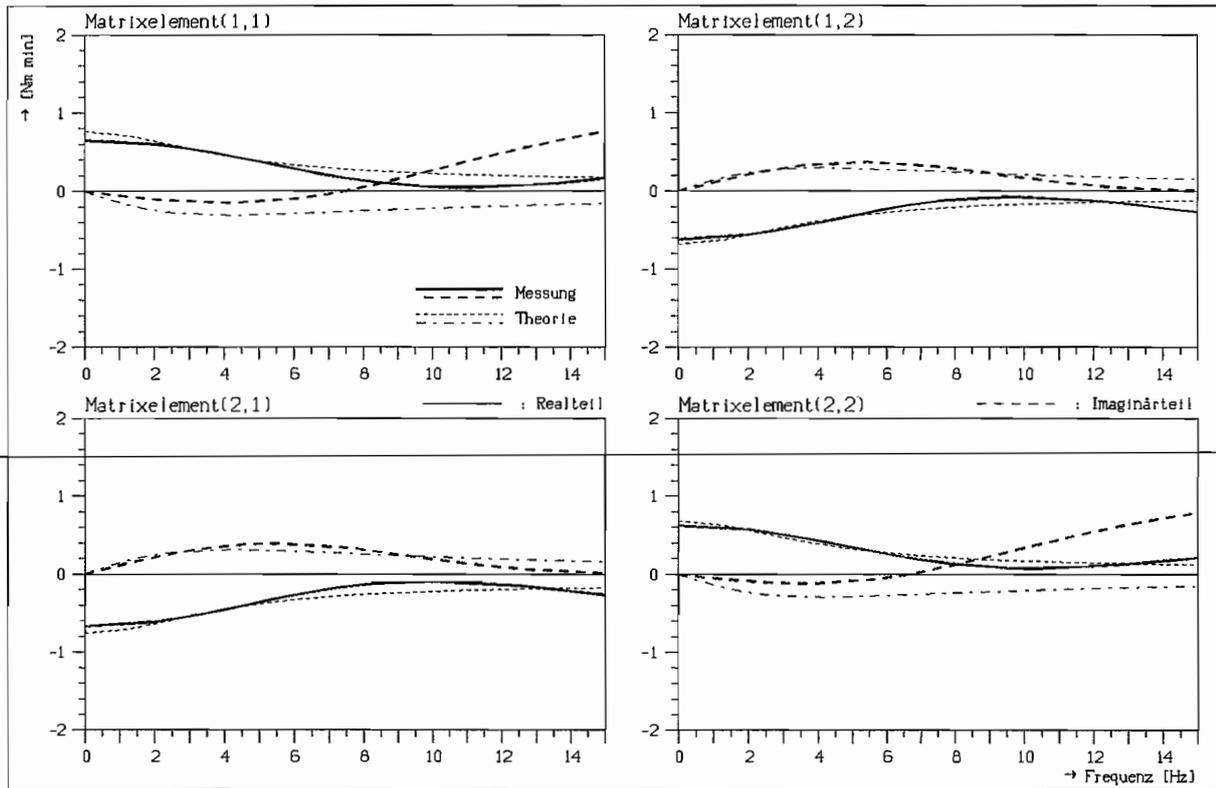
$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 12b

Erregungsamplitude 21 min^{-1}

β -Beiwert = 0.278



Datei : k023

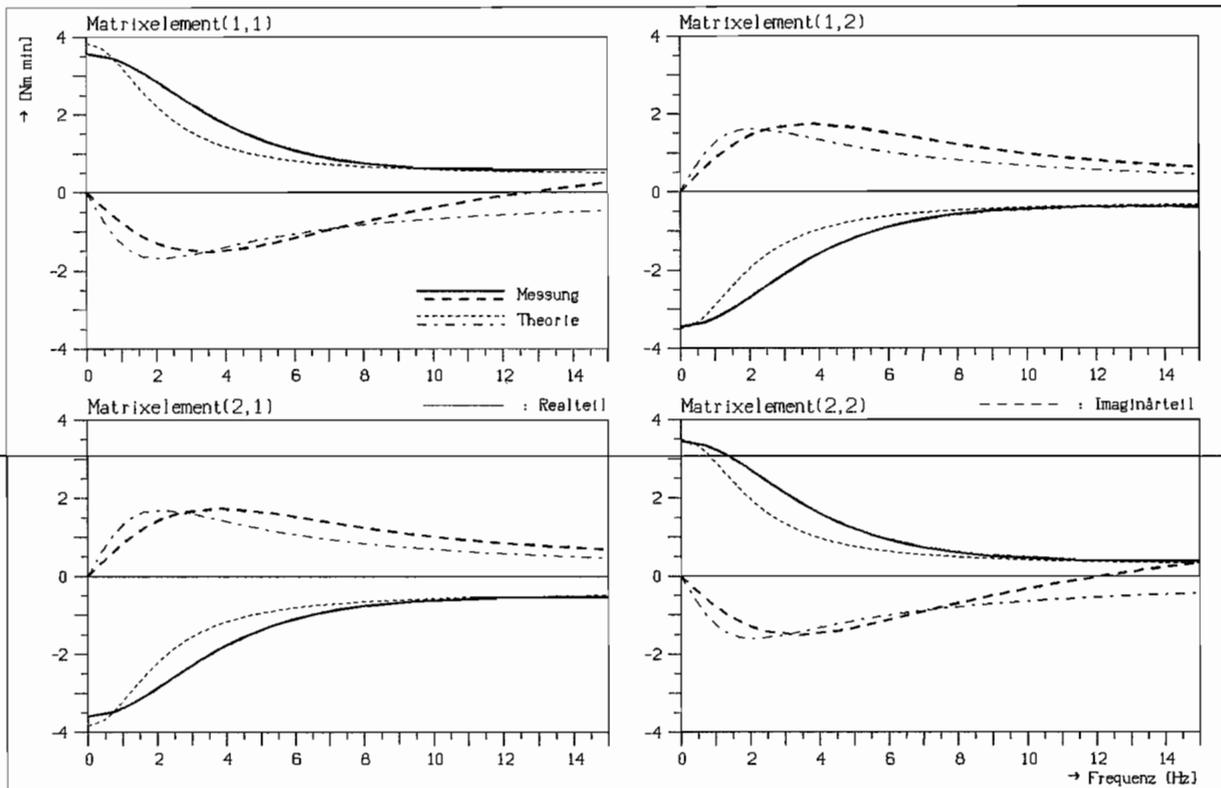
 $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 13b

Erregungsamplitude 35 min^{-1} β -Beiwert = 0.953

Datei : k030

$n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

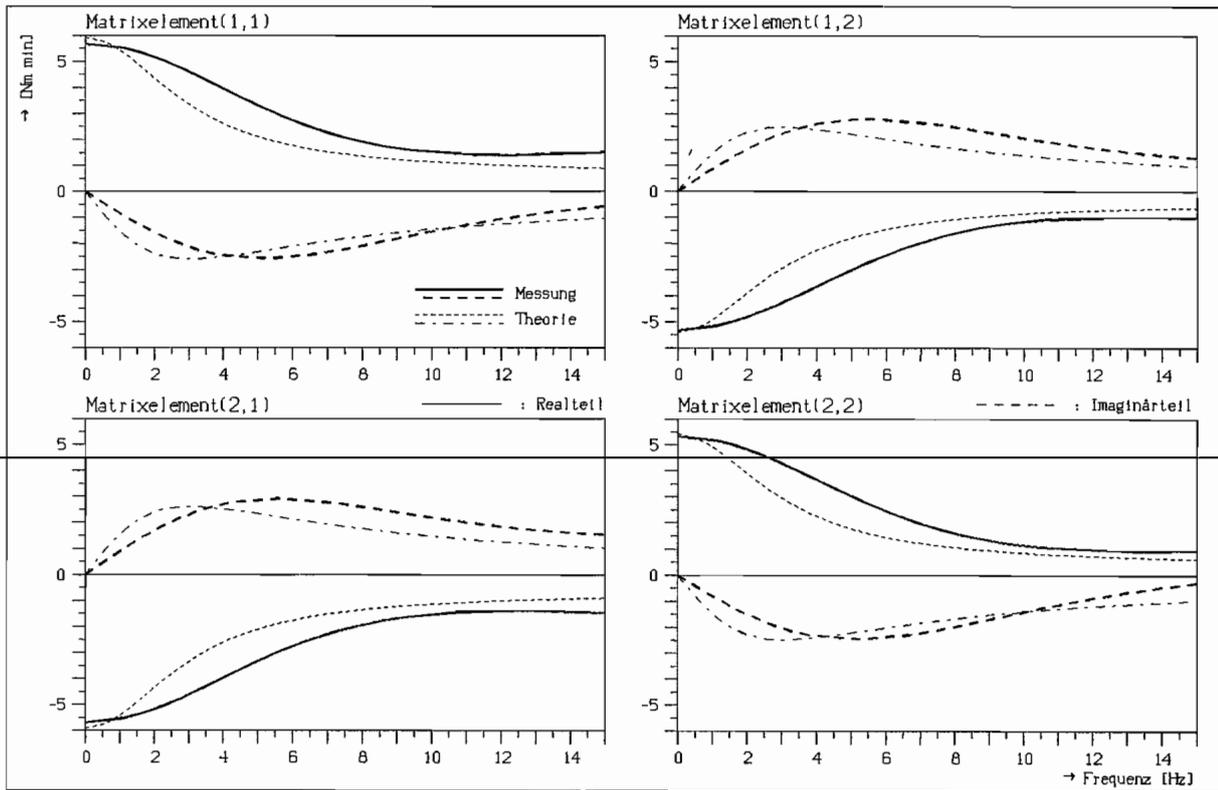
$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 14b

Erregungsamplitude 50 min^{-1}

β -Beiwert = 0.942



Datei : k036

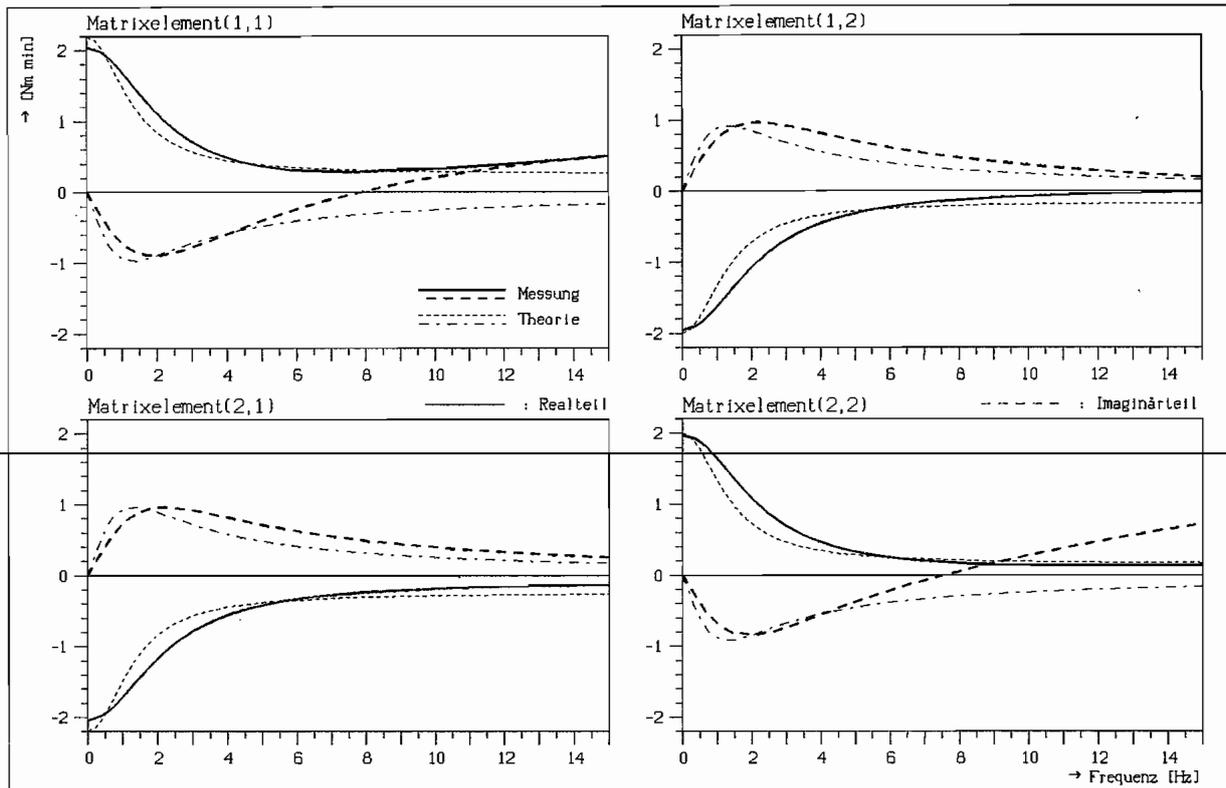
 $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

8 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 15b

Erregungsamplitude 21 min^{-1} β -Beiwert = 0.935

Datei : k045

$n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$

10 Liter

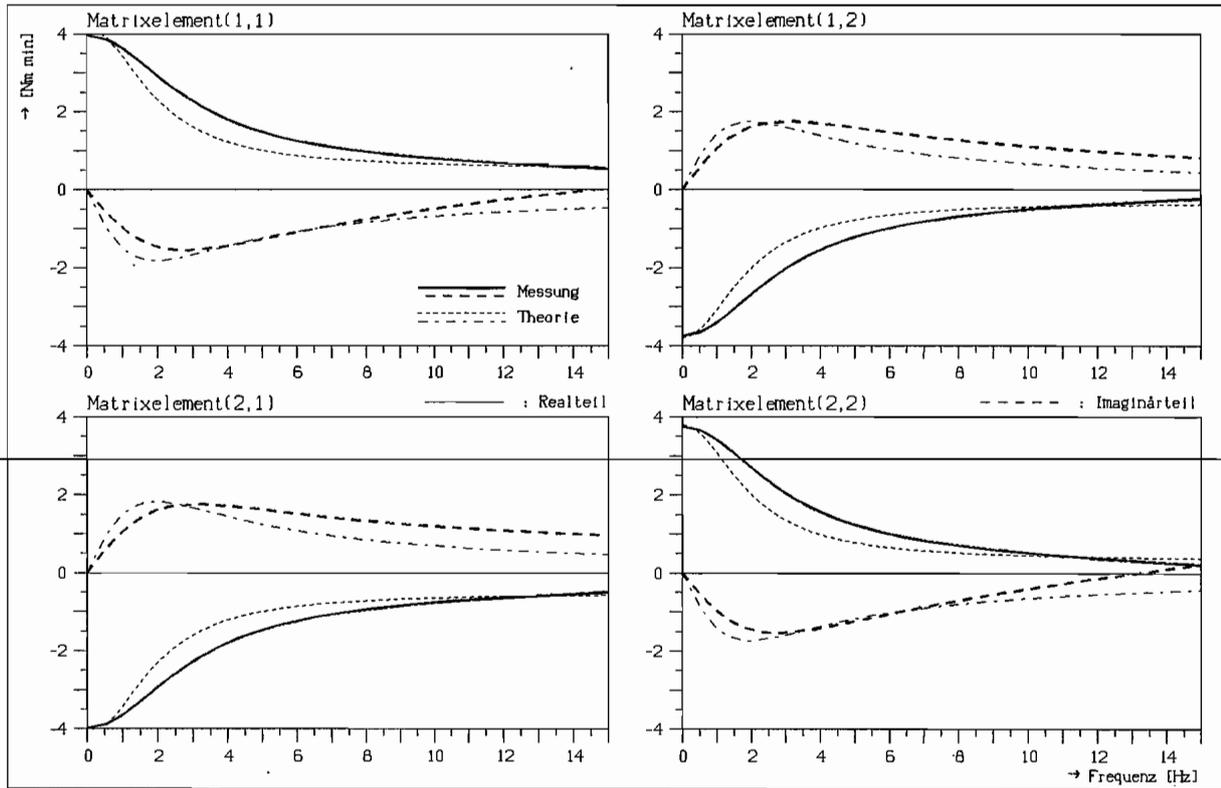
$\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 16b

Erregungsamplitude 35 min^{-1}

β -Beiwert = 0.854



Datei : k052

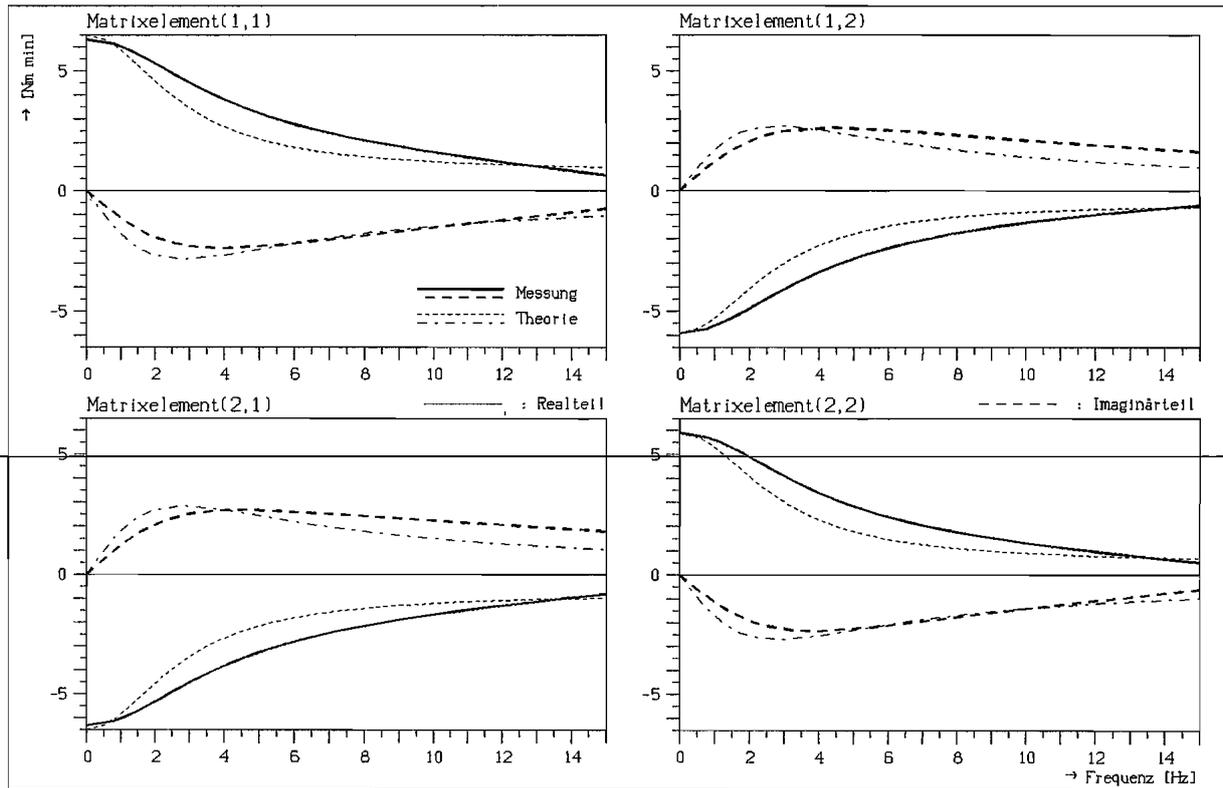
 $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$

10 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 17b

Erregungsamplitude 50 min^{-1} β -Beiwert = 0.874

Datei : k058

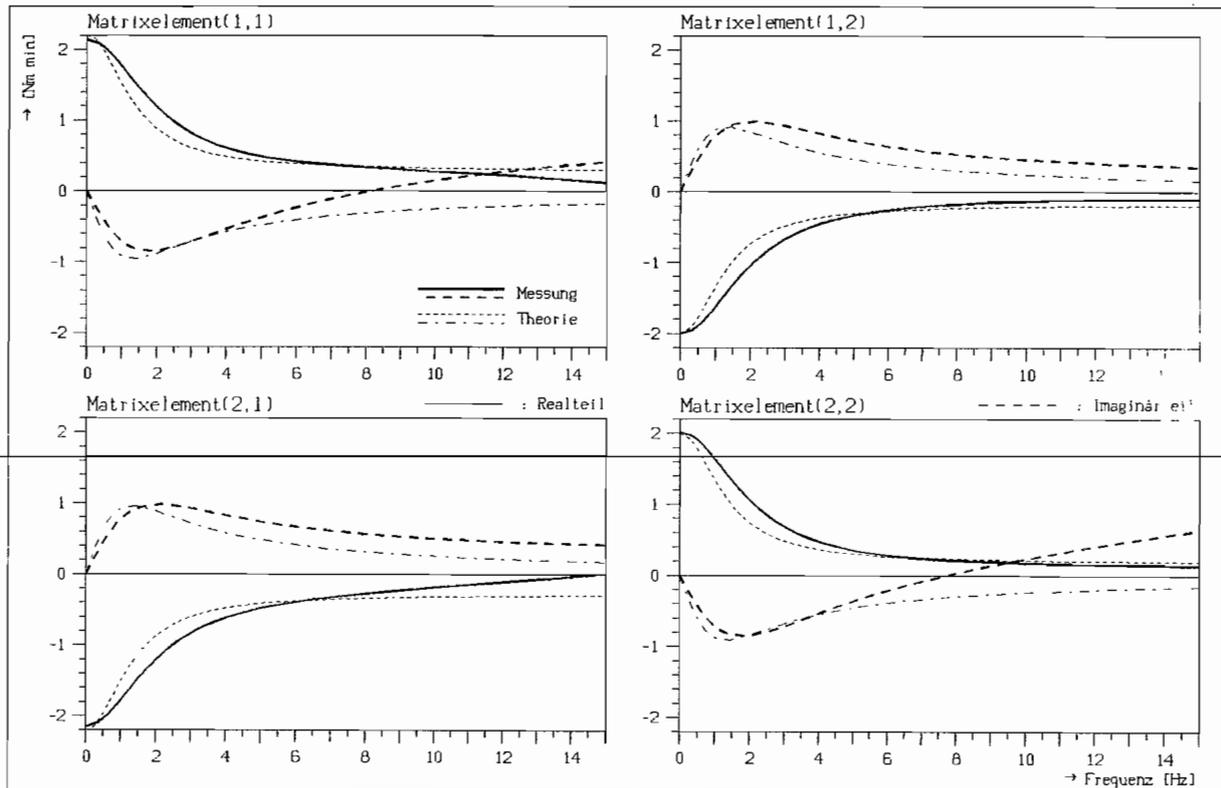
 $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$

10 Liter

 $\nu = 0.95$

VG 32, Mischprofil, Außenradantrieb

Nr.: 18b

Erregungsamplitude 21 min^{-1} β -Beiwert = 0.770

.

A2.2 Ergebnisse der β -Anpassung und der Parameterbestimmung

Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Anpassung der β -Beiwerte (Kap. 6.5.3) und der Parameterbestimmung aus gemessenen Verläufen (Kap. 6.5.5).

Aufgeführt sind alle durchgeführten Messungen zur Bestimmung Dynamischer Dämpfungsmatrizen.

Erläuterungen zur Tabelle :

Spalte 1 : Viskositätsklasse der Betriebsflüssigkeit

Spalte 2 : Profil / Antrieb

M : Innenrad mit Mischprofil
 gest. : Innenrad mit gestaffeltem Profil
 a : Außenradantrieb
 i : Innenradantrieb

Spalte 3 : stationäres Moment im Betriebspunkt

Spalte 4 : Steigung der Kennlinie im stationären Betriebspunkt

Spalte 5 : angepaßter β -Beiwert nach Gl. 6.17, Kap. 6.5.3

Spalte 6 : berechneter σ -Wert (Gl. 2.18) mit den stationären Werten und den geometrischen Strömungsgrößen nach Kap. 6.5.2 :

$r_a = 0.194 \text{ m}$
 $r_i = 0.153 \text{ m}$
 $A = 0.039 \text{ m}^2$
 $L = 0.184 \text{ m}$
 $\rho = 840 \text{ kg/m}^3$

Spalte 7-10 : Berechnete Größen aus Parameterschätzung der gemessenen Verläufe (Kap. 6.5.5, Gl. 6.24-6.27).

Sind keine Werte angegeben (-), so war eine Parameterschätzung der Verläufe mit Nennergrad = Zählergrad = 1 nicht möglich.

Zum Vergleich der Werte in den Spalten 9 und 10 :

$(r_a/r_i)_{\text{theo}} = 1.268$
 $(r_i^4 A/L)_{\text{theo}} = 1.160 \cdot 10^{-4}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Betriebsparameter		stationäre Werte		β -Anpassung	Parameterschätzung				
Viskosität	Profil / Antrieb	M_0	$\frac{\partial M}{\partial n_T} \Big _{P_0}$	β	σ_{theo}	$\sigma_{schätz}$	β	$\frac{r_a}{r_i}$	$r_i^4 A/L * 10^4$
6 Liter, $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	35	0.7	0.187	13.82	19.80	0.462	-	-
VG 32	"	32.5	0.68	0.278	14.88	19.31	0.389	1.482	0.404
VG 100	"	30	0.7	0.478	16.12	22.50	0.717	3.121	-
6 Liter, $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	88	1.3	0.566	25.45	44.91	0.699	-	-
VG 32	"	80	1.1	0.446	27.99	43.56	0.688	-	-
VG 100	"	85	1.25	0.559	26.35	45.03	0.763	-	-
VG 32	M/i	59	0.75	0.302	37.96	-	-	-	-
VG 32	gest./a	60	0.8	0.392	37.32	-	-	-	-
VG 32	gest./i	60	0.8	0.392	37.32	-	-	-	-
6 Liter, $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	191	1.7	0.394	39.57	-	-	-	-
VG 32	"	177	1.6	0.422	42.70	-	-	-	-
VG 100	"	197	1.9	0.532	38.37	-	-	-	-
8 Liter, $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	77	2.8	1.000	6.28	9.93	1.082	1.601	0.291
VG 32	"	62	2.0	0.935	7.80	12.48	0.946	1.476	0.513
VG 100	"	55	1.9	1.000	8.79	12.27	1.019	1.226	2.321
8 Liter, $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	217	4.2	0.935	10.32	16.99	0.943	1.378	0.895
VG 32	"	178	3.5	0.953	12.58	20.55	0.963	1.419	0.704
VG 100	"	169	3.5	1.000	13.25	20.30	1.011	1.318	1.222
VG 32	M/i	154	3.0	0.942	14.54	18.41	0.948	1.319	1.010
VG 32	gest./a	178	3.4	0.919	12.58	22.41	0.951	1.527	0.450
VG 32	gest./i	210	3.6	0.784	10.66	18.86	0.702	1.305	1.548
8 Liter, $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	461	6.3	0.999	16.40	26.43	0.984	1.423	0.679
VG 32	"	416	5.4	0.942	18.17	32.38	0.988	1.722	0.209
VG 100	"	413	5.6	0.990	18.30	31.40	1.004	1.642	0.269

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Betriebsparameter		stationäre Werte		β -Anpassung	Parameterschätzung				
Viskosität	Profil/Antrieb	M_0	$\left. \frac{\partial M}{\partial n_T} \right _{P_0}$	β	σ_{theo}	$\sigma_{schätz}$	β	$\frac{r_a}{r_i}$	$r_i^4 A/L * 10^4$
10 Liter, $n_p = 600 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	83	2.2	0.679	5.83	10.22	0.803	1.678	0.240
VG 32	"	71	2.0	0.770	6.84	13.23	0.710	1.596	0.364
VG 100	"	58	1.8	0.889	8.34	13.46	0.894	1.342	1.102
10 Liter, $n_p = 1000 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	240	4.0	0.746	9.33	15.75	0.753	1.450	0.616
VG 32	"	210	3.8	0.854	10.66	17.25	0.824	1.423	0.683
VG 100	"	180	3.25	0.851	12.44	19.80	0.865	1.370	0.908
VG 32	M/i	217	3.75	0.794	10.32	18.67	0.804	2.019	0.087
VG 32	gest./a	252	4.9	0.940	8.89	19.12	0.980	2.214	0.065
VG 32	gest./i	319	5.7	0.838	7.02	14.35	0.796	1.577	0.415
10 Liter, $n_p = 1200 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 5	M/a	348	5.0	0.791	11.12	17.83	0.754	1.397	0.781
VG 100	"	269	4.0	0.836	14.39	22.68	0.850	1.395	0.776
10 Liter, $n_p = 1500 \text{ min}^{-1}$, $s = 5\%$									
VG 32	M/a	481	5.95	0.874	15.71	23.89	0.828	1.334	1.090
8 Liter, $n_p = 900 \text{ min}^{-1}$, VG 46									
$s = 5\%$	M/a	160	3.6	0.986	10.20	18.32	1.004	1.416	0.787
$s = 8\%$	"	234	2.45	0.476	11.67	26.89	0.663	2.993	0.017
$s = 10\%$	"	270	1.64	0.000	13.01	46.15	0.530	-	-
$s = 12\%$	"	291	0.76	0.000	14.90	-	-	-	-

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1 Theodor Lehmann:
Große elasto-plastische Formänderungen
- Nr. 2 Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts
- Nr. 3 Wolfgang Krings:
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
- Nr. 4 Burkhard Lücke:
Theoretische und experimentelle Untersuchung der zyklischen elastoplastischen Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 5 Knut Schwarze:
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter Profilmittellinie
- Nr. 6 Hubert Sommer:
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen Formänderungen
- Nr. 7 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Die Methode der orthogonalen Projektionen und Ihre Anwendung zur Berechnung orthotroper Platten
-
- Nr. 8 Albert Meyers:
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen
- Nr. 9 Berend Fischer:
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchung eines dickwandigen Zylinders bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 10 Wojciech Pietraszkiewicz:
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 11 Wilfried Ullenboom:
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung
- Nr. 12 Jürgen Güldenpfennig:
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter elasto-plastischer Wellen
- Nr. 13 Pawel Rafalski:
Minimum Principles in Plasticity
- Nr. 14 Peter Hilgers:
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse
- Nr. 15 Hans-Albert Lauert:
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung von Spannungsrestriktionen
- Nr. 16 Martin Fritz:
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen

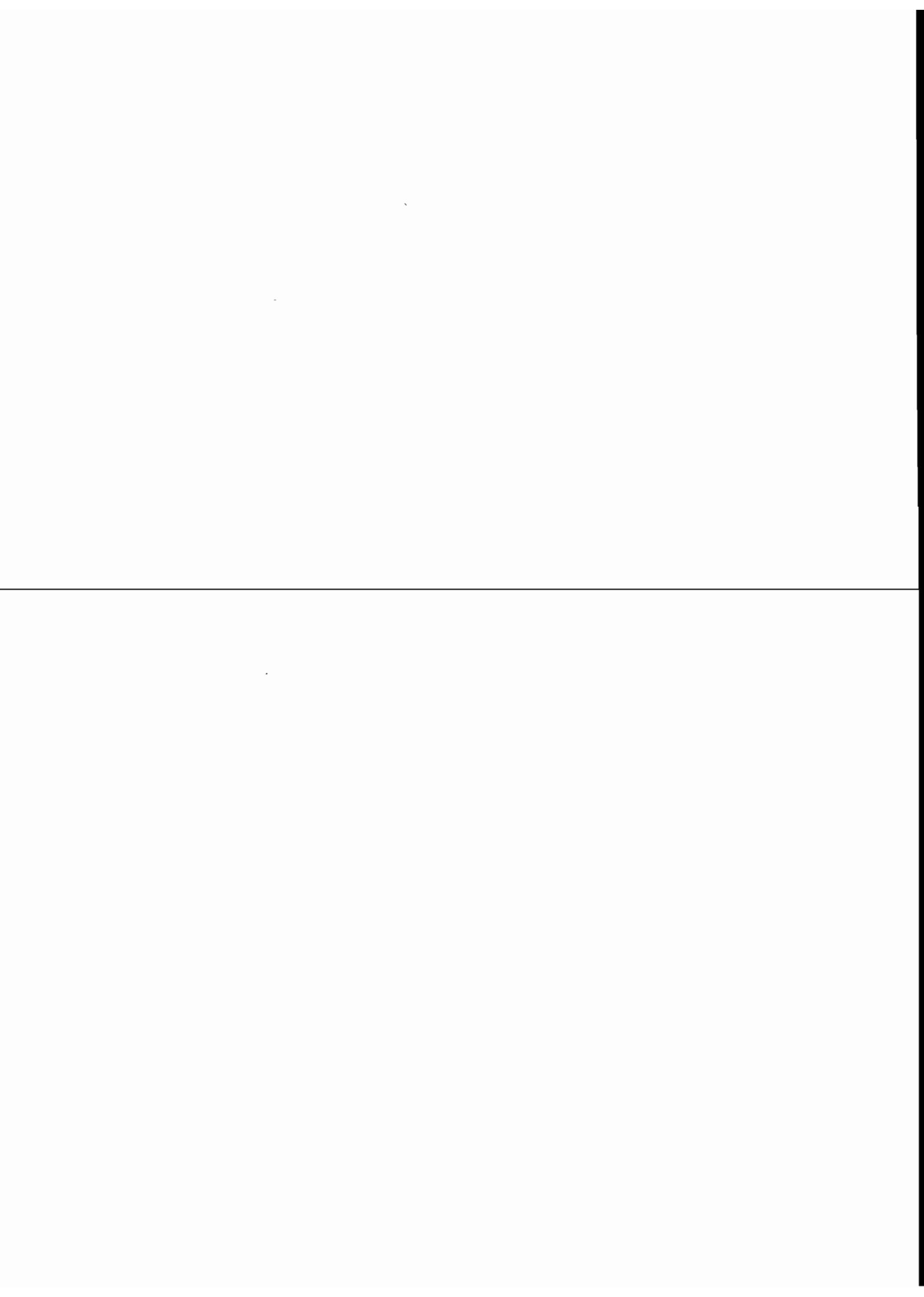
- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Blehl:
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates
- Nr. 18 Uwe Kolberg:
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates
- Nr. 19 Heinz Antes:
Über Fehler und Möglichkeiten Ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalenträgwerken
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods
- Nr. 21 Maria K. Duszek:
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung
- Nr. 23 Jürgen Preuss:
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen
-
- Nr. 25 Dieter Weichert:
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 27 Georg Zander:
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast
- Nr. 28 Pawel Rafalski:
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft
- Nr. 30 F.-J. Blehl:
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem
- Nr. 31 Maria K. Duszek:
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory
- Nr. 32 Reinhard Piltner:
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen
- Nr. 33 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzip der Thermoplastizität
I. Wärmeausbreitung und Plastizität

- Nr. 34 Helmut Stumpf:
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells
- Nr. 35 Bernd Kaempf:
Ein Extremal-Variationsprinzip für die Instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente
- Nr. 36 Alfred Kraft:
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzipie der Thermoplastizität
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse
- Nr. 38 Klaus-Detlef Mickley:
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen
- Nr. 40 Ulrich Blix:
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode
-
- Nr. 41 Peter Becker:
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden
- Nr. 42 Dietmar Bouchard:
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme
- Nr. 43 Uwe Zdebil:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz
- Nr. 44 Jan Kubik:
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent
- Nr. 45 Horst J. Klepp:
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren
- Nr. 48 J. Chrosielewski/L.-P. Nolte:
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY

- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung
- Nr. 50 Ulrich Schmid:
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern
- Nr. 51 Jörg Frischbler:
Theorie der Stoßbelastung orthotroper Platten und Ihre experimentelle Überprüfung am
Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte
- Nr. 52 W. Tampczynski:
Strain history effect in cyclic plasticity
- Nr. 53 Dieter Weichert:
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:
Wellenausbreitung in akustischen Medien
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Finite strain theory of rods
-
- Nr. 57 Andreas Pape:
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit
Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken
- Nr. 59 Peihua LIU:
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und
Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen
- Nr. 61 Martin Pitzer:
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes
- Nr. 62 Jerzy Makowsky/Helmut Stumpf:
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory
- Nr. 63 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:
Variational principles of fracture mechanics
- Nr. 65 Guido Obermüller:
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten
- Nr. 66 Herbert Diehl:
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer
Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder

- Nr. 67 Michael Geis:
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode
- Nr. 68 Günter Renker:
Zur Identifikation nichtlinearer strukturemechanischer Systeme
- Nr. 69 Berthold Schieck:
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien
- Nr. 70 Frank Szepan:
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung
- Nr. 71 Christian Scholz:
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen
- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory
- Nr. 73 Werner Fornefeld:
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells
- Nr. 74 J. Saczuk/H. Stumpf:
On statical shakedown theorems for non-linear problems
-
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua
- Nr. 76 Ulfert Rott:
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 78 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chroscielewski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chroscielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenbau
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie
- Nr. 83 J. Pohé:
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis

- Nr. 84 U. Kikillus:
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15
- Nr. 85 T. Guo:
Untersuchung des singulären Rißspitzenfeldes bei stationärem Rißwachstum in
verfestigendem Material
- Nr. 86 Achim Menne:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern
- Nr. 87 Uwe Folchert:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kupplungen
-



**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 87**